

EJERCICIO 2 - ANÁLISIS SÍSMICO ESPACIAL

Realizar el análisis sísmico espacial aplicando el método de superposición modal espectral.

La estructura tiene un sistema estructural de pórticos sismorresistentes de hormigón armado con vigas descolgadas.

Determinar la matriz de rigidez en coordenadas de piso

Determinar la matriz de masas

Determinar los modos de vibración

Determinar el cortante basal en X e Y

Determinar las derivas máximas inelásticas de todos los pisos en X e Y y verificar con las derivas máximas inelásticas estipuladas en la NEC-15.

Calcular los efectos P-Delta y verificar con la NEC-15

Cargas primer piso:

Carga permanente = 508 kgf/m², peso propio de la losa = 345.60 kgf/m², carga viva = 480 kgf/m² uso de bodegas

Cargas segundo piso:

Carga permanente = 95 kgf/m², peso propio de la losa = 345.60 kgf/m² carga viva = 70 kgf/m² terraza inaccesible

Hay que considerar que los elementos son axialmente rígidos.

$E=2'100,000 \text{ tonf/m}^2$

La estructura se implantará en Manta en un perfil de suelo tipo A

4.1. Categoría de edificio y coeficiente de importancia I

NOTA: al determinar las fuerzas a partir de las curvas de peligro sísmico, dichas fuerzas no requieren ser modificadas por el factor de importancia I.

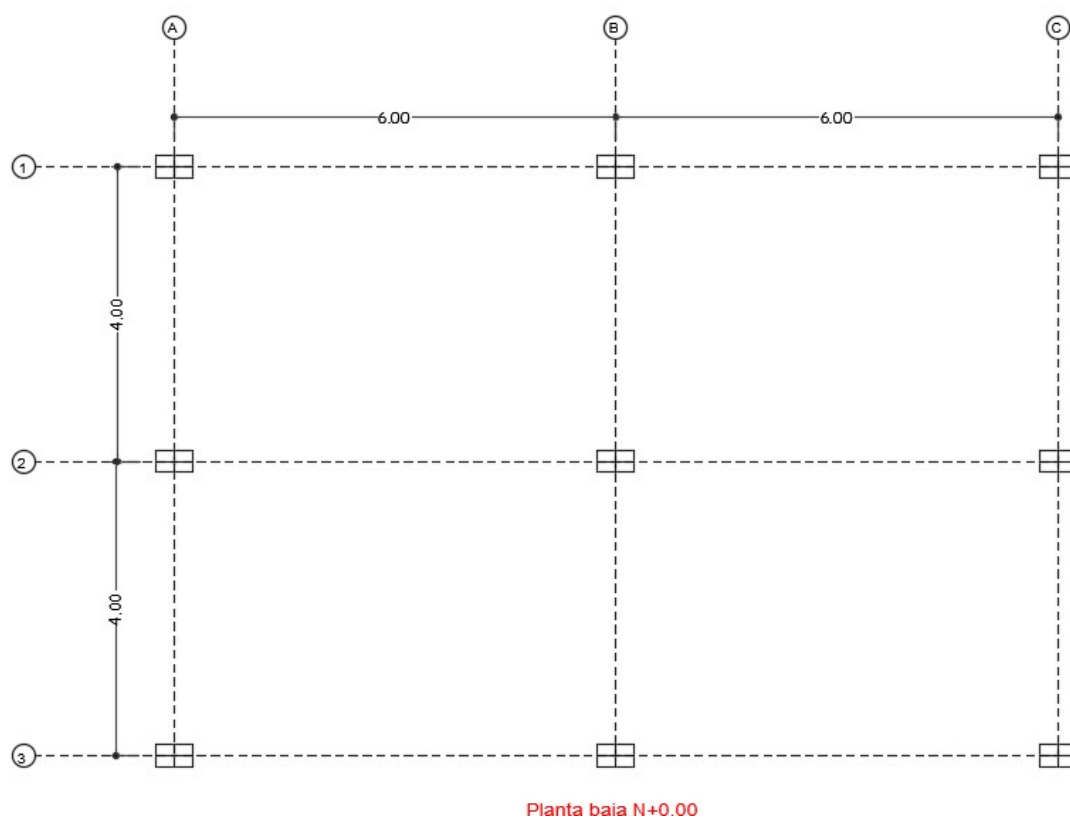
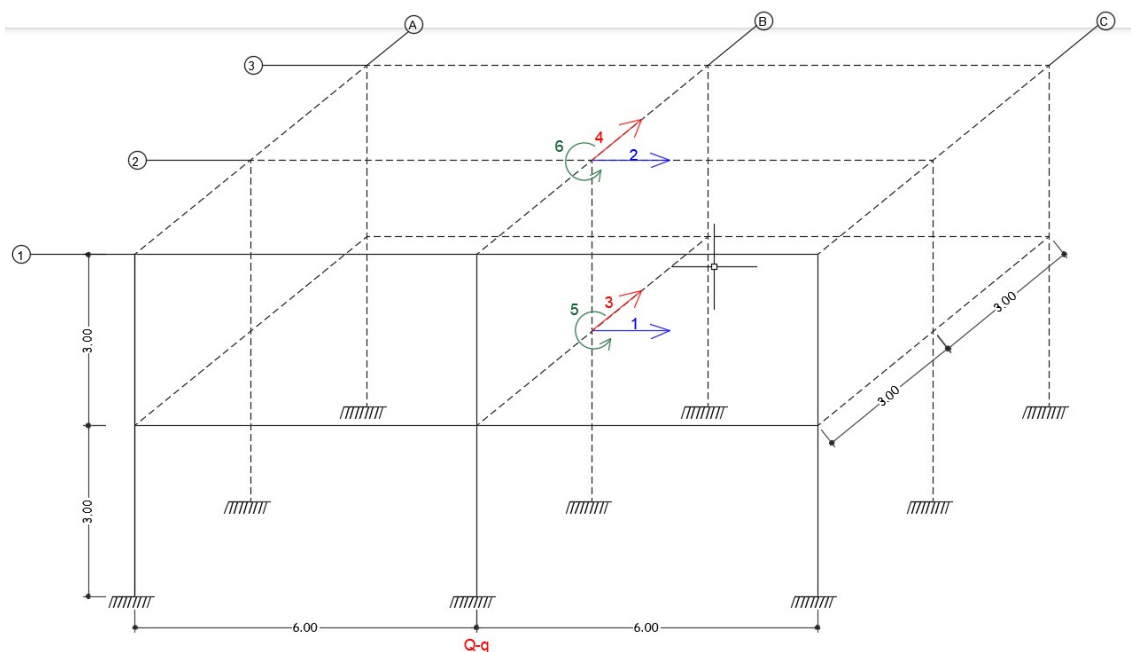
La estructura a construirse se clasificará en una de las categorías que se establecen en la [Tabla 6](#) y se adoptará el correspondiente factor de importancia I.

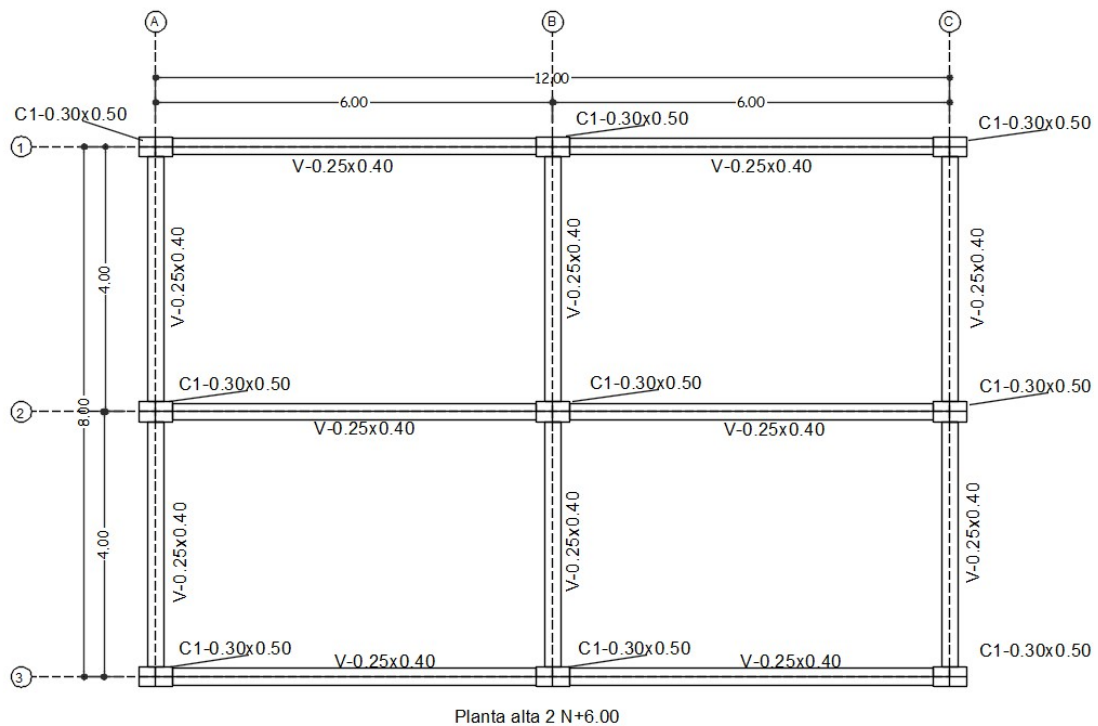
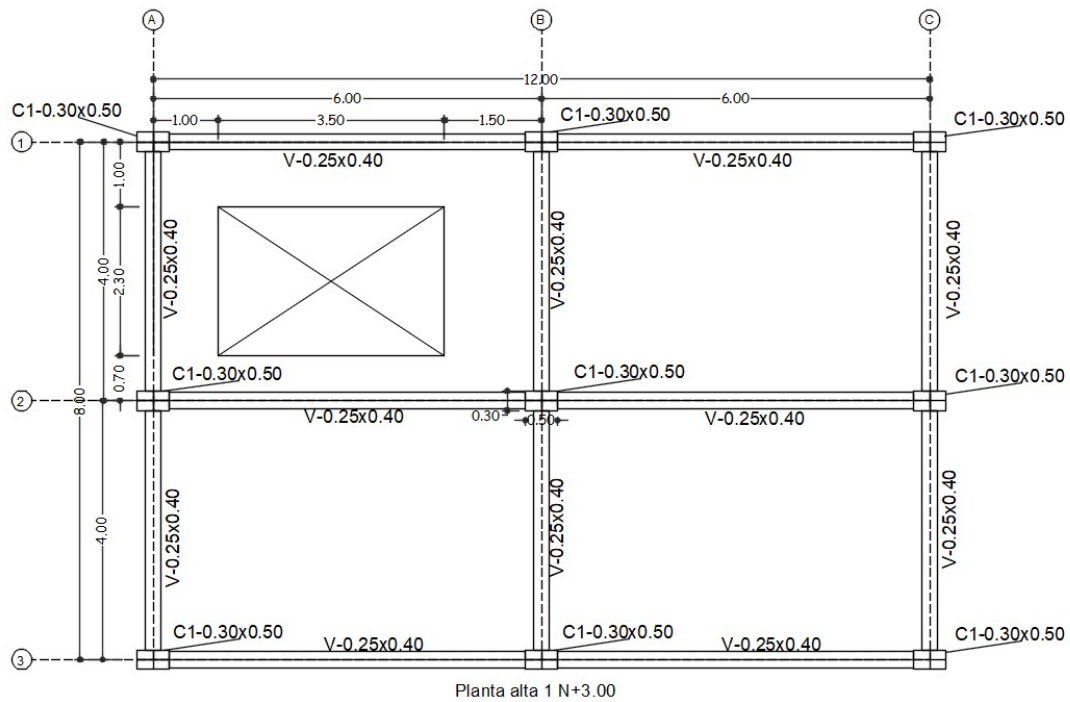
El propósito del factor I es incrementar la demanda sísmica de diseño para estructuras, que por sus características de utilización o de importancia deben permanecer operativas o sufrir menores daños durante y después de la ocurrencia del sismo de diseño.

Categoría	Tipo de uso, destino e importancia	Coeficiente I
Edificaciones esenciales	Hospitales, clínicas, Centros de salud o de emergencia sanitaria. Instalaciones militares, de policía, bomberos, defensa civil. Garajes o estacionamientos para vehículos y aviones que atienden emergencias. Torres de control aéreo. Estructuras de centros de telecomunicaciones u otros centros de atención de emergencias. Estructuras que albergan equipos de generación y distribución eléctrica. Tanques u otras estructuras utilizadas para depósito de agua u otras sustancias anti-incendio. Estructuras que albergan depósitos tóxicos, explosivos, químicos u otras sustancias peligrosas.	1.5
Estructuras de ocupación especial	Museos, iglesias, escuelas y centros de educación o deportivos que albergan más de trescientas personas. Todas las estructuras que albergan más de cinco mil personas. Edificios públicos que requieren operar continuamente	1.3
Otras estructuras	Todas las estructuras de edificación y otras que no clasifican dentro de las categorías anteriores	1.0

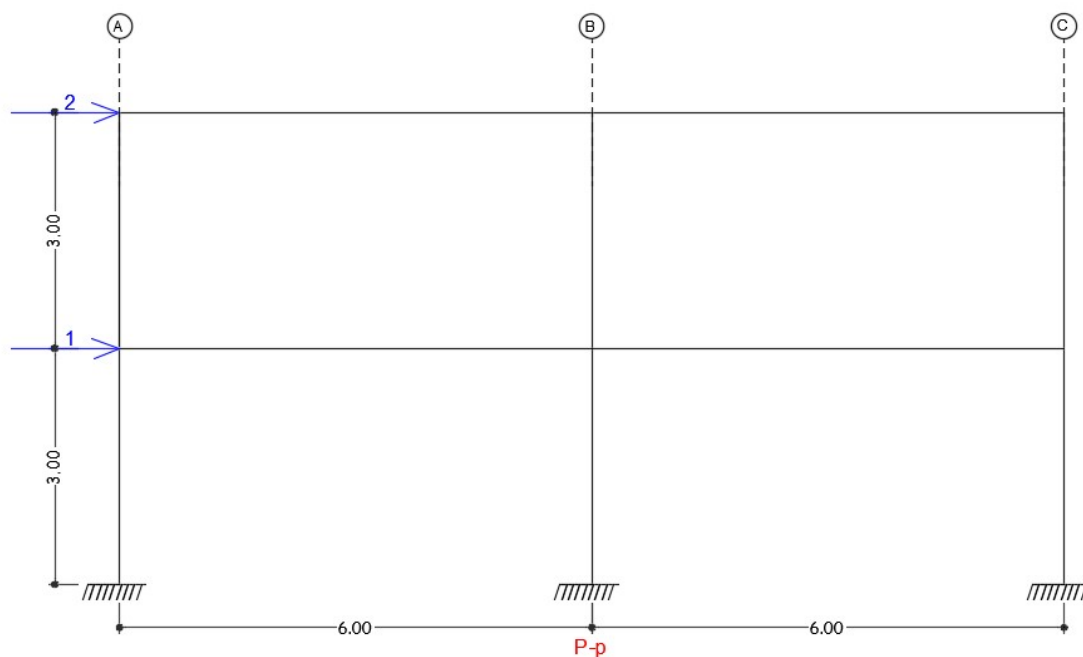
Tabla 6: Tipo de uso, destino e importancia de la estructura

Aclaración: el uso que se le está dando a la estructura en la planta N+2.70 es de almacenaje, por lo cual si se revisa en la NEC-15 tabla 4.1 Categoría de edificio y coeficiente de importancia, no se aprecia que por este tipo de uso la importancia sea diferente de 1, por lo cual el coeficiente de importancia para esta estructura es de 1, a menos que en el estudio se determine que ese nivel albergaran a más de 300 personas o 5000 personas

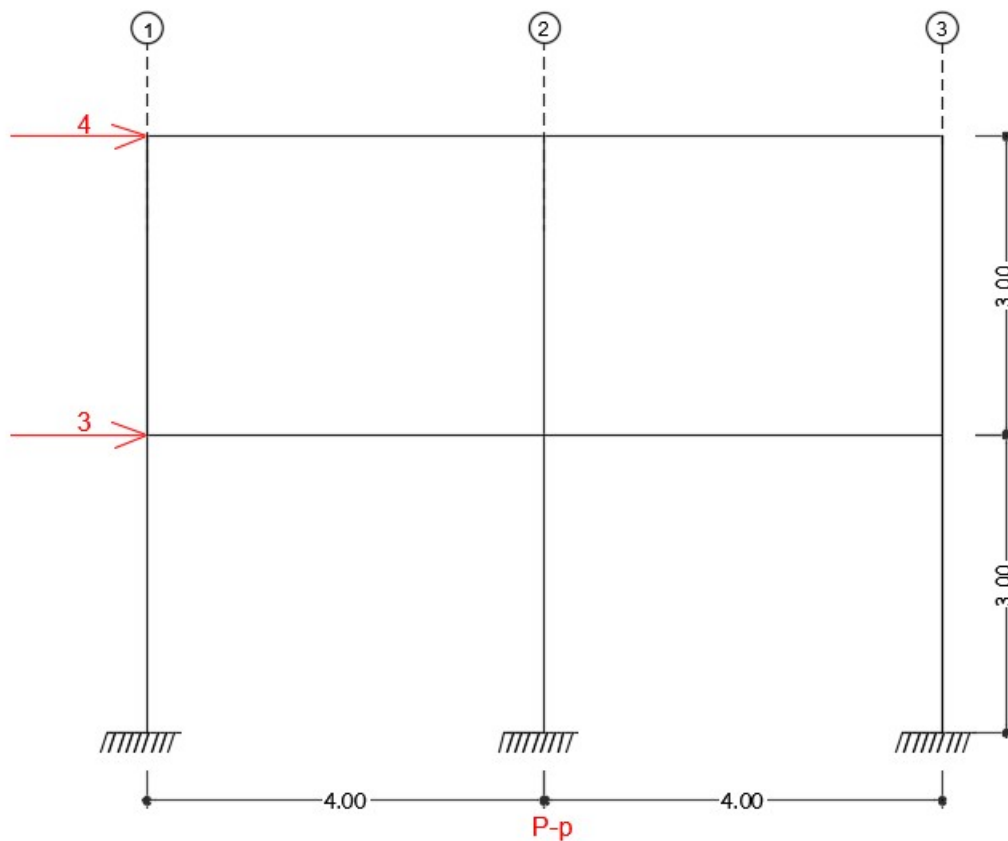




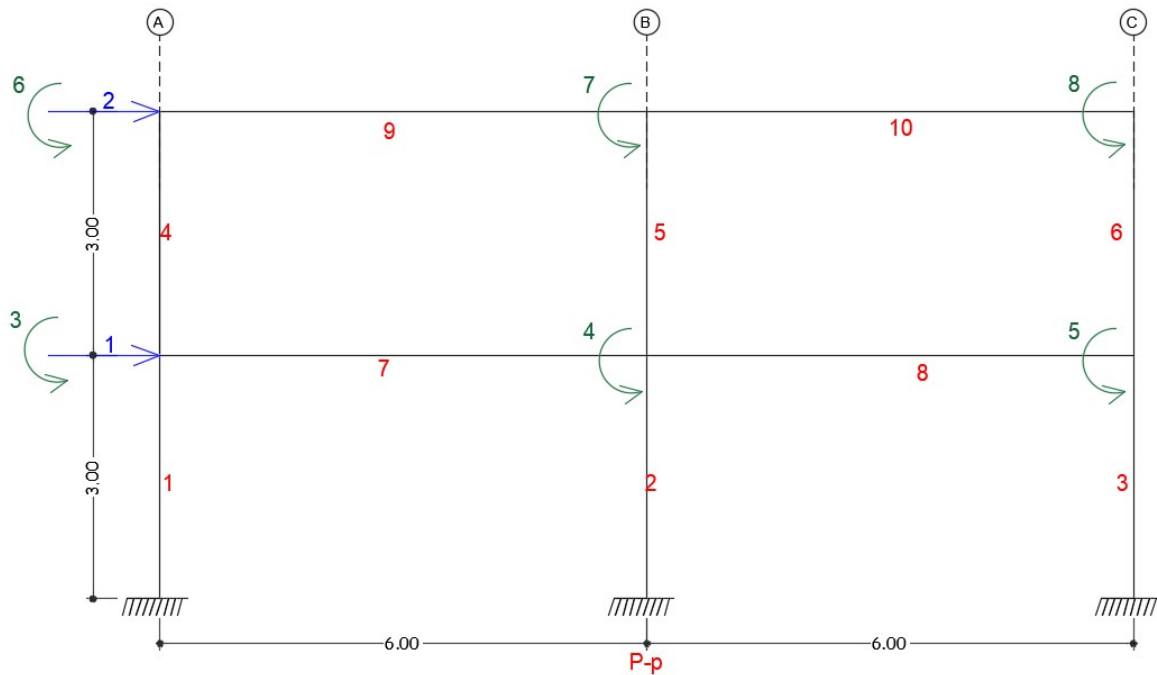
Coordenadas de piso para pórtico sentido X



Coordenadas de piso para pórtico sentido Y



Matriz de rigidez lateral del pórtico A plano en sentido X 1-2-3



1) Vectores de colocación

Columnas

$$V_{c1} = [0 \ 0 \ 1 \ 3]$$

$$V_{c2} = [0 \ 0 \ 1 \ 4]$$

$$V_{c3} = [0 \ 0 \ 1 \ 5]$$

$$V_{c4} = [1 \ 3 \ 2 \ 6]$$

$$V_{c5} = [1 \ 4 \ 2 \ 7]$$

$$V_{c6} = [1 \ 5 \ 2 \ 8]$$

Vigas

$$V_{c7} = [3 \ 4]$$

$$V_{c8} = [4 \ 5]$$

$$V_{c9} = [6 \ 7]$$

$$V_{c10} = [7 \ 8]$$

2) Cálculo de las inercias

Datos:

Columnas

Vigas

$$b_c := 0.50 \text{ m}$$

$$b_v := 0.25 \text{ m}$$

$$E := 2100000 \frac{\text{tonnef}}{\text{m}^2}$$

$$h_c := 0.40 \text{ m}$$

$$h_v := 0.40 \text{ m}$$

$$H := 3 \text{ m}$$

$$L_x := 6.0 \text{ m}$$

$$I_{cy} := \left(\frac{h_c \cdot b_c^3}{12} \right) \cdot 0.8 = 0.00333 \text{ m}^4$$

$$I_{vx} := \left(\frac{b_v \cdot h_v^3}{12} \right) \cdot 0.5 = 0.0006667 \text{ m}^4$$

3) Formulas

Columnas

$$t_1 := \frac{12 \cdot E \cdot I_{cy}}{H^3} = 3111.1111$$

$$a_1 := \frac{2 \cdot E \cdot I_{cy}}{H} = 4666.66667$$

$$b_1 := \frac{6 \cdot E \cdot I_{cy}}{H^2} = 4666.6667$$

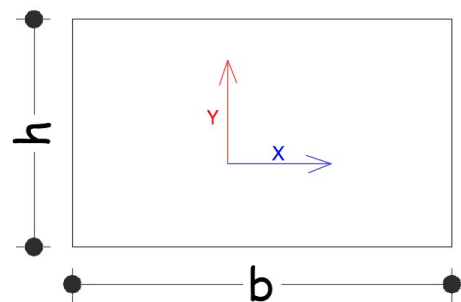
$$k_1 := \frac{4 \cdot E \cdot I_{cy}}{H} = 9333.333$$

Vigas

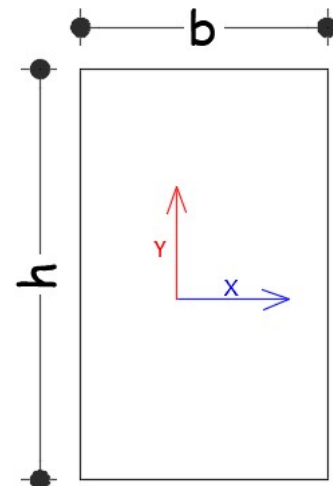
$$k_2 := \frac{4 \cdot E \cdot I_{vx}}{L_x} = 933.3333$$

$$a_2 := \frac{2 \cdot E \cdot I_{vx}}{L_x} = 466.6667$$

Columna



viga



E Frame Section Property Data

General Data

Property Name: C1-0.40x0.50

Material: Concreto_f'c_210kgf/cm2

Notional Size Data: Modify/Show Notional Size...

Display Color: Change...

Notes: Modify/Show Notes...

Shape

Section Shape: Concrete Rectangular

Section Property Source

Source: User Defined

Section Dimensions

Depth: 0.5 m

Width: 0.4 m

Show Section Properties...

E Property/Stiffness Modification Factors

Property/Stiffness Modifiers for Analysis

Cross-section (axial) Area	1
Shear Area in 2 direction	1
Shear Area in 3 direction	1
Torsional Constant	1
Moment of Inertia about 2 axis	0.8
Moment of Inertia about 3 axis	0.8
Mass	1
Weight	1

E Frame Section Property Data

General Data

Property Name: VY-25x40

Material: Concreto_f'c_210kgf/cm2

Notional Size Data: Modify/Show Notional Size...

Display Color: Change...

Notes: Modify/Show Notes...

Shape

Section Shape: Concrete Rectangular

Section Property Source

Source: User Defined

Section Dimensions

Depth: 0.4 m

Width: 0.25 m

Show Section Properties...

☐ Include Automatic Rigid Zone Area Over Column

E Property/Stiffness Modification Factors

Property/Stiffness Modifiers for Analysis

Cross-section (axial) Area	1
Shear Area in 2 direction	1
Shear Area in 3 direction	1
Torsional Constant	1
Moment of Inertia about 2 axis	0.5
Moment of Inertia about 3 axis	0.5
Mass	1
Weight	1

Elemento 1 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{matrix} \quad V_{c1} = [0 \ 0 \ 1 \ 3]$$

$$K_1 := \begin{bmatrix} t_1 & 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 2 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 \\ t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{matrix} \quad V_{c2} = [0 \ 0 \ 1 \ 4]$$

$$K_2 := \begin{bmatrix} t_1 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 3 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_3 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 5 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{matrix} \end{matrix} \quad V_{c3} = [0 \ 0 \ 1 \ 5]$$

$$K_3 := \begin{bmatrix} t_1 & 0 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 4 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_4 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 3 & 2 & 6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix} \quad V_{c4} = [1 \ 3 \ 2 \ 6]$$

$$K_4 := \begin{bmatrix} t_1 & -t_1 & -b_1 & 0 & 0 & -b_1 & 0 & 0 \\ -t_1 & t_1 & b_1 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & k_1 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & a_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 5 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_5 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 4 & 2 & 7 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \end{matrix} \end{matrix} \quad V_{c5} = [1 \ 4 \ 2 \ 7]$$

$$K_5 := \begin{bmatrix} t_1 & -t_1 & 0 & -b_1 & 0 & 0 & -b_1 & 0 \\ -t_1 & t_1 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & 0 & k_1 & 0 & 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & 0 & a_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 6 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_6 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 5 & 2 & 8 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 2 \\ 8 \end{matrix} \end{matrix} \quad V_{c6} = [1 \ 5 \ 2 \ 8]$$

$$K_6 := \begin{bmatrix} t_1 & -t_1 & 0 & 0 & -b_1 & 0 & 0 & -b_1 \\ -t_1 & t_1 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & k_1 \end{bmatrix}$$

Elemento 7 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_7 = \begin{bmatrix} k_2 & a_2 \\ a_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \end{matrix} \quad V_{c7} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$K_7 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 8 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_8 = \begin{bmatrix} k_2 & a_2 \\ a_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{matrix} \quad V_{c8} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$K_8 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_2 & a_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_2 & k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 9 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_9 = \begin{bmatrix} k_2 & a_2 \\ a_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 6 \\ 7 \end{matrix} \quad V_{c9} = [6 \ 7]$$

$$K_9 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_2 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 10 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_{10} = \begin{bmatrix} k_2 & a_2 \\ a_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \end{matrix} \quad V_{c10} = [7 \ 8]$$

$$K_{10} := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_2 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$K_{1X} := K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + K_5 + K_6 + K_7 + K_8 + K_9 + K_{10}$$

$$K_{1X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 18666.66667 & -9333.33333 & 0 & 0 & 0 & -4666.66667 & -4666.66667 \\ -9333.33333 & 9333.33333 & 4666.66667 & 4666.66667 & 4666.66667 & 4666.66667 & 4666.66667 \\ 0 & 4666.66667 & 19600 & 466.66667 & 0 & 4666.66667 & 0 \\ 0 & 4666.66667 & 466.66667 & 20533.33333 & 466.66667 & 0 & 4666.66667 \\ 0 & 4666.66667 & 0 & 466.66667 & 19600 & 0 & 0 \\ -4666.66667 & 4666.66667 & 4666.66667 & 0 & 0 & 10266.66667 & 466.66667 \\ -4666.66667 & 4666.66667 & 0 & 4666.66667 & 0 & 466.66667 & 11200 \\ -4666.66667 & 4666.66667 & 0 & 0 & 4666.66667 & 0 & 466.66667 \end{bmatrix}$$

$$k_{aa} := \begin{bmatrix} K_{1X_{0,0}} & K_{1X_{0,1}} \\ K_{1X_{0,1}} & K_{1X_{1,1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18666.66667 & -9333.33333 \\ -9333.33333 & 9333.33333 \end{bmatrix}$$

$$k_{ab} := \begin{bmatrix} K_{1X_{0,2}} & K_{1X_{0,3}} & K_{1X_{0,4}} & K_{1X_{0,5}} & K_{1X_{0,6}} & K_{1X_{0,7}} \\ K_{1X_{1,2}} & K_{1X_{1,3}} & K_{1X_{1,4}} & K_{1X_{1,5}} & K_{1X_{1,6}} & K_{1X_{1,7}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -4666.66667 \\ 4666.66667 & 4666.66667 & 4666.66667 & 4666.66667 \end{bmatrix}$$

$$k_{ba} := \begin{bmatrix} K_{1X_{2,0}} & K_{1X_{2,1}} \\ K_{1X_{3,0}} & K_{1X_{3,1}} \\ K_{1X_{4,0}} & K_{1X_{4,1}} \\ K_{1X_{5,0}} & K_{1X_{5,1}} \\ K_{1X_{6,0}} & K_{1X_{6,1}} \\ K_{1X_{7,0}} & K_{1X_{7,1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4666.66667 \\ 0 & 4666.66667 \\ 0 & 4666.66667 \\ -4666.66667 & 4666.66667 \\ -4666.66667 & 4666.66667 \\ -4666.66667 & 4666.66667 \end{bmatrix}$$

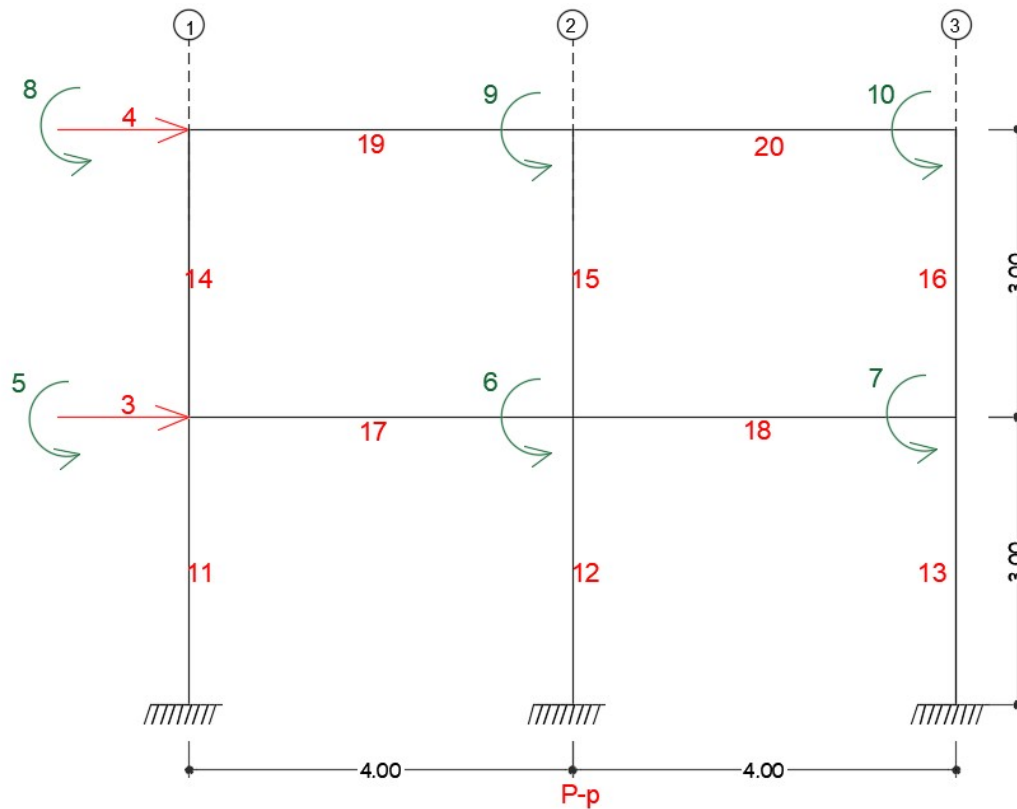
$$k_{bb} := \begin{bmatrix} K_{1X_{2,2}} & K_{1X_{2,3}} & K_{1X_{2,4}} & K_{1X_{2,5}} & K_{1X_{2,6}} & K_{1X_{2,7}} \\ K_{1X_{3,2}} & K_{1X_{3,3}} & K_{1X_{3,4}} & K_{1X_{3,5}} & K_{1X_{3,6}} & K_{1X_{3,7}} \\ K_{1X_{4,2}} & K_{1X_{4,3}} & K_{1X_{4,4}} & K_{1X_{4,5}} & K_{1X_{4,6}} & K_{1X_{4,7}} \\ K_{1X_{5,2}} & K_{1X_{5,3}} & K_{1X_{5,4}} & K_{1X_{5,5}} & K_{1X_{5,6}} & K_{1X_{5,7}} \\ K_{1X_{6,2}} & K_{1X_{6,3}} & K_{1X_{6,4}} & K_{1X_{6,5}} & K_{1X_{6,6}} & K_{1X_{6,7}} \\ K_{1X_{7,2}} & K_{1X_{7,3}} & K_{1X_{7,4}} & K_{1X_{7,5}} & K_{1X_{7,6}} & K_{1X_{7,7}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19600 & 466.66667 & 0 & 466.66667 \\ 466.66667 & 20533.33333 & 466.66667 & 0 \\ 0 & 466.66667 & 19600 & 0 \\ 4666.66667 & 0 & 0 & 10266.66667 \\ 0 & 4666.66667 & 0 & 466.66667 \\ 0 & 0 & 4666.66667 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{L1X} := k_{aa} - k_{ab} \cdot k_{bb}^{-1} \cdot k_{ba} = \begin{bmatrix} 12188.6371 & -4332.95 \\ -4332.95 & 2287.859 \end{bmatrix} \frac{\text{tonnef}}{m}$$

$$K_{L2X} := K_{L1X} = \begin{bmatrix} 12188.6371 & -4332.95 \\ -4332.95 & 2287.859 \end{bmatrix} \frac{\text{tonnef}}{m}$$

$$K_{L3X} := K_{L1X} = \begin{bmatrix} 12188.6371 & -4332.95 \\ -4332.95 & 2287.859 \end{bmatrix} \frac{\text{tonnef}}{m}$$

Matriz de rigidez lateral de los pórticos en la dirección Y - A-B-C



3) Vectores de colocación

Columnas

$$V_{c1} = [0 \ 0 \ 1 \ 3]$$

$$V_{c2} = [0 \ 0 \ 1 \ 4]$$

$$V_{c3} = [0 \ 0 \ 1 \ 5]$$

$$V_{c4} = [1 \ 3 \ 2 \ 6]$$

$$V_{c5} = [1 \ 4 \ 2 \ 7]$$

$$V_{c6} = [1 \ 5 \ 2 \ 8]$$

Vigas

$$V_{c7} = [3 \ 4]$$

$$V_{c8} = [4 \ 5]$$

$$V_{c9} = [6 \ 7]$$

$$V_{c10} = [7 \ 8]$$

4) Cálculo de las inercias

Datos:

Columnas

$$b_c = 0.5 \quad m$$

$$h_c = 0.4 \quad m$$

$$H = 3 \quad m$$

Vigas

$$b_v = 0.25 \quad m$$

$$h_v = 0.4 \quad m$$

$$L_y := 4.0 \quad m$$

$$E = 2100000 \quad \frac{\text{tonnef}}{m^2}$$

$$I_{cx} := \left(\frac{b_c \cdot h_c^3}{12} \right) \cdot 0.8 = 0.002133333 m^4$$

$$I_{vx} := \left(\frac{b_v \cdot h_v^3}{12} \right) \cdot 0.5 = 0.0006667 \quad m^4$$

3) Formulas

Columnas

$$f_1 := \frac{12 \cdot E \cdot I_{cx}}{H^3} = 1991.1111$$

$$a_1 := \frac{2 \cdot E \cdot I_{cx}}{H} = 2986.666667$$

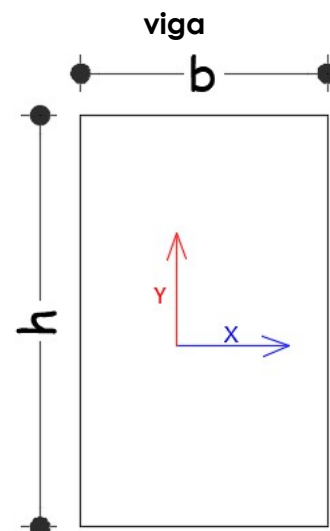
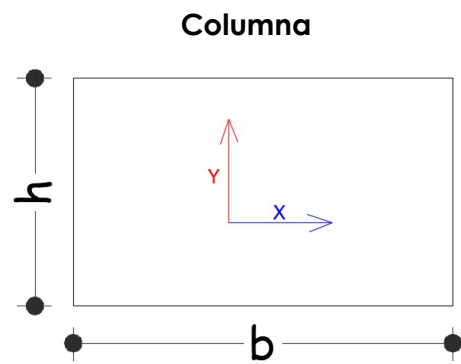
$$b_1 := \frac{6 \cdot E \cdot I_{cx}}{H^2} = 2986.6667$$

$$k_1 := \frac{4 \cdot E \cdot I_{cx}}{H} = 5973.333$$

Vigas

$$k_2 := \frac{4 \cdot E \cdot I_{vx}}{L_y} = 1400$$

$$a_2 := \frac{2 \cdot E \cdot I_{vx}}{L_y} = 700$$



Elemento 11 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{matrix} \end{matrix} \quad V_{c1} = [0 \ 0 \ 1 \ 3]$$

$$K_{11} := \begin{bmatrix} t_1 & 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 12 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{matrix} \end{matrix} \quad V_{c2} = [0 \ 0 \ 1 \ 4]$$

$$K_{12} := \begin{bmatrix} t_1 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 13 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_3 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 5 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{matrix} \end{matrix} \quad V_{c3} = [0 \ 0 \ 1 \ 5]$$

$$K_{13} := \begin{bmatrix} t_1 & 0 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 14 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_4 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 3 & 2 & 6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix} \quad V_{c4} = [1 \ 3 \ 2 \ 6]$$

$$K_{14} := \begin{bmatrix} t_1 & -t_1 & -b_1 & 0 & 0 & -b_1 & 0 & 0 \\ -t_1 & t_1 & b_1 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & k_1 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & a_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 15 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_5 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 4 & 2 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad V_{c5} = [1 \ 4 \ 2 \ 7]$$

$$K_{15} := \begin{bmatrix} t_1 & -t_1 & 0 & -b_1 & 0 & 0 & -b_1 & 0 \\ -t_1 & t_1 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & 0 & k_1 & 0 & 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & 0 & a_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 16 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_6 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 5 & 2 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 2 \\ 8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} t_1 & -b_1 & -t_1 & -b_1 \\ -b_1 & k_1 & b_1 & a_1 \\ -t_1 & b_1 & t_1 & b_1 \\ -b_1 & a_1 & b_1 & k_1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad V_{c6} = [1 \ 5 \ 2 \ 8]$$

$$K_{16} := \begin{bmatrix} t_1 & -t_1 & 0 & 0 & -b_1 & 0 & 0 & -b_1 \\ -t_1 & t_1 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & b_1 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & k_1 \end{bmatrix}$$

Elemento 17 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_7 = \begin{bmatrix} k_2 & a_2 \\ a_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \end{matrix}$$

$$V_{c7} = [3 \ 4]$$

$$K_{17} := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 18 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_8 = \begin{bmatrix} k_2 & a_2 \\ a_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 5 \end{matrix}$$

$$V_{c8} = [4 \ 5]$$

$$K_{18} := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_2 & a_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_2 & k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 19 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_9 = \begin{bmatrix} k_2 & a_2 \\ a_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 6 \\ 7 \end{matrix}$$

$$V_{c9} = [6 \ 7]$$

$$K_{19} := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_2 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elemento 20 - contribución de este elemento a la matriz de rigidez

$$K_{10} = \begin{bmatrix} k_2 & a_2 \\ a_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \end{matrix}$$

$$V_{c10} = [7 \ 8]$$

$$K_{20} := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_2 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$K_{AX} := K_{11} + K_{12} + K_{13} + K_{14} + K_{15} + K_{16} + K_{17} + K_{18} + K_{19} + K_{20}$$

$$K_{AX} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 11946.66667 & -5973.33333 & 0 & 0 & 0 & -2986.66667 & -2986.66667 \\ -5973.33333 & 5973.33333 & 2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 \\ 0 & 2986.66667 & 13346.66667 & 700 & 0 & 2986.66667 & 0 \\ 0 & 2986.66667 & 700 & 14746.66667 & 700 & 0 & 2986.66667 \\ 0 & 2986.66667 & 0 & 700 & 13346.66667 & 0 & 0 \\ -2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 & 0 & 0 & 7373.33333 & 700 \\ -2986.66667 & 2986.66667 & 0 & 2986.66667 & 0 & 700 & 8773.33333 \\ -2986.66667 & 2986.66667 & 0 & 0 & 2986.66667 & 0 & 700 \end{bmatrix}$$

$$k_{aa} := \begin{bmatrix} K_{AX_{0,0}} & K_{AX_{0,1}} \\ K_{AX_{0,1}} & K_{AX_{1,1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11946.66667 & -5973.33333 \\ -5973.33333 & 5973.33333 \end{bmatrix}$$

$$k_{ab} := \begin{bmatrix} K_{AX_{0,2}} & K_{AX_{0,3}} & K_{AX_{0,4}} & K_{AX_{0,5}} & K_{AX_{0,6}} & K_{AX_{0,7}} \\ K_{AX_{1,2}} & K_{AX_{1,3}} & K_{AX_{1,4}} & K_{AX_{1,5}} & K_{AX_{1,6}} & K_{AX_{1,7}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2986.66667 & -2986.66667 & -2986.66667 \\ 2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 \end{bmatrix}$$

$$k_{ba} := \begin{bmatrix} K_{AX_{2,0}} & K_{AX_{2,1}} \\ K_{AX_{3,0}} & K_{AX_{3,1}} \\ K_{AX_{4,0}} & K_{AX_{4,1}} \\ K_{AX_{5,0}} & K_{AX_{5,1}} \\ K_{AX_{6,0}} & K_{AX_{6,1}} \\ K_{AX_{7,0}} & K_{AX_{7,1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2986.66667 \\ 0 & 2986.66667 \\ 0 & 2986.66667 \\ -2986.66667 & 2986.66667 \\ -2986.66667 & 2986.66667 \\ -2986.66667 & 2986.66667 \end{bmatrix}$$

$$k_{bb} := \begin{bmatrix} K_{AX_{2,2}} & K_{AX_{2,3}} & K_{AX_{2,4}} & K_{AX_{2,5}} & K_{AX_{2,6}} & K_{AX_{2,7}} \\ K_{AX_{3,2}} & K_{AX_{3,3}} & K_{AX_{3,4}} & K_{AX_{3,5}} & K_{AX_{3,6}} & K_{AX_{3,7}} \\ K_{AX_{4,2}} & K_{AX_{4,3}} & K_{AX_{4,4}} & K_{AX_{4,5}} & K_{AX_{4,6}} & K_{AX_{4,7}} \\ K_{AX_{5,2}} & K_{AX_{5,3}} & K_{AX_{5,4}} & K_{AX_{5,5}} & K_{AX_{5,6}} & K_{AX_{5,7}} \\ K_{AX_{6,2}} & K_{AX_{6,3}} & K_{AX_{6,4}} & K_{AX_{6,5}} & K_{AX_{6,6}} & K_{AX_{6,7}} \\ K_{AX_{7,2}} & K_{AX_{7,3}} & K_{AX_{7,4}} & K_{AX_{7,5}} & K_{AX_{7,6}} & K_{AX_{7,7}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13346.66667 & 700 & 0 & 2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 \\ 700 & 14746.66667 & 700 & 2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 \\ 0 & 700 & 13346.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 & 2986.66667 \\ 2986.66667 & 0 & 0 & 7373.33333 & 700 & 700 \\ 0 & 2986.66667 & 0 & 700 & 8773.33333 & 700 \\ 0 & 0 & 2986.66667 & 700 & 700 & 700 \end{bmatrix}$$

$$K_{LAY} := k_{aa} - k_{ab} \cdot k_{bb}^{-1} \cdot k_{ba} = \begin{bmatrix} 8603.9208 & -3318.7815 \\ -3318.7815 & 2040.6177 \end{bmatrix} \frac{\text{tonnef}}{m}$$

$$K_{LBY} := K_{LAY} = \begin{bmatrix} 8603.9208 & -3318.7815 \\ -3318.7815 & 2040.6177 \end{bmatrix} \frac{\text{tonnef}}{m}$$

$$K_{LCY} := K_{LAY} = \begin{bmatrix} 8603.9208 & -3318.7815 \\ -3318.7815 & 2040.6177 \end{bmatrix} \frac{\text{tonnef}}{m}$$

5) Matriz de masas

Si la losa no es regular o tiene aberturas, el momento de inercia se encuentra empleando el teorema de los ejes paralelos. Para ello se tiene que dividir la planta de la estructura en figuras rectangulares y hallar el momento de inercia de cada figura rectangular con respecto al centro de masa y aplicar el teorema de los ejes paralelos, expresado mediante la siguiente ecuación.

$$J_i = \sum_j J_{CM_j} + m_j d_j^2$$

$$M := \begin{bmatrix} 11.3860 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.3961 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11.3860 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6.3961 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 197.989 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 110.865 \end{bmatrix}$$

Donde d_j es la distancia desde el centro de masas de la planta rectangular j al centro de masas total de la planta.

$$m_1 := 11.3860 \frac{\text{tonnef} \cdot s^2}{m}$$

$$m_2 := 6.3961 \frac{\text{tonnef} \cdot s^2}{m}$$

E

Mass Summary by Diaphragm

File

Edit

Format-Filter-Sort

Select

Options

Units: As Noted

Hidden Columns: No

Sort: None

Filter: None

	Story	Diaphragm	Mass X tonf-s ² /m	Mass Y tonf-s ² /m
	Story2	D1	6.30429	6.30429
▶	Story1	D1	12.59478	12.59478

6) Matriz de compatibilidad

La matriz de compatibilidad relaciona las coordenadas de un pórtico con las coordenadas de piso de la estructura

Matriz de compatibilidad de pórtico 1

$$\alpha_1 := 0 \quad r_1 := -4.1693 \quad r_2 := -4$$

$$A_1 := \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & 0 & \sin(\alpha_1) & 0 & r_1 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_1) & 0 & \sin(\alpha_1) & 0 & r_2 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -4.1693 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

Matriz de compatibilidad de pórtico 2

$$\alpha_2 := 0 \quad r_1 := -0.1693 \quad r_2 := 0$$

$$A_2 := \begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) & 0 & \sin(\alpha_2) & 0 & r_1 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_2) & 0 & \sin(\alpha_2) & 0 & r_2 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -0.1693 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz de compatibilidad de pórtico 3

$$\alpha_3 := 0 \quad r_1 := 3.8307 \quad r_2 := 4$$

$$A_3 := \begin{bmatrix} \cos(\alpha_3) & 0 & \sin(\alpha_3) & 0 & r_1 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_3) & 0 & \sin(\alpha_3) & 0 & r_2 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 3.8307 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Matriz de compatibilidad de pórtico A

$$\alpha_A := 90^\circ \quad r_1 := -6.2975 \quad r_2 := -6$$

$$A_A := \begin{bmatrix} \cos(\alpha_A) & 0 & \sin(\alpha_A) & 0 & r_1 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_A) & 0 & \sin(\alpha_A) & 0 & r_2 \end{bmatrix}$$

$$A_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -6.2975 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

Matriz de compatibilidad de pórtico B

$$\alpha_B := 90^\circ \quad r_1 := -0.2975 \quad r_2 := 0$$

$$A_B := \begin{bmatrix} \cos(\alpha_B) & 0 & \sin(\alpha_B) & 0 & r_1 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_B) & 0 & \sin(\alpha_B) & 0 & r_2 \end{bmatrix}$$

$$A_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -0.2975 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz de compatibilidad de pórtico C

$$\alpha_C := 90^\circ \quad r_1 := 5.7025 \quad r_2 := 6$$

$$A_C := \begin{bmatrix} \cos(\alpha_C) & 0 & \sin(\alpha_C) & 0 & r_1 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_C) & 0 & \sin(\alpha_C) & 0 & r_2 \end{bmatrix}$$

$$A_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 5.7025 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

7) Matriz de rigidez en coordenadas de piso

La matriz de rigidez lateral K_I es aquella matriz que esta asociada a las coordenadas laterales de piso K_E aplicando la siguiente ecuación.

$$K_E = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} K_L^{(i)} A^{(i)}$$

$$K_{E1} := A_1^T \cdot K_{L1X} \cdot A_1 = \begin{bmatrix} 12188.6371 & -4332.95 & 0 & 0 & -50818.0848 & 17331.8 \\ -4332.95 & 2287.859 & 0 & 0 & 18065.3684 & -9151.4362 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -50818.0848 & 18065.3684 & 0 & 0 & 211875.841 & -72261.4736 \\ 17331.8 & -9151.4362 & 0 & 0 & -72261.4736 & 36605.7446 \end{bmatrix}$$

$$K_{E2} := A_2^T \cdot K_{L2X} \cdot A_2 = \begin{bmatrix} 12188.6371 & -4332.95 & 0 & 0 & -2063.5363 & 0 \\ -4332.95 & 2287.859 & 0 & 0 & 733.5684 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2063.5363 & 733.5684 & 0 & 0 & 349.3567 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{E3} := A_3^T \cdot K_{L3X} \cdot A_3 = \begin{bmatrix} 12188.6371 & -4332.95 & 0 & 0 & 46691.0123 & -17331.8 \\ -4332.95 & 2287.859 & 0 & 0 & -16598.2315 & 9151.4362 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 46691.0123 & -16598.2315 & 0 & 0 & 178859.2607 & -66392.9262 \\ -17331.8 & 9151.4362 & 0 & 0 & -66392.9262 & 36605.7446 \end{bmatrix}$$

$$K_{EA} := A_A^T \cdot K_{LAY} \cdot A_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8603.9208 & -3318.7815 & -54183.1914 & 19912.6891 \\ 0 & 0 & -3318.7815 & 2040.6177 & 20900.0266 & -12243.7063 \\ 0 & 0 & -54183.1914 & 20900.0266 & 341218.648 & -125400.1594 \\ 0 & 0 & 19912.6891 & -12243.7063 & -125400.1594 & 73462.238 \end{bmatrix}$$

$$K_{EB} := A_B^T \cdot K_{LBY} \cdot A_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8603.9208 & -3318.7815 & -2559.6664 & 0 \\ 0 & 0 & -3318.7815 & 2040.6177 & 987.3375 & 0 \\ 0 & 0 & -2559.6664 & 987.3375 & 761.5008 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{EC} := A_C^T \cdot K_{LCY} \cdot A_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8603.9208 & -3318.7815 & 49063.8585 & -19912.6891 \\ 0 & 0 & -3318.7815 & 2040.6177 & -18925.3516 & 12243.7063 \\ 0 & 0 & 49063.8585 & -18925.3516 & 279786.6533 & -113552.1094 \\ 0 & 0 & -19912.6891 & 12243.7063 & -113552.1094 & 73462.238 \end{bmatrix}$$

$$K_E := K_{E1} + K_{E2} + K_{E3} + K_{EA} + K_{EB} + K_{EC}$$

$$K_E = \begin{bmatrix} 36565.9114 & -12998.85 & 0 & 0 & -6190.6088 & 0 \\ -12998.85 & 6863.5771 & 0 & 0 & 2200.7053 & 0 \\ 0 & 0 & 25811.7625 & -9956.3445 & -7678.9993 & 0 \\ 0 & 0 & -9956.3445 & 6121.8532 & 2962.0125 & 0 \\ -6190.6088 & 2200.7053 & -7678.9993 & 2962.0125 & 1012851.2604 & -377606.6687 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -377606.6687 & 220135.9652 \end{bmatrix}$$

$\frac{\text{tonnef}}{m}$

8) Cálculo de los valores propios y vectores propios normalizados en Matlab

```
>> [valores,vectores]=eig(k,m)
```

valores =

```
0.0011    0.1367   -0.0041    0.0007   -0.2626    0.0131
0.0024    0.3508    0.0070   -0.0005    0.1821   -0.0087
0.1499   -0.0010   -0.0069    0.2553    0.0015    0.0114
0.3410   -0.0025    0.0133   -0.1995   -0.0011   -0.0083
0.0007    0.0004   -0.0347    0.0014   -0.0023   -0.0619
0.0014    0.0007   -0.0827   -0.0051    0.0040    0.0462
```

vectores =

1.0e+03 *

```
0.2740         0         0         0         0         0
         0    0.2812         0         0         0         0
         0         0    0.5552         0         0         0
         0         0         0    2.9463         0         0
         0         0         0         0    3.9985         0
         0         0         0         0         0    6.5547
```

Valores propios

$$\lambda_i := \begin{bmatrix} 0.2740 \cdot 10^3 \\ 0.2812 \cdot 10^3 \\ 0.5552 \cdot 10^3 \\ 2.9463 \cdot 10^3 \\ 3.9985 \cdot 10^3 \\ 6.5547 \cdot 10^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 274 \\ 281.2 \\ 555.2 \\ 2946.3 \\ 3998.5 \\ 6554.7 \end{bmatrix}$$

$$\omega_i := \sqrt{\lambda_i} = \begin{bmatrix} 16.55295 \\ 16.76902 \\ 23.56268 \\ 54.27983 \\ 63.23369 \\ 80.9611 \end{bmatrix} \quad \frac{rad}{s}$$

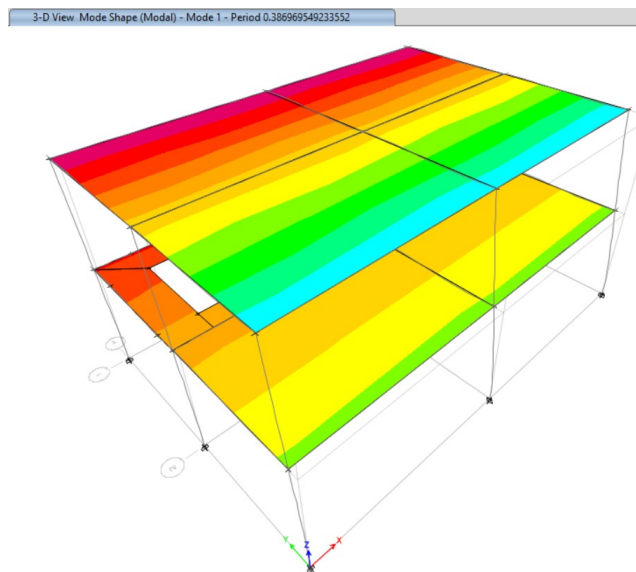
9) Frecuencia circular naturales y periodos naturales de vibración

$\omega_1 := \omega_{i_{0,0}} = 16.55295 \frac{rad}{s}$	Frecuencia del Modo 1	$T_1 := \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1} = 0.3796$	s	Periodo del Modo 1
$\omega_2 := \omega_{i_{1,0}} = 16.76902 \frac{rad}{s}$	Frecuencia del Modo 2	$T_2 := \frac{2 \cdot \pi}{\omega_2} = 0.37469$	s	Periodo del Modo 2
$\omega_3 := \omega_{i_{2,0}} = 23.56268 \frac{rad}{s}$	Frecuencia del Modo 3	$T_3 := \frac{2 \cdot \pi}{\omega_3} = 0.26666$	s	Periodo del Modo 3
$\omega_4 := \omega_{i_{3,0}} = 54.27983 \frac{rad}{s}$	Frecuencia del Modo 4	$T_4 := \frac{2 \cdot \pi}{\omega_4} = 0.11576$	s	Periodo del Modo 4
$\omega_5 := \omega_{i_{4,0}} = 63.23369 \frac{rad}{s}$	Frecuencia del Modo 5	$T_5 := \frac{2 \cdot \pi}{\omega_5} = 0.09936$	s	Periodo del Modo 5
$\omega_6 := \omega_{i_{5,0}} = 80.9611 \frac{rad}{s}$	Frecuencia del Modo 6	$T_6 := \frac{2 \cdot \pi}{\omega_6} = 0.07761$	s	Periodo del Modo 6

Modo de vibrar 1

$$\phi_1 := \begin{bmatrix} 0.0011 \\ 0.0024 \\ 0.1499 \\ 0.3410 \\ 0.0007 \\ 0.0014 \end{bmatrix}$$

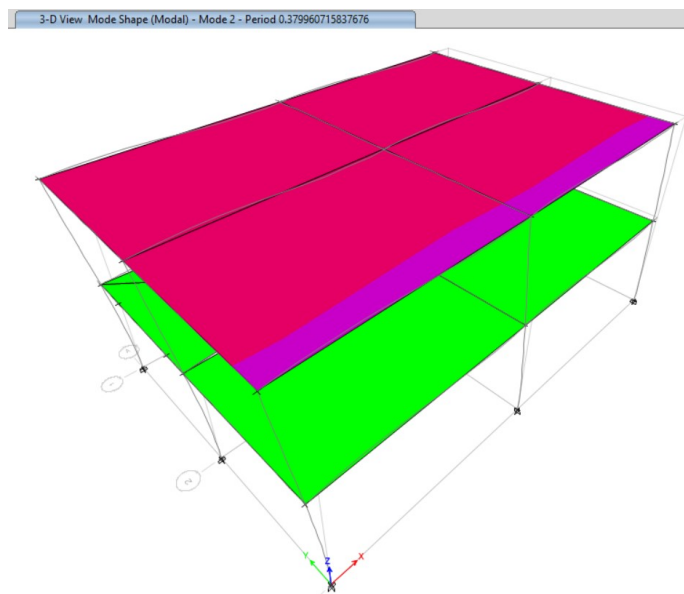
$$T_1 = 0.37958 \quad \text{seg}$$



Modo de vibrar 2

$$\varphi_2 := \begin{bmatrix} 0.1367 \\ 0.3508 \\ -0.0010 \\ -0.0025 \\ 0.0004 \\ 0.0007 \end{bmatrix}$$

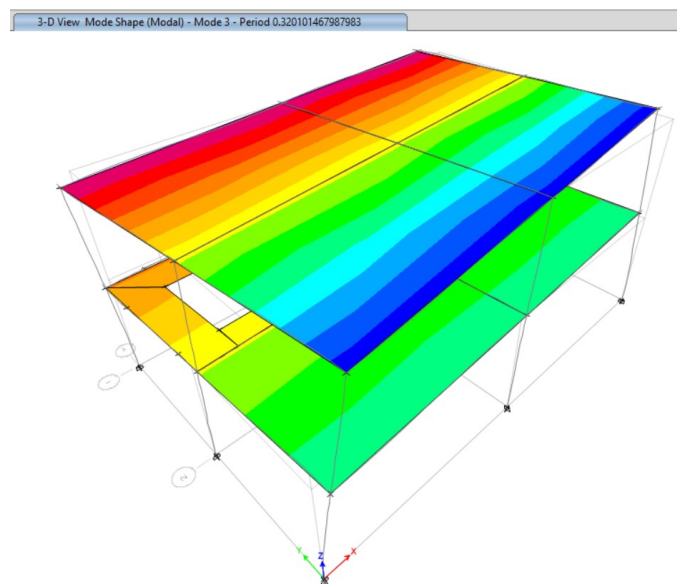
$$T_2 = 0.37469 \quad \text{seg}$$



Modo de vibrar 3

$$\varphi_3 := \begin{bmatrix} -0.0041 \\ 0.0070 \\ -0.0069 \\ 0.0133 \\ -0.0347 \\ -0.0827 \end{bmatrix}$$

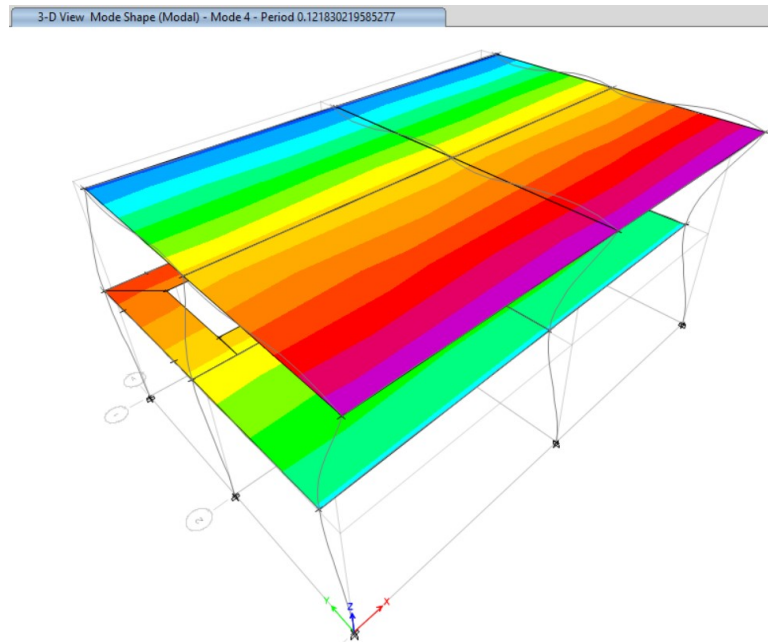
$$T_3 = 0.26666 \quad \text{seg}$$



Modo de vibrar 4

$$\Phi_4 := \begin{bmatrix} 0.0007 \\ -0.0005 \\ 0.2553 \\ -0.1995 \\ 0.0014 \\ -0.0051 \end{bmatrix}$$

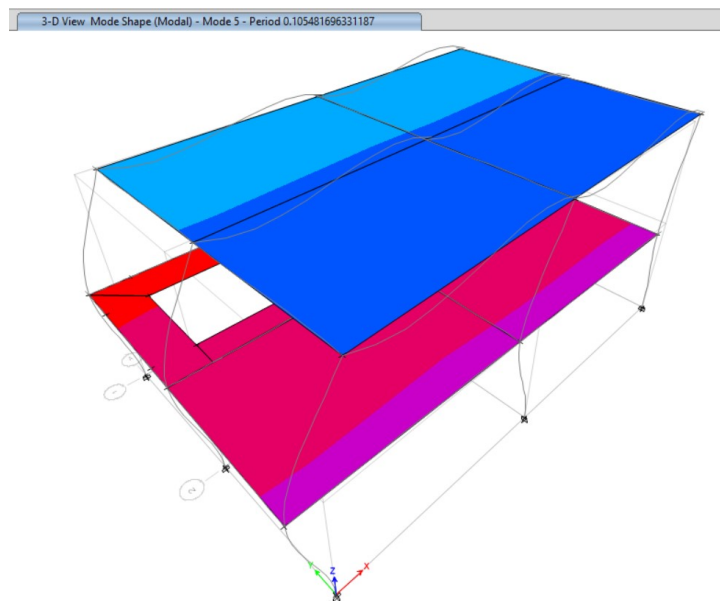
$$T_4 = 0.11576 \quad \text{seg}$$



Modo de vibrar 5

$$\Phi_5 := \begin{bmatrix} -0.2626 \\ 0.1821 \\ 0.0015 \\ -0.0011 \\ -0.0023 \\ 0.0040 \end{bmatrix}$$

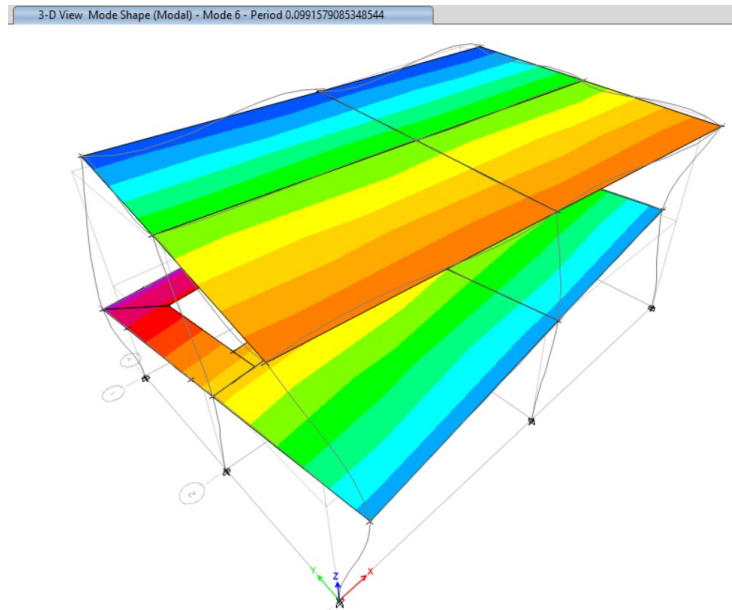
$$T_5 = 0.09936 \quad \text{seg}$$



Modo de vibrar 6

$$\Phi_6 := \begin{bmatrix} 0.0131 \\ -0.0087 \\ 0.0114 \\ -0.0083 \\ -0.0619 \\ 0.0462 \end{bmatrix}$$

$$T_6 = 0.07761 \quad \text{seg}$$



10) Espectro de diseño inelástico

Norma: NEC-15

Suelo A - Ubicación de la estructura Manta

$$Z := 0.5$$

PGA aceleración máxima en roca

$$F_a := 0.90$$

Coeficiente de amplificación de suelo en la zona de periodo corto

$$F_d := 0.9$$

Amplificación de las ordenadas del espectro elástico de respuesta de desplazamientos para diseño en roca

$$F_s := 0.75$$

Comportamiento no lineal de los suelos

$$n := 1.80$$

$\phi_p := 1$ Factor de regularidad en planta.

$$r := 1$$

$\phi_e := 1$ Factor de regularidad en altura

$$R := 8$$

Factor de reducción de resistencia sísmica

$$R \cdot \phi_p \cdot \phi_e = 8$$

$$I := 1$$

Coeficiente de
importancia

$$T_o := 0.1 \cdot F_s \cdot \frac{F_d}{F_a} = 0.075 \quad \text{Inicio de la meseta}$$

$$T_c := 0.55 \cdot F_s \cdot \frac{F_d}{F_a} = 0.4125 \quad \text{Fin de la meseta (Periodo limite de vibración)}$$

$$T \leq T_o \quad S_{a1}(T) := Z \cdot F_a \cdot \left(1 + (n-1) \cdot \frac{T}{T_o} \right)$$

$$T_o \leq T \leq T_c \quad S_{a2}(T) := n \cdot Z \cdot F_a$$

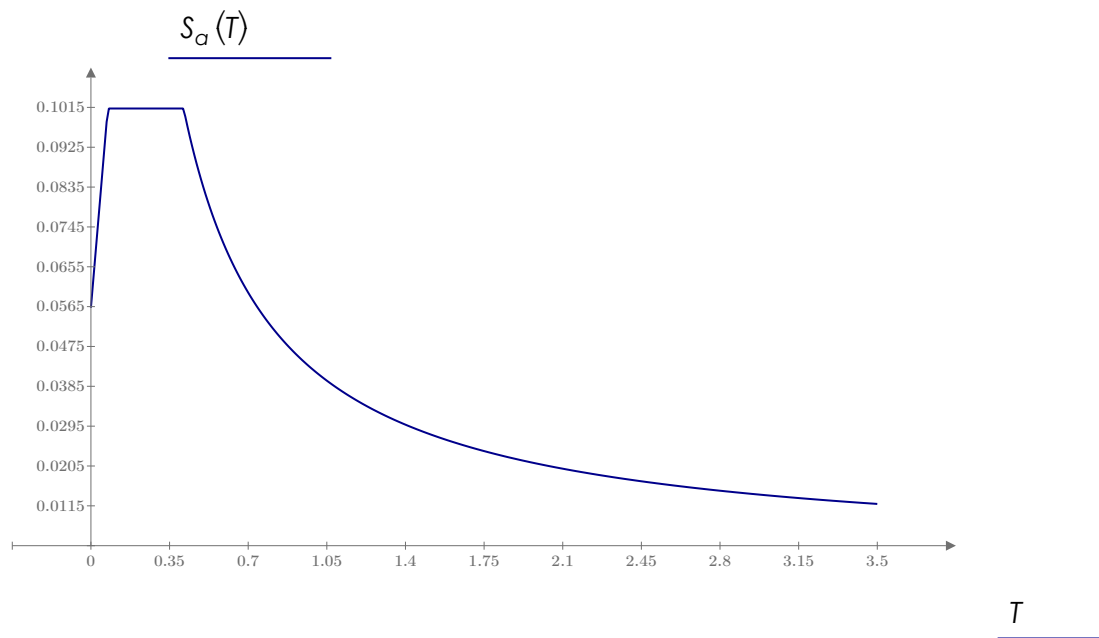
$$T > T_c \quad S_{a3}(T) := n \cdot Z \cdot F_a \cdot \left(\frac{T_c}{T} \right)^r$$

$$C(T) := \text{if}(T < T_o, S_{a1}(T), \text{if}(T \leq T_c, S_{a2}(T), S_{a3}(T)))$$

$$S_a(T) := \frac{I \cdot C(T)}{R \cdot \phi_p \cdot \phi_e}$$

Espectro de pseudo aceleraciones inelástico

$T := 0,001 \dots 3.5$



11) Aceleraciones espectral obtenidas para cada modo de vibración del espectro inelástico

$$S_a(T_1) = 0.1013 \quad g$$

$$S_a(T_2) = 0.1013 \quad g$$

$$S_a(T_3) = 0.1013 \quad g$$

$$S_a(T_4) = 0.1013 \quad g$$

$$S_a(T_5) = 0.1013 \quad g$$

$$S_a(T_6) = 0.1013 \quad g$$

12) Vector identidad

Donde 1 es el vector unitario de orden N; 0 es el vector que contiene solo ceros, de orden N. Siendo N el número de pisos.

$$b_y := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_x := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_z := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

13) Factores de participación modal

El factor de participación modal, se considera en valor absoluto y representa que tanto participa el modo en la respuesta.

$$\Gamma_1 := \frac{|\phi_1^T \cdot M \cdot b_y|}{|\phi_1^T \cdot M \cdot \phi_1|} = 3.888$$

$$\Gamma_2 := \frac{|\phi_2^T \cdot M \cdot b_x|}{|\phi_2^T \cdot M \cdot \phi_2|} = 3.8002$$

$$\Gamma_3 := \frac{|\phi_3^T \cdot M \cdot b_z|}{|\phi_3^T \cdot M \cdot \phi_3|} = 16.0578$$

$$\Gamma_4 := \frac{|\phi_4^T \cdot M \cdot b_y|}{|\phi_4^T \cdot M \cdot \phi_4|} = 1.6309$$

$$\Gamma_5 := \frac{|\phi_5^T \cdot M \cdot b_x|}{|\phi_5^T \cdot M \cdot \phi_5|} = 1.825$$

$$\Gamma_6 := \frac{|\phi_6^T \cdot M \cdot b_z|}{|\phi_6^T \cdot M \cdot \phi_6|} = 7.1363$$

13) Masas participativas

$$\beta_1 := \frac{(\varphi_1^T \cdot M \cdot b_y)^2}{\varphi_1^T \cdot M \cdot \varphi_1} = 15.11594$$

Masa participativa del Modo 1

$$\frac{\beta_1}{m_1 + m_2} = 85.0065\%$$

Porcentaje de Masa
participativa del Modo 1

$$\beta_2 := \frac{(\varphi_2^T \cdot M \cdot b_x)^2}{\varphi_2^T \cdot M \cdot \varphi_2} = 14.44145$$

Masa participativa del Modo 2

$$\frac{\beta_2}{m_1 + m_2} = 81.213\%$$

Porcentaje de Masa
participativa del Modo 2

$$\beta_4 := \frac{(\varphi_4^T \cdot M \cdot b_y)^2}{\varphi_4^T \cdot M \cdot \varphi_4} = 2.65968$$

Masa participativa del Modo 4

$$\frac{\beta_4}{m_1 + m_2} = 14.957\%$$

Porcentaje de Masa
participativa del Modo 4

$$\beta_5 := \frac{(\varphi_5^T \cdot M \cdot b_x)^2}{\varphi_5^T \cdot M \cdot \varphi_5} = 3.33109$$

Masa participativa del Modo 5

$$\frac{\beta_5}{m_1 + m_2} = 18.733\%$$

Porcentaje de Masa
participativa del Modo 5

E

Modal Participating Mass Ratios

File

Edit

Format-Filter-Sort

Select

Options

Units: As Noted

Hidden Columns: No

Sort: None

Filter: None

	Case	Mode	Period sec	UX	UY
▶	Modal	1	0.387	2.545E-05	0.8529
	Modal	2	0.38	0.8145	2.76E-05
	Modal	3	0.32	0.0001	0.0003
	Modal	4	0.122	2.712E-06	0.1461
	Modal	5	0.105	0.1812	3.116E-05
	Modal	6	0.099	0.0042	0.0007

14) Desplazamientos máximos modales

Con la ecuación siguiente se encuentra la respuesta de una estructura en cada modo de vibración. Para hallar la respuesta total se debe utilizar un criterio de combinación modal, que se estudiará en este capítulo, más adelante.

$$g := 9.81 \quad \frac{m}{s^2}$$

$$q_1 := \Gamma_1 \cdot \left(\frac{T_1}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot S_a(T_1) \cdot g \cdot \Phi_1 = \begin{bmatrix} 0.00002 \\ 0.00003 \\ 0.00211 \\ 0.00481 \\ 0.00001 \\ 0.00002 \end{bmatrix} \quad \text{metros} \quad \text{Desplazamiento horizontal en Y}$$

$$q_2 := \Gamma_2 \cdot \left(\frac{T_2}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot S_a(T_2) \cdot g \cdot \Phi_2 = \begin{bmatrix} 0.00183 \\ 0.00471 \\ -0.00001 \\ -0.00003 \\ 0.00001 \\ 0.00001 \end{bmatrix} \quad \text{metros} \quad \text{Desplazamiento horizontal en X}$$

$$q_3 := \Gamma_3 \cdot \left(\frac{T_3}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot S_a(T_3) \cdot g \cdot \Phi_3 = \begin{bmatrix} -0.00012 \\ 0.0002 \\ -0.0002 \\ 0.00038 \\ -0.001 \\ -0.00238 \end{bmatrix} \quad \text{rad} \quad \text{Rotación de piso}$$

$$q_4 := \Gamma_4 \cdot \left(\frac{T_4}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot S_a(T_4) \cdot g \cdot \Phi_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.00014 \\ -0.00011 \\ 0.000001 \\ -0.000003 \end{bmatrix} \quad \text{metros} \quad \text{Desplazamiento horizontal en Y}$$

$$q_5 := \Gamma_5 \cdot \left(\frac{T_5}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot S_a(T_5) \cdot g \cdot \Phi_5 = \begin{bmatrix} -0.000119 \\ 0.000083 \\ 0.000001 \\ 0 \\ -0.000001 \\ 0.000002 \end{bmatrix} \quad \text{metros} \quad \text{Desplazamiento horizontal en X}$$

$$q_6 := \Gamma_6 \cdot \left(\frac{T_6}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot S_a(T_6) \cdot g \cdot \Phi_6 = \begin{bmatrix} 0.000014 \\ -0.000009 \\ 0.000012 \\ -0.000009 \\ -0.000067 \\ 0.00005 \end{bmatrix} \quad \text{rad} \quad \text{Rotación de piso}$$

15) Fuerzas máximas modales

Si se realiza un análisis sísmico en coordenadas de piso, el vector Q es el vector que contiene las fuerzas y momentos en coordenadas de piso. En cambio si se realiza un análisis sísmico plano, el vector Q contiene las fuerzas laterales en cada uno de los pisos, que se nota también con la letra P. Es solo nomenclatura. Aguiar (2004)

Los factores de participación son adimensionales y lo que indican es que tanto participa el modo en la respuesta. De igual manera, los factores de participación no son únicos, dependen del valor de los modos de vibración, lo que sí es único son las fuerzas laterales que se tienen en cada modo de vibración y los desplazamientos modales.

$$Q_1 := \Gamma_1 \cdot S_a(T_1) \cdot g \cdot M \cdot \Phi_1 = \begin{bmatrix} 0.04837 \\ 0.05928 \\ 6.5912 \\ 8.42289 \\ 0.53522 \\ 0.5994 \end{bmatrix} \quad \text{tonef} \quad \text{Fuerza horizontal en sentido Y}$$

$$Q_2 := \Gamma_2 \cdot S_a(T_2) \cdot g \cdot M \cdot \varphi_2 = \begin{bmatrix} 5.87497 \\ 8.46918 \\ -0.04298 \\ -0.06036 \\ 0.29893 \\ 0.29293 \end{bmatrix} \quad \text{tonef} \quad \text{Fuerza horizontal en sentido X}$$

$$Q_3 := \Gamma_3 \cdot S_a(T_3) \cdot g \cdot M \cdot \varphi_3 = \begin{bmatrix} -0.74457 \\ 0.71411 \\ -1.25306 \\ 1.35681 \\ -109.57743 \\ -146.23474 \end{bmatrix} \quad \text{tonef} \cdot m \quad \text{Momento de torsión}$$

$$Q_4 := \Gamma_4 \cdot S_a(T_4) \cdot g \cdot M \cdot \varphi_4 = \begin{bmatrix} 0.01291 \\ -0.00518 \\ 4.70879 \\ -2.06702 \\ 0.44901 \\ -0.91591 \end{bmatrix} \quad \text{tonef} \quad \text{Fuerza horizontal en sentido Y}$$

$$Q_5 := \Gamma_5 \cdot S_a(T_5) \cdot g \cdot M \cdot \varphi_5 = \begin{bmatrix} -5.41998 \\ 2.11134 \\ 0.03096 \\ -0.01275 \\ -0.82547 \\ 0.80387 \end{bmatrix} \quad \text{tonef} \quad \text{Fuerza horizontal en sentido X}$$

$$Q_6 := \Gamma_6 \cdot S_a(T_6) \cdot g \cdot M \cdot \varphi_6 = \begin{bmatrix} 1.05726 \\ -0.39443 \\ 0.92006 \\ -0.3763 \\ -86.87031 \\ 36.30581 \end{bmatrix} \quad \text{tonef} \cdot m \quad \text{Momento de torsión}$$

16) Combinación modal SRSS (Raíz cuadrada de la suma de los cuadrados)

En el Método de Superposición Modal, se hallan las respuestas en cada modo de vibración y para encontrar la respuesta resultante, se debe aplicar un criterio de combinación modal. En la literatura existen una gran cantidad de criterios entre los cuales vamos a utilizar el SRSS.

Sea r un cierto valor de respuesta que se desea obtener, puede ser un desplazamiento, un momento, un corte, etc. El criterio del valor máximo probable, es:

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^N (r_i)^2}$$

Donde N es el número de modos que se consideran en la respuesta, i es el modo de vibración. Por su sencillez es uno de los más utilizados. Es apropiado su uso cuando las frecuencias naturales de vibración se encuentran bastante separadas, más del 10%. Utilizar este criterio cuando no cumple esta condición puede llevar a subestimar la respuesta. Este criterio también es conocido por las siglas SRRS (Square Root Sum of Squares)

Cortante basal en dirección Y

$$Q_{p1_m1y} := Q_{1_{2,0}} = 6.5912 \quad tonnef \quad \text{Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 1}$$

$$Q_{p1_m2y} := Q_{2_{2,0}} = -0.043 \quad tonnef \quad \text{Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 2}$$

$$Q_{p1_m3y} := Q_{3_{2,0}} = -1.2531 \quad tonnef \quad \text{Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 3}$$

$$Q_{p1_m4y} := Q_{4_{2,0}} = 4.7088 \quad tonnef \quad \text{Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 4}$$

$$Q_{p1_m5y} := Q_{5_{2,0}} = 0.031 \quad tonnef \quad \text{Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 5}$$

$$Q_{p1_m6y} := Q_{6_{2,0}} = 0.9201 \quad tonnef \quad \text{Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 6}$$

$$Q_{piso1Y} := \sqrt{(Q_{p1_m1y})^2 + (Q_{p1_m2y})^2 + (Q_{p1_m3y})^2 + (Q_{p1_m4y})^2 + (Q_{p1_m5y})^2 + (Q_{p1_m6y})^2} = 8.2484$$

$$Q_{piso1Y} = 8.2484 \quad tonef \quad \text{Fuerza obtenida por la combinación SRSS en el piso 1}$$

$$Q_{p2_m1y} := Q_{1_{3,0}} = 8.4229 \quad tonnef \quad \text{Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 1}$$

$$Q_{p2_m2y} := Q_{2_{3,0}} = -0.0604 \quad tonnef \quad \text{Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 2}$$

$$Q_{p2_m3y} := Q_{3_{3,0}} = 1.3568 \quad tonnef \quad \text{Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 3}$$

$$Q_{p2_m4y} := Q_{4_{3,0}} = -2.067 \quad tonnef \quad \text{Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 4}$$

$$Q_{p2_m5y} := Q_{5_{3,0}} = -0.0128 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 5

$$Q_{p2_m6y} := Q_{6_{3,0}} = -0.3763 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 6

$$Q_{piso2Y} := \sqrt{(Q_{p2_m1y})^2 + (Q_{p2_m2y})^2 + (Q_{p2_m3y})^2 + (Q_{p2_m4y})^2 + (Q_{p2_m5y})^2 + (Q_{p2_m6y})^2} = 8.78658$$

$$Q_{piso2Y} = 8.7866 \text{ tonnef}$$

Fuerza obtenida por la combinación SRSS en el
piso 2

$$V_{oY} := Q_{piso1Y} + Q_{piso2Y} = 17.03498 \text{ tonnef}$$

Cortante basal en dirección X

$$Q_{p1_m1x} := Q_{1_{0,0}} = 0.0484 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 1

$$Q_{p1_m2x} := Q_{2_{0,0}} = 5.875 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 2

$$Q_{p1_m3x} := Q_{3_{0,0}} = -0.7446 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 3

$$Q_{p1_m4x} := Q_{4_{0,0}} = 0.0129 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 4

$$Q_{p1_m5x} := Q_{5_{0,0}} = -5.42 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 5

$$Q_{p1_m6x} := Q_{6_{0,0}} = 1.0573 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 1 - modo 6

$$Q_{piso1X} := \sqrt{(Q_{p1_m1x})^2 + (Q_{p1_m2x})^2 + (Q_{p1_m3x})^2 + (Q_{p1_m4x})^2 + (Q_{p1_m5x})^2 + (Q_{p1_m6x})^2}$$

$$Q_{piso1X} = 8.0973 \text{ tonnef}$$

Fuerza obtenida por la combinación SRSS en el
piso 1

$$Q_{p2_m1x} := Q_{1_{1,0}} = 0.0593 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 1

$$Q_{p2_m2x} := Q_{2_{1,0}} = 8.4692 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 2

$$Q_{p2_m3x} := Q_{3_{1,0}} = 0.7141 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 3

$$Q_{p2_m4x} := Q_{4_{1,0}} = -0.0052 \text{ tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 4

$$Q_{p2_m1x} := Q_{5_{1,0}} = 2.1113 \quad \text{tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 5

$$Q_{p2_m6x} := Q_{6_{1,0}} = -0.3944 \quad \text{tonnef}$$

Fuerza aplicada en el piso 2 - modo 6

$$Q_{piso2X} := \sqrt{(Q_{p2_m1x})^2 + (Q_{p2_m2x})^2 + (Q_{p2_m3x})^2 + (Q_{p2_m4x})^2 + (Q_{p2_m5x})^2 + (Q_{p2_m6x})^2} = 8.76663$$

$$Q_{piso2X} = 8.76663 \quad \text{tonnef}$$

Fuerza obtenida por la combinación SRSS en el piso 2

$$V_{oX} := Q_{piso1X} + Q_{piso2X} = 16.86392 \quad \text{tonnef}$$

17) Cálculo del cortante basal mínimo

Calculo de la carga sísmica reactiva

W

$$m_1 = 11.386 \quad \frac{\text{tonnef} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} \quad g := 9.81 \quad \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$m_2 = 6.3961 \quad \frac{\text{tonnef} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

$$W := (m_1 + m_2) \cdot g = 174.4424 \quad \text{tonnef}$$

Cálculo del periodo de vibración según NEC-SE-DS ítem 6.3.3

$$h_n := 6 \quad \text{m}$$

$$c_t := 0.055$$

$$\alpha := 0.9$$

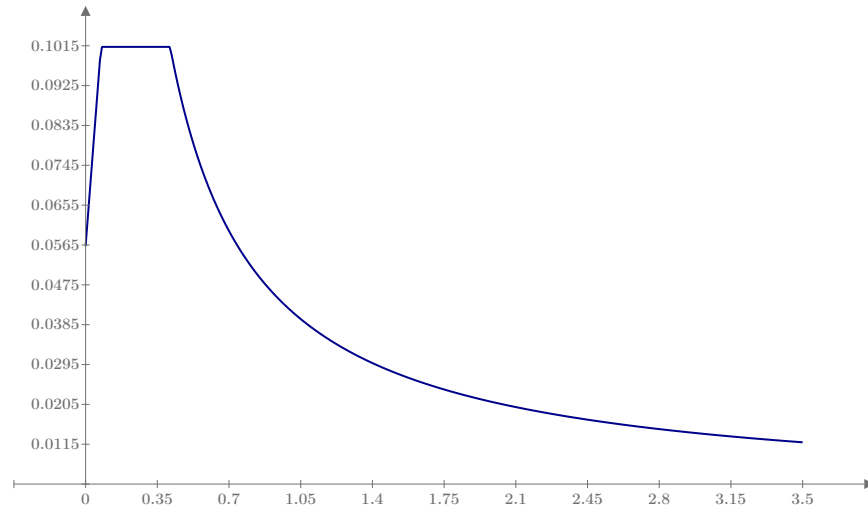
$$T_n := c_t \cdot (h_n)^\alpha = 0.27587 \quad \text{seg}$$

Tipo de estructura	c_t	α
Estructuras de acero		
Sin arriostramientos	0.072	0.8
Con arriostramientos	0.073	0.75
Pórticos especiales de hormigón armado		
Sin muros estructurales ni diagonales rigidizadoras	0.055	0.9
Con muros estructurales o diagonales rigidizadoras y para otras estructuras basadas en muros estructurales y mampostería estructural	0.055	0.75

Espectro de diseño elástico

$$S_o(T) := C(T)$$

$$S_o(T)$$



T

$$S_o(T_n) = 0.81 \quad g$$

Donde I es el factor de importancia; $S_a(t_n)$ es el coeficiente de la aceleración de la gravedad del espectro elástico, asociada al período fundamental; R es el factor de reducción de las fuerzas sísmicas, que en este ejercicio se considera $R=8$; ϕ_p , ϕ_e , factores que toman en cuenta las irregularidades en planta y elevación; en este ejemplo valen 1. W es el peso reactivo que es igual a la carga muerta más un porcentaje de carga viva en casos especiales

$$V_{min} := \frac{I \cdot (S_o(T_n))}{R \cdot \phi_p \cdot \phi_e} \cdot W = 17.66229 \quad \text{tonel}$$

El cortante basal encontrado del análisis dinámico es $V_{ox} = 16.86392$ y $V_{oy} = 17.03498$. Este cortante tiene que ser mayor igual al 80% del cortante basal mínimo en estructuras regulares y el 85% del cortante basal mínimo para estructuras irregulares

$$f_{CY} := \frac{V_{min} \cdot 0.8}{V_{oy}} = 0.82946$$

$$F.C_Y := \max\left(1, \frac{V_{min} \cdot 0.8}{V_{oy}}\right) = 1$$

$$Q_Y := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Q_{\text{piso1Y}} \\ Q_{\text{piso2Y}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot F.C_Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 8.2484 \\ 8.7866 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{tonef}$$

$$f_{cX} := \frac{V_{\min} \cdot 0.8}{V_{oX}} = 0.83787$$

$$F.C_X := \max \left(1, \frac{V_{\min} \cdot 0.8}{V_{oX}} \right) = 1$$

El cortante basal mínimo es menor que el cortante hallado del análisis dinámico y por lo tanto el factor de corrección es menor a 1 y no se tiene que amplificar el cortante basal dinámico

$$Q_X := \begin{bmatrix} Q_{\text{piso1X}} \\ Q_{\text{piso2X}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot F.C_X = \begin{bmatrix} 8.0973 \\ 8.76663 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{tonef}$$

18) Cálculo de los desplazamientos elásticos

$$P = p \cdot k$$

$$q_{eY} := K_E^{-1} \cdot Q_Y = \begin{bmatrix} 0.000001 \\ 0 \\ 0.002345 \\ 0.005246 \\ 0.000007 \\ 0.000012 \end{bmatrix} \text{ metros}$$

$$q_{eX} := K_E^{-1} \cdot Q_X = \begin{bmatrix} 0.002068 \\ 0.005193 \\ 0.000001 \\ 0 \\ 0.000004 \\ 0.000006 \end{bmatrix} \text{ metros}$$

De acuerdo a la NEC-SE-DS-15 los **desplazamientos inelásticos** se encuentran con la siguiente ecuación:

$$q_{ineY} := 0.75 \cdot R \cdot \phi_p \cdot \phi_e \cdot q_{eY} = \begin{bmatrix} 0.000007 \\ 0 \\ 0.014071 \\ 0.031476 \\ 0.000041 \\ 0.00007 \end{bmatrix} \text{ metros}$$

$$q_{ineX} := 0.75 \cdot R \cdot \phi_p \cdot \phi_e \cdot q_{eX} = \begin{bmatrix} 0.012408 \\ 0.031156 \\ 0.000007 \\ 0 \\ 0.000023 \\ 0.000039 \end{bmatrix} \text{ metros}$$

El desplazamiento lateral máximo que tendrá la estructura es de 0.01828 metros en el segundo piso

19) Cálculo de la deriva máxima inelástica

Ahora se procede con el control de la deriva o distorsión de piso, que se halla dividiendo el desplazamiento relativo inelástico para la altura de piso.

DERIVA DE PISO

Desplazamiento lateral relativo de un piso - en particular por la acción de una fuerza horizontal - con respecto al piso consecutivo, medido en dos puntos ubicados en la misma línea vertical de la estructura. Se calcula restando del desplazamiento del extremo superior el desplazamiento del extremo inferior del piso.

Análisis en sentido Y

$$q_{e1Y} := q_{ineY_{2,0}} = 0.014071 \quad \text{Desplazamiento del piso 1 - sentido Y}$$

$$q_{e2Y} := q_{ineY_{3,0}} = 0.031476 \quad \text{Desplazamiento del piso 2 - sentido Y}$$

$$h_1 := 3 \quad \text{metros} \quad \text{Altura de piso 1}$$

$$h_2 := 3 \quad \text{metros} \quad \text{Altura de piso 2}$$

$$\Delta_{M1Y} := \left(\frac{q_{e1Y} - 0}{h_1} \right) = 0.469\%$$

Deriva inelástica en el piso 1 - sentido Y

$$\Delta_{M2Y} := \left(\frac{q_{e2Y} - q_{e1Y}}{h_2} \right) = 0.5802\%$$

Deriva inelástica en el piso 2 -
sentido Y

La deriva de piso máxima encontrada en sentido Y es de 0.5706%, cantidad menor al 2% permitida por la NEC-15

Análisis en sentido X

$$q_{e1x} := q_{ineX_{0,0}} = 0.0124 \text{ metros}$$

Desplazamiento del piso 1

$$q_{e2x} := q_{ineX_{1,0}} = 0.0312 \text{ metros}$$

Desplazamiento del piso 2

$$\Delta_{M1X} := \left(\frac{q_{e1x} - 0}{h_1} \right) = 0.414\%$$

Deriva inelástica en el piso 1

$$\Delta_{M2X} := \left(\frac{q_{e2x} - q_{e1x}}{h_2} \right) = 0.6249\%$$

Deriva inelástica en el piso 2

La deriva de piso máxima encontrada en sentido X es de 0.6145%, cantidad menor al 2% permitida por la NEC-15

Límites de la deriva: la deriva máxima inelástica Δ_M de cada piso debe calcularse mediante:

$$\Delta_M = 0.75R\Delta_E$$

Dónde:

Δ_M Deriva máxima inelástica

Δ_E Desplazamiento obtenido en aplicación de las fuerzas laterales de diseño reducidas

R Factor de reducción de resistencia (véase la sección [6.3.4](#))

11.- Efectos P - delta

Cuando se tienen desplazamientos laterales significativos, el peso propio tiende a voltearla, de tal manera que en la estructura deformada, por la acción sísmica, actúan cargas adicionales los mismos que son tomados en cuenta cuándo se analiza con teoría de segundo orden. Las normativas sísmicas tratan este tema en forma simplificada controlando el efecto p - delta. Para ello se debe determinar el **índice de estabilidad** de piso. θ_i

$$\theta_i = \frac{P_i \delta_{ei}}{V_i h_i}$$

Donde P_i es la carga vertical que gravita desde el piso i hasta el tope, se calcula en función de la carga muerta D más el porcentaje de la carga viva L en casos especiales; V_i es el cortante de piso; δ_{ei} es la deriva de piso calculada con los desplazamientos elásticos p , y h_i es la altura de entrepiso. Se destaca que es la deriva de piso elástica.

El NEC-15 establece que si $\theta_i \leq 0.10$ la estructura no tiene problemas de efecto $P-\Delta$ y se prosigue con el cálculo pero si $\theta_i \geq 0.30$ la estructura debe ser reforzada a menos que se demuestre mediante un análisis de segundo orden que la estructura sigue siendo estable. Finalmente si $0.10 < \theta_i < 0.30$ tanto las derivas de piso como las fuerzas estáticas se multiplicarán por:

$$f_{P-\Delta} = \frac{1}{1 - \theta_i}$$

Piso	Fuerza horizontal (Tonef)	Cortante (Tonef)	Peso desde el piso al tope (Tonef)	Deriva de piso elástica	θ_i	Control $\theta_i < 0.1$
Dirección Y						
1	8.2484	17.035	174.4424	0.00078167	0.00800445	Cumple
2	8.7866	8.7866	62.7457	0.000967	0.00690542	Cumple
Dirección X						
1	8.0973	16.8639	174.4424	0.00068933	0.00713055	Cumple
2	8.7666	8.7666	62.7457	0.00104167	0.00745559	Cumple

m1=	11.386	tonef*s2/m	Peso 1=	111.69666	tonef	q1 elástico y =	0.2345	cm	$\Delta e1 =$	0.00078167
m2=	6.3961	tonef*s2/m	Peso 2=	62.745741	tonef	q2 elástico y=	0.5246	cm	$\Delta e2 =$	0.000967
						q1 elástico x =	0.2068	cm	$\Delta e1 =$	0.00068933
						q2 elástico x =	0.5193	cm	$\Delta e2 =$	0.00104167
								h=	300	cm