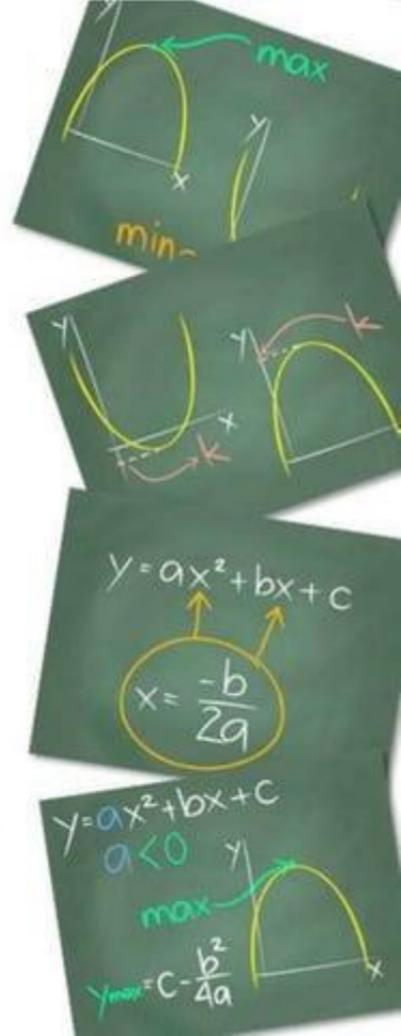


# FUNCIÓN CUADRÁTICA

## Ejercicios y aplicaciones



## ACTIVIDAD 1: LA PARÁBOLA Y SUS ELEMENTOS

Mariana debe hacer distintos carteles rectangulares para la escenografía del acto. Estos llevan un borde o marco de un color diferente del cuerpo del cartel.

Para su fabricación decide que todos midan 16 dm de perímetro y une los extremos de una cuerda de esa longitud para analizar cómo varía el área del rectángulo en función de la base.

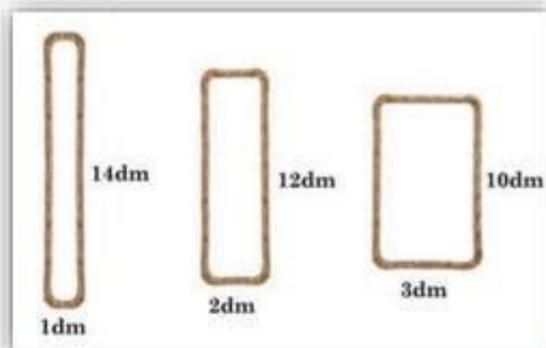
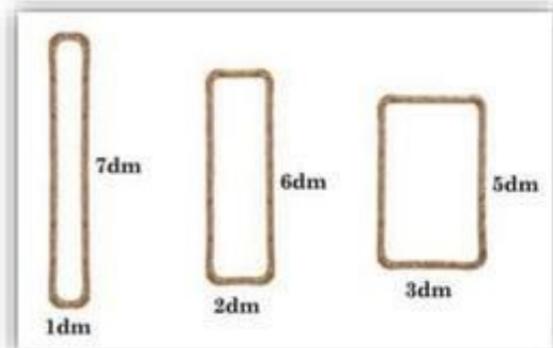
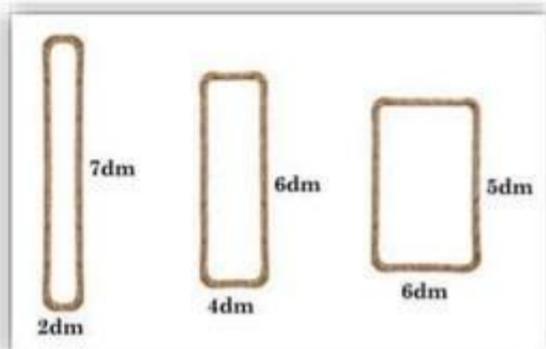
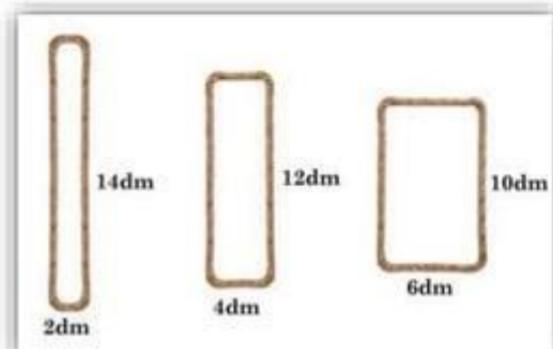
Mariana armó el siguiente cuadrado de perímetro 16, ¿Cuáles otros cumplen con la condición del problema?



4

*Continúa...*

Selecciona la opción correcta:



¿Cuál de las siguientes tablas Base vs. Área representa nuestro problema?

Base	1	2	3	4	5	6	7
Área	7	12	15	16	18	20	22

Base	1	2	3	4	5	6	7
Área	7	12	15	16	15	12	7

Base	1	2	3	4	5	6	7
Área	14	16	18	20	22	24	26

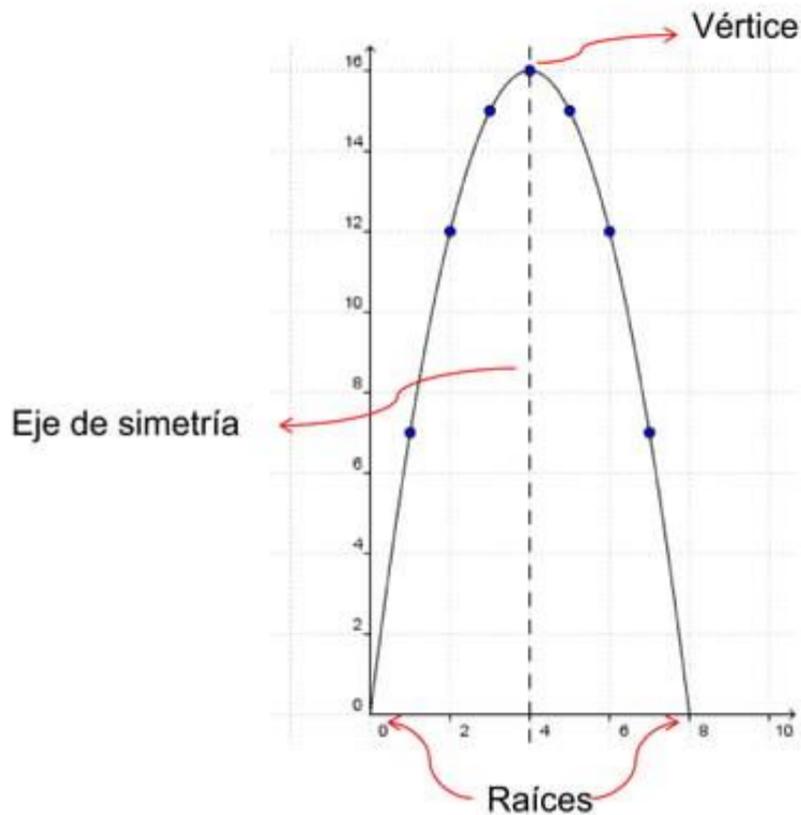
Si volcamos los datos en un gráfico cartesiano (Base vs Área) ¿Qué tipo de gráfica crees que obtendríamos?

Recta

Parábola



# VEAMOS SUS ELEMENTOS



¿Cuál será la fórmula para definir el área en función de la base que representa a la parábola anterior?

$$A(b) = 8b - b^2$$

$$A(b) = 8b + b^2$$

$$A(b) = 6b$$



Una **función cuadrática** o **función de segundo grado** es una función polinómica en la cual en uno de sus términos la variable está elevada al cuadrado.

Las gráficas de estas funciones corresponden a parábolas (con el eje de simetría paralelo al eje de las ordenadas), con la particularidad de que cuando  $a > 0$ , el vértice de la parábola es un mínimo (y la parábola se abre "hacia arriba"), y cuando  $a < 0$  el vértice es un máximo (y la parábola se abre "hacia abajo").



## ACTIVIDAD 2: BHASKARA Y SUS RAÍCES

Las edades de Andrea y Miguel suman 41 años, el producto de ambas edades es de 414 años. ¿Cuántos años tendrán Andrea y Miguel?

Selecciona la opción que representa la situación planteada:

$$\begin{cases} a + m = 41 \\ a \cdot m = 414 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + m = 414 \\ a \cdot m = 41 \end{cases}$$



Sustituyendo una en otra obtenemos:

$$m^2 - 41m + 414 = 0$$

Intentemos resolver esta ecuación de la manera que veníamos resolviendo toda ecuación.

$$m^2 - 41m = -414$$

$$m^2 = -414 + 41m$$

$$m = \sqrt{-414 + 41m}$$

¿Crees que este camino es el correcto? ¿Llegaré a encontrar el valor de  $m$ ? ¿Quieres saber como resolver este tipo de ecuaciones?

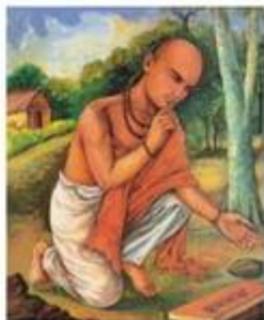


# FÓRMULA DE BHASKARA

¿Quién era Bhaskara?

Bhaskara (1114 – 1185) es probablemente el matemático hindú de la antigüedad mejor conocido. Fue el último de los matemáticos clásicos de la India y representa la cima del conocimiento matemático del siglo XII.

Quizás la más famosa de sus fórmulas sea la solución de la ecuación de segundo grado, de la que obtiene siempre dos soluciones.



$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ahora podemos continuar con la Actividad 2

$$m^2 - 41m + 414 = 0$$

$$a = 1, b = -41, c = 414$$

Aplicando Bhaskara ¿que solución obtendríamos?

Las edades son: 20 y 21 años

Las edades son: 18 y 23 años

No tiene solución



Observa como se realiza...

$$m^2 - 41m + 414 = 0$$

$$a = 1, b = -41, c = 414$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$m_{1,2} = \frac{41 \pm \sqrt{(-41)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 414}}{2 \cdot 1}$$

$$m_{1,2} = \frac{41 \pm \sqrt{25}}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} m_1 = 23 \\ m_2 = 18 \end{array} \right.$$

Respuesta: Las edades son 23 y 18 años.



## AHORA ANALICEMOS EL DISCRIMINANTE DE LA ECUACIÓN DE BHASKARA

- Discriminante positivo:  $b^2 - 4ac > 0$

Si el discriminante es positivo obtendremos dos raíces distintas.

- Discriminante negativo:  $b^2 - 4ac < 0$

Si el discriminante es negativo no obtendremos raíces reales, ya que la raíz de un número negativo no tiene solución en  $\mathbb{R}$ .

- Discriminante nulo:  $b^2 - 4ac = 0$

Si el discriminante es igual a cero obtendremos una raíz doble

### ACTIVIDAD 3: ¿QUÉ TIPO DE RAÍZ OBTENDRÉ?

Averiguar si las siguientes funciones tendrán dos raíces, una raíz o ninguna:

a)  $y = x^2 - x - 2$

b)  $y = x^2 - 2x + 2$

c)  $y = x^2 - 2x + 1$

Comencemos...

a)  $b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$

DOS RAÍCES

UNA RAÍZ  
DOBLE

NINGUNA



$$b) y = x^2 - 2x + 2$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4$$

Entonces tendrá:

DOS RAÍCES

UNA RAIZ  
DOBLE

NINGUNA



$$c) y = x^2 - 2x + 1$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$$

Entonces tendrá:

DOS RAÍCES

UNA RAIZ  
DOBLE

NINGUNA



## ACTIVIDAD 4: EJE DE SIMETRÍA, VÉRTICE Y CONCAVIDAD

Graficar la siguiente función:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$$

¿Comenzamos?

Para poder graficar una función cuadrática necesitamos encontrar: la intersección con los ejes coordenados (ordenada al origen y raíces), el eje de simetría y el vértice.

Con estos elementos estamos en condiciones de esbozar la parábola



Ya estamos en condiciones de encontrar las raíces.

Ahora veamos como encontrar el eje de simetría y el vértice

$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad \text{ó} \quad x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_v = f(x_v)$$

- El eje de simetría es  $x = x_v$
  - El vértice es  $(x_v, y_v)$
  - La concavidad dependerá del vértice.
- 

- La intersección con el eje y será:

¡Aclaración! Recordar que para hallar la intersección con el eje y, debemos hacer cero a x ( $x = 0$ )

(4; 0)

(0; 4)

(0; 0)



- La intersección con el eje y será:

$$y = \frac{1}{2} \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + 4 \rightarrow y = 4 \rightarrow (0; 4)$$



- La intersección con el eje x será:

¡Aclaración! Recordar que para hallar la intersección con el eje x, debemos hacer cero a y ( $y = 0$ )

**(4; 0) y (2; 0)**

**(0; 4) y (0; 2)**

**No corta a x**



$$0 = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$$

Aplicando Bhaskara

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 - 8} \rightarrow x_{1,2} = 3 \pm 1 \begin{cases} \rightarrow x_1 = 4 \rightarrow (4; 0) \\ \rightarrow x_1 = 2 \rightarrow (2; 0) \end{cases}$$

- El eje de simetría será:

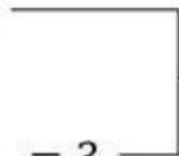
Recordar que el eje de simetría es la recta  $x = x_v$

$$x = 1$$

$$x = 2$$

$$x = 3$$



$$x_v = \frac{-b}{2a} \rightarrow x_v = \frac{3}{2 \cdot \frac{1}{2}} \rightarrow x_v = 3$$
$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} \rightarrow x_v = \frac{2 + 4}{2} \rightarrow x_v = 3$$


The diagram shows two horizontal lines representing the results of the calculations above. From the end of the top line, a vertical line goes down, then a horizontal line goes right, then a vertical line goes up, and finally a horizontal line goes right to the box. From the end of the bottom line, a vertical line goes up, then a horizontal line goes right, then a vertical line goes down, and finally a horizontal line goes right to the box. The box is green and contains the text  $x = 3$ .

$$x = 3$$

- Y por último, el vértice será:

Recordar que el vértice es  $(x_v, y_v)$

$$\left(3; -\frac{1}{2}\right)$$

$$(3; -2)$$

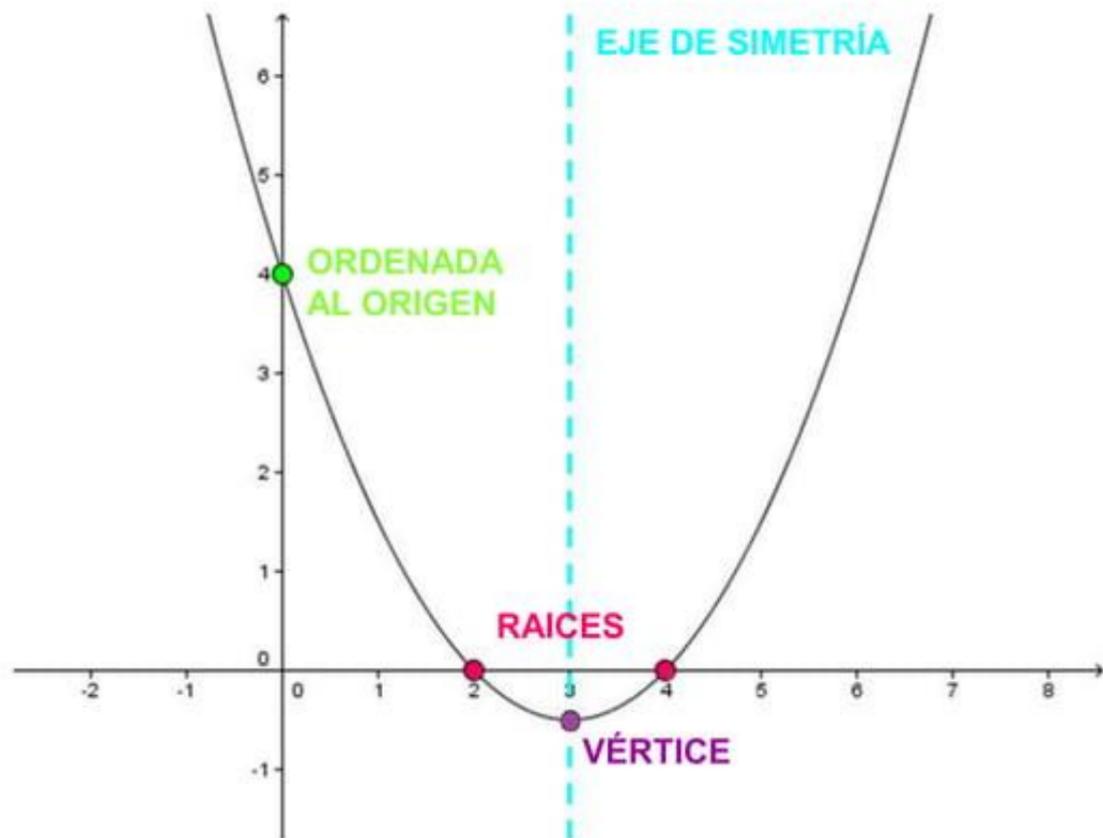
$$\left(-\frac{1}{2}; 3\right)$$



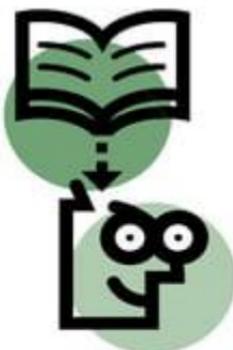
$$y_v = \frac{1}{2}x_v^2 - 3x_v + 4 \rightarrow y_v = \frac{1}{2} \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 4 \rightarrow y_v = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \left( 3; -\frac{1}{2} \right)$$

Entonces la gráfica quedaría así...



Reflexiona y responde la siguiente pregunta en relación a la actividad que vienes realizando:

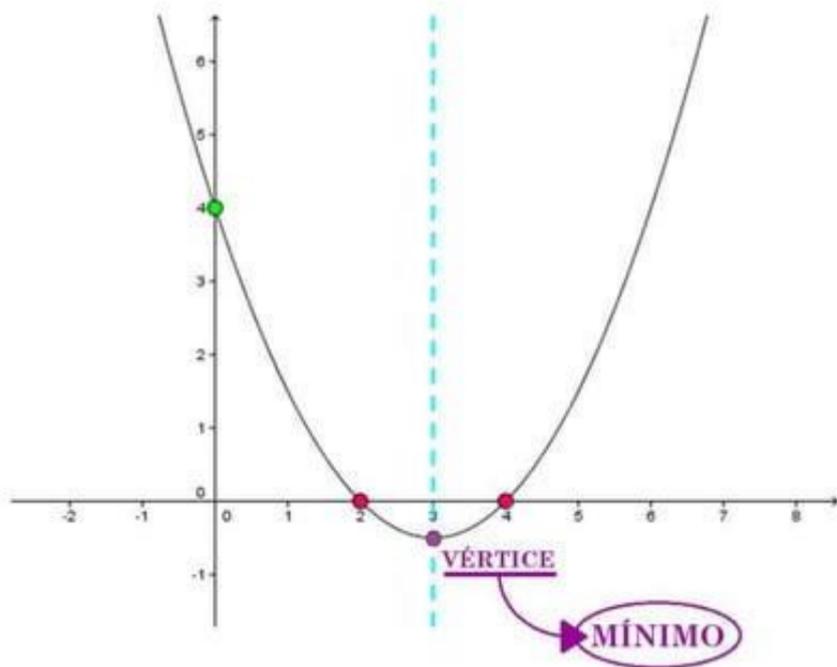


- a) El vértice que obtuvimos ¿es un máximo o un mínimo?

MÁXIMO

MÍNIMO





Reflexiona y responde la siguiente pregunta en relación a la actividad que vienes realizando:

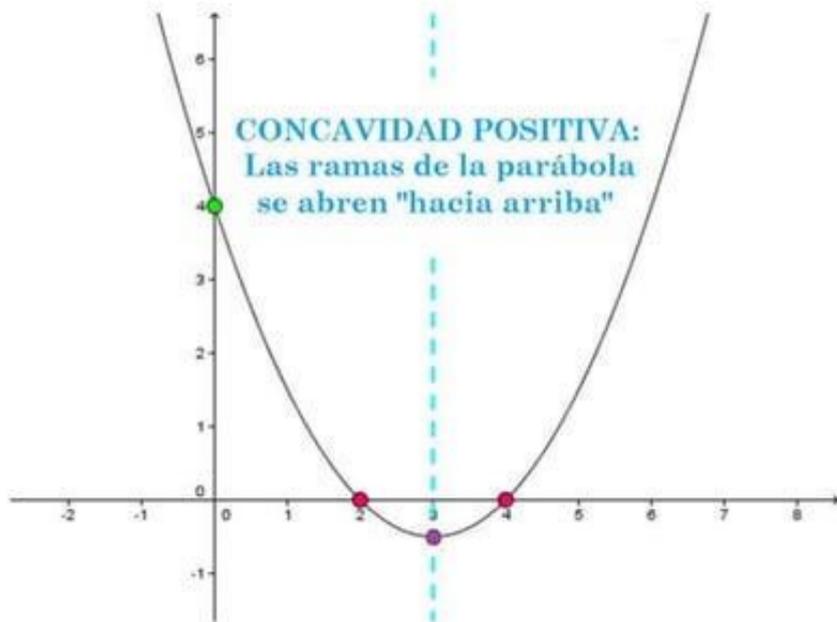


- b) La parábola graficada ¿tiene una concavidad positiva o negativa?

**CONCAVIDAD  
POSITIVA**

**CONCAVIDAD  
NEGATIVA**





Reflexiona y responde la siguiente pregunta en relación a la actividad que vienes realizando:



c) ¿Hay alguna relación entre el vértice y la concavidad?

SI

NO



Si, hay relación entre el vértice y la concavidad.  
Cuando el vértice de la parábola es un máximo, las ramas irán “hacia abajo” (concavidad negativa)  
En cambio cuando el vértice de la parábola es un mínimo, las ramas irán “hacia arriba (concavidad positiva)



Si, hay relación.

Cuando el vértice de la parábola es un máximo, las ramas irán “hacia abajo” (concavidad negativa)

En cambio cuando el vértice de la parábola es un mínimo, las ramas irán “hacia arriba” (concavidad positiva)