Solución de evaluación.

Tema: Inecuaciones de variable real.

Grupo 1

Problema 1:

Resuelva la inecuación siguiente para la variable "H". Encuentre el o los intervalos de solución. Compruebe con al menos dos valores si el o los intervalos hallados resuelven correctamente la inecuación:

$$\boldsymbol{-\frac{1}{2}-3H+8H^2-10H>4+2H(4H-5)}$$

Se resuelve el o los paréntesis existentes:

$$-\frac{1}{2}-3H+8H^2-10H>4+2H(4H-5)$$

$$-\frac{1}{2}-3H+8H^2-10H>4+8H^2-10H$$

Se ordenan los términos y se operan los que sean semejantes:

$$-\frac{1}{2}-3H+8H^2-10H-4-8H^2+10H>0$$

$$(8H^2-8H^2)+(-3H-10H+10H)+\left(-\frac{1}{2}-4\right)>0$$

$$(-3H)+\left(-\frac{9}{2}\right)>0$$

Se despeja la variable a resolver:

$$-3H-\frac{9}{2}>0$$

$$-3H>\frac{9}{2}$$

La inecuación al tener una variable cuyo grado mayor es 1, se considera una inecuación lineal.

El (los) intervalos de solución son:

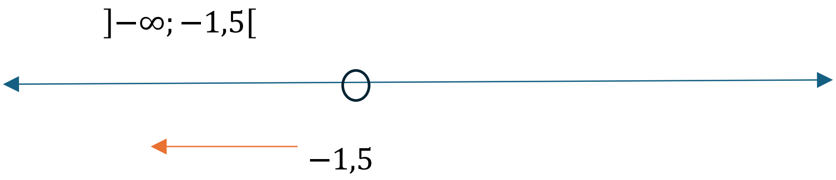
$$3H<-\frac{9}{2}$$

$$H < -\frac{9}{6}$$

$$H < -\frac{3}{2}$$

$$H < -1{,}5$$

La representación de la solución en la recta numérica es:



Se realiza la comprobación con números reales correspondientes tanto a los intervalos de solución, así como a los intervalos fuera de la respuesta:

Inecuación evaluada en 1 (fuera del intervalo de solución):

$$-\frac{1}{2} - 3(1) + 8(1)^2 - 10(1) > 4 + 2(1)(4(1) - 5)$$

$$-\frac{1}{2} - 3 + 8 - 10 > 4 + 2(4 - 5)$$

$$-5{,}5 > 4 + 2(-1)$$

$$-5{,}5 > 2(Falso)$$

Inecuación evaluada en 0 (fuera del intervalo de solución):

$$-\frac{1}{2} - 3(0) + 8(0)^2 - 10(0) > 4 + 2(0)(4(0) - 5)$$

$$-\frac{1}{2} > 4(Falso)$$

Inecuación evaluada en -2 (dentro del intervalo de solución):

$$-\frac{1}{2} - 3(-2) + 8(-2)^2 - 10(-2) > 4 + 2(-2)(4(-2) - 5)$$

$$-\frac{1}{2} + 6 + 8(4) + 20 > 4 - 4(-8 - 5)$$

$$-\frac{1}{2} + 6 + 32 + 20 > 4 - 4(-13)$$

$$57{,}5 > 56(Verdadero)$$

A continuación, se presenta una tabla donde se evalúa la inecuación en varios valores adicionales y su valor de verdad para comprobar la idoneidad de los intervalos de solución:

Miembros de la inecuación

Variable evaluada en:	Izquierdo		Derecho	Valor de verdad
-3,00	110,50	>	106,00	Verdadero
-2,50	82,00	>	79,00	Verdadero
-2,00	57,50	>	56,00	Verdadero
-1,50	37,00	>	37,00	Falso
-1,00	20,50	>	22,00	Falso
-0,50	8,00	>	11,00	Falso
0,00	-0,50	>	4,00	Falso
0,50	-5,00	>	1,00	Falso
1,00	-5,50	>	2,00	Falso
1,50	-2,00	>	7,00	Falso
2,00	5,50	>	16,00	Falso

Grupo 2

Problema 1:

Resuelva la inecuación siguiente para la variable "T". Encuentre el o los intervalos de solución. Compruebe con al menos dos valores si el o los intervalos hallados resuelven correctamente la inecuación:

$$\boldsymbol{(2T+5)(T-1) \leq 2T(T-6)+10}$$

Se resuelve el o los paréntesis existentes:

$$(2T+5)(T-1) \leq 2T(T-6)+10$$

$$2T^2-2T+5T-5 \leq 2T^2-12T+10$$

Se ordenan los términos y se operan los que sean semejantes:

$$2T^2-2T+5T-5-2T^2+12T-10 \leq 0$$

$$(2T^2-2T^2)+(-2T+5T+12T)+(-10-5) \leq 0$$

$$15T-15 \leq 0$$

La inecuación al tener una variable cuyo grado mayor es 1, se considera una inecuación lineal.

Se despeja la variable a resolver:

$$15T-15 \leq 0$$

$$15T \leq 15$$

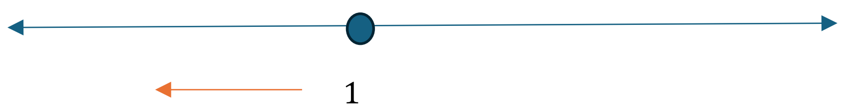
$$T \leq \frac{15}{15}$$

El (los) intervalos de solución son:

$$T \leq 1$$

La representación de la solución en la recta numérica es:

$$]-\infty; 1[$$



Se realiza la comprobación con números reales correspondientes tanto a los intervalos de solución, así como a los intervalos fuera de la respuesta:

Inecuación evaluada en 2 (fuera del intervalo de solución):

$$(2T+5)(T-1) \leq 2T(T-6)+10$$

$$(2(2)+5)((2)-1) \leq 2(2)((2)-6)+10$$

$$(4+5)(1) \leq 4(-4)+10$$

$$9 \leq -16+10$$

$$9 \leq -6\ (Falso)$$

Inecuación evaluada en -2 (dentro del intervalo de solución):

$$(2T+5)(T-1) \leq 2T(T-6)+10$$

$$(2(-2)+5)((-2)-1) \leq 2(-2)((-2)-6)+10$$

$$(-4+5)(-3) \leq -4(-8)+10$$

$$-3 \leq 32+10$$

$$-3 \leq 42\ (Verdadero)$$

A continuación, se presenta una tabla donde se evalúa la inecuación en varios valores adicionales y su valor de verdad para comprobar la idoneidad de los intervalos de solución:

Variable evaluada en:	Miembros de la inecuación Izquierdo		Derecho	Valor de verdad
-2,00	-3,00	<=	42,00	Verdadero
-1,50	-5,00	<=	32,50	Verdadero
-1,00	-6,00	<=	24,00	Verdadero
-0,50	-6,00	<=	16,50	Verdadero
0,00	-5,00	<=	10,00	Verdadero
0,50	-3,00	<=	4,50	Verdadero
1,00	0,00	<=	0,00	Verdadero
1,50	4,00	<=	-3,50	Falso
2,00	9,00	<=	-6,00	Falso
2,50	15,00	<=	-7,50	Falso

3,00	22,00	<=	-8,00	Falso

Grupo 1

Problema 2:

Resuelva la inecuación siguiente para la variable "K". Encuentre el o los intervalos de solución. Compruebe con al menos dos valores si el o los intervalos hallados resuelven correctamente la inecuación:

$$\boldsymbol{K(K+3) \geq (5K+3)}$$

Se resuelve el o los paréntesis existentes:

$$K(K+3) \geq (5K+3)$$

$$K^2 + 3K \geq 5K + 3$$

Se ordenan los términos y se operan los que sean semejantes:

$$K^2 + 3K - 5K - 3 \geq 0$$

$$K^2 - 2K - 3 \geq 0$$

La inecuación al tener una variable cuyo grado mayor es 2, se considera una inecuación cuadrática.

Se despeja la variable a resolver:

$$K^2 - 2K - 3 \geq 0$$

Se busca la solución a través de factorización (cuando sea posible) o la fórmula general si la primera opción no es viable:

$$(K+1)(K-3) \geq 0$$

Al tener la ecuación expresada en factores, se iguala cada uno a 0 para encontrar los puntos críticos:

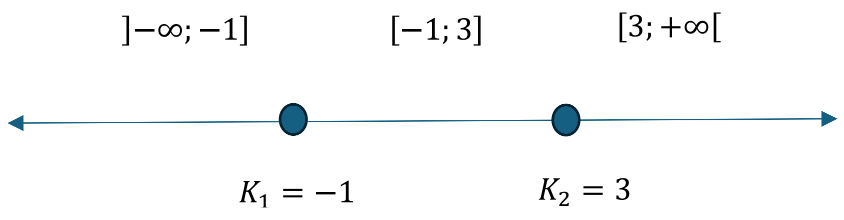
$$K_1 + 1 = 0$$

$$K_1 = -1$$

$$K_2 - 3 = 0$$

$$K_2 = 3$$

Los puntos críticos son -1 y 3, mismos que servirán para determinar los posibles intervalos de solución y su representación en la recta numérica es:



Se procede a verificar en qué intervalo(s) funciona la inecuación, analizando los signos en cada uno de ellos:

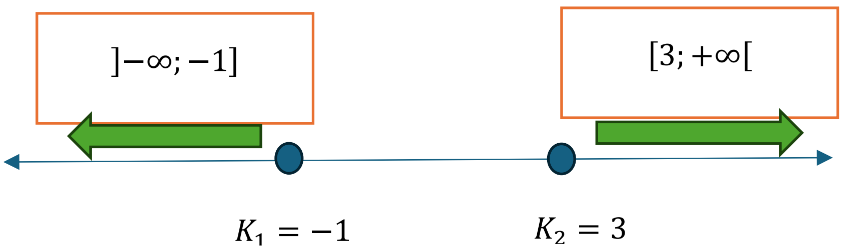
Intervalos/Factores	$(K+1)$	$(K-3)$	$(K+1)(K-3) \geq 0$
$]-\infty;-1]$	(-)	(-)	(+)
$[-1;3]$	(+)	(-)	(-)
$[3;+\infty[$	(+)	(+)	(+)

El sentido de la inecuación es "≥", por tanto, los intervalos de solución de la inecuación serán los "positivos".

La solución será:

$$S =]-\infty;-1] \cup [3;+\infty[$$

La representación en la recta numérica es:



Se realiza la comprobación con números reales correspondientes tanto a los intervalos de solución, así como a los intervalos fuera de la respuesta:

Inecuación evaluada en -2 (dentro del intervalo de solución):

$$K(K+3) \geq (5K+3)$$

$$(-2)((-2)+3) \geq (5(-2)+3)$$

$$(-2)(1) \geq (-10+3)$$

$$-2 \geq -7(Verdadero)$$

Inecuación evaluada en 5 (dentro del intervalo de solución):

$$K(K+3) \geq (5K+3)$$

$$(5)((5)+3) \geq (5(5)+3)$$

$$(5)(8) \geq (25+3)$$

Inecuación evaluada en 0 (fuera del intervalo de solución):

$$K(K+3) \geq (5K+3)$$

$$(0)((0)+3) \geq (5(0)+3)$$

$$0 \geq 3(Falso)$$

A continuación, se presenta una tabla donde se evalúa la inecuación en varios valores adicionales y su valor de verdad para comprobar la idoneidad de los intervalos de solución:

Variable evaluada en:	Miembros de la inecuación: Izquierdo		Miembros de la inecuación: Derecho	Valor de verdad
-4,00	4,00	>=	-17,00	Verdadero
-3,00	0,00	>=	-12,00	Verdadero
-2,00	-2,00	>=	-7,00	Verdadero
-1,00	-2,00	>=	-2,00	Verdadero
0,00	0,00	>=	3,00	Falso
1,00	4,00	>=	8,00	Falso
2,00	10,00	>=	13,00	Falso
3,00	18,00	>=	18,00	Verdadero
4,00	28,00	>=	23,00	Verdadero
5,00	40,00	>=	28,00	Verdadero
6,00	54,00	>=	33,00	Verdadero

Grupo 2

Problema 2:

Resuelva la inecuación siguiente para la variable "K". Encuentre el o los intervalos de solución. Compruebe con al menos dos valores si el o los intervalos hallados resuelven correctamente la inecuación:

$$\mathbf{(2+W)W > (W+7)}$$

Se resuelve el o los paréntesis existentes:

$$(2+W)W > (W+7)$$

$$2W + W^2 > W + 7$$

Se ordenan los términos y se operan los que sean semejantes:

$$2W + W^2 - W - 7 > 0$$

$$W^2 + W - 7 > 0$$

La inecuación al tener una variable cuyo grado mayor es 2, se considera una inecuación cuadrática.

Se despeja la variable a resolver:

$$W^2 + W - 7 > 0$$

Se busca la solución a través de factorización (cuando sea posible) o la fórmula general si la primera opción no es viable:

$$W_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Para aplicar la ecuación general, los coeficientes serán:

$$a = 1; b = 1; c = -7$$

Se reemplazan los valores en la ecuación general:

$$W_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-7)}}{2(1)}$$

$$W_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 28}}{2}$$

$$W_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{29}}{2}$$

Los puntos críticos, mismos que servirán para determinar los posibles intervalos de solución y su representación en la recta numérica son:

$$W_1 = \frac{-1 + \sqrt{29}}{2} \approx 2{,}19 \ldots$$

$$W_2 = \frac{-1 - \sqrt{29}}{2} \approx -3{,}19 \ldots$$

$$\left]-\infty; \frac{-1-\sqrt{29}}{2}\right[\qquad \left]\frac{-1-\sqrt{29}}{2}; \frac{-1+\sqrt{29}}{2}\right[\qquad \left]\frac{-1-\sqrt{29}}{2}; +\infty\right[$$

$$W_2 = \frac{-1 - \sqrt{29}}{2} \qquad W_1 = \frac{-1 + \sqrt{29}}{2}$$

$$]-\infty; -3{,}19 \ldots [\qquad]-3{,}19 \ldots; 2{,}19 \ldots [\qquad]2{,}19 \ldots; +\infty[$$

$$W_2 = -3{,}19 \ldots \qquad W_1 = 2{,}19$$

Se procede a verificar en qué intervalo(s) funciona la inecuación, analizando los signos en cada uno de ellos:

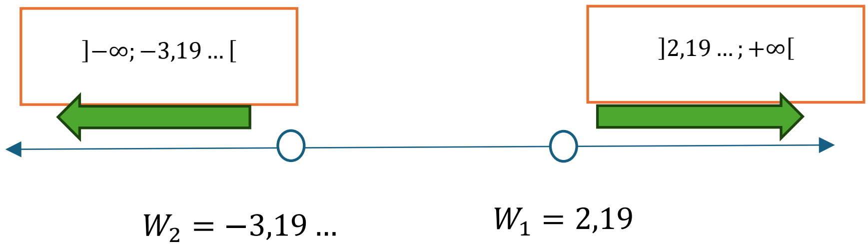
Intervalos/Factores	$(W - 2{,}19)$	$(W + 3{,}19)$	$W^2 + W - 7 > 0$
$]-\infty; -3{,}19[$	(-)	(-)	(+)
$]-3{,}19; 2{,}19[$	(-)	(+)	(-)
$]2{,}19; +\infty[$	(+)	(+)	(+)

El sentido de la inecuación es "≥", por tanto, los intervalos de solución de la inecuación serán los "positivos".

La solución será:

$$S =]-\infty; -3{,}19[\cup]2{,}19; +\infty[$$

La representación en la recta numérica es:



Se realiza la comprobación con números reales correspondientes tanto a los intervalos de solución, así como a los intervalos fuera de la respuesta:

Inecuación evaluada en -4 (dentro del intervalo de solución):

$$(2+W)W > (W+7)$$

$$(2-4)(-4) > (-4+7)$$

$$(-2)(-4) > (3)$$

$$8 > 3(Verdadero)$$

Inecuación evaluada en 3 (dentro del intervalo de solución):

$$(2+W)W > (W+7)$$

$$(2+3)(3) > (3+7)$$

$$(5)(3) > (10)$$

$$15 > 10(Verdadero)$$

Inecuación evaluada en 0 (fuera del intervalo de solución):

$$(2+W)W > (W+7)$$

$$(2+0)0 > (0+7)$$

$$0 > 7(Falso)$$

A continuación, se presenta una tabla donde se evalúa la inecuación en varios valores adicionales y su valor de verdad para comprobar la idoneidad de los intervalos de solución:

	Miembros de la inecuación			
Variable evaluada en:	**Izquierdo**		**Derecho**	**Valor de verdad**
-5,00	15,00	>	2,00	Verdadero
-4,00	8,00	>	3,00	Verdadero
-3,00	3,00	>	4,00	Falso
-2,00	0,00	>	5,00	Falso
-1,00	-1,00	>	6,00	Falso
0,00	0,00	>	7,00	Falso
1,00	3,00	>	8,00	Falso
2,00	8,00	>	9,00	Falso
3,00	15,00	>	10,00	Verdadero
4,00	24,00	>	11,00	Verdadero
5,00	35,00	>	12,00	Verdadero

Grupo 1

Problema 3:

Resuelva la inecuación siguiente para la variable "J". Encuentre el o los intervalos de solución. Compruebe con al menos dos valores si el o los intervalos hallados resuelven correctamente la inecuación:

$$\boldsymbol{\frac{-3J + 2 + J^2}{2 + J^2 + 3J} > 0}$$

La inecuación en primera instancia, al tener la variable en el denominador, se considera una inecuación racional. En segunda instancia, tanto en el numerador como el denominador la variable tiene un grado mayor 2, por tanto, son inecuaciones cuadráticas.

Se ordenan los términos del numerador y denominador:

$$\frac{J^2 - 3J + 2}{J^2 + 3J + 2} > 0$$

Se procede a operar el numerador y el denominador, para buscar la solución a través de factorización (cuando sea posible) o la fórmula general si la primera opción no es viable:

Numerador:

$$J^2 - 3J + 2$$

$$(J - 1)(J - 2)$$

Al tener la ecuación expresada en factores, se iguala cada uno a 0 para encontrar los puntos críticos:

$$J_1 - 1 = 0$$

$$J_1 = 1$$

$$J_2 - 2 = 0$$

$$J_2 = 2$$

Denominador:

$$J^2 + 3J + 2$$

$$(J+1)(J+2)$$

Al tener la ecuación expresada en factores, se iguala cada uno a 0 para encontrar los puntos críticos:

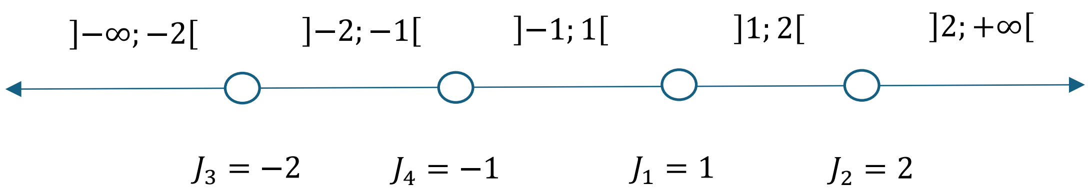
$$J_3 + 1 = 0$$

$$J_3 = -1$$

$$J_4 + 2 = 0$$

$$J_4 = -2$$

Los puntos críticos son 1; 2; -1 y -2, mismos que servirán para determinar los posibles intervalos de solución y su representación en la recta numérica es:



Los puntos críticos del numerador convierten en 0 la expresión, por tanto, generan: 0 > 0.

En cuanto a los puntos críticos del denominador, estos valores lo convierten en 0 y por tanto la expresión se vuelve indeterminada.

En consecuencia, estos puntos no pueden ser parte de la solución.

Se procede a verificar en qué intervalo(s) funciona la inecuación, analizando los signos en cada uno de ellos:

Intervalos/Factores	$(J-2)$	$(J-1)$	$(J+1)$	$(J+2)$	$\frac{J^2-3J+2}{J^2+3J+2} > 0$
$]-\infty;-2[$	(-)	(-)	(-)	(-)	(+)
$]-2;-1[$	(-)	(-)	(-)	(+)	(-)
$]-1;+1[$	(-)	(-)	(+)	(+)	(+)
$]+1;+2[$	(-)	(+)	(+)	(+)	(-)

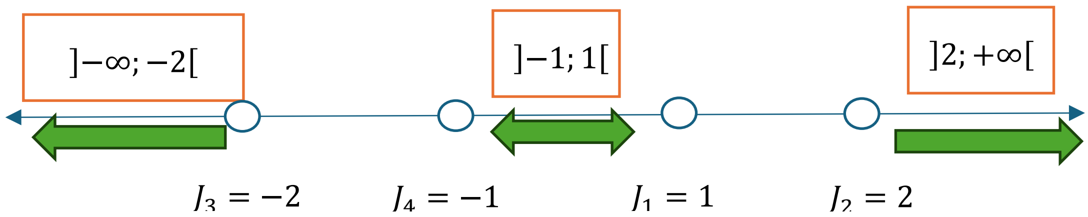
$]+2;+\infty[$	(+)	(+)	(+)	(+)	(+)

El sentido de la inecuación es “>”, por tanto, los intervalos de solución de la inecuación serán los “positivos”.

La solución será:

$$S =]-\infty;-2[\, \cup \,]-1;+1[\, \cup \,]+2;+\infty[$$

La representación en la recta numérica es:



A continuación, se presenta una tabla donde se evalúa la inecuación en varios valores adicionales y su valor de verdad para comprobar la idoneidad de los intervalos de solución:

	Miembros de la inecuación			
Variable evaluada en:	**Izquierdo**		**Derecho**	**Valor de verdad**
-5,00	3,50	>	0,00	Verdadero
-4,00	5,00	>	0,00	Verdadero
-3,00	10,00	>	0,00	Verdadero
-2,00	Indeterminado	>	0,00	Falso
-1,00	Indeterminado	>	0,00	Falso
0,00	1,00	>	0,00	Verdadero
1,00	0,00	>	0,00	Falso
2,00	0,00	>	0,00	Falso
3,00	0,10	>	0,00	Verdadero
4,00	0,20	>	0,00	Verdadero
5,00	0,29	>	0,00	Verdadero

Grupo 2

Problema 3:

Resuelva la inecuación siguiente para la variable “F”. Encuentre el o los intervalos de solución. Compruebe con al menos dos valores si el o los intervalos hallados resuelven correctamente la inecuación:

$$\boldsymbol{\frac{-5F-3+3F^2}{2+F} \geq -4+3F}$$

La inecuación en primera instancia, al tener la variable en el denominador, se considera una inecuación racional. En segunda instancia, tanto en el numerador como el denominador la variable tiene un grado mayor 2, por tanto, son inecuaciones cuadráticas.

Se operan y se ordenan los términos del numerador y denominador:

$$\frac{-5F-3+3F^2}{2+F} \geq -4+3F$$

$$\frac{-5F-3+3F^2}{2+F} + 4 - 3F \geq 0$$

$$\frac{(-5F-3+3F^2)+(4-3F)(2+F)}{2+F} \geq 0$$

$$\frac{(-5F-3+3F^2)+(8+4F-6F-3F^2)}{2+F} \geq 0$$

$$\frac{(3F^2-5F-3)+(-3F^2-2F+8)}{2+F} \geq 0$$

$$\frac{3F^2-5F-3-3F^2-2F+8}{2+F} \geq 0$$

$$\frac{-7F+5}{2+F} \geq 0$$

Al tener la ecuación expresada en factores, se iguala cada uno a 0 para encontrar los puntos críticos:

Numerador:

$$-7F_1+5=0$$

$$-7F_1=-5$$

$$F_1 = \frac{5}{7}$$

Denominador:

$$2 + F_2 = 0$$

$$F_2 = -2$$

Los puntos críticos son 5/7 y -2, mismos que servirán para determinar los posibles intervalos de solución y su representación en la recta numérica es:

$$]-\infty; -2[\qquad \left]-2; \frac{5}{7}\right] \qquad \left[\frac{5}{7}; +\infty\right[$$

$$F_2 = -2 \qquad F_1 = \frac{5}{7}$$

El punto crítico del denominador lo convierte en 0, por tanto, la expresión se vuelve indeterminada, y en consecuencia, no puede ser parte de la solución.

Se procede a verificar en qué intervalo(s) funciona la inecuación, analizando los signos en cada uno de ellos:

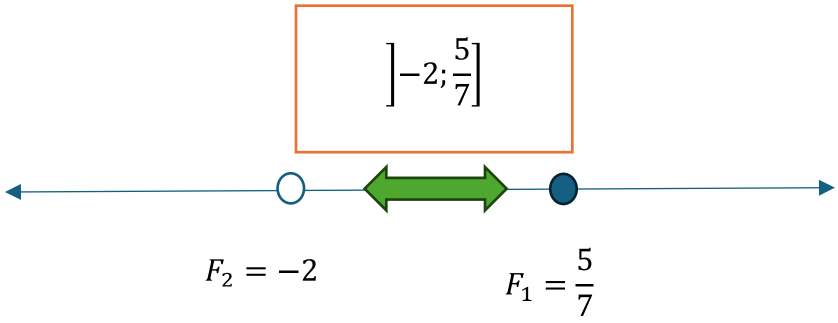
Intervalos/Factores	$-7F + 5$	$2 + F$	$\frac{-5F - 3 + 3F^2}{2 + F} \geq -4 + 3F$
$]-\infty; -2[$	(+)	(-)	(-)
$\left]-2; \frac{5}{7}\right]$	(+)	(+)	(+)
$\left[\frac{5}{7}; +\infty\right[$	(-)	(+)	(-)

El sentido de la inecuación es “>=”, por tanto, los intervalos de solución de la inecuación serán los “positivos”.

La solución será:

$$S = \left]-2; \frac{5}{7}\right]$$

La representación en la recta numérica es:



A continuación, se presenta una tabla donde se evalúa la inecuación en varios valores adicionales y su valor de verdad para comprobar la idoneidad de los intervalos de solución:

	Miembros de la inecuación			
Variable evaluada en:	**Izquierdo**		**Derecho**	**Valor de verdad**
-5,00	-32,33	>=	-19,00	Falso
-4,00	-32,50	>=	-16,00	Falso
-3,00	-39,00	>=	-13,00	Falso
-2,00	Indeterminado	>=	-10,00	Falso
-1,00	5,00	>=	-7,00	Verdadero
0,00	-1,50	>=	-4,00	Verdadero
1,00	-1,67	>=	-1,00	Falso
2,00	-0,25	>=	2,00	Falso
3,00	1,80	>=	5,00	Falso
4,00	4,17	>=	8,00	Falso
5,00	6,71	>=	11,00	Falso

Grupo 1

Problema 4:

Resuelva la inecuación siguiente para la variable "a". Encuentre el o los intervalos de solución. Compruebe con al menos dos valores si el o los intervalos hallados resuelven correctamente la inecuación:

$$\boldsymbol{\left(\left(\sqrt[3]{8}\right)^{2}\right)^{3+a} * \left(\sqrt[5]{32}\right)^{2+2a} \geq (512)^{\frac{(a^2+1)(a^2-1)}{a^4-1}}}$$

La inecuación en primera instancia, al tener la variable en los exponentes de sus términos, se considera una inecuación exponencial. En segunda instancia, posee un exponente racional (fracción), donde sus términos tienen una variable con su grado mayor igual a 4, por tanto, son también inecuaciones polinomiales. Este análisis es pertinente, con el fin de analizar cuales son las restricciones o valores que no deberán pertenecer a la solución de la inecuación.

Se operan y se ordenan los términos de la inecuación:

$$\left(\left(\sqrt[3]{8}\right)^{2}\right)^{3+a} * \left(\sqrt[5]{32}\right)^{2+2a} \geq (512)^{\frac{(a^2+1)(a^2-1)}{a^4-1}}$$

$$((2)^2)^{3+a} * (2)^{2+2a} \geq (2^9)^{\frac{(a^4-1)}{a^4-1}}$$

$$(2)^{2*(3+a)} * (2)^{2+2a} \geq (2^9)^1$$

$$(2)^{6+2a} * (2)^{2+2a} \geq (2)^9$$

$$(2)^{6+2a+2+2a} \geq (2)^9$$

$$(2)^{8+4a} \geq (2)^9$$

Por definiciones de manejo de exponentes, en una operación donde se tengan las mismas bases, podemos trabajar eliminándolas y dejando sólo los exponentes:

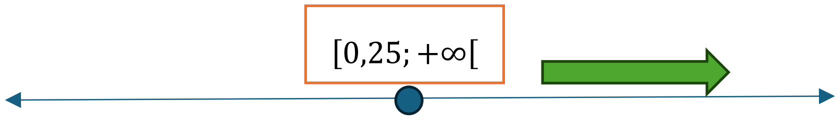
$$8 + 4a \geq 9$$

$$4a \geq 9 - 8$$

$$a \geq \frac{1}{4}$$

$$a \geq 0{,}25$$

En consecuencia, este intervalo sería la solución de la inecuación primaria, sin tomar en cuenta aún las restricciones. Su representación en la recta numérica es la siguiente:



$$a = 0{,}25$$

Ahora se deberán analizar las restricciones. En el término de la derecha, se deberá operar el exponente:

$$\frac{(a^2+1)(a^2-1)}{a^4-1}$$

En este caso, se deberá analizar el valor en el cual el denominador se convierte en 0, debido a que haría que la expresión se convierta en una indeterminación. Se procede, por tanto, a igualar a 0 el denominador y despejar la variable:

$$a^4 - 1 = 0$$

$$(a^2-1)(a^2+1) = 0$$

$$(a-1)(a+1)(a^2+1) = 0$$

Al disponer toda la expresión en factores, se deberá igualarlos a 0:

$$(a_1 - 1) = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$(a_2 + 1) = 0$$

$$a_2 = -1$$

$$({a_3}^2 + 1) = 0$$

$${a_3}^2 = -1$$

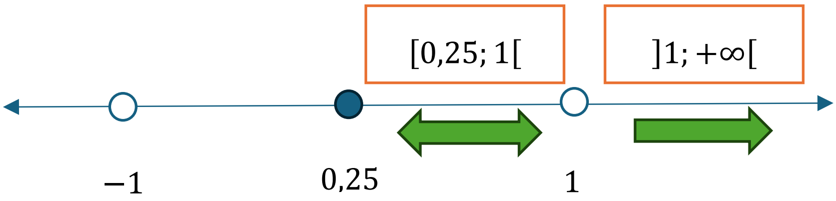
$$\sqrt{{a_3}^2} = \sqrt{-1}$$

En este caso, a_3 no tiene solución en los números reales, debido a que no se puede tener una raíz de índice par en un número negativo.

Los puntos críticos que no pueden incluirse en la solución son -1 y 1. Teniendo en cuenta la solución original ($a \geq 0{,}25$), entonces tendremos que el número 1 causa una discontinuidad en el intervalo original, por tanto, la solución consistirá en los intervalos:

$$S = \left[0{,}25; 1\right[\cup \left]1; +\infty\right[$$

La representación de la solución final en la recta numérica será:



A continuación, se presenta una tabla donde se evalúa la inecuación en varios valores adicionales y su valor de verdad para comprobar la idoneidad de los intervalos de solución:

Variable evaluada en:	Miembros de la inecuación: Izquierdo		Derecho	Valor de verdad
-1,25	8,00	>=	512,00	Falso
-1,00	16,00	>=	indeterminado	Falso
-0,75	32,00	>=	512,00	Falso
-0,50	64,00	>=	512,00	Falso
-0,25	128,00	>=	512,00	Falso
0,00	256,00	>=	512,00	Falso
0,25	512,00	>=	512,00	Falso
0,50	1024,00	>=	512,00	Verdadero
0,75	2048,00	>=	512,00	Verdadero
1,00	4096,00	>=	indeterminado	Falso
1,25	8192,00	>=	512,00	Verdadero
1,50	16384,00	>=	512,00	Verdadero
1,75	32768,00	>=	512,00	Verdadero
2,00	65536,00	>=	512,00	Verdadero

Grupo 2

Problema 4:

Resuelva la inecuación siguiente para la variable “m”. Encuentre el o los intervalos de solución. Compruebe con al menos dos valores si el o los intervalos hallados resuelven correctamente la inecuación:

$$\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\right)^{-8+m^{2}} * \left(\sqrt[4]{\frac{1}{81}}\right)^{\frac{m^{4}-1}{(m^{2}+1)(m^{2}-1)}} \geq \frac{1}{27}$$

La inecuación en primera instancia, al tener la variable en los exponentes de sus términos, se considera una inecuación exponencial. En segunda instancia, posee un exponente racional (fracción), donde sus términos tienen una variable con su grado mayor igual a 4, por tanto, son también inecuaciones polinomiales. Este análisis es pertinente, con el fin de analizar cuáles son las restricciones o valores que no deberán pertenecer a la solución de la inecuación.

Se operan y se ordenan los términos de la inecuación:

$$\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\right)^{-8+m^{2}} * \left(\sqrt[4]{\frac{1}{81}}\right)^{\frac{m^{4}-1}{(m^{2}+1)(m^{2}-1)}} \geq \frac{1}{27}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2(-8+m^{2})} * \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{m^{4}-1}{m^{4}-1}} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2m^{2}-16} * \left(\frac{1}{3}\right)^{1} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2m^{2}-16+1} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2m^{2}-15} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{3}$$

Por definiciones de manejo de exponentes, en una operación donde se tengan las mismas bases, podemos trabajar eliminándolas y dejando sólo los exponentes. Se deberá cambiar el sentido de la inecuación debido a que la base es menor a 1:

$$2m^{2}-15 \leq 3$$

$$2m^2 - 18 \leq 0$$

La inecuación al tener una variable cuyo grado mayor es 2, se considera una inecuación cuadrática.

Se despeja la variable a resolver:

$$2(m^2 - 9) \leq 0$$

Se busca la solución a través de factorización (cuando sea posible) o la fórmula general si la primera opción no es viable:

$$2(m + 3)(m - 3) \leq 0$$

Al tener la ecuación expresada en factores, se iguala cada uno a 0 para encontrar los puntos críticos:

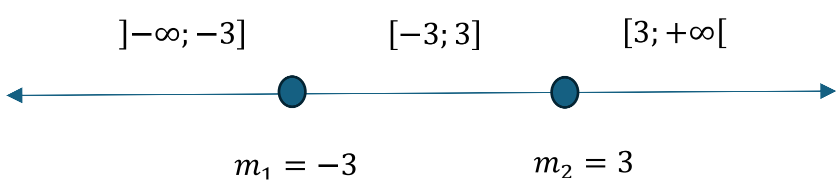
$$m_1 + 3 = 0$$

$$m_1 = -3$$

$$m_2 - 3 = 0$$

$$m_2 = 3$$

Los puntos críticos son -3 y 3, mismos que servirán para determinar los posibles intervalos de solución y su representación en la recta numérica es:



Se procede a verificar en qué intervalo(s) funciona la inecuación, analizando los signos en cada uno de ellos:

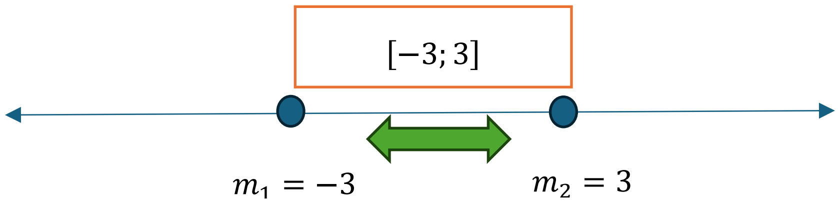
Intervalos/Factores	$(m + 3)$	$(m - 3)$	$2(m + 3)(m - 3) \leq 0$
$]-\infty; -3]$	(-)	(-)	(+)
$[-3; 3]$	(+)	(-)	(-)
$[3; +\infty[$	(+)	(+)	(+)

El sentido de la inecuación es "≤", por tanto, los intervalos de solución de la inecuación serán los "negativos".

La solución será:

$$S = [-3; 3]$$

La representación en la recta numérica es:



Ahora se deberán analizar las restricciones. En el término de la derecha, se deberá operar el exponente:

$$\frac{m^4 - 1}{(m^2 + 1)(m^2 - 1)}$$

En este caso, se deberá analizar el valor en el cual el denominador se convierte en 0, debido a que haría que la expresión se convierta en una indeterminación. Se procede, por tanto, a igualar a 0 el denominador y despejar la variable:

$$(m^2 + 1)(m^2 - 1) = 0$$

$$(m^2 + 1)(m + 1)(m - 1) = 0$$

Al disponer toda la expresión en factores, se deberá igualarlos a 0:

$$(m_1 - 1) = 0$$

$$m_1 = 1$$

$$(m_2 + 1) = 0$$

$$m_2 = -1$$

$$({m_3}^2 + 1) = 0$$

$${m_3}^2 = -1$$

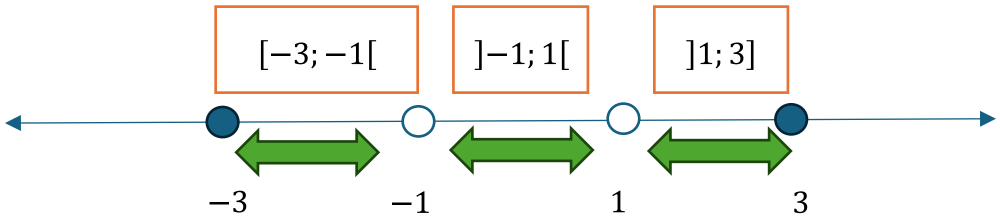
$$\sqrt{{m_3}^2} = \sqrt{-1}$$

En este caso, m_3 no tiene solución en los números reales, debido a que no se puede tener una raíz de índice par en un número negativo.

Los puntos críticos que no pueden incluirse en la solución son -1 y 1. Teniendo en cuenta la solución original $[-3; 3]$, tendremos que estos valores causarían discontinuidades en los intervalos originales. La solución consistirá en los siguientes intervalos:

$$S = [-3; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; 3]$$

La representación de la solución final en la recta numérica será:



A continuación, se presenta una tabla donde se evalúa la inecuación en varios valores adicionales y su valor de verdad para comprobar la idoneidad de los intervalos de solución:

	Miembros de la inecuación			
Variable evaluada en:	**Izquierdo**		**Derecho**	**Valor de verdad**
-4,50	6,8E-13	>=	0,037	Falso
-4,00	7,7E-09	>=	0,037	Falso
-3,50	2,9E-05	>=	0,037	Falso
-3,00	3,7E-02	>=	0,037	Verdadero
-2,50	1,6E+01	>=	0,037	Verdadero
-2,00	2,2E+03	>=	0,037	Verdadero
-1,50	1,0E+05	>=	0,037	Verdadero
-1,00	indeterminado	>=	0,037	Falso
-0,50	8,3E+06	>=	0,037	Verdadero
0,00	1,4E+07	>=	0,037	Verdadero
0,50	8,3E+06	>=	0,037	Verdadero
1,00	indeterminado	>=	0,037	Falso
1,50	1,0E+05	>=	0,037	Verdadero
2,00	2,2E+03	>=	0,037	Verdadero
2,50	1,6E+01	>=	0,037	Verdadero
3,00	3,7E-02	>=	0,037	Verdadero

3,50	2,9E-05	>=	0,037	Falso
4,00	7,7E-09	>=	0,037	Falso
4,50	6,8E-13	>=	0,037	Falso