

Reducción de ángulos al primer cuadrante

Docente de cátedra: Dra. Narcisa Sánchez

Periodo académico: 2025 1s

Asignatura: Trigonometría Plana

Semestre: 1ero

Fecha: 13 de junio 2025

1. Actividad: Determinación aproximada de funciones trigonométricas mediante medición gráfica

Instrucciones

A partir del listado de ejercicios de aplicación que se presentan a continuación, seleccione **10 ejercicios distintos** que le permitan **determinar, de forma aproximada y mediante medición gráfica**, el valor de diferentes funciones trigonométricas.

Para cada ejercicio seleccionado:

1. Dibuje la **circunferencia trigonométrica**, preferiblemente en papel milimetrado.
2. Marque el **ángulo indicado** en el ejercicio, comenzando desde el eje positivo del eje x .
3. Trace las **proyecciones necesarias** sobre los ejes cartesianos, según la función trigonométrica correspondiente (seno, coseno, tangente, cotangente, secante o cosecante).
4. Mida y registre el valor correspondiente de cada función.
5. Compare su resultado con el valor aproximado proporcionado en la tabla.

Indicaciones adicionales

- Debe seleccionar ejercicios que representen **todas las funciones trigonométricas**: sin, cos, tan, cot, sec, y csc.
- Asegúrese de que los **ángulos seleccionados sean distintos** para evidenciar la comprensión de las funciones en diferentes cuadrantes.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Hallar aproximadamente, por medición, el valor de las siguientes funciones trigonométricas, dibujando en cada caso la circunferencia trigonométrica. [Úsese preferentemente papel milimetrado. El valor hallado será cercano al indicado en cada respuesta. Es conveniente tomar un radio de 10 cm.]

I. $\text{sen } 75^\circ$	R: 0,96	XIII. $\text{cotg } 70^\circ$	R: 0,36
II. $\text{sen } 160^\circ$	R: 0,34	XIV. $\text{cotg } 133^\circ$	R: -0,93
III. $\text{sen } 242^\circ$	R: -0,88	XV. $\text{cotg } 220^\circ$	R: 1,19
IV. $\text{sen } 318^\circ$	R: -0,67	XVI. $\text{cotg } 307^\circ$	R: -0,75
V. $\text{cos } 24^\circ$	R: 0,91	XVII. $\text{sec } 55^\circ$	R: 1,74
VI. $\text{cos } 106^\circ$	R: -0,28	XVIII. $\text{sec } 140^\circ$	R: -1,55
VII. $\text{cos } 198^\circ$	R: -0,95	XIX. $\text{sec } 219^\circ$	R: -1,29
VIII. $\text{cos } 294^\circ$	R: 0,41	XX. $\text{sec } 335^\circ$	R: 1,10
IX. $\text{tg } 50^\circ$	R: 1,19	XXI. $\text{cosec } 56^\circ$	R: 1,21
X. $\text{tg } 138^\circ$	R: -0,90	XXII. $\text{cosec } 132^\circ$	R: 1,35
XI. $\text{tg } 231^\circ$	R: 1,24	XXIII. $\text{cosec } 224^\circ$	R: -1,44
XII. $\text{tg } 320^\circ$	R: -0,84	XXIV. $\text{cosec } 313^\circ$	R: -1,37

2. Actividad 2: A continuación, se presentan ejercicios modelo sobre la reducción de ángulos al primer cuadrante. Revíselos con atención, ya que le servirán como guía para resolver los ejercicios propuestos. Recuerde que el libro completo del cual se tomó esta actividad está disponible en el canal de Trigonometría Plana.

REDUCCIÓN DE ÁNGULOS AL PRIMER CUADRANTE

El estudio analítico de las funciones trigonométricas de un ángulo permite verificar que son periódicas y que los valores que ellas asumen, en valor absoluto, son iguales a los que corresponden al primer cuadrante. Por lo tanto, dado un ángulo cualquiera, no perteneciente al primer cuadrante, se puede hallar un ángulo positivo y menor o igual que 90° cuyas funciones tienen el mismo valor absoluto que las del ángulo dado. El signo correspondiente a cada función se determina de acuerdo con la posición del lado móvil. Dicho lado puede pertenecer al primero, segundo, tercero o cuarto cuadrante.

Esta operación se denomina **reducción de un ángulo al primer cuadrante**.

Pueden presentarse cinco casos:

PRIMER CASO. — *El ángulo es positivo y está comprendido entre 90° y 180° , ambos valores inclusive.*

EJEMPLO: Reducir al primer cuadrante el ángulo de 148° .

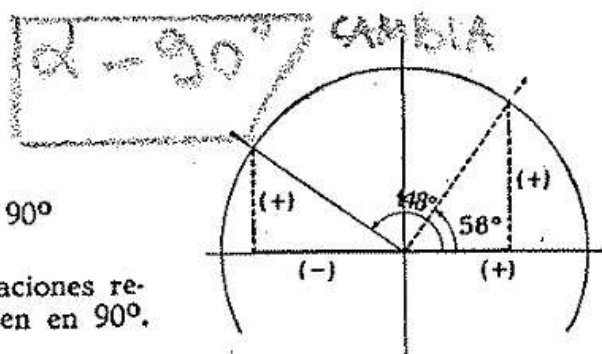
Las funciones de 148° llevan el signo que les corresponde en el segundo cuadrante.

PRIMER PROCEDIMIENTO

$$\text{Siendo: } 148^\circ - 90^\circ = 58^\circ$$

$$\text{es: } 148^\circ = 58^\circ + 90^\circ$$

En consecuencia, se pueden aplicar las relaciones referentes a las funciones de ángulos que difieren en 90° .



Se tiene:

$$\text{sen } 148^\circ = \cos 58^\circ$$

$$\cos 148^\circ = -\text{sen } 58^\circ$$

$$\text{tg } 148^\circ = -\text{cotg } 58^\circ$$

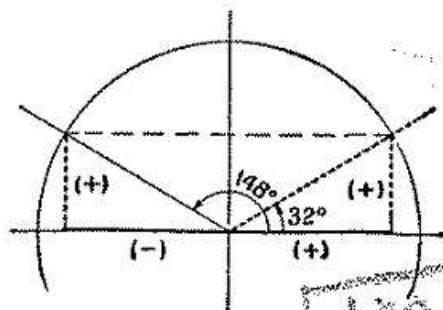
$$\text{cotg } 148^\circ = -\text{tg } 58^\circ$$

$$\sec 148^\circ = -\text{cosec } 58^\circ$$

$$\text{cosec } 148^\circ = \sec 58^\circ$$

Representados, aproximadamente, los ángulos 148° y 58° en una circunferencia trigonométrica, la observación de la figura permite escribir rápidamente las dos primeras relaciones del grupo anterior (indicadas en negrita). Las restantes relaciones se deducen en la forma indicada en la observación de página 95.

SEGUNDO PROCEDIMIENTO



Este caso puede resolverse también aplicando las relaciones referentes a las funciones trigonométricas de ángulos suplementarios.

En efecto: siendo $180^\circ - 148^\circ = 32^\circ$

es $148^\circ + 32^\circ = 180^\circ$

Luego:

$$\operatorname{sen} 148^\circ = \operatorname{sen} 32^\circ$$

$$\cos 148^\circ = -\cos 32^\circ$$

$$\operatorname{tg} 148^\circ = -\operatorname{tg} 32^\circ$$

$$\operatorname{cotg} 148^\circ = -\operatorname{cotg} 32^\circ$$

$$\sec 148^\circ = -\sec 32^\circ$$

$$\operatorname{cosec} 148^\circ = \operatorname{cosec} 32^\circ$$

Observación: Para $\operatorname{sen} 148^\circ$ se obtienen en el primero y segundo procedimientos, $\cos 58^\circ$ y $\operatorname{sen} 32^\circ$, respectivamente. Puesto que $58^\circ + 32^\circ = 90^\circ$, ambos ángulos son complementarios; por lo tanto, $\cos 58^\circ = \operatorname{sen} 32^\circ$. Análogamente para las restantes relaciones.

SEGUNDO CASO. — El ángulo es positivo y está comprendido entre 180° y 270° , ambos valores inclusive.

EJEMPLO: Reducir al primer cuadrante el ángulo de 229° .

Las funciones de 229° llevan el signo que les corresponde en el tercer cuadrante.

$$\text{Siendo: } 229^\circ - 180^\circ = 49^\circ$$

$$\text{es: } 229^\circ = 49^\circ + 180^\circ$$

Por lo tanto se pueden aplicar las relaciones referentes a las funciones trigonométricas de ángulos que difieren en 180°

$$\text{Luego: } \operatorname{sen} 229^\circ = -\operatorname{sen} 49^\circ$$

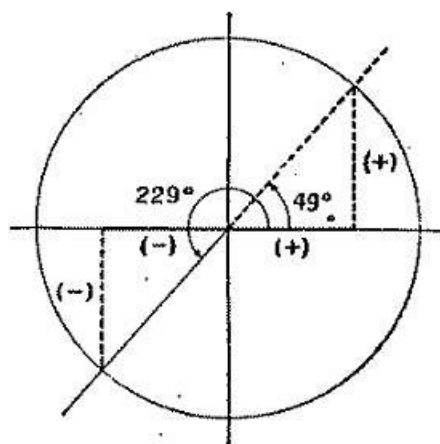
$$\cos 229^\circ = -\cos 49^\circ$$

$$\operatorname{tg} 229^\circ = \operatorname{tg} 49^\circ$$

$$\operatorname{cotg} 229^\circ = \operatorname{cotg} 49^\circ$$

$$\sec 229^\circ = -\sec 49^\circ$$

$$\operatorname{cosec} 229^\circ = -\operatorname{cosec} 49^\circ$$



TERCER CASO. — El ángulo es positivo y está comprendido entre 270° y 360° , ambos valores inclusive.

EJEMPLO: Reducir al primer cuadrante el ángulo de 335° .

Las funciones de 335° llevan el signo que les corresponde en el cuarto cuadrante.

PRIMER PROCEDIMIENTO

Siendo: $335^\circ - 270^\circ = 65^\circ$

es: $335^\circ = 65^\circ + 270^\circ$

En consecuencia, se pueden aplicar las relaciones referentes a las funciones de ángulos que difieren en 270° .

Se tiene:

$$\operatorname{sen} 335^\circ = -\cos 65^\circ$$

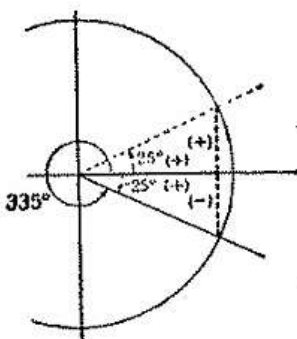
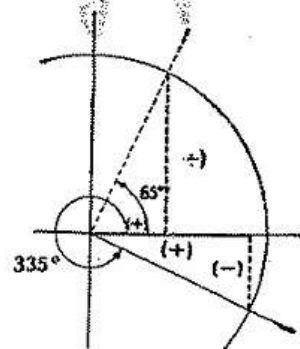
$$\cos 335^\circ = \operatorname{sen} 65^\circ$$

$$\operatorname{tg} 335^\circ = -\operatorname{cotg} 65^\circ$$

$$\operatorname{cotg} 335^\circ = -\operatorname{tg} 65^\circ$$

$$\sec 335^\circ = \operatorname{cosec} 65^\circ$$

$$\operatorname{cosec} 335^\circ = -\sec 65^\circ$$



SEGUNDO PROCEDIMIENTO

Siendo: $335^\circ - 360^\circ = -25^\circ$

es: $335^\circ = -25^\circ + 360^\circ$

El ángulo de 335° es pues congruente con el de -25° y las funciones de los mismos nombres de ambos ángulos son idénticas.

Pero, las funciones de -25° pueden relacionarse con las de su simétrico, 25° .

Resulta pues:

$$\operatorname{sen} 335^\circ = \operatorname{sen} (-25^\circ) = -\operatorname{sen} 25^\circ$$

$$\cos 335^\circ = \cos (-25^\circ) = \cos 25^\circ$$

$$\operatorname{tg} 335^\circ = \operatorname{tg} (-25^\circ) = -\operatorname{tg} 25^\circ$$

$$\operatorname{cotg} 335^\circ = \operatorname{cotg} (-25^\circ) = -\operatorname{cotg} 25^\circ$$

$$\sec 335^\circ = \sec (-25^\circ) = \sec 25^\circ$$

$$\operatorname{cosec} 335^\circ = \operatorname{cosec} (-25^\circ) = -\operatorname{cosec} 25^\circ$$

Observación: Para $\operatorname{sen} 335^\circ$ se obtienen en el primero y segundo procedimientos, $-\cos 65^\circ$ y $-\operatorname{sen} 25^\circ$, respectivamente. Puesto que $65^\circ + 25^\circ = 90^\circ$ ambos ángulos son complementarios; por lo tanto, $-\cos 65^\circ = -\operatorname{sen} 25^\circ$. Análogamente, para las restantes relaciones.

CUARTO CASO. — El ángulo es positivo y mayor que 360° .

EJEMPLOS:

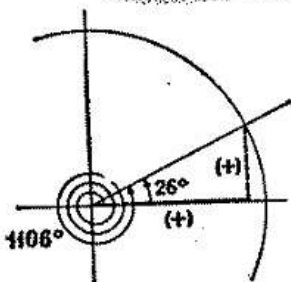
I. Reducir al primer cuadrante el ángulo de 1106°

Handwritten: $\sin \alpha = \sin \pi$
(o reducción)

Las funciones de 1106° llevan el signo de las funciones del ángulo positivo congruente menor que 360° .

Este ángulo congruente con 1106° se determina restando de 1106° el mayor múltiplo de 360° cuyo valor sea menor que el ángulo dado.

O sea:



$$\begin{array}{r|l} 1106^\circ - 3 \cdot 360^\circ = 1106^\circ - 1080^\circ & 1106^\circ \overline{) 360^\circ} \\ = 26^\circ & 26^\circ \quad 3 \end{array}$$

El ángulo congruente hallado pertenece al primer cuadrante.

Aplicando las relaciones referentes a funciones de ángulos congruentes:

$$\operatorname{sen} 1106^\circ = \operatorname{sen} 26^\circ$$

$$\operatorname{cotg} 1106^\circ = \operatorname{cotg} 26^\circ$$

$$\cos 1106^\circ = \cos 26^\circ$$

$$\sec 1106^\circ = \sec 26^\circ$$

$$\operatorname{tg} 1106^\circ = \operatorname{tg} 26^\circ$$

$$\operatorname{cosec} 1106^\circ = \operatorname{cosec} 26^\circ$$

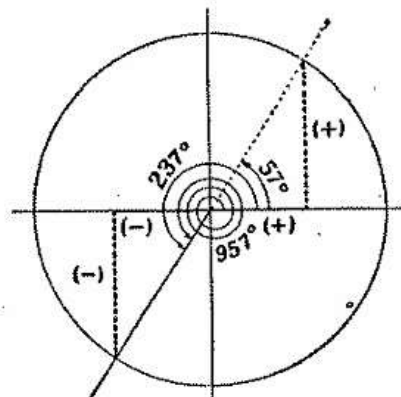
II. Reducir al primer cuadrante el ángulo de 957° .

1°. Se halla el ángulo congruente con 957°

$$957^\circ - 2 \cdot 360^\circ = 237^\circ$$

2°. Se reduce el ángulo congruente 237° , al primer cuadrante.

$$237^\circ - 180^\circ = 57^\circ$$



Luego:

$$\operatorname{sen} 957^\circ = \operatorname{sen} 237^\circ = -\operatorname{sen} 57^\circ$$

$$\cos 957^\circ = \cos 237^\circ = -\cos 57^\circ$$

$$\operatorname{tg} 957^\circ = \operatorname{tg} 237^\circ = \operatorname{tg} 57^\circ$$

$$\operatorname{cotg} 957^\circ = \operatorname{cotg} 237^\circ = \operatorname{cotg} 57^\circ$$

$$\sec 957^\circ = \sec 237^\circ = -\sec 57^\circ$$

$$\operatorname{cosec} 957^\circ = \operatorname{cosec} 237^\circ = -\operatorname{cosec} 57^\circ$$

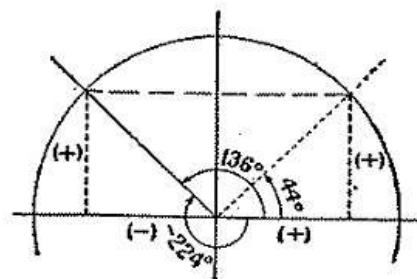
QUINTO CASO. — El ángulo es negativo y su valor absoluto es mayor que 90° .

EJEMPLOS:

I. Reducir al primer cuadrante el ángulo de -224° .

Las funciones de -224° llevan el signo que les pertenece en el cuadrante que contiene al lado móvil de este ángulo, o sea, el segundo cuadrante.

Se calcula el valor del menor ángulo positivo congruente con -224° sumando a éste el menor múltiplo positivo de 360° cuyo valor absoluto supere al de -224° .



O sea:

$$-224^\circ + 360^\circ = 136^\circ$$

Como 136° pertenece al segundo cuadrante se reduce al primero: $180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$.

Luego:

$$\begin{aligned} \text{sen } (-224^\circ) &= \text{sen } 136^\circ = \text{sen } 44^\circ \\ \cos (-224^\circ) &= \cos 136^\circ = -\cos 44^\circ \\ \text{tg } (-224^\circ) &= \text{tg } 136^\circ = -\text{tg } 44^\circ \\ \text{cotg } (-224^\circ) &= \text{cotg } 136^\circ = -\text{cotg } 44^\circ \\ \sec (-224^\circ) &= \sec 136^\circ = -\sec 44^\circ \\ \text{cosec } (-224^\circ) &= \text{cosec } 136^\circ = \text{cosec } 44^\circ \end{aligned}$$

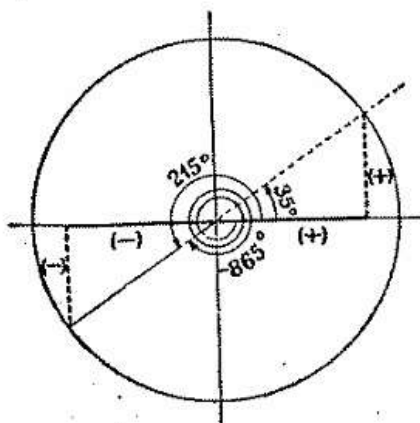
II. Reducir al primer cuadrante el ángulo de -865°

Las funciones de -865° llevan el signo que les pertenece en el cuadrante que contiene al lado móvil de ese ángulo, o sea, el tercer cuadrante.

Se calcula el ángulo positivo congruente con -865° sumando a éste el múltiplo positivo de 360° más próximo y mayor que el valor absoluto de -865° .

O sea:

$$-865^\circ + 3 \cdot 360^\circ = -865^\circ + 1080^\circ$$



Como 215° pertenece al tercer cuadrante se reduce al primero: $215^\circ - 180^\circ = 35^\circ$.

Luego:

$$\begin{aligned} \text{sen } (-865^\circ) &= \text{sen } 215^\circ = -\text{sen } 35^\circ \\ \cos (-865^\circ) &= \cos 215^\circ = -\cos 35^\circ \\ \text{tg } (-865^\circ) &= \text{tg } 215^\circ = \text{tg } 35^\circ \\ \text{cotg } (-865^\circ) &= \text{cotg } 215^\circ = \text{cotg } 35^\circ \\ \sec (-865^\circ) &= \sec 215^\circ = -\sec 35^\circ \\ \text{cosec } (-865^\circ) &= \text{cosec } 215^\circ = -\text{cosec } 35^\circ \end{aligned}$$

Resuelva los ejercicios de aplicación que se presentan a continuación

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

19. Reducir al primer cuadrante y hallar el valor de las funciones trigonométricas de los siguientes ángulos.

$$\text{I. } \alpha = 135^\circ \quad \text{R: } \operatorname{sen} 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \operatorname{tg} 135^\circ = -1$$

$$\operatorname{cotg} 135^\circ = -1; \sec 135^\circ = -\sqrt{2}; \operatorname{cosec} 135^\circ = \sqrt{2}$$

$$\text{II. } \alpha = 210^\circ \quad \text{R: } \operatorname{sen} 210^\circ = -\frac{1}{2}; \cos 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \operatorname{tg} 210^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{cotg} 210^\circ = \sqrt{3}; \sec 210^\circ = -\frac{2\sqrt{3}}{3}; \operatorname{cosec} 210^\circ = -2$$

$$\text{III. } \alpha = 300^\circ \quad \text{R: } \operatorname{sen} 300^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \cos 300^\circ = \frac{1}{2}; \operatorname{tg} 300^\circ = -\sqrt{3};$$

$$\operatorname{cotg} 300^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}; \sec 300^\circ = 2; \operatorname{cosec} 300^\circ = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{IV. } \alpha = 675^\circ \quad \text{R: } \operatorname{sen} 675^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \cos 675^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \operatorname{tg} 675^\circ = -1$$

$$\operatorname{cotg} 675^\circ = -1; \sec 675^\circ = \sqrt{2}; \operatorname{cosec} 675^\circ = -\sqrt{2}$$

$$\text{V. } \alpha = 870^\circ \quad \text{R: } \operatorname{sen} 870^\circ = \frac{1}{2}; \cos 870^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \operatorname{tg} 870^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{cotg} 870^\circ = -\sqrt{3}; \sec 870^\circ = -\frac{2\sqrt{3}}{3}; \operatorname{cosec} 870^\circ = 2$$

$$\text{VI. } \alpha = 945^\circ \quad \text{R: } \operatorname{sen} 945^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \cos 945^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \operatorname{tg} 945^\circ = 1$$

$$\operatorname{cotg} 945^\circ = 1; \sec 945^\circ = -\sqrt{2}; \operatorname{cosec} 945^\circ = -\sqrt{2}$$

$$\text{VII. } \alpha = 1215^\circ \quad \text{R: } \operatorname{sen} 1215^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \cos 1215^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \operatorname{tg} 1215^\circ = -1$$

$$\operatorname{cotg} 1215^\circ = -1; \sec 1215^\circ = -\sqrt{2}; \operatorname{cosec} 1215^\circ = \sqrt{2}$$

VIII. $\alpha = 1410^\circ$

$$R: \operatorname{sen} 1410^\circ = -\frac{1}{2}; \cos 1410^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \operatorname{tg} 1410^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{cotg} 1410^\circ = -\sqrt{3}; \sec 1410^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}; \operatorname{cosec} 1410^\circ = -2$$

IX. $\alpha = 1680^\circ$

$$R: \operatorname{sen} 1680^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \cos 1680^\circ = -\frac{1}{2}; \operatorname{tg} 1680^\circ = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{cotg} 1680^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}; \sec 1680^\circ = -2; \operatorname{cosec} 1680^\circ = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

X. $\alpha = 5130^\circ$

$$R: \operatorname{sen} 5130^\circ = 1; \cos 5130^\circ = 0; \operatorname{tg} 5130^\circ = \infty$$

$$\operatorname{cotg} 5130^\circ = 0; \sec 5130^\circ = \infty; \operatorname{cosec} 5130^\circ = 1$$

XI. $\alpha = 3420^\circ$

$$R: \operatorname{sen} 3420^\circ = 0; \cos 3420^\circ = -1; \operatorname{tg} 3420^\circ = 0$$

$$\operatorname{cotg} 3420^\circ = -\infty; \sec 3420^\circ = -1; \operatorname{cosec} 3420^\circ = \infty$$

XII. $\alpha = 3150^\circ$

$$R: \operatorname{sen} 3150^\circ = -1; \cos 3150^\circ = 0; \operatorname{tg} 3150^\circ = -\infty$$

$$\operatorname{cotg} 3150^\circ = 0; \sec 3150^\circ = \infty; \operatorname{cosec} 3150^\circ = -1$$

XIII. $\alpha = -330^\circ$

$$R: \operatorname{sen} (-330^\circ) = -\frac{1}{2}; \cos (-330^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}; \operatorname{tg} (-330^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{cotg} (-330^\circ) = -\sqrt{3}; \sec (-330^\circ) = \frac{2\sqrt{3}}{3}; \operatorname{cosec} (-330^\circ) = -2$$

XIV. $\alpha = -870^\circ$

$$R: \operatorname{sen} (-870^\circ) = \frac{-1}{2}; \cos (-870^\circ) = \frac{-\sqrt{3}}{2}; \operatorname{tg} (-870^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{cotg} (-870^\circ) = \sqrt{3}; \sec (-870^\circ) = \frac{-2\sqrt{3}}{3}; \operatorname{cosec} (-870^\circ) = -2$$

XV. $\alpha = -810^\circ$

$$R: \operatorname{sen} (-810^\circ) = -1; \cos (-810^\circ) = 0; \operatorname{tg} (-810^\circ) = -\infty$$

$$\operatorname{cotg} (-810^\circ) = 0; \sec (-810^\circ) = \infty; \operatorname{cosec} (-810^\circ) = -1$$

3. Referencia bibliografica

- Alcántara, L. E., Lomazzi, R. T., & Mina, F. (s.f.). Trigonometría, límites, continuidad, derivadas V. De acuerdo con el programa oficial del 5º año del bachillerato.