



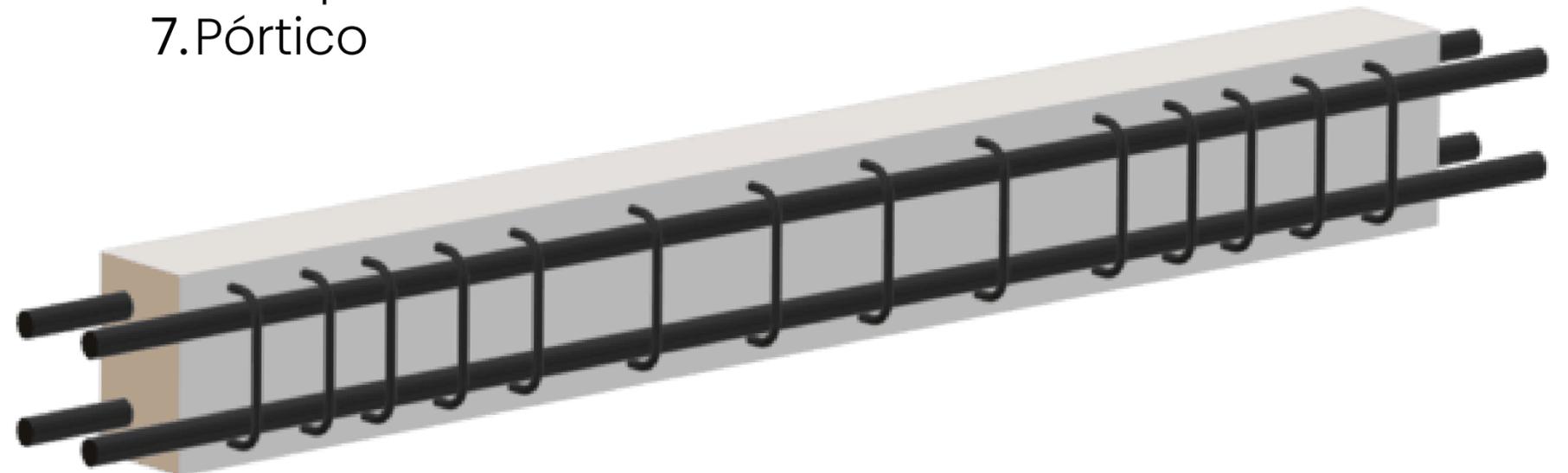
Investigación Estructuras I

Estudiantes:

- Andrea Ureña
- Juan Pablo Santiago
- Bryan Chochos

Índice

1. Análisis de vigas y comportamiento estructural - Introducción General
2. Marco Teórico
3. Dibujo detallado: Viga simplemente apoyada con carga puntual y distribuida
4. Ejemplos prácticos detallados
5. Comportamiento estructural 1
6. Comportamiento estructural 2
7. Pórtico



Análisis de vigas y comportamiento estructural

Introducción General

En el campo de la ingeniería civil y la arquitectura, el conocimiento del comportamiento estructural de las vigas es esencial para diseñar edificaciones seguras y eficientes. Las vigas, al formar parte de los elementos horizontales en una estructura, soportan cargas verticales y las transmiten hacia los apoyos o columnas. Están presentes en la mayoría de las estructuras, desde puentes hasta viviendas.

Objetivo: Analizar de manera profunda los tipos de vigas, los tipos de carga y las reacciones que las afectan, y representar su comportamiento interno mediante diagramas de fuerza cortante y momento flector. Se aplicará la teoría en ejercicios prácticos, con desarrollo matemático completo, esquemas explicativos y razonamiento estructural.

Objetivos Específicos:

1. Clasificar los diferentes tipos de vigas según su sistema de apoyos y su aplicación en estructuras reales.
2. Identificar y diferenciar los distintos tipos de carga que pueden actuar sobre una viga, incluyendo cargas puntuales, distribuidas, triangulares y combinadas.
3. Aplicar las condiciones de equilibrio estático para determinar correctamente las reacciones en los apoyos.



TIPOS DE VIGAS Y SUS APLICACIONES

- Viga simplemente apoyada: Un apoyo fijo y uno móvil. Ideal para análisis básico por su linealidad.
- Aplicación: techos, puentes, plataformas.
- Viga en voladizo: Empotrada en un extremo, libre en el otro. Requiere diseño especial por el alto momento en la base.
- Aplicación: balcones, aleros, marquesinas.
- Viga con doble volado: Empotrada al centro, con ambos extremos libres. Disipa esfuerzos en ambas direcciones.
- Aplicación: pasarelas, cubiertas simétricas.
- Viga continua: Apoyada en múltiples puntos. Requiere métodos avanzados debido a su redundancia estructural.
- Aplicación: puentes largos, entrepisos.

Materiales comunes:

- Acero estructural: Alta resistencia, buena ductilidad.
- Concreto armado: Resistente a compresión, reforzado para tracción.
- Madera: Ligera, fácil de trabajar, usada en estructuras tradicionales.

Tipos vigas estructurales



Cuadrada



I



H



T



© Aprendiendo Ingeniería

Perforada o
castellada



Canal o
C



RHS



Ángulo o
L

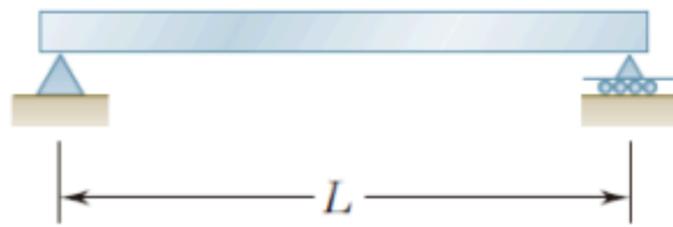


Plana

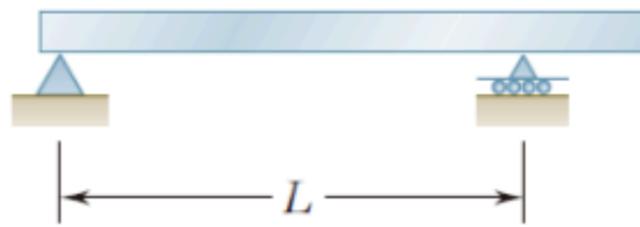
f Aprendiendo Ingeniería ©

Vigas

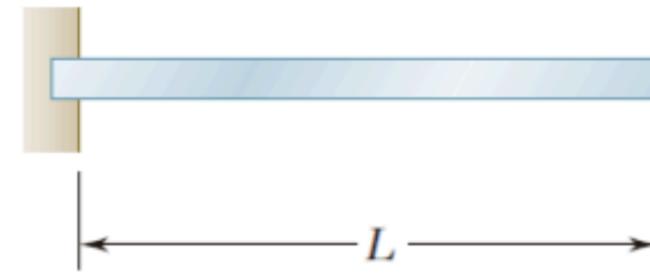
Ejemplos:



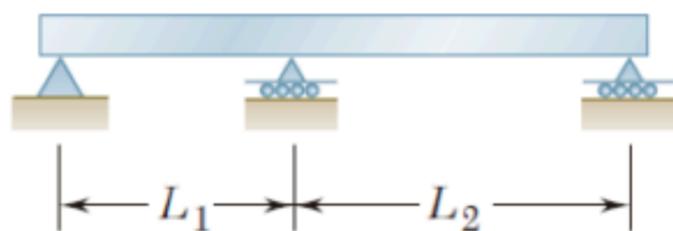
a) Viga simplemente apoyada



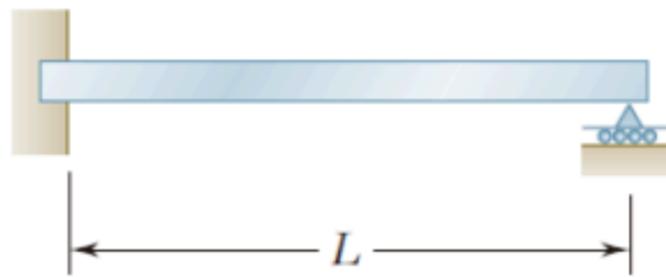
b) Viga con voladizo



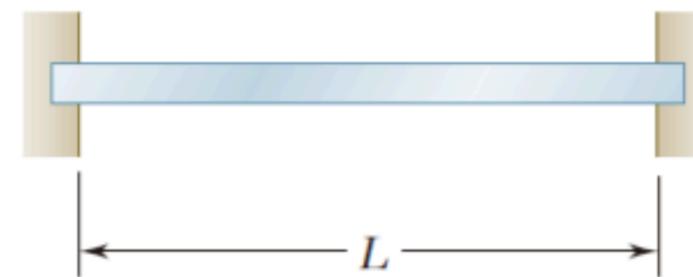
c) Viga en voladizo



d) Viga continua



e) Viga fija en un extremo y simplemente apoyada en el otro



f) Viga fija

Materiales con los que se fabrican algunas vigas

Algunos ejemplos de vigas

Viga V8

Espesor: 12mm
Cuadro: 15cmx15cm
Largo: 6,50mt
Estribos: 6mm



Vigas con perfiles metálicos.



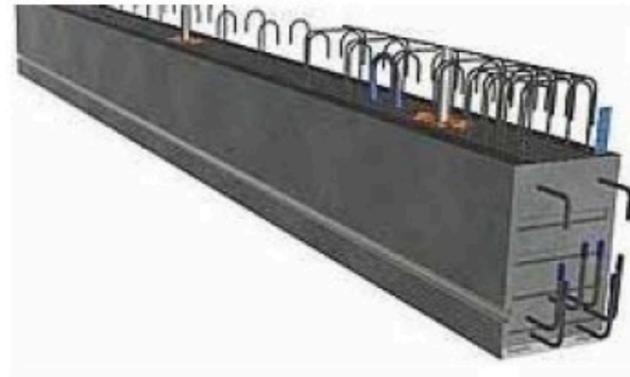
Vigas de madera apoyadas sobre ménsulas.



Diferentes perfiles metálicos empleados en vigas.



Vigas de madera

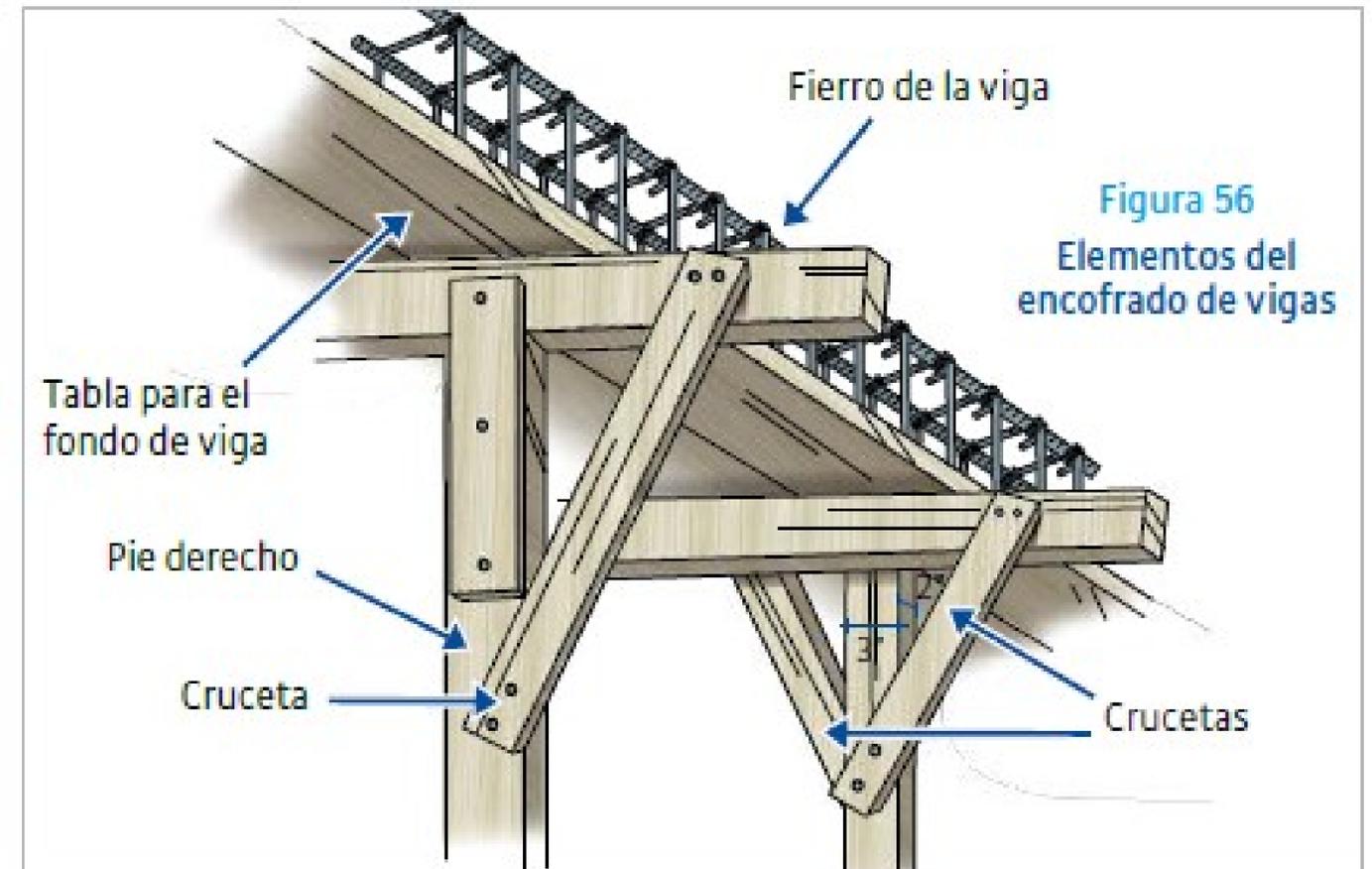
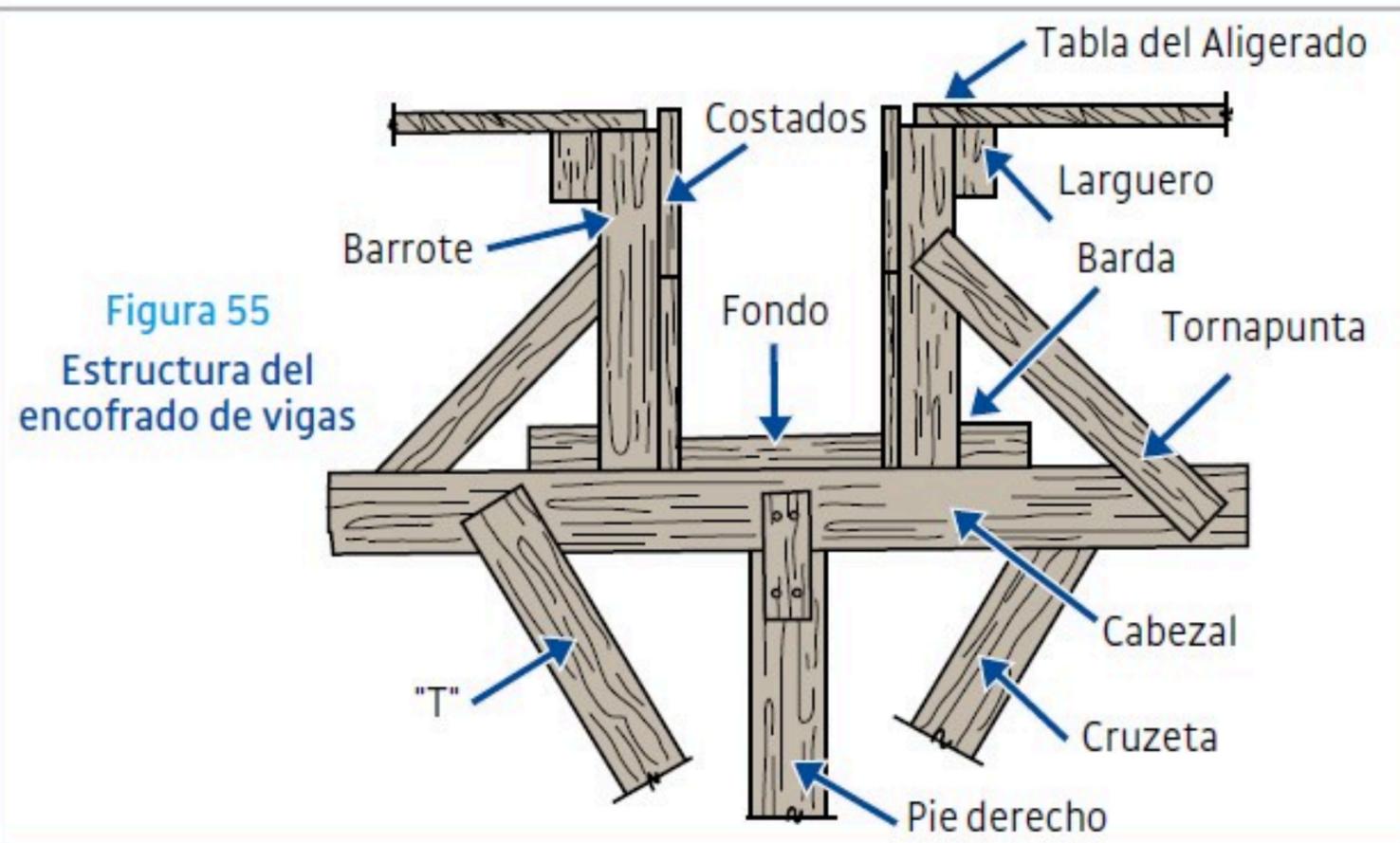


Viga prefabricada de hormigón pretensado.



Vigas de celosía

Encofrado de vigas

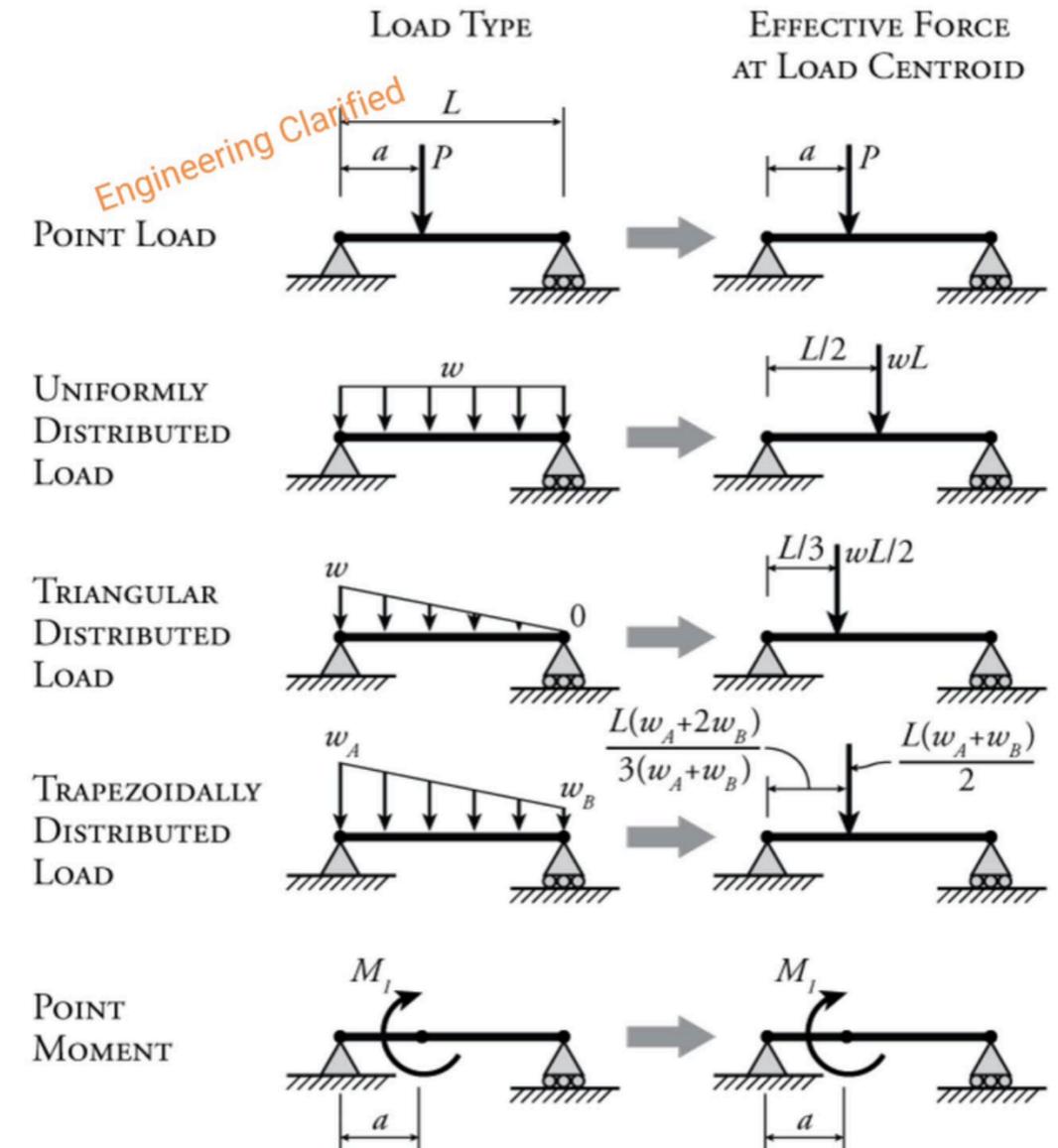


Cargas y Reacciones

- Carga puntual: Genera saltos en el diagrama de fuerza cortante.
- Carga distribuida uniforme (CDU): Produce diagramas lineales de cortante y parabólicos de momento.
- Carga triangular o trapezoidal: Distribución no uniforme, requiere integración.
- Cargas combinadas: Se analizan por tramos.
- Tipos de apoyos:
- Simple (articulado): Reacción vertical.
- Móvil (rodillo): Reacción vertical, permite desplazamiento horizontal.
- Empotramiento: Reacciones vertical, horizontal y momento.
- Condiciones de equilibrio:
- $\Sigma F_x = 0$
- $\Sigma F_y = 0$
- $\Sigma M = 0$

TIPO DE APOYO	NOMBRE	REACCIONES
	FIJO	
	MÓVIL	
	EMPOTRADO	

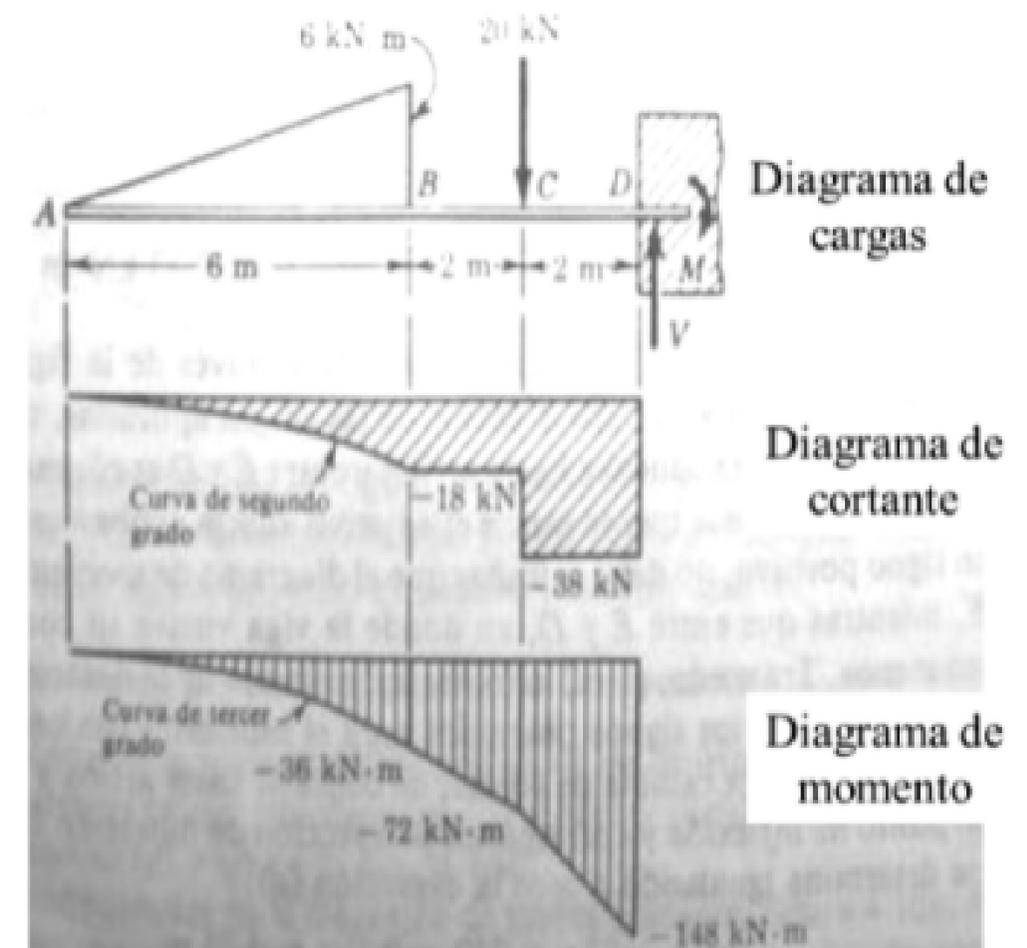
Types of Loads on Beams



Diagramas de Fuerza Cortante (V) y Momento Flector (M)

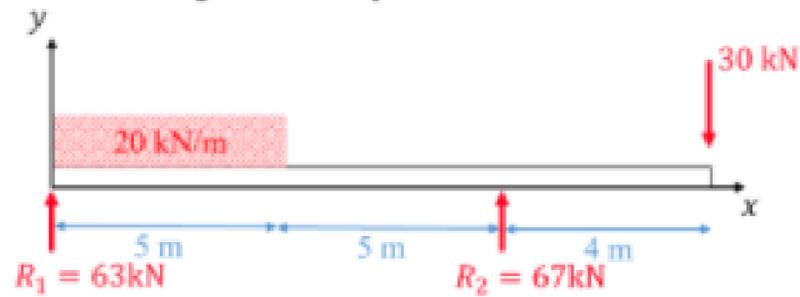
- Fuerza cortante (V): Refleja la resistencia interna ante el corte.
- Momento flector (M): Representa la flexión inducida por las cargas.
- Relaciones diferenciales clave:
 - $dV/dx = -w(x)$
 - $dM/dx = V(x)$
- Los diagramas se obtienen evaluando tramos definidos por cambios en carga o geometría. Las áreas bajo el diagrama de V representan el incremento del momento M.

Son simplemente la representación gráfica de las distribuciones correspondientes, dibujadas en los sistemas de los ejes coordenados V-x y M-x y suelen colocarse debajo del diagrama de cargas. Los máximos y mínimos del diagrama de momentos corresponden siempre a secciones de fuerza constante nula y pueden obtenerse a partir de igualar a cero la derivada de la solución analítica la cual siempre la distribución de la fuerza cortante.



Ejemplo

Escribir las ecuaciones de momento flexionante y fuerza cortante de la viga cargada que se muestra en la Figura, y trazar los diagramas correspondientes.



SOLUCION

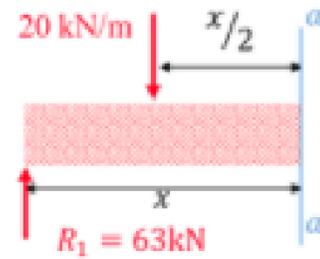
En una sección cualquiera a-a entre A y B las fuerzas aplicadas a considerar son las que aparecen en la Figura 1. Teniendo en cuenta las expresiones de la fuerza cortante y del momento flexionante se tiene

$$V_r = \left(\sum F_y \right)_{izq}$$

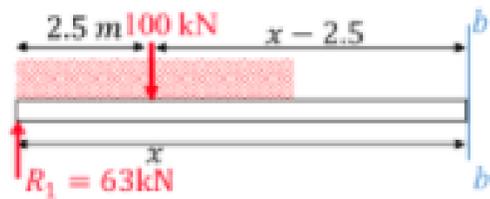
$$V_{AB} = (63 - 20x) \text{ kN}$$

$$M = \left(\sum M \right)_{izq}$$

$$M_{AB} = 63x - (20x) \frac{x}{2} \text{ kN} \cdot \text{m}$$



Esta expresiones son validas solamente desde $x=0$ hasta $x=5$ m, es decir, entre los puntos A y B. Para obtener las expresiones de V y M entre los puntos B y C supongamos una sección cualquiera b-b entre ambos puntos. Su posición está definida por la abcisa x a partir del mismo origen A considerando anteriormente, por lo que x varía entre $x=5$ m y $x=10$ m. Los efectos de las fuerzas exteriores en esta sección se determinan aplicando las misma expresiones a la Figura 2.



$$V_r = \left(\sum F_y \right)_{izq}$$

$$M = \left(\sum M \right)_{izq}$$

$$V_{AB} = 63 - 100 = -37 \text{ kN}$$

$$M_{AB} = 63x - 100(x - 25) = (-37x + 250) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

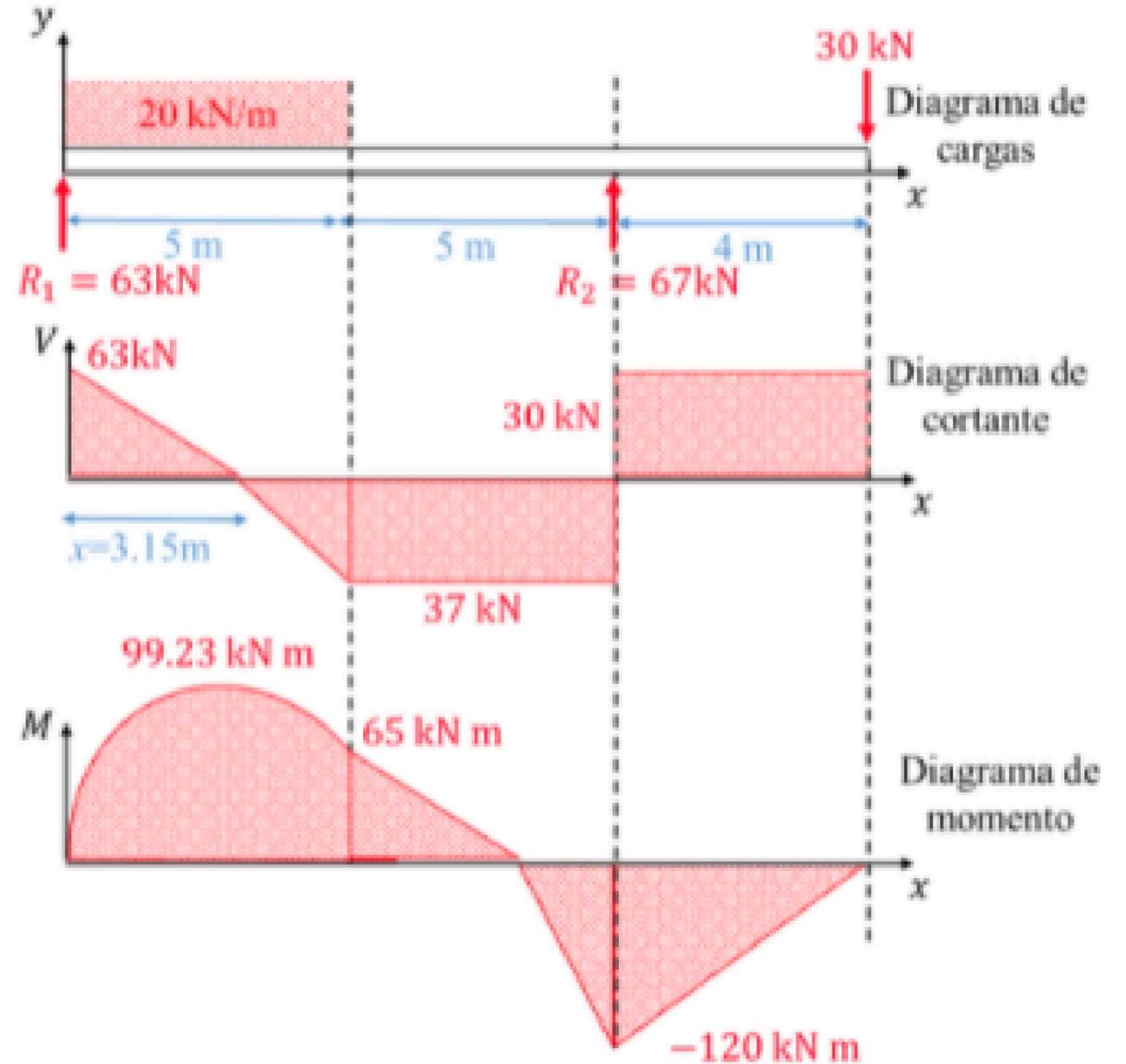
Las leyes de fuerza cortante y momento flexionante en el intervalo CD resultan de la misma forma, considerando una sección cualquiera c-c entre ambos puntos.

$$V_r = \left(\sum F_y \right)_{izq} \quad V_{AB} = 63 - 100 + 67 = 30 \text{ kN}$$

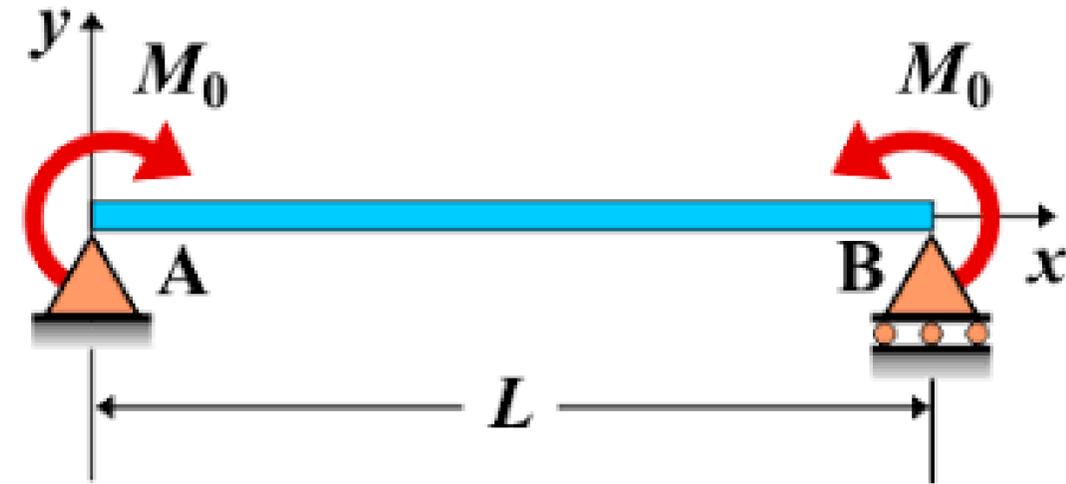
$$M = \left(\sum M \right)_{izq}$$

$$M_{AB} = 63x - 100(x - 25) + 67(x - 10)$$

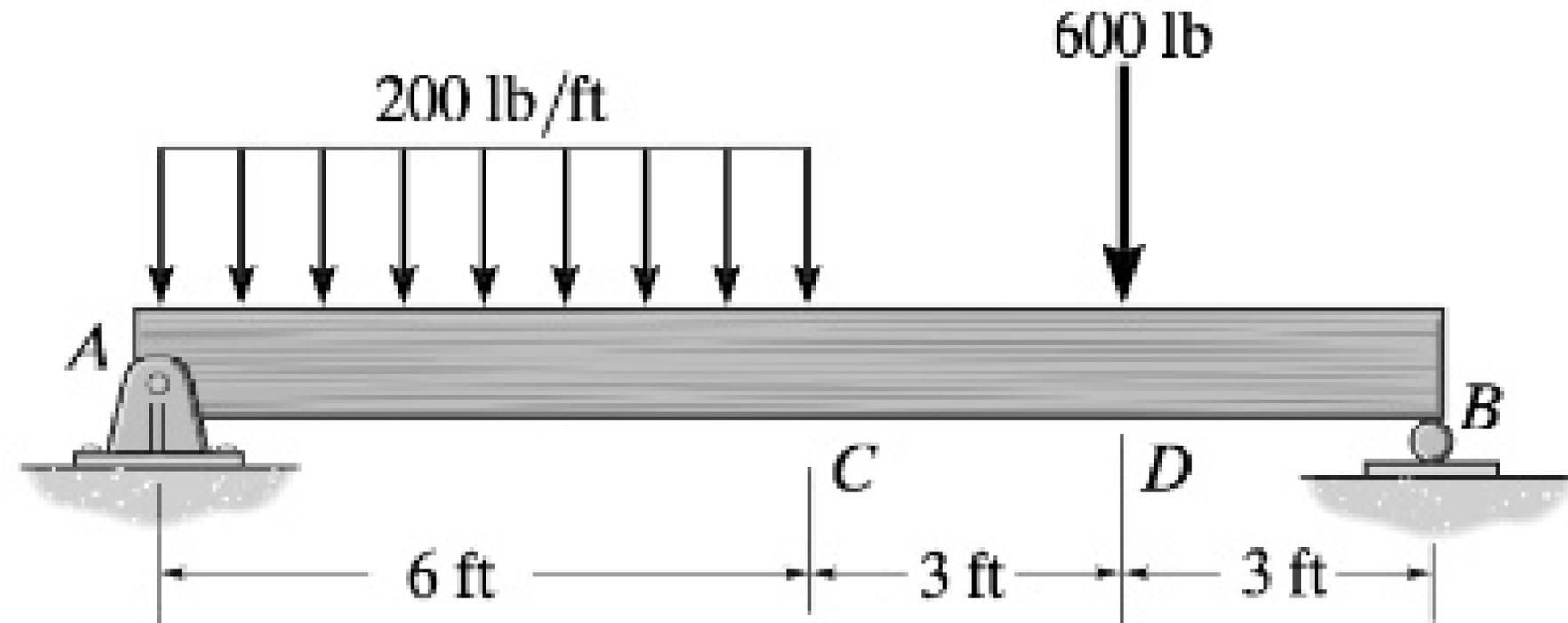
$$M_{AB} = (30x - 420) \text{ kN} \cdot \text{m}$$



VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CARGA PUNTUAL Y DISTRIBUIDA



F6-7.



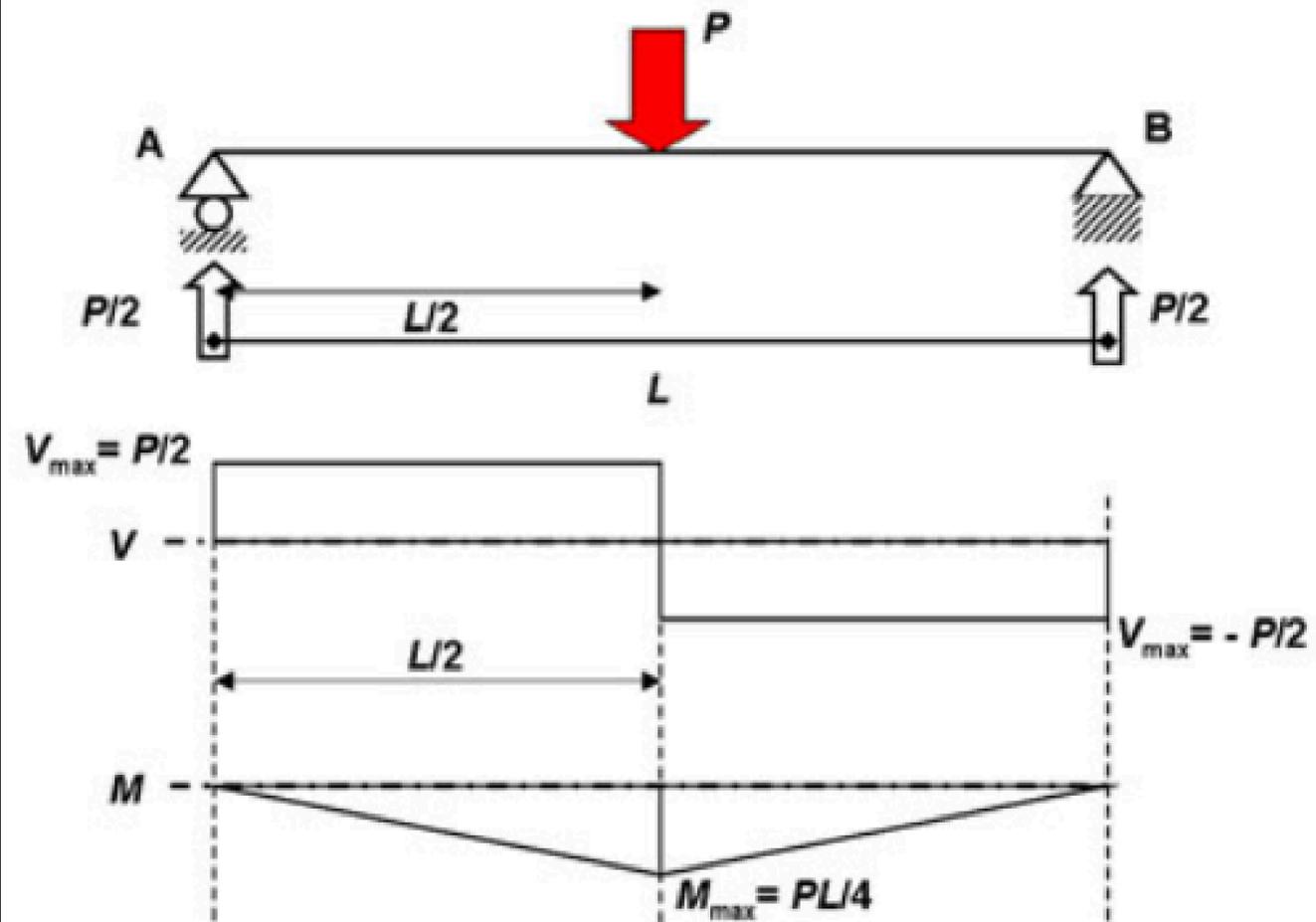
F6-7

VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CARGA PUNTUAL

Significado estructural:

Esta viga soporta cargas puntuales o distribuidas que generan esfuerzos internos de cortante y flexión. Al estar simplemente apoyada, su capacidad para resistir momentos en los extremos es nula, concentrándose el momento máximo en la zona entre los apoyos. Es ideal para comprender los conceptos fundamentales de equilibrio y deformación.

Caso 1: Viga simplemente apoyada (*Isostática*) con carga puntual en el centro de la luz.



Las reacciones son idénticas, debido a la posición simétrica de la carga respecto de los apoyos (que además actúan de igual manera, es decir, absorbiendo cargas verticales), recibiendo cada una de ellas la mitad de la carga puntual.

Nótese como los diagramas son lineales en ambos casos (*FC* y *MF*), esto es debido al tipo de carga (puntual).

El diagrama de *FC* es una función lineal constante, con expresión:

$$V(x) = P/2 = 0,5P$$

hasta la mitad de la luz; de ahí en adelante y debido a la posición y magnitud de la carga *P*, se produce una discontinuidad de la función de *FC*, que seguirá siendo constante pero con signo negativo, según la expresión:

$$V(x) = -P/2 = -0,5P$$

El diagrama de *MF*, es una función lineal discontinua por tramos, con discontinuidad en $x = L/2$, donde hay un cambio de signo de la pendiente (de 0,5 a -0,5). La pendiente de la recta será positiva en la mitad izquierda de la viga y negativa en la derecha, con las expresiones:

$$M(x) = Px/2 = 0,5Px \text{ (mitad izquierda)}$$

$$M(x) = -Px/2 = -0,5Px \text{ (mitad derecha)}$$

En el punto de cambio de signo de la pendiente se produce un máximo valor de la variable *MF*, que será el mayor en toda la longitud de la viga *AB*, y tiene el valor:

$$M_{\max} = PL/4 = 0,25PL$$

VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CARGA DISTRIBUIDA

Significado estructural:

El voladizo permite extender elementos estructurales más allá de sus apoyos, generando momentos flectores elevados en el empotramiento. Es una solución útil cuando se necesita liberar espacio bajo la viga o evitar columnas intermedias. El esfuerzo se concentra principalmente en el punto fijo, lo que demanda mayor rigidez y resistencia en ese extremo.

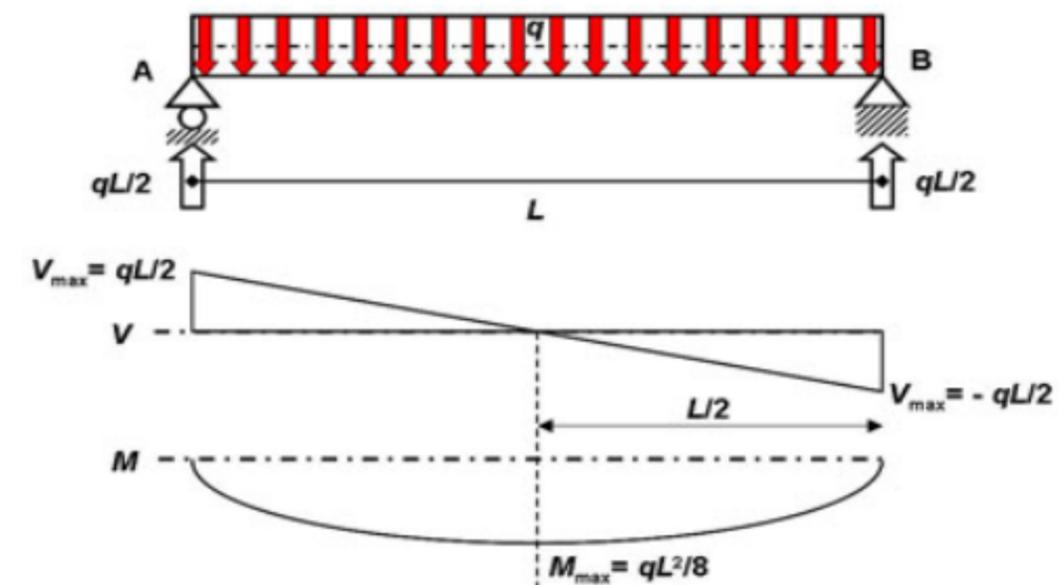
En este caso, al igual que en el **Caso 1** las reacciones, así como los diagramas de **FC** y **MF** presentan simetrías, es decir, las reacciones verticales son idénticas en **A** y en **B** (ya que los apoyos reaccionan de igual manera, es decir, absorbiendo cargas verticales), en el diagrama de **FC** se verifica una simetría central respecto de un punto en el centro de la luz de la viga, y en el de **MF** una simetría respecto de un eje vertical por el centro de la luz de la viga.

Las funciones de **FC** y **MF** son, respectivamente, lineal (de primer grado) y cuadrática (de segundo grado). Dichas funciones tienen la forma:

$$V(x) = qL/2 - qx \text{ (Fuerza Cortante)}$$
$$M(x) = qLx/2 - qx^2/2 \text{ (Momento Flector)}$$

Es importante hacer notar que la **FC** tiene dos máximos absolutos: en **A** y en **B**, mientras que el **MF** sólo tiene un máximo en el centro de la luz.

Caso 4: Viga simplemente apoyada con carga uniformemente distribuida.



VOLADIZO CON CARGA PUNTUAL

Descripción:

Una carga puntual aplicada en cualquier punto del voladizo (frecuentemente en el extremo libre) genera un momento constante en toda la longitud de la viga y una fuerza cortante también constante, pero de signo opuesto a la carga.

Comportamiento estructural:

- Cortante: Constante a lo largo de la viga.
- Momento flector: Lineal, con su valor máximo en el empotramiento.
- El punto más crítico es la base empotrada, que soporta el máximo momento negativo y fuerza cortante.

6.a.- POR MÉTODO DE AREA DE MOMENTO.

Establecemos el equilibrio externo.

$$R_a = P$$

Determinamos la ecuación general de momento flector.

$$M_x = -Px$$

El ángulo entre las tangentes trazadas en ambos extremos de la viga lo obtenemos aplicando el Primer Teorema de Mohr.

$$\phi_{L0} = -P.L \frac{L}{2EI}$$

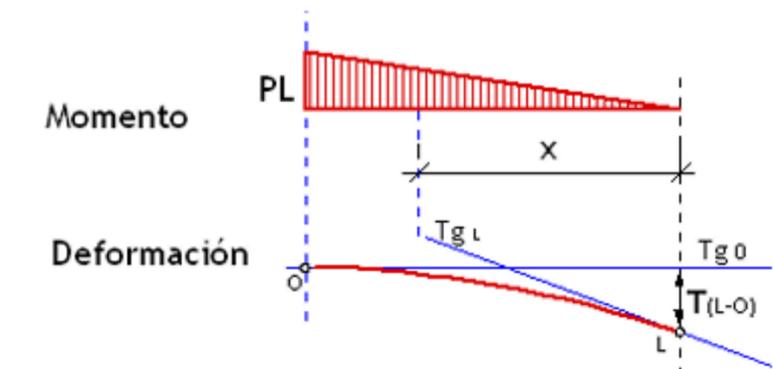
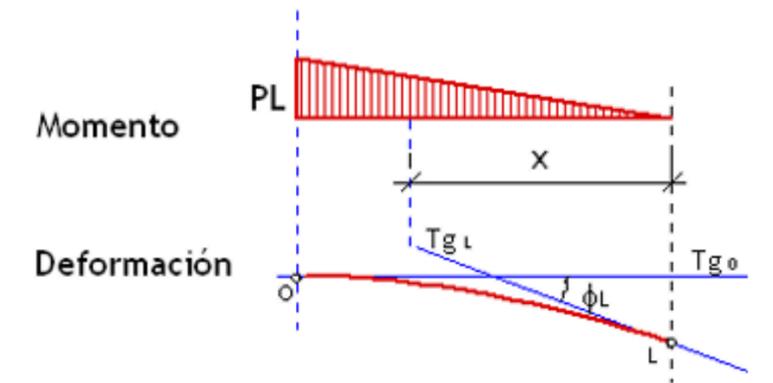
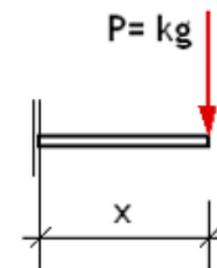
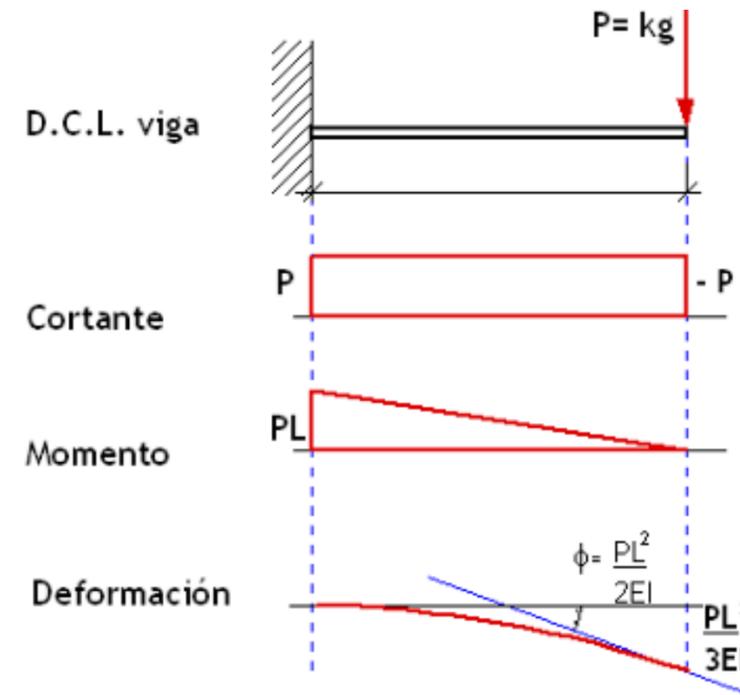
$$\phi_{L0} = -\frac{PL^2}{2EI}$$

$$\phi_B = \phi_{L0} = -\frac{PL^2}{2EI}$$

Calculando la desviación tangencial en 0 (extremo libre de la viga) con respecto a la tangente trazada en el otro extremo determinamos la flecha máxima

$$t_{(L-0)} = -\frac{PL^2}{2EI} \frac{2L}{3} \quad t_{(L-0)} = -\frac{PL^3}{3EI}$$

$$Y_{\max} = t_{(L-0)} = -\frac{PL^3}{3EI}$$



VOLADIZO CON CARGA DISTRIBUIDA

2. Voladizo con carga distribuida

Descripción:

Cuando una carga distribuida (por ejemplo, 2 kN/m) actúa sobre el voladizo, la carga total se calcula multiplicando la intensidad por la longitud. La carga se “siente” más intensamente cerca del empotramiento.

Comportamiento estructural:

- Cortante: Varía linealmente, desde un valor máximo en el empotramiento hasta cero en el extremo libre.
- Momento flector: Sigue una parábola, con el máximo en el empotramiento.
- Es un caso más realista, ya que muchas cargas (peso propio, techos, nieve) se distribuyen a lo largo de la viga.

5.a.- POR MÉTODO DE ÁREA DE MOMENTO

Establecemos el equilibrio externo.

$$R_a = qL$$

Determinamos la ecuación general de momento flector

$$M_x = -\frac{qx^2}{2}$$

El ángulo entre las tangente trazadas en ambos extremos de la viga lo obtenemos aplicando el Primer Teorema de Mohr.

$$\phi_{OL} = -\frac{1}{EI_0} \int_0^L \frac{qx^2}{2} dx$$

$$\phi_{OL} = -\frac{1}{EI_0} \left[\frac{qx^3}{6} \right]$$

$$\phi_{OL} = -\frac{qL^3}{6EI}$$

$$\phi_A = \phi_{OL} = -\frac{qL^3}{6EI}$$

Calculando la desviación tangencial en 0 (extremo libre de la viga) con respecto a la tangente trazada en el otro extremo, determinamos la flecha máxima.

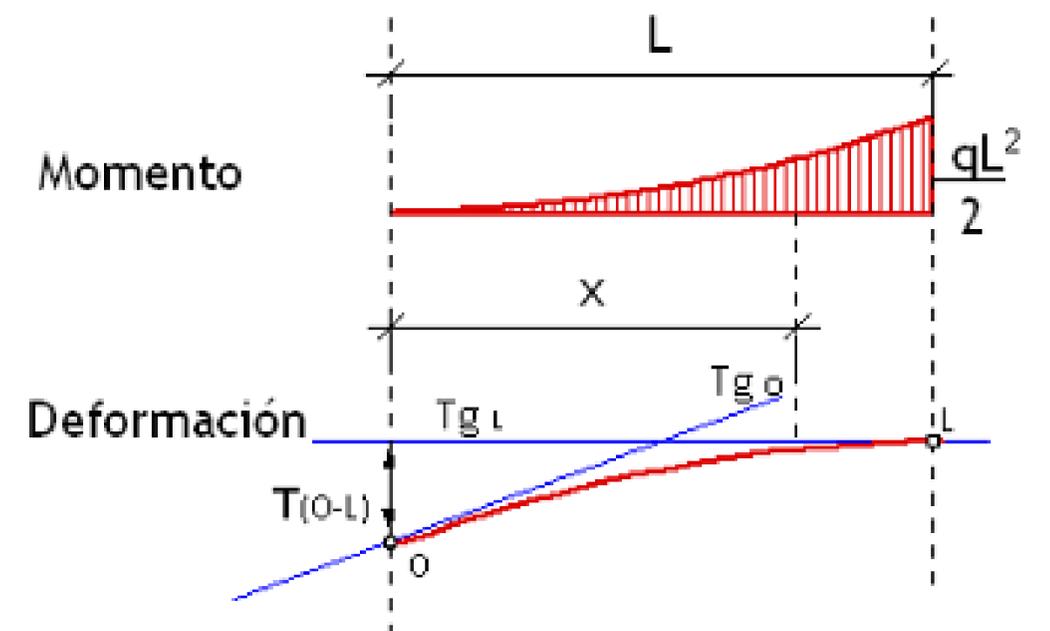
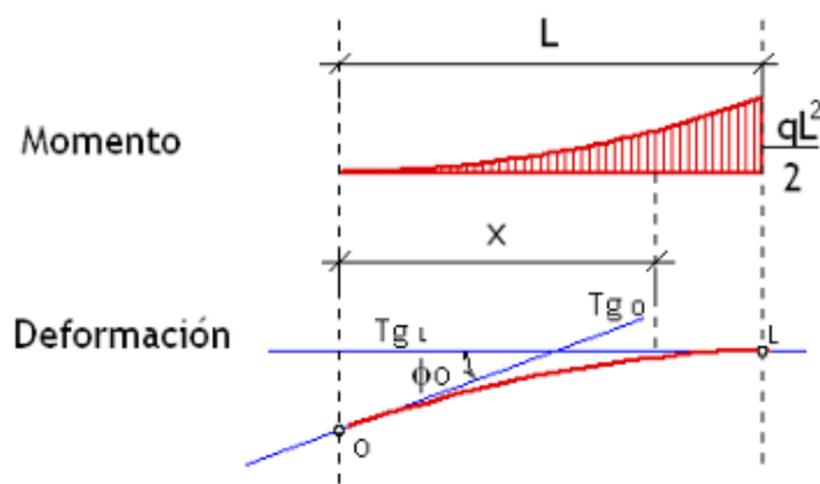
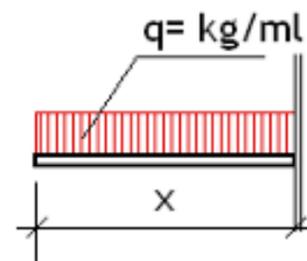
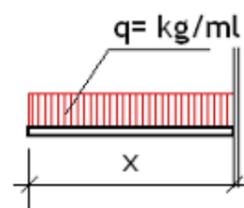
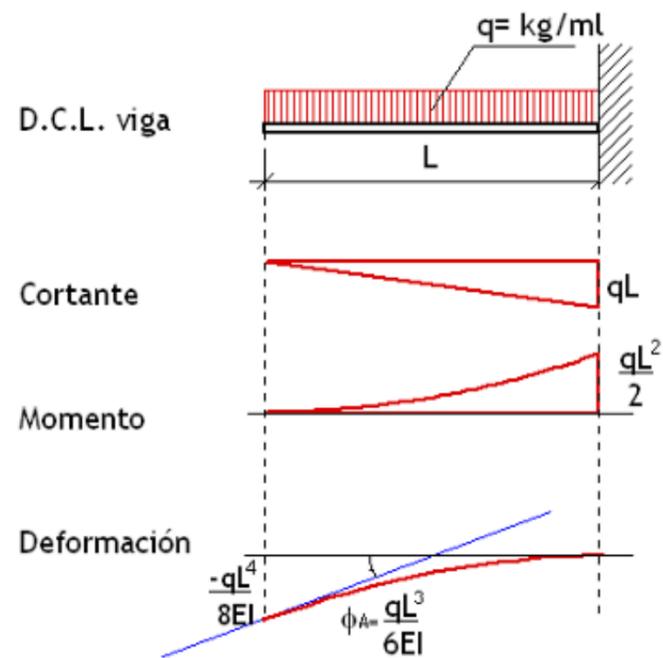
$$t_{(0-L)} = -\frac{1}{EI_0} \int_0^L \frac{qx^2}{2} \cdot x \cdot dx$$

$$t_{(0-L)} = -\frac{1}{EI_0} \int_0^L \frac{qx^3}{2} dx$$

$$t_{(0-L)} = -\frac{1}{EI_0} \left[\frac{qx^4}{8} \right]$$

$$t_{(0-L)} = -\frac{qL^4}{8EI}$$

$$Y_{\max} = t_{(0-L)} = -\frac{qL^4}{8EI}$$



VIGA CON DOBLE VOLADO CON CARGA PUNTUAL

1. Doble volado con carga puntual

Descripción:

Una o más cargas puntuales pueden colocarse en cualquiera de los extremos o en ambos. Si las cargas están desbalanceadas, la viga tenderá a rotar, generando mayores esfuerzos en el empotramiento.

Comportamiento estructural:

- Fuerza cortante: Constante en cada tramo entre cargas, con cambios bruscos (saltos) en los puntos donde actúan las cargas puntuales.
- Momento flector: Lineal en los tramos entre cargas.
- El máximo momento negativo ocurre en el centro (empotramiento), mientras que los extremos suelen tener momentos nulos si no hay carga sobre ellos.

VIGA CON DOBLE VOLADO CON CARGA DISTRIBUIDA

Descripción:

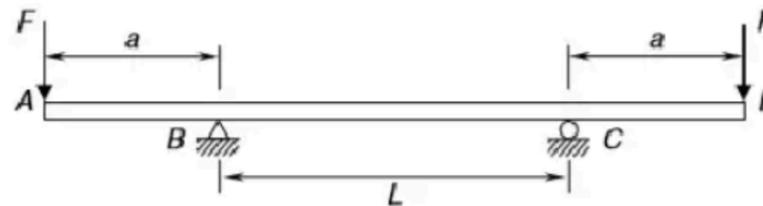
Puede haber carga distribuida en uno o en ambos brazos del volado. Estas cargas generan momentos flectores parabólicos y esfuerzos de cortante variables a lo largo de la viga.

Comportamiento estructural:

- Cortante: Varía linealmente en cada tramo con carga distribuida.
- Momento flector: Sigue una curva cuadrática, alcanzando su valor máximo (negativo) en el empotramiento.
- Si la carga es simétrica, los momentos en ambos lados serán iguales en magnitud pero opuestos en signo.

VIGA SIMPLEMENTE APOYADA, CON DOBLE VOLADIZO Y FUERZAS CONCENTRADAS EN SUS EXTREMOS

La viga simplemente apoyada de la figura tiene voladizos dobles con fuerzas concentradas, cada una de magnitud (F) y que actúan directamente hacia abajo en los extremos libres en los puntos A y D . La distancia entre los apoyos es (L) y la longitud de cada voladizo es (a). Por lo tanto, la longitud total de la viga, medida desde el extremo izquierdo, es ($L + 2a$).



Viga con doble voladizo y fuerzas aplicadas en sus extremos

Reacciones. En la Figura siguiente, se muestra el diagrama de cuerpo libre de la viga. Las reacciones verticales (B_y y C_y) son iguales, cada una con magnitud (F). Como ambas fuerzas actúan directamente hacia abajo, la reacción horizontal (B_x) es cero.



PÓRTICO CON CARGA PUNTUAL

Descripción:

Cuando se aplica una carga puntual sobre la viga horizontal del pórtico (por ejemplo, al centro o cerca de un extremo), esta genera:

- Reacciones verticales en las columnas.
- Un momento flector importante en la viga y, dependiendo del tipo de unión, también en las columnas.

Comportamiento estructural:

- Fuerza cortante (V): Constante en los tramos entre cargas y apoyos. Cambia bruscamente en el punto de aplicación de la carga puntual.
- Momento flector (M): Lineal en cada tramo. El momento máximo ocurre en el centro de la viga si la carga está centrada.

PÓRTICO CON CARGA DISTRIBUIDA

Pórtico con Carga Distribuida

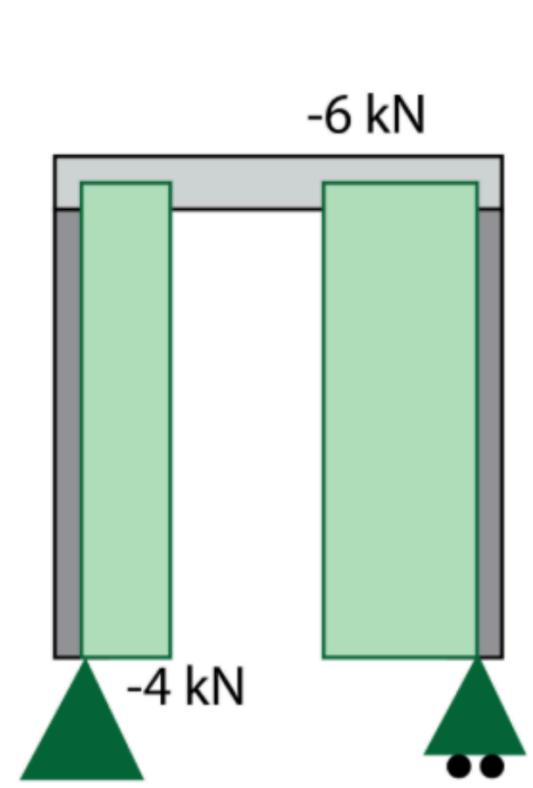
Descripción:

Cuando se aplica una carga distribuida (por ejemplo, una carga uniforme sobre toda la viga), el peso se reparte de forma continua, generando una distribución más uniforme de esfuerzos.

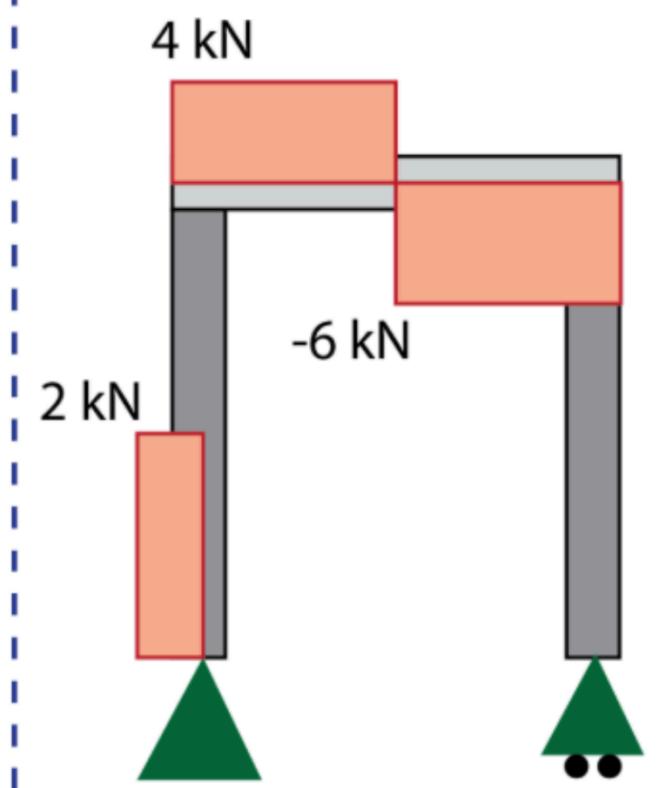
Comportamiento estructural:

- Fuerza cortante (V): Varía linealmente a lo largo de la viga.
- Momento flector (M): Tiene forma parabólica, alcanzando su máximo en el centro de la viga.

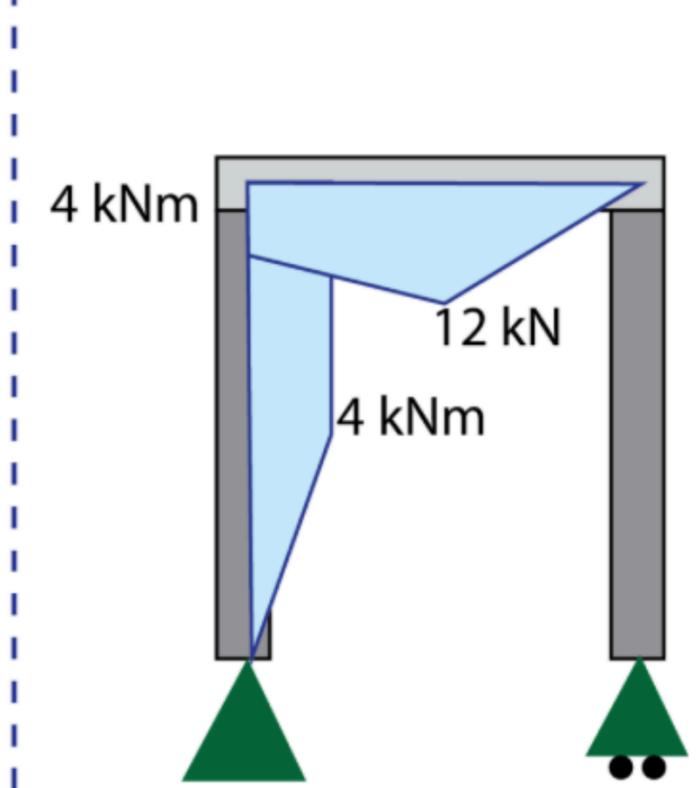
Esfuerzo axial



Esfuerzo cortante



Momento flector



CONCLUSIONES

El análisis estructural de vigas es una herramienta fundamental dentro del campo de la ingeniería civil y la arquitectura, ya que permite comprender cómo responden los elementos horizontales ante diversas condiciones de carga. Este conocimiento es indispensable para diseñar estructuras resistentes, funcionales y seguras, capaces de soportar tanto cargas permanentes como variables, incluyendo factores como el peso propio, cargas de uso, viento o sismos.

Los diagramas de fuerza cortante y momento flector constituyen representaciones gráficas esenciales que revelan el comportamiento interno de una viga, indicando con precisión las zonas de mayor esfuerzo, los puntos donde puede ocurrir una falla, y los lugares óptimos para ubicar refuerzos estructurales. Estos diagramas, combinados con un análisis matemático riguroso, permiten predecir con confianza el rendimiento de los materiales y el sistema estructural en general.

La combinación de teoría, cálculo numérico e interpretación gráfica resulta en una comprensión integral del comportamiento estructural. No se trata únicamente de resolver ecuaciones, sino de visualizar cómo se deforma la estructura, cómo fluye la carga a través de los apoyos, y cómo se generan esfuerzos internos. Esta interpretación permite tomar decisiones de diseño más conscientes y eficientes.

Además, el tipo de viga (simplemente apoyada, en voladizo, continua o con doble volado), junto con el sistema de carga aplicado (puntual, distribuido, triangular, combinado) y los tipos de apoyos (simples, móviles, empotrados), determina de manera directa la respuesta estructural del elemento. Cada combinación genera un comportamiento único, por lo que es vital conocer las implicaciones estructurales de cada una para garantizar seguridad, economía y funcionalidad.

CONCLUSIONES

- Hibbeler, R. C. (2016). Mecánica de materiales. Pearson.
- Gere, J. M. (2004). Resistencia de materiales. Cengage Learning.
- Apuntes de clase del docente.
- Normativa ecuatoriana de la construcción (NEC).
- Determinando Las Cargas Distribuidas en Mecánica Aplicada. [Ingeniería Industrial] — Steemit. (s. f.). Steemit. <https://steemit.com/spanish/@alcidescadiz/determinando-las-cargas-distribuidas-en-mecanica-aplicada-ingenieria-industrial>
- Martinez, D. (2024, 26 mayo). Optimización de cargas aplicadas en vigas | Actualizado mayo 2025 | ESTRUCTURALES.ES. <https://estructurales.es/refuerzo-de-vigas/cargas-aplicadas-en-vigas/>
- uDocz. (2025). Tipos de Apoyos para Estructuras. uDocz. <https://www.udocz.com/apuntes/638407/inboundpptx>
- Web del Profesor Argimiro Castillo. (s. f.). http://webdelprofesor.ula.ve/arquitectura/argicast/materias/materia2/CLASE_VIGAS.html
- Farro, A. (2024, 28 abril). VIGA de concreto armado. CONSTRUNEIC. <https://construneic.com/concreto-armado/viga-de-concreto/>
- iEnciclotareas. (2018, 5 noviembre). VIGA CON CARGA DISTRIBUIDA y PUNTUAL - REACCIONES DE APOYOS [Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=ngSJd-aT4cg>