MATEMÁTICAS UNIDAD II

NÚMEROS REALES Y COMPLEJOS.

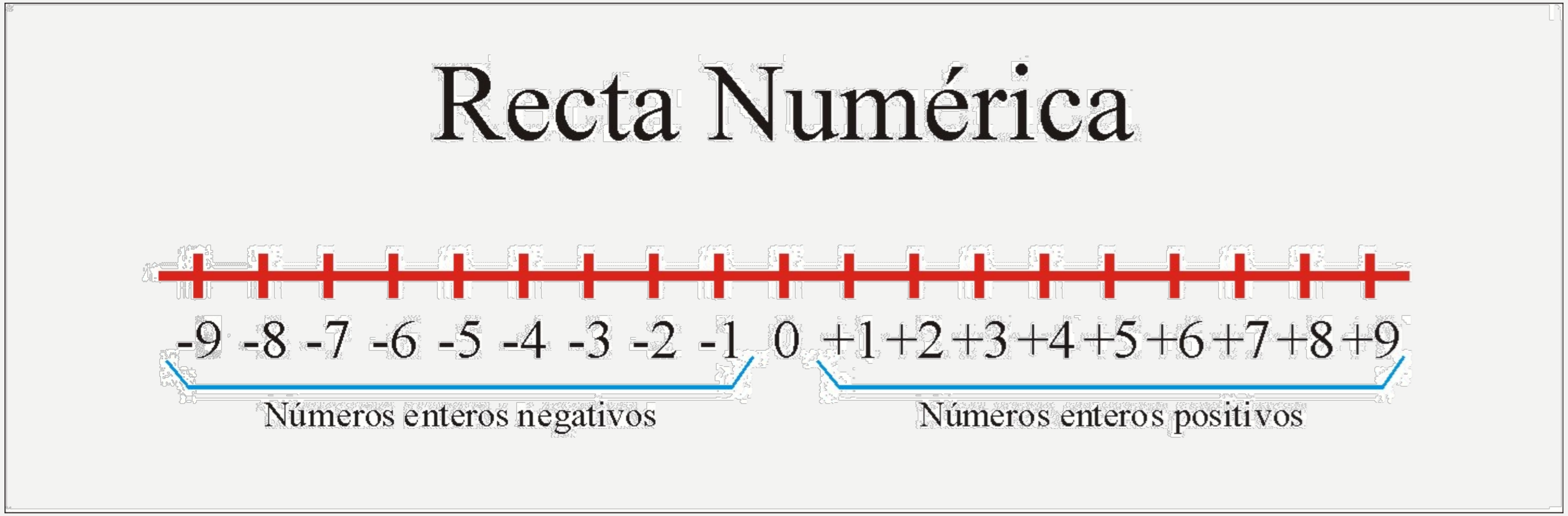
ADMICIÓN Y NIVELACIÓN
CNPeriodo 2024 -2S

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

- **Definición de los números reales**

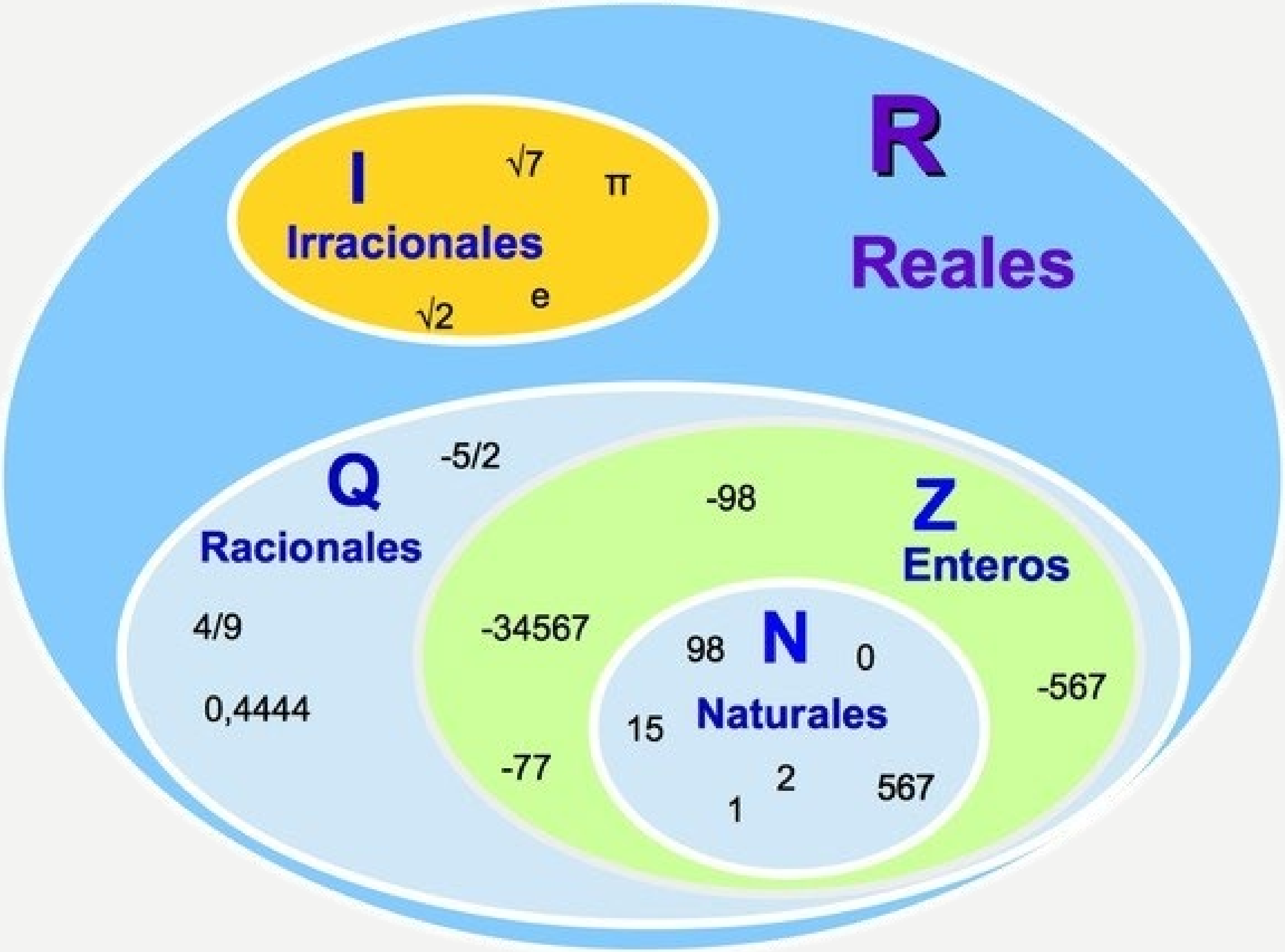
Los números reales son el conjunto de todos los números que se pueden representar en la recta numérica.

Los números reales son aquellos números que pueden ser representados por una expansión decimal infinita que puede ser finita o periódica. En otras palabras, un número real es cualquier número que puede ser expresado como una fracción decimal finita, una fracción decimal infinita periódica o una fracción decimal infinita no periódica.



Existen 4 tipos de números reales

- NATURALES
- ENTEROS
- RACIONALES
- IRRACIONALES



NUMEROS NATURALES (N)

- Los números naturales son aquellos números que se utilizan para contar y enumerar elementos en una colección finita. Estos números comienzan desde el número 1 y continúan indefinidamente hasta el infinito.
- Si se agrega a estos el numero cero 0 , se convierte en números enteros positivos (Z^{+})

PARES POSITIVOS

4, 6, 22, 56, 74 ...

IMPARES POSITIVOS

1, 9, 37, 61, 155 ...

DECENAS POSITIVAS

10, 20, 30, 50 ...

CENTENAS POSITIVAS

100, 200, 300 ...

MILLARES POSITIVOS

1000, 2000, 3000 ...

NUMEROS ENTEROS (Z)

- Son un conjunto numérico que incluye tanto a los números naturales como a sus opuestos negativos, junto con el cero. Estos números se utilizan para representar cantidades enteras y se extienden hacia los lados tanto en la dirección positiva como en la negativa.
- Los números enteros son el conjunto de todos los números naturales (1,2,3,...) junto con sus opuestos negativos (−1,−2,−3,...) y el cero (0).

En notación matemática, el conjunto de números enteros se denota como $Z=\{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$

NUMEROS RACIONALES (Q)

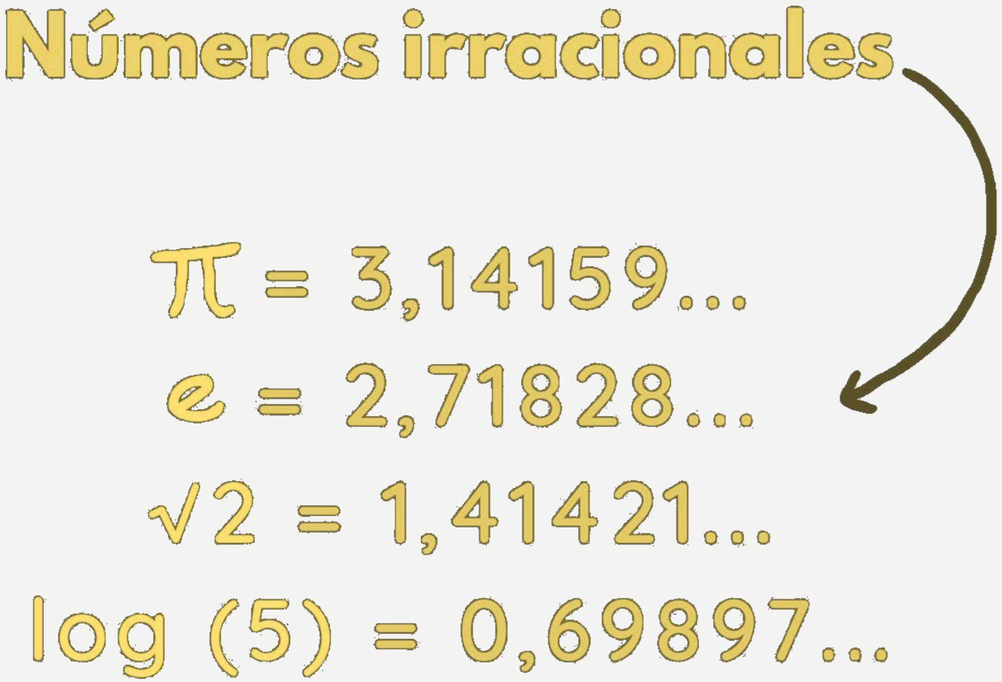
$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0 \right\}$$

Un número racional es cualquier número que pueda ser expresado en forma de fracción, donde tanto el numerador como el denominador son números enteros y el denominador no es cero. En notación matemática, el conjunto de números racionales se denota como Q.

Los números racionales también pueden representarse en forma decimal.

- Exacta: $\frac{8}{5} = 1,6$
- Periódica pura: $\frac{1}{7} = 0,142857142857\ldots = 0,\overline{142857}$
- Periódica mixta: $\frac{1}{60} = 0,01666\ldots = 0,01\overline{6}$

NUMEROS IRRACIONALES (I)



Un número irracional es cualquier número real que no puede ser expresado como una fracción de dos enteros. En notación matemática, el conjunto de números irracionales se denota como I.

- Los números irracionales tienen una expansión decimal infinita no periódica. Esto significa que sus dígitos decimales no se repiten en un patrón.
- Los números irracionales no pueden ser representados como raíces exactas de números enteros. Por ejemplo, RAIZ de 2, π, e son números irracionales.
- Algunos números irracionales tienen representaciones decimales que son aproximaciones decimales, ya que no pueden ser escritos con precisión finita.

RESUMEN DE NÚMEROS REALES

Los números reales son un conjunto de números que incluye a todos los números racionales e irracionales. Este conjunto es fundamental en matemáticas y se denota por la letra RR. A continuación, se detalla un resumen de sus principales características y subgrupos:

- **Características de los Números Reales**

1. Continuidad: Los números reales llenan de manera continua la recta numérica, sin huecos.
2. Densidad: Entre dos números reales cualesquiera siempre existen otro número real.
3. Orden: Los números reales están ordenados, es decir, para cualquier par de números reales aa y bb, se puede determinar si $a<b$a<b, $a=b$a=b o $a>b$a>b.
4. Operaciones: Se pueden realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división (excepto por cero) con números reales, manteniendo siempre el resultado dentro del conjunto de los números reales.

RESUMEN DE NÚMEROS REALES

- **Subconjuntos de los Números Reales**

1. Números Naturales (N):
    1. Conjunto: $\{1,2,3,\ldots\}$
    2. Propiedades: Incluyen solo los números positivos sin decimales ni fracciones.
2. Números Enteros (Z):
    1. Conjunto: $\{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$
    2. Propiedades: Incluyen números positivos, negativos y el cero, sin fracciones ni decimales.
3. Números Racionales (Q):
    1. Conjunto: $\{ab|a,b\in Z,b\neq 0\}$
    2. Propiedades: Números que se pueden expresar como el cociente de dos enteros. Incluyen fracciones y números decimales finitos o periódicos.
4. Números Irracionales:
    1. Conjunto: Números que no se pueden expresar como fracción de dos enteros.
    2. Propiedades: Decimales no periódicos ni finitos. Ejemplos incluyen π y $\sqrt[2]{2}$.

OPERACIONES ALGEBRAICAS

- Las operaciones algebraicas son las acciones matemáticas fundamentales que se pueden realizar con números y expresiones algebraicas. Estas operaciones permiten combinar, transformar y manipular expresiones para resolver ecuaciones y analizar relaciones matemáticas

OPERACIONES BÁSICAS

Suma (+):

Combina dos números o expresiones para obtener su total.

Ejemplo: $a+b$.

Resta (−):

Encuentra la diferencia entre dos números o expresiones.

Ejemplo: $a-b$.

Multiplicación (· o ×):

Combina dos números o expresiones para obtener su producto.

Ejemplo: $a\times b$.

División (÷ o /):

Encuentra cuántas veces un número está contenido en otro.

Ejemplo: $a\div b$ (donde $b\neq 0$).

SUMA ALGEBRAICA

La suma de operaciones algebraicas se refiere a la combinación de dos o más términos algebraicos mediante la operación de adición. Al sumar términos algebraicos, se deben seguir ciertas reglas para simplificar y combinar términos similares correctamente

1. Términos Similares:
   - Los términos similares son aquellos que tienen la misma parte variable (las mismas letras con los mismos exponentes).
   - Ejemplo: $3x^2$ y $5x^2$ son términos similares, mientras que $3x^2$ y $4x$ no lo son.
2. Regla para Sumar Términos Similares:
   - Se suman los coeficientes de los términos similares y se mantiene la parte variable.
   - Ejemplo: $3x^2 + 5x^2 = (3 + 5)x^2 = 8x^2$.

SUMA ALGEBRAICA

Ejemplos de Suma de Operaciones Algebraicas

1. Suma de Monomios:
   - $2x+3x=(2+3)x=5x$.
   - $4y^3 + 7y^3 = (4+7)y^3 = 11y^3$
2. Suma de Polinomios:
   - $(2x^2+3x+4) + (x^2+2x+5)$:
     - Primero, agrupamos los términos similares: $(2x^2+x^2) + (3x+2x) + (4+5)$
     - Luego, sumamos los coeficientes de los términos similares: $(3x^2+5x+9)$
3. Suma de Expresiones Algebraicas Más Complejas:
     - $(3a^2b + 4ab^2 + 2) + (5a^2b - ab^2 - 3)$
     - Agrupamos los términos similares: $(3a^2b + 5a^2b) + (4ab^2 - ab^2) + (2-3)$
     - Sumamos los coeficientes de los términos similares: $8a^2b + 3ab^2 - 1$

SUMA ALGEBRAICA

Procedimiento General para Sumar Operaciones Algebraicas

1. Identificar Términos Similares:
   - Busca términos que tengan la misma parte variable.
2. Agrupar Términos Similares:
   - Agrupa los términos similares juntos para facilitar la suma.
3. Sumar los Coeficientes:
   - Suma los coeficientes de los términos similares y mantén la parte variable sin cambios.
4. Escribir la Expresión Simplificada:
   - Combina todos los términos sumados para obtener la expresión algebraica simplificada.

RESTA ALGEBRAICA

La resta de operaciones algebraicas implica sustraer un término algebraico de otro. Al restar términos algebraicos, es fundamental seguir reglas específicas para simplificar y combinar términos similares correctamente.

Términos Similares:

- Los términos similares son aquellos que tienen la misma parte variable (las mismas letras con los mismos exponentes).
- Ejemplo: $3x^2$ y $5x^2$ son términos similares, mientras que $3x^2$ y $4x$ no lo son.

1. Regla para RESTAR términos Similares:

- Se restan los coeficientes de los términos similares y se mantiene la parte variable.
- Ejemplo: $5x^2 - 3x^2 = (5-3)x^2 = 2x^2$.

RESTA ALGEBRAICA

Ejemplos de resta de Operaciones Algebraicas

1. Suma de Monomios:
   - 3x-2x=(3+2)x=1x o x.
   - $7y^3 - 4y^3 = (7 - 4)y^3 = 3y^3$
2. Suma de Polinomios:
   - $(4x^2+3x + 7) - (2x^2 + x + 5)$:
     - Primero, agrupamos los términos similares: $(4x^2-2x^2) + (3x - x) + (7 - 5)$
     - Luego, sumamos los coeficientes de los términos similares: $(2x^2+2x + 2)$
3. Suma de Expresiones Algebraicas Más Complejas:
   - $(6a^2b + 5ab^2 + 3) - (4a^2b - 2ab^2 - 1)$
   - Agrupamos los términos similares: $(6a^2b - 4a^2b) + (5ab^2 + 2ab^2) + (3 + 1)$
   - Sumamos los coeficientes de los términos similares: $2a^2b + 7ab^2 - 4$

RESTA ALGEBRAICA

Procedimiento General para Restar Operaciones Algebraicas

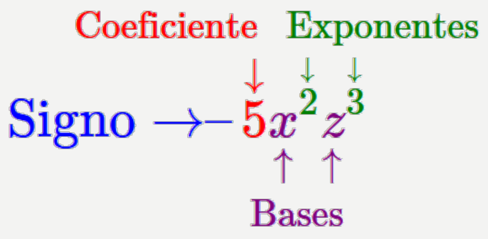
1. Identificar Términos Similares:
   - Busca términos que tengan la misma parte variable.
2. Cambiar el Signo de los Términos a Sustraer:
   - Cambia el signo de cada término del segundo polinomio o expresión.
3. Agrupar Términos Similares:
   - Agrupa los términos similares juntos para facilitar la resta.
4. Restar los Coeficientes:
   - Resta los coeficientes de los términos similares y mantén la parte variable sin cambios.
5. Escribir la Expresión Simplificada:
   - Combina todos los términos restados para obtener la expresión algebraica simplificada.

MULTIPLICACIÓN ALGEBRAICA

La multiplicación algebraica es una operación fundamental en álgebra que consiste en combinar términos algebraicos (que pueden incluir números, variables y constantes) de manera que se sumen repetidamente según las reglas de la aritmética y del álgebra.

1. Multiplicación de Monomios

- Un monomio es una expresión algebraica que contiene solo un término. La multiplicación de monomios sigue estas reglas:
- Multiplica los coeficientes (los números) entre sí.
- Suma los exponentes de las variables iguales.



Ejemplos:

$(2x^3) \times (3x^2) = 6x^{3+2} = 6x^5$

$(-4ab^2) \times (5a^3b) = -20a^{1+3}b^{2+1} = -20a^4b^3$

MULTIPLICACIÓN ALGEBRAICA

2. Multiplicación de Polinomios

- Un polinomio es una expresión que contiene dos o más términos. Al multiplicar polinomios, cada término de un polinomio se multiplica por cada término del otro polinomio. La multiplicación se realiza utilizando la propiedad distributiva.
- a. Multiplicación de un Monomio por un Polinomio
- Multiplica el monomio por cada término del polinomio.

Ejemplo:

$$3x(x^2 + 2x + 4) = 3x \cdot x^2 + 3x \cdot 2x + 3x \cdot 4 = 3x^3 + 6x^2 + 12x$$

MULTIPLICACIÓN ALGEBRAICA

b. Multiplicación de Binomios

- Un binomio es un polinomio con dos términos. La multiplicación de binomios se puede realizar mediante la regla FOIL (First, Outer, Inner, Last), que es una forma de aplicar la propiedad distributiva.

Ejemplo:

$(x+3)(x+2)$

Aplicando FOIL:

- First: $x \cdot x = x^2$
- Outer: $x \cdot 2 = 2x$
- Inner: $3 \cdot x = 3x$
- Last: $3 \cdot 2 = 6$

Sumando los resultados:

$x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$

MULTIPLICACIÓN ALGEBRAICA

c. Multiplicación de Polinomios de Mayor Grado

- Multiplica cada término de un polinomio por cada término del otro polinomio y luego suma los términos semejantes.

Ejemplo:

$(2x^2 + 3x + 1)(x + 4)$

Multiplicación paso a paso:

- $2x^2 \cdot x = 2x^3$
- $2x^2 \cdot 4 = 8x^2$
- $3x \cdot x = 3x^2$
- $3x \cdot 4 = 12x$
- $1 \cdot x = x$
- $1 \cdot 4 = 4$

Sumando todos los términos:

$2x^3 + 8x^2 + 3x^2 + 12x + x + 4$

Combina los términos semejantes:

$2x^3 + (8x^2 + 3x^2) + (12x + x) + 4 = 2x^3 + 11x^2 + 13x + 4$

Propiedades de la Multiplicación Algebraica

- Propiedad conmutativa: $a \times b = b \times a$
- Propiedad asociativa: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- Propiedad distributiva: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

Ejemplos y Aplicaciones

1. **Multiplicación de polinomios en ecuaciones:**

   Resolver $(x+2)(x-3)=0$

   Primero, expande los binomios:

   $x^2-3x+2x-6=x^2-x-6$

   Luego, encuentra las raíces:

   $x^2-x-6=0$

   Factorizando:

   $(x-3)(x+2)=0$

   Soluciones:

   $x=3, x=-2$

2. **Multiplicación en geometría:**

   Área de un rectángulo de largo $(x+5)$ y ancho $(x+3)$:

   $(x+5)(x+3)=x^2+3x+5x+15=x^2+8x+15$

Leyes de exponentes para la multiplicación

Por tratarse de un curso elemental de álgebra, necesitaremos las propiedades de teoría de exponentes ya anteriormente estudiadas. Por tratarse de multiplicación entre polinomios, usaremos las 3 principales leyes de la potenciacion para la multiplicación y son:

Multiplicación de potencias de bases iguales

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Potencia de un producto

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

Potencia de potencia

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$
\begin{array}{rcrcrcrcrcr}
 & x^2 & + & 5x & + & 7 & & & & & \\
 & 4x^2 & + & 3x & + & 2 & & & & & \\
\hline
4x^2(x^2+5x+7) \rightarrow & 4x^2 & + & 20x^3 & + & 28x^2 & & & & & \\
3x(x^2+5x+7) \rightarrow & & + & 3x^3 & + & 15x^2 & + & 21x & & & \\
2(x^2+5x+7) \rightarrow & & & & + & 2x^2 & + & 10x & + & 14 & \\
\hline
 & 4x^4 & + & 23x^3 & + & 45x^2 & + & 31x & + & 14 &
\end{array}
$$

Ejercicio 5

Multiplicar los polinomios x^2+x+1 y $2x^2+3x+3$

Solución:

Lo realizaremos con el método vertical, tenemos:

$$
\begin{array}{rcrcrcrcr}
x^2 & + & x & + & 1 & & & & \\
2x^2 & + & 3x & + & 3 & & & & \\
\hline
2x^2 \cdot x^2 & + & 2x^2 \cdot x & + & 2x^2 \cdot 1 & & & & \\
 & + & 3x \cdot x^2 & + & 3x \cdot x & + & 3x \cdot 1 & & \\
 & & & + & 3 \cdot x^2 & + & 3 \cdot x & + & 3 \cdot 1 \\
\hline
2x^4 & + & 3x^3 & + & 8x^2 & + & 6x & + & 3
\end{array}
$$

- Multiplicar $3x^2$ y $4x^4$.

  Solución:

$$\begin{aligned}(3x^2)(4x^4) &= (3\cdot 4)(x^2\cdot x^4)\\ &= (12)(x^{2+5})\\ &= 12x^7\end{aligned}$$

- Multiplicar $-2y^3$ y $3y^4$.

  Solución:

$$\begin{aligned}(-2y^3)(3y^4) &= (-2\cdot 3)(y^3\cdot y^4)\\ &= (-6)(y^{3+4})\\ &= -6y^7\end{aligned}$$

- Multiplicar $5xy^2$ y $3x^2y$.

  Solución:

$$\begin{aligned}(5xy^2)(3x^2y) &= (5\cdot 3)(xy^2\cdot x^2y)\\ &= (15)(x^{1+2}y^{2+1})\\ &= 15x^3y^3\end{aligned}$$

- Multiplicar $4x$ y $x+2$.

  Solución:

$$\begin{aligned}4x(x+2) &= \underbrace{4x\cdot x}_{\substack{\text{Multiplicación}\\ \text{de monomios}}} + \underbrace{4x\cdot 2}_{\substack{\text{Multiplicación}\\ \text{de monomios}}}\\ &= 4x^2+2x\end{aligned}$$

- Multiplicar $2x$ y $x+1$.

  Solución:

$$\begin{aligned}2x(x+1) &= \underbrace{2x\cdot x}_{\substack{\text{Multiplicación}\\ \text{de monomios}}} + \underbrace{2x\cdot 1}_{\substack{\text{Multiplicación}\\ \text{de monomios}}}\\ &= 2x^2+2x\end{aligned}$$

- Multiplicar $5xy$ y x^2y+xy.

  Solución:

$$\begin{aligned}5xy(x^2y+xy) &= \underbrace{5xy\cdot x^2}_{\substack{\text{Multiplicación}\\ \text{de monomios}}} + \underbrace{5xy\cdot xy}_{\substack{\text{Multiplicación}\\ \text{de monomios}}}\\ &= 5x^3y^2+5x^2y^2\end{aligned}$$

Ejercicio 2

Sean los polinomios $\mathrm{M}(x) = x + 2$ y $\mathrm{N}(x) = x + 3$ donde $x^2 + 5x = -4$. Resolver $\mathrm{M}(x) \cdot \mathrm{N}(x)$.

Solución:

Realizando la multiplicación de $\mathrm{M}(x) \cdot \mathrm{N}(x)$, tenemos:

$$\begin{aligned}
\mathrm{M}(x) \cdot \mathrm{N}(x) &= ({\color{red}x} + {\color{blue}2})(x + 3) \\
&= {\color{red}x} \cdot x + {\color{red}x} \cdot 3 + {\color{blue}2} \cdot x + {\color{blue}2} \cdot 3 \\
&= x^2 + \underline{3x} + \underline{2x} + 6 \\
&= \underbrace{x^2 + 5x}_{\text{dato: } x^2 + 5x = -4} + 6 \\
&= -4 + 6 = 2
\end{aligned}$$

DIVISIÓN ALGEBRAICA

La división algebraica es una operación que implica repartir un término (el dividendo) por otro término (el divisor). En álgebra, esta operación puede realizarse entre monomios, polinomios y otros tipos de expresiones algebraicas.

1. División de Monomios

- Para dividir monomios, se dividen los coeficientes y se restan los exponentes de las variables que son iguales.

Ejemplo:

$$\frac{6x^5}{3x^2} = \frac{6}{3} \cdot \frac{x^5}{x^2} = 2x^{5-2} = 2x^3$$

2. División de Polinomios

- La división de polinomios se puede realizar de varias maneras, siendo las más comunes la división larga y la división sintética.
- a. División Larga
- La división larga es similar al método de división larga utilizado en aritmética. Se divide el término de mayor grado del dividendo por el término de mayor grado del divisor y se resta el resultado del dividendo. Este proceso se repite hasta que el grado del residuo sea menor que el grado del divisor.

DIVISIÓN ALGEBRAICA

Ejemplo:

Dividir $2x^3 + 3x^2 - 5x + 6$ entre $x - 1$.

1. Divide el primer término del dividendo por el primer término del divisor:
   $\frac{2x^3}{x} = 2x^2$
2. Multiplica el resultado por el divisor:
   $2x^2 \cdot (x - 1) = 2x^3 - 2x^2$
3. Resta este resultado del dividendo:
   $(2x^3 + 3x^2 - 5x + 6) - (2x^3 - 2x^2) = 5x^2 - 5x + 6$
4. Repite el proceso con el nuevo dividendo $5x^2 - 5x + 6$:
   $\frac{5x^2}{x} = 5x$
   $5x \cdot (x - 1) = 5x^2 - 5x$
   $(5x^2 - 5x + 6) - (5x^2 - 5x) = 6$
5. Finalmente, el cociente es $2x^2 + 5x$ y el residuo es 6, por lo que:
   $\frac{2x^3+3x^2-5x+6}{x-1} = 2x^2 + 5x + \frac{6}{x-1}$

DIVISIÓN ALGEBRAICA

B. DIVISIÓN SINTÉTICA

LA DIVISIÓN SINTÉTICA ES UN MÉTODO MÁS RÁPIDO Y EFICIENTE PARA DIVIDIR POLINOMIOS CUANDO EL DIVISOR ES DE LA FORMA $x - c$

Ejemplo:

Dividir $2x^3 + 3x^2 - 5x + 6$ entre $x - 1$.

1. Escribe los coeficientes del dividendo: $2, 3, -5, 6$.
2. Coloca el valor c (en este caso, 1) a la izquierda:
   $1 \,|\, 2\; 3\; -5\; 6$
3. Lleva el primer coeficiente hacia abajo:
   2
4. Multiplica este valor por 1 y suma al siguiente coeficiente:
   $2 \cdot 1 = 2$
   $3 + 2 = 5$
5. Repite el proceso:
   $5 \cdot 1 = 5$
   $-5 + 5 = 0$
   $0 \cdot 1 = 0$
   $6 + 0 = 6$

El cociente es $2x^2 + 5x$ y el residuo es 6, por lo que:
$\frac{2x^3+3x^2-5x+6}{x-1} = 2x^2 + 5x + \frac{6}{x-1}$

DIVISIÓN ALGEBRAICA

- Propiedades de la División Algebraica
- No Conmutativa: $a/b \neq b/a$.
- Distribución sobre la adición: $(a+b)/c = a/c + b/c$.
- División por uno: $a/1 = a$

Ejemplos y Aplicaciones

1. **Resolución de ecuaciones:**
   Si $2x^3 + 3x^2 - 5x + 6 = 0$ y queremos encontrar las raíces.

2. **Aplicaciones en geometría:**
   Calcular la longitud de un lado de un rectángulo si se conoce el área y uno de los lados.

Entender la división algebraica es esencial para resolver problemas complejos y simplificar expresiones en matemáticas y en diversas aplicaciones científicas.

POTENCIACIÓN

- La potenciación algebraica es una operación matemática que implica elevar un número o una expresión algebraica a una potencia. La potencia, también llamada exponente, indica cuántas veces se multiplica la base por sí misma.

Definición de Potenciación

Si a es la base y n es el exponente, la potenciación se denota como: a^n

Donde:

- a es la base.
- n es el exponente.
- a^n es el resultado de multiplicar a por sí mismo n veces.

Ejemplos:

- $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
- $X^4 = x \times x \times x \times x$
- $(3y)^2 = (3y) \times (3y) = 9y^2$

Propiedades de la Potenciación

1. **Producto de potencias con la misma base:**

   $$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

   Ejemplo:

   $$x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$$

2. **Cociente de potencias con la misma base:**

   $$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

   Ejemplo:

   $$\frac{y^5}{y^2} = y^{5-2} = y^3$$

3. **Potencia de una potencia:**

   $$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

   Ejemplo:

   $$(z^2)^3 = z^{2 \cdot 3} = z^6$$

4. **Potencia de un producto:**

   $$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

   Ejemplo:

   $$(3x)^2 = 3^2 \cdot x^2 = 9x^2$$

5. **Potencia de un cociente:**

   $$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

   Ejemplo:

   $$\left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{x^3}{2^3} = \frac{x^3}{8}$$

6. **Exponente cero:**

   $$a^0 = 1 \quad (\text{para } a \neq 0)$$

   Ejemplo:

   $$5^0 = 1$$

7. **Exponente negativo:**

   $$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

   Ejemplo:

   $$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

Ejemplos Resueltos

1. **Producto de potencias con la misma base:**
   $3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6 = 729$

2. **Cociente de potencias con la misma base:**
   $\frac{y^7}{y^3} = y^{7-3} = y^4$

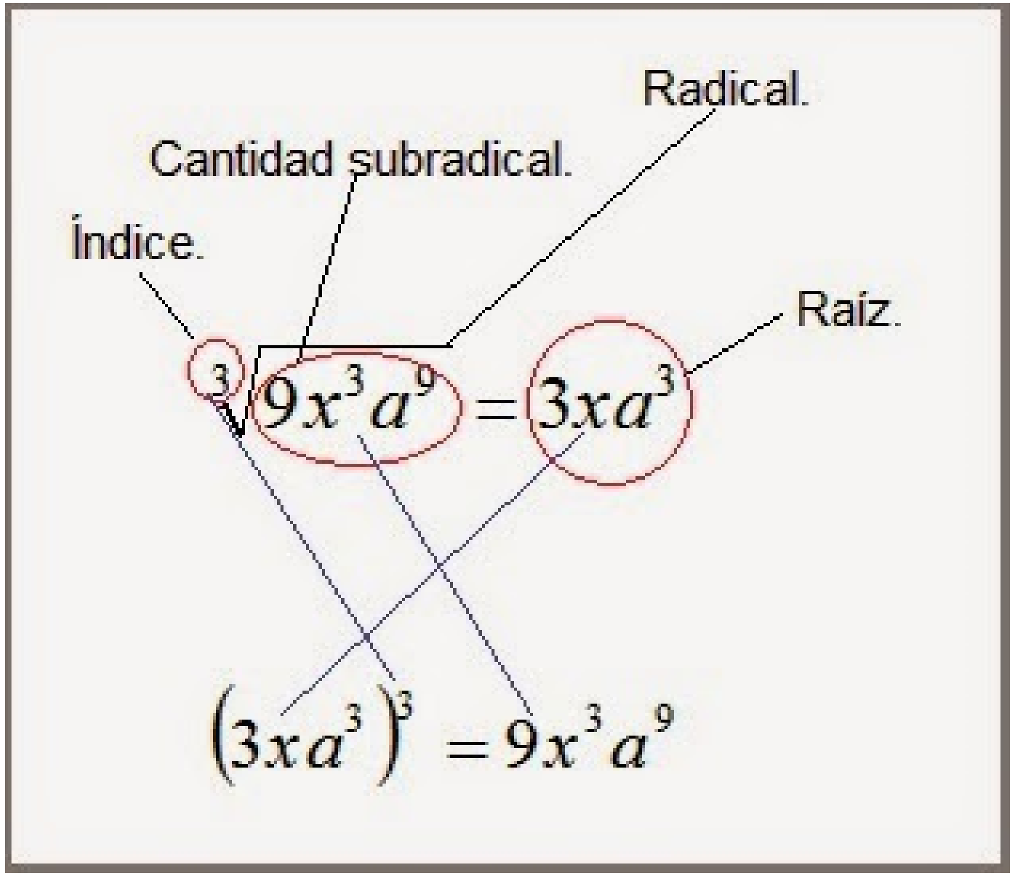
3. **Potencia de una potencia:**
   $(x^2)^5 = x^{2\cdot 5} = x^{10}$

4. **Potencia de un producto:**
   $(2a)^3 = 2^3 \cdot a^3 = 8a^3$

5. **Potencia de un cociente:**
   $\left(\frac{3x}{2}\right)^2 = \frac{(3x)^2}{2^2} = \frac{9x^2}{4}$

6. **Exponente cero:**
   $(5x^3y^2)^0 = 1$

7. **Exponente negativo:**
   $7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$



RADICACIÓN ALGEBRAICA

RADICACIÓN

- La radicación algebraica es una operación matemática que se utiliza para encontrar un número que, elevado a una determinada potencia, da como resultado un número dado. Esta operación es la inversa de la potenciación. En otras palabras, si an=b, entonces $\sqrt[n]{b}$=$a.$ Aquí, a se llama raíz n-ésima de b.
- **Notación y Terminología**

Radicando: Es el número del que se desea encontrar la raíz. En la expresión $\sqrt[n]{b}$, b es el radicando.

Índice: Es el número que indica la raíz que se va a calcular. En $\sqrt[n]{b}$, n es el índice.

Radical: Es el símbolo $\sqrt{}$ utilizado para denotar la operación de radicación.

Raíz: Es el resultado de la operación. En la expresión $\sqrt[n]{b}$ =a, a es la raíz.

RADICACIÓN

Tipos de raíces

1. Raíz cuadrada (n=2): Es la más común y se denota simplemente como $\sqrt{b}$. Ejemplo: $\sqrt{9}$=3 porque $3^2 = 9$.
2. Raíz cúbica (n=3): Se denota como $\sqrt[3]{b}$. Ejemplo: $\sqrt[3]{27}$=3 porque 3^3 =27.
3. Raíces de orden superior: Se denotan con el índice explícito, como $\sqrt[4]{16} = 2$ porque $2^4 = 16$.

Propiedades de la radicación

1. **Producto de raíces:** $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$. Ejemplo: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$.
2. **Cociente de raíces:** $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$. Ejemplo: $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$.
3. **Radicación de una potencia:** $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$. Ejemplo: $\sqrt[3]{8^2} = 8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$.
4. **Raíz de una raíz:** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$. Ejemplo: $\sqrt{2}\sqrt{38} = \sqrt{68}$.

TRABAJO AUTÓNOMO

- Investigar a mano
- Familias de productos notables
- Factorización
- Materia , propiedades , ejercicios, y ejemplos
- Conclusiones y bibliografía