CAPITULO VIII

MATEMÁTICAS EN LA INDIA

La matemáticas hindúes tienen una historia muy larga. Si bien el llamado periodo clásico, que arranca en el 500 d.C. es el más importante, hay tradiciones que se remontan más de 2000 años hacia atrás. Del periodo que va del 3000 al 1500 a.C. una referencia es la cultura Harappā, con descubrimientos que salieron a la luz pública cuando se hicieron excavaciones en los años 1921 y 1923 en el Valle del Indo, con una característica especial: el uso de ladrillos cocidos en hornos, que colocados en edificios parecieran sugerir el uso de una base decimal.

8.1 Matemáticas védicas

Entre el 1 500 y el 800 a.C. se habla del periodo de las matemáticas védicas. Los Vedas eran colecciones de literatura en las que, entre muchas otras cosas, se encuentra matemática. Esto, en particular, en unos "apéndices" llamados Vedangas. Entre ellos, los Sulbasutras trataban de construcción y medidas de altares sacrificiales, y aquí había geometría.

Hubo 3 de ellos relevantes para las matemáticas, escritos, respectivamente, por: Baudhayana, Apastamba y Katyayana. El primero formula el teorema de Pitágoras, da un procedimiento para calcular la $\sqrt{2}$, correcta hasta la quinta cifra decimal, y diversas construcciones geométricas. El segundo amplía estos temas. El último no añade mucho. La geometría aquí provenía de la integración de orientación, forma y área de los altares, según las prescripciones de los libros sagrados védicos. Había resultados geométricos, procedimientos de construcción de altares y algoritmos. El teorema de Pitágoras está incluido de la siguiente manera, por ejemplo, por Katyayana:

"La soga (estirada a lo largo de la longitud) de la diagonal de un rectángulo produce un (área) que producen conjuntamente los lados horizontal y vertical".

En la construcción de un altar aparecen varios tripletes pitagóricos, incluso con números irracionales.

En las construcciones geométricas que planteaban, había cuadrados, rectángulos, trapecios y círculos, que se debían construir con restricciones de área. Un par de ejemplos: "Fusionar dos cuadrados iguales o desiguales para obtener un tercer cuadrado", "transformar un rectángulo en un cuadrado de la misma área".

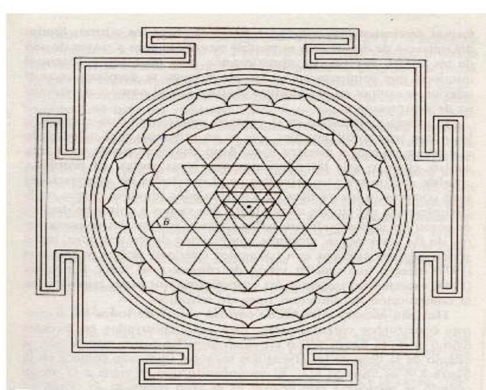
Las matemáticas védicas incluyen aproximaciones a raíces cuadradas. Se presume que esto se originó al intentar resolver el problema de construir un altar cuadrado que tuviera como área el doble de un cuadrado dado. Tanto Apastamba como Katyayana dieron soluciones. La aproximación fue 1,4142156, mientras, el valor real es 1,414213. ¡Nada mal! Los textos incluyen una fórmula que da la aproximación:

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{3 \times 4 \times 34}.$$

Un comentarista de estos textos, del siglo XV, añadió 2 términos a esta serie, dando una aproximación con 7 dígitos correctos en la notación decimal; la serie quedaba así:

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3\times 4} - \frac{1}{3\times 4\times 34} - \frac{1}{3\times 4\times 34\times 33} + \frac{1}{3\times 4\times 34\times 34}.$$

Hay un hecho curioso que se cita en un himno del Atharavaeda, en una figura que se usaba en las meditaciones, que estaba constituida por 6 triángulos isósceles, que generan a su vez 43 triángulos subalternos. La figura se llama: Sriyantra, algo así como gran "objeto". Tomada de [George Gheverghese Joseph: La cresta del pavo real].



Sriyantra .

Se trata de un problema de construcción geométrica bastante difícil. Pero lo más interesante, incluso sorprendente, es que el triángulo más grande de la figura constituye esencialmente una representación de una de las caras tringulares de la famosa pirámide de Gizeh en Egipto. Y conserva una de las razones más interesantes entre dos números-longitudes (irracionales) en la historia de las matemáticas: π y Φ. Este último número es la llamada razón áurea.

Esta es, con exactitud, 1,61803, pero de manera fraccionaria es: $\frac{1}{2 \times (1 + \sqrt{5})}$.

Φ es un número especial.

Una de las cosas interesantes es que emerge en los números de Fibonacci:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, ...

Cuando se avanza en la sucesión, la razón entre dos términos consecutivos $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ se aproxima crecientemente a Φ. Por ejemplo, $\frac{233}{144}$ da el valor que se tiene en la gran pirámide de Gizeh.

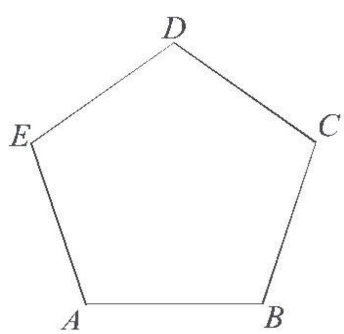
Antes de seguir, hagamos una pequeña digresión para ilustrar ese importante número que aparece por doquier en las matemáticas y la ingeniería; tanto que Kepler la llamó la "proporción divina".

La sección áurea

Una forma de obtenerla es en los pentágonos regulares. Véase el siguiente procedimiento.

Tomemos el pentágono regular

$ABCDE$.

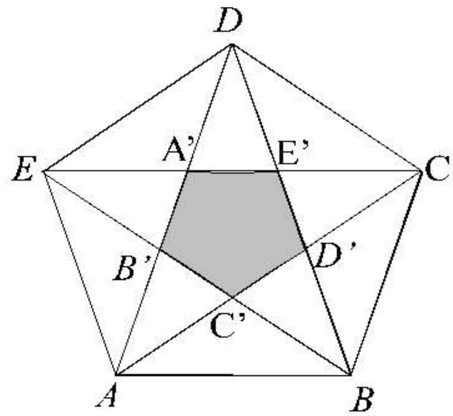


Pentágono regular.

y tracemos las 5 diagonales de éste.

Aquí obtenemos otro pentágono regular $A'B'C'D'E'$.

Y, observe: A', B', C', D', E' divide la diagonal correspondiente en 2 segmentos.



Sección áurea.

El resultado:

"La razón de la diagonal al segmento más largo es igual a la razón del mismo segmento al segmento más pequeño".

En la figura siguiente, se tiene que:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{AA'}}{\overline{A'D}}.$$

También:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AD'}} = \frac{\overline{AD'}}{\overline{D'C}}.$$

Sea

d la diagonal y x el segmento mayor ($\overline{AD} = d$ y $\overline{AA'} = x$).

La razón se puede escribir como

$$\frac{d}{x} = \frac{x}{d-x}$$

lo que hoy en día decimos que es una ecuación de segundo grado:

$$d(d-x) = x^2$$

$$\Rightarrow \quad d^2 - dx = x^2$$

$$\Rightarrow \quad x^2 + dx - d^2 = 0.$$

Seguimos. En los Sulbasutras se puede apreciar un sistema de numeración posicional y decimal, aunque los datos detallados y transparentes aparecen en el trabajo de un astrónomo de mitad del 587 d.C.: Varahamihira.

8.2 Periodos Jainista y Bakhshali

Jainista

Durante el periodo que va del 800 a.C. al 200 a.C. aparece lo que se llama las matemáticas jainistas. Del 200 a.C. al 400 d.C. se trata de un periodo de transición antes del periodo clásico del que no se tienen muchas fuentes, pero ya lo analizaremos.

El periodo jainista refiere a la declinación védica y al ascenso del budismo y el jainismo. Sabemos que existió en esta época una fascinación por los números grandes y que ofrecieron un primer concepto de infinito. Aquí aparecen operaciones como:

$$(a)^2,\ (a^2)^2,\ [(a^2)^2]^2, \ldots \text{ y } \sqrt{a},\ \sqrt{\sqrt{a}},\ \sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}, \ldots$$

(en el Anuyoga Dwara Sutra, siglo II o I a.C.).

Un tema importante que desarrollaron fue el de las combinaciones y permutaciones (por ejemplo en el Bhagabati Sutra, 300 a.C.). Hay fórmulas equivalentes a:

$$_nC_1 = n,\ _nC_2 = \frac{n(n-1)}{1\times 2},\ _nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{1\times 2\times 3}$$

y

$$_nP_1 = n,\ _nP_2 = n(n+1),\ _nP_3 = n(n-1)(n-2).$$

Se dio un importante tratamiento de las progresiones geométricas.

Bakhshali

El periodo del 200 a.C. al 400 d.C. posee como referencia principal en lo que se refiere a las matemáticas, un manuscrito que fue encontrado en 1881 en un pueblo llamado Bakhshali, noreste de la India. Para la mayoría de expertos se trata de un documento del siglo XII d.C. pero una reescritura de textos del periodo que estamos considerando. Se trataba de un manual con reglas y ejemplos, esencialmente de álgebra y aritmética.

Con base en ese manuscrito se puede decir que los problemas tratados tuvieron una asociación menos religiosa que la que tuvieron en los periodos védico o jainista, es decir: fueron más prácticos. Se elaboraron mejores aproximaciones de $\sqrt{2}$. Se amplió el trabajo de series realizado por los jainistas. Tenemos un sistema posicional con valor numérico, e incluido el cero. Se inició un interés por el análisis indeterminado y hay, en la exposición, cierta demostración de las reglas que se formulan y de las que se brindan ejemplos.

Vamos ahora al periodo clásico, que es el que más nos interesa en este capítulo.

8.3 El periodo clásico

Empezamos citando algunos astrónomos y matemáticos: Aryabhata I (nació alrededor del 476 d.C.), Brahmagupta (alrededor del 598), Mahavira (ca. 850), Sridhara (ca. 900), Bhaskara (nació 1 114), Narayana Pandit (ca. 1 370), Madhava de Sangamagramma (ca. 1 340 - 1 425) y Nilakantha Somayaji (1 445 - 1 545).

Aryabhata I, en un libro que se titula Aryabhatiya, da una descripción del conocimiento científico de la época, incluye un sitema de notación numérico alfabético, reglas de operaciones en aritmética y trata procedimientros para resolver ecuaciones simples y cuadráticas, y, también, ecuaciones indeterminadas de grado uno. Hay, además, trigonometría, la que incluye las funciones seno, una función que se llamaba seno verso que es igual al 1-coseno. Dio el valor de 3,1416 para π. Su obra fue continuada por Varahanihira (ca. 505 - 587) y por Bhaskara (ca. 600). Este último ofreció una solución de ecuaciones indeterminadas de primer grado, que ejerció una importante influencia sobre Brahmagupta.

Brahmagupta, en una obra llamada Brahma Sputa Siddhanta, ofreció un método para la resolución de ecuaciones indeterminadas de primero y segundo grados. En otra obra, Khanda Khadyaka, en trigonometría dio un procedimiento para calcular los senos de ángulos intermedios con base en una tabla dada de senos. Se dice que era equivalente a la fórmula de Newton-Stirling hasta las diferencias de segundo orden. El primer libro fue traducido por los árabes y luego por los europeos, con lo que así se ofreció a Europa el conocimiento de la astronomía y matemáticas hindúes.

Mahavira, matemático y no astrónomo, sintetizó y amplió los resultados de Aryabhata, Bhaskara y Brahmagupta. Se afirma que su obra Ganita Sara Samgraha es una culminación de los trabajos y tradiciones de los jainistas. Por ejemplo, en las permutaciones y combinaciones. Dio soluciones a varios tipos de ecuaciones de segundo grado. Amplió el tema de la ecuaciones indeterminadas. Y trabajó en geometría con triángulos rectángulos de lados racionales.

Sridhara, en Pataganita, ofreció un método para sumar series aritméticas y geométricas que sería relevante posteriormente.

Se considera una culminación de 500 años de trabajos matemáticos la obra de Bhaskara II (llamado también Bhaskaracharya: "maestro Bhaskara"), Lilavati. Un ejemplo, un método para resolver ecuaciones indeterminadas de la forma $ax^2 + bx + c = y$ (método "cíclico"). Este método fue redescubierto por William Brouncker en 1 657. Se afirma que en su obra hay rastros de análisis y cálculo infinitesimal.

Se considera que Madhava de Sangamagramma fue probablemente el más importante de los astrónomos medievales de la India. En las matemáticas se dice que introdujo el salto del límite al infinito.

Los hindúes tuvieron como característica relevante de su álgebra el uso de símbolos (por ejemplo, el punto para el cero o para incógnitas, en algún momento de la historia hindú) y las letras del alfabeto para denotar las incógnitas.

Las ecuaciones lineales de primer grado aparecieron en los Sulbasutras (el de Baudhayana), pero una solución algebraica aparece hasta el documento Bakhshali. Las de segundo grado como, por ejemplo, $ax^2 + bx = c$ o $ax^2 = c$, están en los Sulbasutras pero aparecen resueltos en el de Bakhshali también. Aquí se ofreció la respuesta

$$x = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2a}.$$

Sridhara y luego Mahavira ofrecieron la solución:

$$x = \frac{-\frac{b}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{a} - 4\frac{c}{b}\right)\frac{b}{a}}}{2}.$$

En relación con el primero, sin embargo, no se sabe si usó las dos raíces.

Sobre las ecuaciones indeterminadas, por ejemplo de la forma

$$by = ax \pm c,$$

Aryabhata I dio una solución, mediante un método que se llamó kuttaka. Brahmagupta estudió y dio soluciones en enteros racionales a las ecuaciones:

$$ax^2 \pm c = y^2$$

$$ax^2 + 1 = y^2.$$

A una versión de esta última ecuación Euler le dio crédito a un matemático inglés llamado John Pell, que llamó "ecuación de Pell". El método de Brahmagupta usado alrededor del 600 d.C. se suele atribuir a Euler (theorema elegantissimum).

Jayadeva en los alrededores del 1 000 dio un método general para resolver ecuaciones de ese tipo. El mismo fue refinado por Bhaskara 100 años despúes. Se parece al "método cíclico inverso" con fracciones continuas del que se ocuparon muchos matemáticos europeos tiempo después (Fermat, Euler, Lagrange, Galois).

Es interesante que Bhaskara dio solución a la ecuación

$61x^2 + 1 = y^2$ para x y y mínimos:

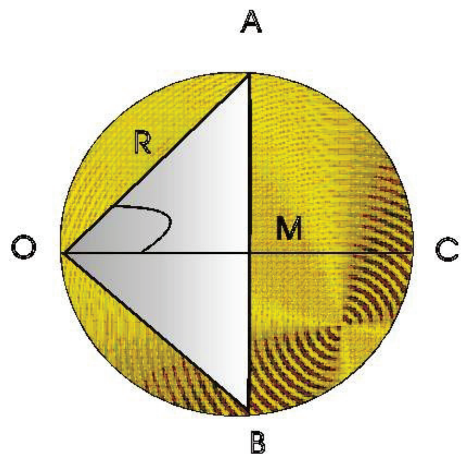
$x = 226\ 153\ 980$ y $y = 1\ 766\ 319\ 049$.

Este problema fue planteado a manera de reto por Fermat a uno de sus amigos, Frénicle de Bessy en 1 657. Sería resuelto por Lagrange con otro método. Sin embargo, mientras que la solución de Lagrange necesitaba 21 series convergentes sucesivas de la fracción continua de $\sqrt{61}$, el método de Jayadeva-Bhaskara lo hacía en pocos pasos.

Una de las fuentes de la trigonometría hindú se encuentra en los alejandrinos.

La trigonometría india estaba asociada a la astronomía. Varahamihira las incorpora en su Surya Siddhanta (como en el 400 d.C.) y también lo hace Brahmagupta en Brahma Sputa Siddhanta (como en el 500 d.C.). Pero de manera sistemática lo hace Bhaskara en Siddhanta Siromani.

Los hindúes usaron la semicuerda. Veamos qué quiere decir eso.



Semicuerda hindú.

Las funciones que desarrollaron fueron:

$r\ sen\alpha = AM$, $r\cos\alpha = OM$ y $r - r\cos\alpha = MC$.

Es decir, hay una ligera diferencia con las usuales para nosotros; pero todo se resuelve fácil. ¿Cómo?

Lograron varias relaciones trigonométricas y también desarrollaron tablas de senos de diferentes arcos. Se afirma que las tablas hindúes tuvieron origen en los babilonios, fuente de la que también se benefició Ptolomeo.

En el 665, Brahmagupta dio una fórmula de interpolación para calcular los senos de ángulos intermedios con base en una tabla. Se dice que la fórmula es equivalente a la fórmula de Newton-Stirling para diferencias de segundo orden.

También, un par de siglos después, el astrónomo Govindaswami (alrededor 800 - 850) ofreció una regla de interpolación de segundo orden para poder calcular valores intermedios de la función, que se podría considerar era un caso particular de la fórmula de interpolación de Newton-Gauss. Posteriormente, hubo desarrollos de senos y cosenos con expresiones parecidas a las series de Taylor para el segundo orden.

8.4 La escuela de Kerala

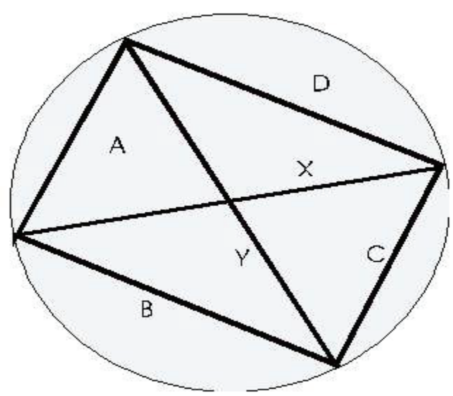
Kerala es un territorio en el suroeste de la India. En la década de 1 940, investigadores hindúes, con Rajagopal al frente, retomaron un artículo escrito en 1 835 por Charles Whish, en el que se afirma la existencia de importantes resultados en las matemáticas de Kerala, que formaron toda una escuela. Cuatro obras señalaba Whish que eran las claves para la astronomía y las matemáticas: Tantra Samgraha (Nilakantha), Yuktibhasa (Jyesthadeva), Karana Paddhati (Putumana Somayaji) y Sadratnamala (Sankara Varman).

Estas obras incluían, según Whish, cálculo infinitesimal, series de Gregory y Leibniz para la tangente inversa, series de potencias de Leibniz para π y la de Newton para el seno y el coseno (atribuidas a Madhava). Además, aproximaciones racionales a funciones trigonométricas: la serie de Taylor, entre ellas. Estos últimos resultados obtenidos sin usar el cálculo infinitesimal.

Las series infinitas de π, al parecer, estaban asociadas a la astronomía. Igual con los desarrollos para las funciones trigonométricas. Es decir: para obtener tablas cada vez más precisas para utilizar en los cálculos astronómicos. Tal era la precisión que Madhava obtuvo valores correctos hasta la posición decimal 8 o 9. Esto sería obtenido por los europeos 200 años después. Para algunos autores recientes, sus trabajos podrían considerarlo el fundador del análisis matemático.

En la India existen otros temas matemáticos de interés. Por ejemplo, el estudio de series aritméticas por medio de diagramas. Esta aproximación geométrica permitía ofrecer cierto grado de convencimiento de los resultados.

También hicieron trabajos con cuadriláteros inscritos en círculos (cuadrilátero cíclico). Ya Brahmagupta había ofrecido algunos resultados. Consideremos la siguiente figura.



Semisumas y diagonales del cuadrilátero cíclico.

Esos resultados se pueden poner de la siguiente manera:

Sea $S = \frac{1}{2}(A+B+C+D)$. Entonces:

El área del cuadrilátero es = $\sqrt{(S-A)(S-B)(S-C)(S-D)}$

$X = \sqrt{\frac{(AB+CD)(AC+BD)}{AD+BC}}$ y $Y = \sqrt{\frac{(AD+BC)(AC+BD)}{AB+CD}}$.

Por medio de estos cuadriláteros cíclicos, la escuela de Kerala encontró las relaciones:

$\operatorname{sen}^2 A - \operatorname{sen}^2 B = \operatorname{sen}(A+B)\operatorname{sen}(A-B)$ y

$\operatorname{sen} A \operatorname{sen} B = \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}(A+B) - \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}(A-B)$.

Por otra parte, tanto Aryabhata I y Brahmagupta introdujeron el concepto de movimiento instantáneo. Usaron, por ejemplo, la fórmula:

$u' - u = v' - v \pm e \times (\operatorname{sen} w' - \operatorname{sen} w)$,

donde u, v, y w son la longitud verdadera, media y anomalía media en un momento, u', v' y w' las mismas cantidades después de un momento, e es la excentricidad de la máxima ecuación de la órbita.

Manjula (930 d.C.) y Bhaskara ampliaron estos resultados. Este último obtuvo lo que se puede decir era:

$d(\operatorname{sen} w) = \cos w dw$.

Estos trabajos fueron ampliados por la escuela de Kerala.

Con estos elementos podemos afirmar que las matemáticas hindúes tuvieron un desarrollo considerable, en algunos casos adelantándose en siglos a los europeos. Sin embargo, todavía no están claras todas las conexiones y puentes entre hindúes y europeos. Pero hay una que sabemos que fue decisiva: los árabes.

8.5 Biografías

Brahmagupta

Brahmagupta nació en el año 598, posiblemente en Ujjain, India. Su padre fue Jisnugupta.

Escribió importantes trabajos acerca de matemáticas y astronomía. Dos de sus trabajos más importantes fueron Brahmasphutasiddhanta, escrito en el año 628 y Brahmasphutasiddhanta, escrito en el año 665 a la edad de sesenta y siete años.

Fue el director del observatorio de Ujjain, el primer centro matemático de la antigua India, en donde grandes matemáticos como Varahamihira trabajaron ahí y luego construyeron importantes escuelas astronómicas.

Murió en el año 670 en India.

8.6 Síntesis, análisis, investigación

1. ¿Qué eran los Sulbasutras?
2. ¿Qué es la razón áurea? Explique qué tiene que ver con la figura llamada Sriyantra.
3. ¿Cuál es el periodo jainista de las matemáticas hindúes?
4. Explique las características más relevantes del álgebra hindú.
5. ¿Cuál fue la Escuela de Kerala? Explique algunas de sus realizaciones.
6. Estudie con cuidado el siguiente pasaje.

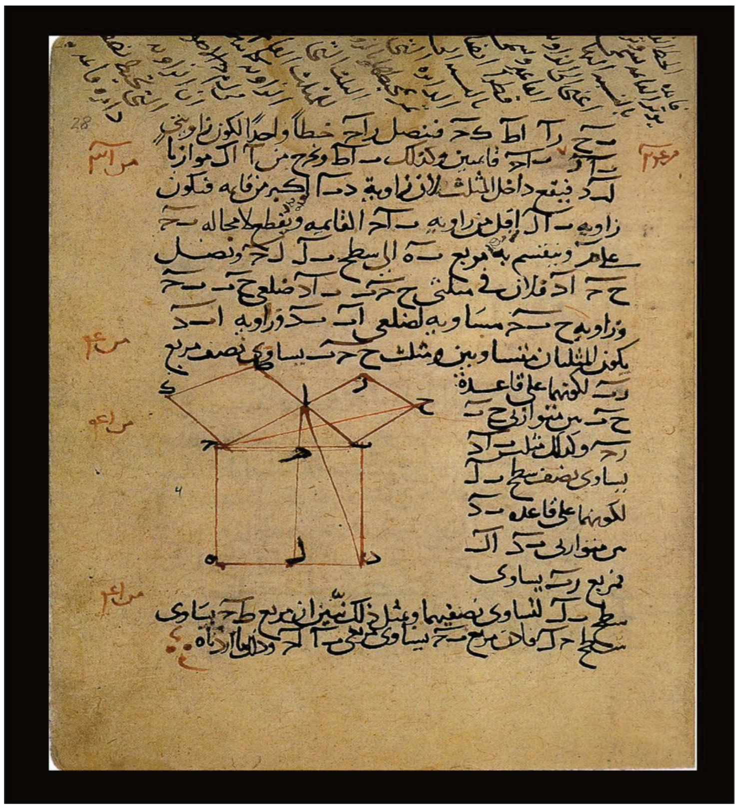
   "Bhaskara murió a finales del siglo XII, y durante varios siglos a partir de esa fecha fueron muy pocos los matemáticos de estatura comparable que aparecieron en la India. Es interesante, sin embargo, hacer notar aquí precisamente que Srinivasa Ramanujan (1887 - 1920), el genial matemático hindú del siglo xx, tenía la misma habilidad manipuladora en aritmética y en álgebra que nos hemos encontrado en Bhaskara. El matemático inglés G. H. Hardy cuenta que en una de sus visitas a Ramanujan cuando éste estaba hospitalizado en Putney, le comentó a su amigo enfermo que había llegado en un taxi con-el anodino número 1 729, a lo que contestó sin dudarlo Ramanujan que este número era realmente un número interesante, ya que es el mínimo número natural que puede representarse de dos maneras distintas como suma de dos cubos, $1^3 + 12^3 = 1\ 729 = 9^3 + 10^3$. En la obra de Ramanujan encontramos también el aspecto desorganizado, la potencia del razonamiento intuitivo y el desprecio por la geometría que aparecían de manera tan relevante en sus predecesores. Aunque es posible que estas características se desarrollaran quizá en Ramanujan de una manera especial por su formación autodidacta, no podemos por menos que observar lo sorprendentemente distinto que fue el desarrollo de la matemática en la India de como lo había sido en Grecia. Incluso cuando los hindúes adoptaron conocimientos tomados de sus vecinos, reestructuraron estos materiales a su peculiar manera. A pesar de que sus actitudes e intereses estaban más próximos a los de los chinos que a las de los griegos, no compartieron la fascinación que sentían estos últimos por los métodos exactos de aproximación, tales como los que conducen al método de Horner, y a pesar también de que compartían con los mesopotámicos un punto de vista preponderantemente algebraico, tendieron a evitar el sistema de numeración sexagesimal en álgebra. En resumen, los eclécticos matemáticos hindúes adoptaron y desarrollaron solamente aquellos aspectos que les atraían y, desde un cierto punto de vista al menos, puede decirse que fue desafortunado el hecho de que su primer amor haya sido la teoría de números en general y el análisis indeterminado en particular, porque el crecimiento y desarrollo posterior de la matemática no iba a surgir de esos campos; la geometría analítica y el cálculo infinitesimal tuvo raíces griegas y no hindúes, y el álgebra europea moderna provenía de los países árabes más bien que de la India. Hay, sin embargo, en la matemática moderna al menos dos cosas que nos recuerdan lo que debe la matemática a la India en su desarrollo, lo mismo que a tantos otros países. La trigonometría de la función seno proviene verosímilmente de la India, y nuestro sistema de numeración actual para los enteros recibe con toda propiedad el nombre de sistema hindú-árabe para indicar su probable origen en la India y su divulgación a través de

Arabia." [Boyer, Historia de la matemática, p. 289]

Investigue sobre la vida de Ramanujan. Escriba una reseña de ésta. Investigue y describa qué es el método de Horner. Explique las características diferentes que señala Boyer entre las matemáticas griegas y las hindúes. Comente el balance que hace este autor sobre los límites de las matemáticas hindúes. Utilice la información que suministramos en este libro.

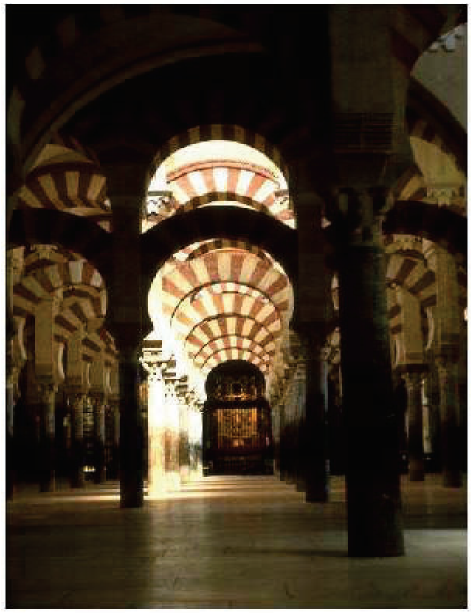
CAPITULO IX

EL INFLUJO ÁRABE



A pesar de un primer momento de conquista, violenta y brutal, los árabes construyeron un imperio relativamente tolerante con las otras creencias religiosas, etnias, y con una valorización positiva de la cultura.

9.1 La cultura árabe



Gran Mezquita de Córdoba, España.

Dos dinastías de califas son nuestra primera referencia para entender un poco de esta historia: Omeyas y Abasíes. Los primeros fueron destronados de Bagdad por los segundos en el 750. No obstante, Abderramán restableció el poder de los Omeyas en España, con su centro Córdoba. Se afirma que los Abasíes eran más abiertos y cosmopolitas. En el 762 la capital se trasladó a Bagdad (por el concurso de Almanzor).

Al-Battani.

Los gobernantes islámicos en Bagdad se convirtieron en importantes puntos de apoyo para el aprendizaje y el conocimiento. Con los califas Harum el-Rashid y su hijo Almamun se construyó una biblioteca, un observatorio y un instituto para la traducción e investigación. Buscaban reconstruir la antigua Alejandría.

Se puede afirmar que Bagdad integró tradiciones diferentes con una mentalidad abierta. Un hecho sin precedentes.

De manera consciente, los islámicos recolectaron y tradujeron múltiples manuscritos griegos, persas, hindúes, babilónicos. Pero, más que eso, estimularon fuertemente la actividad científica. Al-Kindi, con el apoyo de los gobernantes islámicos, fue una figura clave en la constitución de una nueva filosofía islámica; también, se conoce por un importante trabajo en óptica.

Un contemporáneo un poco más joven, al-Battani, fue un importante astrónomo que realizó su trabajo en Bagdad, en el observatorio.

Otros eminentes científicos fueron los matemáticos Thabit ibn Qurra (c. 836 - 901 d.C.), Abu'l Wafa en y Ibn al-Haytham (965 - 1039). Los trabajos de este último tuvieron influencia en Roger Bacon y Johann Kepler. Al-Haytham usó la teoría geométrica de resolución de ecuaciones algebraicas en la óptica.

Avicena.

En la medicina se desarrollaron compendios por al-Razi (c. 1 149 - 1 209 d.C.) y por Ibn Sina (Avicena). Estos trabajos tuvieron una gran influencia en Europa al final de la Edad Media y en el Renacimiento.

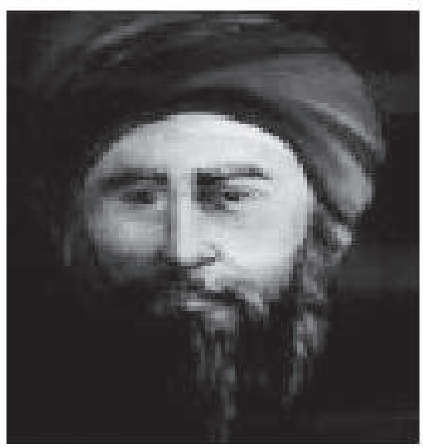
Ibn Sina también escribió sobre matematicas (lo que a veces se desconoce), y en su obra Kitab al-shifa hizo aritmética. Además de distinciones entre números y operaciones aritméticas, incluye reglas novedosas sobre sumas de enteros.

También fue importante un texto de Jabir ibn Hayyan, quien fue el primero que introdujo la alquimia en Europa.

La ciencia y filosofía islámicas emergieron en gran parte como respuesta a la idea de que la naturaleza contiene signos, y que desenterrar tales signos acerca al creyente cada vez más a Dios. Es decir, el conocimiento era un instrumento al servicio del fin religioso. O sea, afirma una posición que, para la época, era tremendamente progresiva. Es decir, se trata de un dispositivo filosófico en busca de una reconciliación de la fe y la razón. Sin lugar a dudas, tareas semejantes se impondría el cristianismo en la Edad Media.

Gran Mezquita de Córdoba, España.

No obstante, también se dieron, ya desde el siglo X, reacciones religiosas contra la filosofía y la ciencia y este equilibrio de pulsiones culturales. Se puede mencionar como parte de esta reacción los nombres de al-Razi, alrededor del siglo X, o de Ibn Rushd (Averroes), en el siglo XII. Este tipo de reacciones religiosas racionales estuvo presente en la decadencia del Islam en Occidente; proceso que podemos rastrear desde el siglo XII. Esta decadencia supuso estancamiento y declinación en la ciencia y la filosofía. En la parte oriental del mundo islámico, sin embargo, la vitalidad se extendió hasta el siglo XV.



Averroes.

Recapitulando. Lo primero que debe subrayarse aquí, son los extraordinarios recursos culturales a los que tuvo acceso el mundo musulmán. Por diferentes vías, estableció diversos puentes con los resultados de la civilización griega. Por ejemplo, no solo establecieron contacto con los griegos del Imperio Bizantino, sino que los árabes controlaron las escuelas de Antioquía, Emesa, Damasco, la de los Nestorianos en Edessa y además varios monasterios cristianos de la región. Es decir, los árabes tuvieron acceso a la cultura y a los intelectuales del Imperio Bizantino, Siria, Persia, Egipto y establecieron contactos decisivos con la India.

9.2 Las matemáticas árabes

Debe subrayarse que la cultura científica y matemática bajo dominio musulmán fue desarrollada por intelectuales provenientes de diferentes pueblos: persas, judíos, griegos, cristianos, etc., eso sí escrita en árabe.

Sus fuentes en cuanto al conocimiento griego fueron manuscritos propiamente griegos o versiones sirias y hebreas. Obtuvieron las obras fundamentales de Aristóteles, Apolonio, Arquímedes, Diofanto, Herón y las tradujeron al árabe. Por ejemplo, los Elementos de Euclides fueron obtenidos de los bizantinos alrededor del año 800 y la obra astronómica de Ptolomeo, el Almagesto, a la cual ellos dieron precisamente ese nombre, en el año 827. En realidad se mencionan dos fuentes:

"Los árabes adquirieron el conocimiento de la ciencia griega a partir de dos fuentes. La mayor parte de ella la aprendieron de los griegos del Imperio bizantino, pero también la adquirieron, de segunda mano, de los cristianos nestorianos de habla siríaca de Persia oriental. Los cristianos nestorianos, desde su centro de Jundishapur, tradujeron durante los siglos VI y VII un importante número de obras griegas científicas -sobre todo de lógica y de medicina- al siríaco, que había reemplazado al griego como lengua culta del Asia occidental desde el siglo III. Después de la conquista árabe, Jundishapur continuó siendo durante un tiempo el primer centro científico y médico del Islam, donde cristianos, judíos y otros súbditos de los califas trabajaban en la traducción de textos del siríaco al árabe. Damasco y Bagdad se convirtieron también en centros de este tipo de trabajo, y ya en el siglo IX se hacían en Bagdad traducciones directas del griego al árabe. En el siglo X casi todos los textos de la ciencia griega que luego se conocieron en Occidente estaban traducidos al árabe." [Crombie, A.C.: Historia de la ciencia. De San Agustín a Galileo siglos V-XIII, pp. 44-45]

Los árabes introdujeron y mejoraron los símbolos del sistema numérico hindú y la notación posicional. También usaron los irracionales de la misma forma que lo hicieron los hindúes. Esto debe enfatizarse: Omar Khayyam (1048 - 1122) y Nasir-Eddin (1201 - 1274) afirmaron con toda claridad que las razones de magnitudes, conmensurables o inconmensurables, podían ser llamadas números. Resulta interesante, sin embargo, que aunque ellos conocían el uso de los números negativos y sus reglas de operación, introducidas por los hindúes, aún así los rechazaron. Con esto ya tenemos un primer retrato de la cultura islámica. Vamos ahora a entrar en mayor detalle en las matemáticas.

Se mencionan dos tradiciones en la astronomía y las matemáticas en Bagdad. Una con base en las fuentes persas e indias, que subrayaba una aproximación algebraica en las matemáticas, y también presente en las tablas astronómicas, y con una motivación práctica. En esa tradición se coloca al-Khwarizmi. Otra tradición con énfasis en las matemáticas helenísticas, que subrayaba la geometría y los métodos deductivos. Su figura emblemática: Tabit ibn Qurra. Ambas tradiciones se llegarían a fundir, lo que se podrá apreciar en el trabajo de Omar Khayyam y al-Kashi.

Al-Khwarizmi

Vamos a empezar por Abu Jafar Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (c. 825). Escribió sobre aritmética, álgebra, astronomía y geografía.

al-Khwarismi, en una estampilla.

Escribió en el 830 el libro: Hisab Al-jabr w'al-muqabala, que se traduce como Cálculo por restauración y reducción. También: Algorithmi de numero indorum (Cálculo con números indios).

Al traducirse al latín en el siglo XII, el primer libro quedó con el título de Ludus algebrae et almucgrabalaeque. Y aquí se redujo a álgebra. Este libro integra las tradiciones babilónicas, griegas e indias.

Los trabajos algebraicos de al-Khwarizmi se basaron en los resultados de Brahmagupta pero reflejan, también, influencias babilonias y griegas directamente (por ejemplo, de Diofanto).

El segundo libro, Aritmética, sirvió para introducir a los europeos en el sistema numérico posicional de la India. Incluye un tratamiento sistemático de las operaciones de la aritmética. Fue el primer libro traducido del árabe, y hay un detalle interesante: popularizó la palabra "algoritmo", que proviene del apellido del autor, para referirse a procedimientos sistemáticos de cálculo. Y se quedó para la historia. Se afirma que los números indios llegaron a Bagdad en el 773 por medio de una misión diplomática hindú.

El documento más antiguo en Europa con la numeración india se llama Codex Vigilanus y entró por España en el año 976. De hecho, está hoy en un museo de Madrid.

Al-Khwarizmi construyó tablas astronómicas que tuvieron influencia por 500 años, con base en las tradiciones babilónicas, indias y helenísticas.

Su obra Imagen de la Tierra se considera la más importante de la geografía desde la obra de Ptolomeo.

Al-Khwarizmi señaló 6 tipos de ecuaciones:

$$bx = ax^2$$

$$bx = c$$

$$ax^2 = c$$

$$ax^2 + bx = c$$

$$bx + c = ax^2$$

$$ax^2 + c = bx,$$

con a, b, c números enteros positivos.

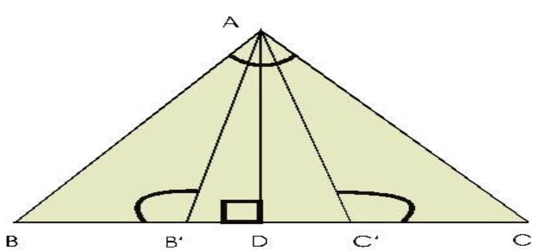
Ofreció en todos los tipos de ecuaciones procedimientos para resolverlas; algunas veces, dio algún fundamento lógico. Por ejemplo, en el caso del tipo 4, ofreció el método que normalmente se llama "completar cuadrados".

A la par de las consideraciones algebraicas, al-Khwarizmi buscó su fundamento téorico en la geometría. Es decir, construía figuras geométricas para mostrar la evidencia del aserto algebraico. Eso sí, usaba ejemplos específicos en su demostración.

Ibn Qurra

Abul Hassan Thabit ibn Qurra Marwan al-Harrani hizo trabajos en trigonometría esférica, una prueba del teorema de Pitágoras, medidas de parábolas y paraboloides, y sobre números "amigos". Se considera el mejor geómetra del mundo islámico.

La generalización del teorema de Pitágoras es un resultado interesante que no se descubrió sino hasta el año 1 953 en Turquía.



Generalización del Teorema de Pitágoras, por ibn Qurra.

Los ángulos $AB'B$ y $AC'C$ y BAC son iguales por construcción. Entonces:

$$AB^2 + AC^2 = BC \times (BB' + CC').$$

Aunque no aparece una prueba por ibn Qurra en el texto que se preserva, no es difícil demostrar el resultado usando las propiedades de los triángulos semejantes. ¿Cómo?

Aquí hay un asunto polémico. Se especula que John Wallis pudo haber estado al tanto de este resultado árabe cuando, en el año 1 685, publicó este mismo teorema como suyo en el libro Treatise on angular Sections.

A diferencia de al-Khwarizmi, volvemos al uso de la geometría en el álgebra; ibn Qurra hizo una demostración general en la que introdujo dos teoremas de Euclides.

Esta integración de álgebra y geometría, unificaba las dos tradiciones del pensamiento matemático, y abrían el camino al álgebra moderna.

Omar Khayyam

Existe consenso entre los historiadores de las matemáticas en que la figura en este terreno más importante fue Abdul-Fath Umar ibn Ibrahim al-Kayyami, Omar Khayyam. Dio reglas para resolver ecuaciones cuadráticas y un método para la resolución de ecuaciones cúbicas con raíces reales, en la tradición de al-Kwarizmi. Ofreció algo parecido al triángulo de Pascal para los coeficientes del binomio. También, intentó una demostración del postulado de las paralelas de Euclides.

Omar Khayyam.

Ahora bien, una de sus más importantes contribuciones en la geometría fue una extensión de la teoría de las proporciones de Euclides. Trabajó la dimensión algebraica de esta teoría para extender el concepto de número de tal manera que pudiera incluir a los números irracionales positivos.

En lo que se refiere a la resolución de las cúbicas, usó un método geométrico para resolver ecuaciones de tercer grado con raíces positivas. Estudió 19 tipos de ecuaciones cúbicas, algunas de las cuales las pudo reducir a cuadráticas. Las restantes 14 las resolvió por medio de secciones cónicas. Un ejemplo de esto último:

Consideremos:

$x^3 + ax^2 + b^2x + c = 0$, con a, b, c mayores que 0. Procedamos a usar la sustitución $x^2 = 2dy$. La ecuación queda:

$$2dxy + 2ady + b^2x + c = 0.$$

Esta es la ecuación de una hipérbola. Como la ecuación con la que hicimos la sustitución es una parábola, la solución de la cúbica es la intersección de la hipérbola y la parábola.

Debe entenderse, sin embargo, que todo esto se hacía sin el arsenal de simbolismo que posee el álgebra moderna.

La utilización de las secciones cónicas y de la geometría para encontrar soluciones fue el gran aporte de este matemático insigne.

Otros resultados

Al-Kashi en la segunda mitad del siglo XIV dio una aproximación para π con 16 decimales correctos por medio de circunscribir en un círculo un polígono con 3×2^{28} lados. Su libro Miftah al-hisab, 1 427, se dice que es uno de los mejores compendios de la aritmética y el álgebra árabes hasta su tiempo. En esta La clave del calculista hace un tratamiento completo de los métodos aritméticos, incluso con fracciones decimales.

Las fracciones decimales habían aparecido por primera vez en una obra de Abul Hassan al-Uqlidisi del año 952 o 953: El libro de los capítulos sobre la aritmética india. Este conocía el método para multiplicarlas por enteros. Sin embargo, al-Kashi en el siglo XV dio el tratamiento completo a las operaciones con decimales.

Trigonometría

La contribución árabe a la trigonometría nos la reseña Bell de la siguiente forma:

"Los árabes adoptaron y desarrollaron la trigonometría hindú. El primer progreso notable se debió al astrónomo Al-Battani (muerto en el 929), en el siglo IX. Si bien en realidad no fue el primero que aplicó el álgebra en lugar de la sola geometría a la trigonometría, este astrónomo matemático fue el primero que dio un gran paso en esa dirección. Usó además del seno hindú, la tangente y la cotangente. En el siglo X se calcularon tablas de estas dos últimas, y también hicieron su aparición la secante y la cosecante como razones trigonométricas. Por estar el concepto de función todavía unos 600 años en el futuro, nada en su obra se parece mucho a la trigonometría elemental de hoy día." [Bell, E.T.: Historia de las matemáticas, p. 112.]

De hecho, la función seno fue traída de la matemática india se supone que a través de un texto de astronomía india Surya Siddhanta. También $r\,\text{sen}\,\alpha$ y $r - r\,\text{sen}\,\alpha$ fueron incorporadas de los hindúes. Las funciones tangente y cotangente sí son de origen árabe.

Abul Wafa había realizado un estudio sistemático de las 6 funciones trigonométricas, y en particular dio las relaciones:

$$\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha\,\text{sen}\beta.$$

El interés en la trigonometría por parte de los árabes se vio potenciado cuando entraron en contacto con las tablas de los hindúes. De hecho, la finalidad básica era mejorar la exactitud de éstas. Un ejemplo notable es el de al-Kashi que calculó el valor de $60\,\text{sen}\,1^{\circ}$ con una exactitud de 16

decimales, usando un método iterativo que aparece en su libro Risala al-watar wa'l-jaib (se traduce como Tratado sobre la cuerda y el seno), y que suponía la resolución de ecuaciones de tercer grado.

Alhambra, Patio de los Leones, Granada, España.

9.3 Un balance

Es importante poner énfasis en la relación privilegiada entre árabes y griegos, por ejemplo, en su resolución de ecuaciones algebraicas cuadráticas. A pesar de la perspectiva más aritmética y algebraica de los hindúes, con la cual estaban familiarizado los árabes, al-Khwarizmi introducía justificaciones geométricas. Está claro: asumieron en cierta forma la influencia griega.

En relación con la geometría, las principales influencias fueron Euclides, Arquímedes y Herón. Fue Nasir-Eddin quien realizó una sistematización de la trigonometría plana y esférica, la cual no sería conocida por los europeos sino hasta el año 1 450.

Algunos historiadores de las matemáticas opinan que para los árabes las matemáticas no poseían el significado que tenía para los griegos, como parte del objetivo global y edificante de hacer inteligible el mundo, sino, más bien, como un mecanismo para ampliar su dominio sobre la naturaleza. También, se suele afirmar que la contribución árabe se redujo a preservar más que ampliar las matemáticas griegas e hindúes y transmitirlas a Europa.

El influjo de los árabes terminaría en una sucesiva colección de hechos que van desde los ataques de los cruzados, la conquista por los mongoles y la destrucción realizada por los tártaros, y, tiempo después, en España, su derrota por los cristianos.

A pesar de la opinión bastante generalizada de algunos expertos, la realidad es, sin embargo, según demuestran más recientes investigaciones, que los árabes en muchos campos extendieron significativamente el conocimiento recibido de los griegos y los hindúes. No fueron solo compiladores mecánicos del acervo de otra civilización, tampoco fueron un simple puente para el desarrollo de las ciencias en Europa.

Durante siglos, una visión eurocentrista ha dominado buena parte de las opiniones sobre el desarrollo cultural y científico de la humanidad, en particular, con una subestimación de las contribuciones de pueblos ajenos a Europa occidental. El caso de los árabes es uno de ellos. Afortunadamente, en los últimos tiempos hay una revalorización que ha permitido visualizar la historia de Occidente de una manera diferente, en particular de las ciencias y las matemáticas.

Algunos de los elementos que en las matemáticas son indiscutiblemente construcciones diferentes de las griegas, son, para empezar, la notación posicional en base 10, el uso de números negativos y de números irracionales, afirmados explícitamente como números, un álgebra con letras y operaciones.

Los resultados hindúes y árabes permitieron construir un fundamento más avanzado para el álgebra que el que se tuvo en la Antigüedad Griega. Por ejemplo, con el uso de símbolos de una manera más sistemática, una profundización en el estudio de las ecuaciones indeterminadas, en las ecuaciones de tercer grado, y, sin duda, un progreso en la trigonometría.

Se debe subrayar, además, que, los árabes, al aceptar el uso de los números irracionales de una manera extensiva hacían posible dar valores numéricos a los segmentos de recta y a todas aquellas figuras geométricas que en la Antigüedad Griega tuvieron que ser limitadas a magnitudes cualitativas.

La práctica de resolver ecuaciones algebraicas por un lado y luego, por el otro, realizar justificaciones geométricas, un "paralelismo" de estas dos disciplinas, se debe interpretar como un valioso fundamento para lo que luego se llamaría la geometría analítica.

Aquí, por último, es necesario hacer un comentario general. Tanto los hindúes como los árabes utilizaron la aritmética y el álgebra sin prestar demasiado cuidado a las demostraciones deductivas como los griegos en la geometría. Los árabes eran conscientes de estas características de la matemática griega y estaban plenamente familiarizados con los requerimientos de la demostración axiomática. Sin embargo, privilegiaron la aproximación práctica presente en la aritmética, el álgebra, y en la formulación algebraica de las relaciones trigonométricas. Es decir, el énfasis en estas disciplinas, carentes de la demostración axiomática y deductiva de la geometría sintética, revela una visión, ideología y actitud diferentes en estas civilizaciones, más orientadas hacia necesidades prácticas que requieren un tratamiento cuantitativo, y que se proporciona mejor con la aritmética y el álgebra. Aunque los árabes y los hindúes eran conscientes, hasta cierto punto, de esta ausencia de fundamentos lógicos en la aritmética y el álgebra, enfatizaron estas disciplinas a través de la intuición y la heurística, dejando para luego las correcciones y justificaciones lógicas. Esto permitió un gran desarrollo del álgebra y la aritmética, lo que sería un componente esencial para los desarrollos científicos y matemáticos de Europa occidental.

Dos tradiciones se heredaron en las matemáticas occidentales. Por un lado, los objetos y métodos de la geometría clásica griega, con sus virtudes y sus debilidades, y, por el otro lado, esta tradición cultural y científica que retomó las contribuciones egipcias y babilonias, algunos resultados de los matemáticos alejandrinos en la aritmética y el álgebra, y los desarrollos en estos campos de los hindúes y los árabes. Esto dos componentes desarrollarían una dialéctica y encontrarían una magnífica síntesis en las mismas culturas islámicas, pero en el mundo europeo, con precisión, en la geometría analítica y, posteriormente, en el cálculo diferencial e integral.

9.4 Biografías

Abu Ja'far Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi

Abu Al-Khwarizmi nació alrededor del año 780 en Bagdad, Irak. Han sido muchas las interpretaciones que se le han dado a su nombre, al parecer indica que procede de Khwarizm, al sur del Mar Aral en Asia central o de Qutrubbull, un distrito entre el Tigris y Eufrates no lejos de Baghdad.

Al-Khwarizmi junto con otros colegas pertenecientes al Banu Musa, eran parte de los sabios que asistían a la Casa de la Sabiduría en Bagdad. Ellos eran los encargados de la traducción de varios escritos científicos griegos. Además, juntos estudiaron álgebra, geometría y astronomía.

Al- Khwarizmi trabajó bajo la tutela de Al-Mamum y sus tratados de álgebra y astronomía se los dedicó a él. De los dos tratados el que se considera de mayor importancia es el tratado de álgebra por dos razones: fue el primer libro que se escribió acerca del álgebra y en el que por primera vez se resolvían problemas de la vida cotidiana.

En ese mismo libro, expone los números naturales, y da la solución a seis tipos de ecuaciones. Tuvo una gran influencia de los Elementos de Euclides en la realización de sus tratados.

Se le conoce como el padre del álgebra.

Al-Sabi Thabit ibn Qurra al-Harrani

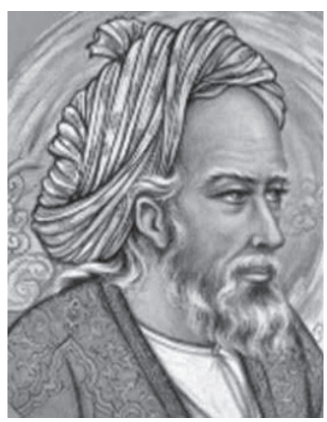
Thabit ibn Qurra nació en el año 826 en Harran, Mesopotamia. Heredó una gran fortuna familiar y su familia mantenía una alta posición en su comunidad. Perteneció a la secta religiosa Sabian. Ellos adoraban la estrella Harran. De esta secta sobresalieron muchos astrónomos a lo largo de su existencia.

Muhammad ibn Musa ibn Shakir visitó Harran y quedó impresionado por el potencial de Thabit, así que lo persuadió de ir a Bagdad y tomar lecciones de matemáticas con él y su hermano.

Posteriormente, obtuvo el puesto de astrónomo en Bagdad, su jefe era el Califa Al-Mu'tadid, uno de los grandes califas del 'Abbsid.

Tradujo y revisó muchos trabajos griegos al árabe. Escribió ocho tratados acerca de astronomía, uno de los más famosos fue Acerca del Movimiento de la Octava Esfera. También escribió otros estudios en mecánica y filosofía.

Murió el 18 de febrero del año 901 en Bagdad.



Omar Khayyam

Omar Khayyam nació el 18 de mayo de 1 048 en Nishapur, Persia, Irán. Su nombre completo era Ghiyath al-Din Abu'l-Fath Umar ibn Ibrahim Al-Nisaburi al-Khayyami. El significado de su nombre tiene relación con la profesión de su padre, el cual era comerciante.

Durante el siglo XI, tribus turcas invadieron Asia y establecieron un imperio en el que Siria, Palestina y la mayor parte de Irán fueron controladas. Durante 1 038 y 1 040 conquistaron todo Irán. Se trató de establecer un estado ortodoxo musulmán en momentos en que la inestabilidad militar era notable, Omar tuvo que crecer en este ambiente.

Estudió filosofía en Naishapur y a pesar de que era considerado genio, su situación era difícil sin apoyo político. Fue un excelente matemático y astrónomo y a pesar de las dificultades que tenía, antes de cumplir los veinticinco años, ya había escrito varios trabajos, entre ellos: un libro de aritmética, uno de música y otro de álgebra.

En 1 070, se mudó a Samarkand en Uzbekistán, en donde fue respaldado por Abu Tahir, un jurista prominente. En 1 073, recibió una invitación de parte de Malik-Shah, el gobernante de la ciudad, para instalar un observatorio en Esfahan, el que mantuvo por dieciocho años.

En 1 118, Omar dejó Esfahan y viajó a Merv, en donde escribió muchos de sus trabajos matemáticos. Además de matemático, es famoso por su afición a la poesía, escribió alrededor de ciento veinte versos.

Murió el 4 de diciembre en Nishapur, Persia, Irán.

Abu Ali al-Husain ibn Abdallah ibn Sina (Avicena)

Ibn Sina nació en al año 980 en Kharmaithen, Asia Central, Uzbekistán. Se le conoce también por su nombre en Latín: Avicenna.

Su vida fue marcada fuertemente por un gran periodo de inestabilidad política, se encontraba en el poder la Dinastía Samanid. Cuando ibn Sina nació, Nuh ibn Mansur era el Sultán en Bukhara. Su padre, era el gobernador en uno de los pueblos que Nuh ibn Mansur controlaba. Fue educado por su padre, a la edad de diez años. Memorizó el Corán y la mayoría de la poesía árabe que había leído. A los trece años inició sus estudios en medicina y tres años después ya atendía pacientes. También estudió lógica y metafísica.

Dos hechos que cambiaron su vida fueron: el derrocamiento de la Dinastía Samanid y la muerte de su padre. Entonces, se trasladó a Irán, en donde se estableció como médico oficial. Se le forzó a esconderse debido a sus antagonismos políticos y estuvo además en prisión. Después de salir de prisión, se trasladó en 1 022 a Ispahán, en donde trabajó como consejero científico y médico del príncipe. Fue aquí donde vivió los últimos años de su vida y escribió muchos trabajos sobre filosofía, medicina y acerca del lenguaje árabe. Se le conocen además, trabajos en psicología, geología, matemáticas, astronomía y lógica.

Murió en junio de 1 037 en Hamadan, Persia, Irán.

Abu Kamil Shuja ibn Aslam ibn Muhammad ibn Shuja

Abu Kamil Shuja nació alrededor del año 850 posiblemente en Egipto.

Es conocido como "al-Hasib al-Misri", que significa calculadora. Es reconocido por su aporte al avance del álgebra. Al parecer fue uno de los sucesores directos de al-Khwarizmi a quien atribuía ser el "inventor del álgebra".

Sus estudios, fueron la base para los libros de Fibonacci, lo que fue fundamental en la introducción del álgebra a Europa. Además se cree que influyó en la elaboración de dos textos de álgebra de al-Karaji.

Murió alrededor del año 930.

9.5 Síntesis, análisis, investigación

1. En un libro de historia general, investigue acerca del nacimiento y desarrollo de la cultura islámica. Haga un resumen de unas tres páginas.
2. ¿Cuáles fueron los puntos de partida culturales que permitieron a los árabes adquirir y expandir el conocimiento y la ciencia?
3. ¿Cuáles dos tradiciones se pueden mencionar en las matemáticas y astronomía de los árabes? Explique.
4. Describa los asuntos de que trataban los libros de álgebra y aritmética escritos por al-Khwarizmi.
5. Demuestre la generalización del teorema de Pitágoras hecha presumiblemente por ibn Qurra.
6. Resuma algunos de los aportes de Omar Khayyam a las matemáticas.
7. Comente las características del álgebra y la aritmética de los árabes con relación o en comparación con la geometría griega clásica.
8. Lea cuidadosamente la cita que sigue.

   "La aproximación árabe a las matemáticas fue ayudada, sin dudas, en los primeros años, por la existencia de una tensión creadora entre los 'algebristas' y los 'geómetras', cuyos personajes más representativos fueron al-Khwarizmi y Thabit ibn Qurra, respectivamente. Cada grupo permaneció abierto a las influencias del otro grupo, como se ve en la aproximación geométrica de al-Khwarizmi a la resolución de las ecuaciones cuadráticas y el descubrimiento de Thabit de una regla para generar números amigos. Conforme se desarrollaron las matemáticas árabes, el trabajo sobre geometría 'pura', como, por ejemplo, los intentos de demostrar o modificar el postulado de las paralelas de Euclides, continuó en paralelo con el desarrollo de ingeniosos métodos numéricos para extraer raíces y resolver ecuaciones de orden superior. Ciertamente, la principal razón de por qué las modernas matemáticas se han separado tan sustancialmente del espíritu y métodos de las matemáticas griegas fue la intervención de los árabes. Quizá, si las lecciones de los árabes hubiesen sido asimiladas antes, y si las obras de las figuras principales de las matemáticas árabes como Omar Khayyam y Thabit ibn Qurra hubiesen sido mejor conocidas de lo que lo fueron, entonces el período de dolorosa transición y de naturaleza monótona de algunas matemáticas medievales podría haberse evitado." [Joseph, George G.: La cresta del pavo real, p. 463]

Explique cuál es la valoración que realiza el autor sobre el papel de los árabes en las matemáticas.

9. Estudie el siguiente texto con cuidado. ¿Qué comparación señala el autor entre las matemáticas griegas y las árabes? ¿Qué quiere decir que hubiera 2 geometrías diferentes?

   "No se puede negar que la aproximación griega a las matemáticas produjo algunos resultados notables, pero ello estorbó el desarrollo ulterior del tema. Los puntos fuertes de la aproximación griega se han discutido ampliamente; cualquier libro estándar sobre la historia de las matemáticas trata el asunto, de modo que tiene poco sentido volver de nuevo sobre ello. Pero el efecto limitante del modo griego de pensamiento es otra cuestión. La preocupación griega por la geometría, hasta la infiltración de las influencias babilónicas y egipcias en el periodo helenístico posterior, fue una grave constricción. Grandes mentes como Pitágoras, Euclides y Apolonio gastaron gran parte de su tiempo creando lo que fueron, esencialmente construcciones abstractas e ideales; cómo llegaran a una conclusión era, en algunos aspectos, más importante que cualquier significación práctica. Existieron en la práctica dos geometrías diferentes coexistiendo a la vez: la geometría `pura' de los griegos, cuya validez se determinaba totalmente por su consistencia y coherencia internas, y la geometría aplicada de otras tradiciones matemáticas, cuya validez se juzgaba exclusivamente por su capacidad para describir la realidad física. (Es interesante especular lo que un Euclides, que había asimilado la aritmética y el álgebra de los babilonios y sintonizaba con su aproximación analítico-algebraica a la geometría, podría haber creado con su particular manera de razonamiento deductivo.) El Cónicas de Apolonio parecía un producto de una geometría abstracta griega que no necesitaba más refinamiento. Sólo con la aparición de los árabes se rescataron las obras de la época y se les dio una nueva orientación. Sin embargo, los pioneros de las modernas matemáticas en el período posrenacentista se vieron obligados a experimentar a veces un distanciamiento doloroso de la aproximación geométrica griega que sus predecesores habían aceptado demasiado fácilmente, careciendo como carecía del fermento del espíritu árabe." [Joseph, George G.: La cresta del pavo real, pgs. 464-465]

   ¿A qué se refiere con "distanciamiento doloroso"? Comente brevemente la opinión del autor.