FACTORIZACIÓN.

Factorizar consiste como su nombre lo indica, en obtener factores y como factores son los elementos de una multiplicación, entonces factorizar es convertir una suma en una multiplicación indicada por sus factores.

De acuerdo con lo anterior, el resultado de una factorización siempre será un producto.

Los factores de un término o monomio se puede hallar por simple inspección , asi los factores de $15ab$, $serán\ \ 3,5, a\ y\ b$

Por tanto $15ab = 3.5. a. b$

Los coeficientes numéricos siempre deben descomponerse en sus factores primos (los números primos son aquellos que solamente son divisibles por ellos mismos y la unidad).

Un polinomio es una expresión constituida por un conjunto finito de variables y constantes, utilizando únicamente las operaciones aritméticas de suma, resta y multiplicación, asi como también como exponentes enteros positivos.

CASOS DE FACTOREO.

I. POLINOMIOS QUE TIENEN UN FACTOR COMUN.

PROCEDIMIENTO:

1) Buscamos el factor común (que debe ser el mayor posible).
2) Se expresa el polinomio dado como el producto del factor común por el polinomio que resulta de dividir el polinomio dado por el factor común.

Ejemplo.

Factor izar $4a^2b + 2ab^2$ los factores de $4a^2b\ \ son\ \ 2.2. a. a. b\ que\ resulta\ \ \ 2^2a^2b$

Y los factores de $2ab^2\ \ son\ \ 2. a. b. b\ \ \ que\ resulta\ \ \ 2. a. b^2$, entonces el Factor común entre los dos términos es $2. a. b$, es decir, se toma la letras que estén repetidas en todos los términos del polinomio con el exponente menor , asi como también los números que estén repetidos en todos los términos del polinomio con el exponente menor.

El factor común escogido se anota fuera de un paréntesis y posteriormente cada término del polinomio es dividido entre el factor común y los resultados se van anotando dentro de otro paréntesis como factor.

De tal manera que los factores de $4a^2b + 2ab^2$ son $2ab(a + b)$

II. FACTOR COMÚN POR GRUPOS.

Se aplican en polinomios que no tienen factor común en todos sus términos.

PROCEDIMIENTO.

1. PASO. Se toman grupos de igual cantidad de términos que tengan FACTOR COMÚN en cada uno de los grupos .
2. PASO. Debe quedar un paréntesis común .
3. PASO. Se extrae dicho paréntesis como FACTOR COMÚN..

Por ejemplo. Factorizar. $2xy^2a + mb + 2xy^2b + ma$

$$(2xy^2a + 2xy^2b) + (mb + ma)$$

$$2xy^2(a + b) + m(a + b)$$

El paréntesis común es $(a + b)$, que se extrae como factor común, entonces los factores de $2xy^2a + mb + 2xy^2b + ma$, son

$$(a + b)(\ 2xy^2 + m)$$

III. FACTORIZAR UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO.

FACTORIZAR UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO. Un trinomio es cuadrado perfecto si es el cuadrado de un binomio.

CUADRADO DE UN BINOMIO $(a + b)^2 = x^2 + 2ab + b^2$ o $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$.

Una cantidad es cuadrado perfecta cuando es el cuadrado de otra cantidad o sea cuando es el producto de dos factores iguales. Asi, $4a^2$ es cuadrado perfecto porque es el cuadrado de $2a$; en efecto $(2a)^2 = (2a)(2a) = 4a^2 \quad y \quad 2a$ es la $\sqrt{4a^2}$.

Para extraer raíz cuadrada a un término, se extrae raíz cuadrada al coeficiente numérico y se divide el exponente de cada letra entre dos.

Ejemplo $\sqrt{36x^4y^6}$ = $6x^2y^3$.

Un trinomio es cuadrado perfecto, cuando es el cuadrado de un binomio, o sea, el producto de dos binomios iguales, asi $x^2 + 2ab + b^2$ es cuadrado perfecto, porque es el resultado de $(a + b)^2$, de la misma manera como $(2x - y)^2$= $4x^2 - 4xy + y^2$; entonces $4x^2 - 4xy + y^2$ es un trinomio cuadrado perfecto.

Un trinomio ordenado en relación a los exponentes de una letra , es cuadrado perfecto cuando:

“el primero y el tercer término son cuadrados perfectos positivos (o tienen raíz cuadrada exacta) y el segundo término es el doble producto de las raíces cuadradas de esos términos ¨

Asi $36x^2 - 24xy^4 + 4y^8$ es cuadrado perfecto porque:

$$\sqrt{36x^2} = 6x$$

$$\sqrt{4y^8} = 2y^4$$

Doble producto de estas raíces : $2(6x)(\ 2y^4) = 24xy$

De acuerdo a lo anterior, para factorizar un trinomio cuadrado perfecto:

Se extrae raíz cuadrada al primero y tercer término del trinomio y se separan estas raíces con el signo del segundo término. El binomio asi formado que es la raíz cuadrada del trinomio , se multiplica por si mismo o se eleva al cuadrado.

Por ejemplo. Factorizar $m^2 + 2m + 1$

Solución :

$$\sqrt{m^2} = m$$

$$\sqrt{1} = 1$$

Doble producto de las raíces : $2(m)(1) = 2m$

Entonces los factores de $m^2 + 2m + 1 = (m+1)(m+1) = (m+1)^2$

Factorizar $4x^2 - 20xy + 25y^2$

$$\sqrt{4x^2} = 2x$$

$$\sqrt{25y^2} = 5y$$

Doble producto de las raíces : $2(2x)(5y) = 20xy$, entonces los factores de

$$4x^2 - 20xy + 25y^2 \quad son \ (2x+5y)(2x+56y) = (2x+5y)^2$$

IV. FACTORIZAR POR DIFERENCIA DE CUADRADOS.

Producto de binomios conjugados : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Procedimiento:

1° Paso: Debo identificar la resta (debe haber un solo signo negativo) y luego los cuadrados perfectos.
2° Paso: Calculo las bases de los cuadrados perfectos (haciendo la raíz cuadrada de cada uno)
3° Paso: Transformo la diferencia de cuadrados en un producto de binomios conjugados, formado por dichas bases.
Ejemplos:

Factorizar $9x^2 - 25y^2$

Identificar los cuadrados perfectos de cada término al cuadrado

$$\sqrt{9x^2} = 3x$$

$$\sqrt{25y^2} = 5y$$

Entonces $9x^2 - 25y^2 = (3x + 5y)(3x - 5y)$

Ejemplo . factorizar $\boldsymbol{\frac{4}{9}x^6 - z^4y^2}$

Identificar los cuadrados perfectos de cada término al cuadrado : $\sqrt{\frac{4}{9}x^6} = \frac{2}{3}x^3$

$$\sqrt{z^4y^2} = z^2y$$

Entonces $\boldsymbol{\frac{4}{9}x^6 - z^4y^2} = \boldsymbol{(\frac{2}{3}x^3 + z^2y)(\frac{2}{3}x^3 - z^2y)}$

El máximo número natural que divide a 60,84 y 180 se llama MAXIMO FACTOR COMÚN O MÁXIMO COMÚN DIVISOR de esos tres números.

Descomponiendo cada número en sus factores primos tenemos :

60	2	
30	2	2.2.3.5
15	3	
5	5	
1		

84	2	
42	2	2.2.3.7
21	3	
7	7	
1		

180	2	
90	2	2.2.3.3.5
45	3	
15	3	
5	5	
1		

Ya que 60, 84 y 180 tienen dos factores 2 y un factor 3 cada uno. el máximo factor común de ellos es 2^2 .3 = 12

Determine el MAXIMO FACTOR COMUN de $6a^2b^3c,\ 9a^3b^2c\ \ y\ \ 18a^4c^3$

los factores de $6a^2b^3c$ **son**

6	2	
3	3	**2.3.a.a.b.b.b.c**
1		

los factores de $9a^3b^2c$ **son**

9	3	
3	3	**3.3.a.a.a.b.b.c**
1		

los factores de $18a^4c^3$ **son**

18	2	
9	3	**2.3.3.a.a.a.a.c.c.c**
3	3	
1		

Estos tres monomios tienen en común un factor 3 , dos factores a y un factor c , por lo tanto el MAXIMO COMUN DIVISOR de los tres monomios es : 3 .a^2 .c

PASOS PARA DETERMINAR EL MAXIMO FACTOR COMUN O MAXIMO COMUN DIVISOR.

1. **Determinar la forma factorizada prima de cada monomio.**
2. **Hacer una lista de los factores primos y las variables que sean comunes en cada monomio.**
3. **Determinar el producto de los factores encontrados en el paso dos , con cada factor elevado a la potencia mínima presente en cualquiera de los monomios.**

EXTRACCIÓN DEL MÁXIMO FACTOR COMUN O MAXIMO COMUN DIVISOR .

EJEMPLO. Factorizar $\boldsymbol{25a^3b\ +\ 15ab^3}$

Comenzamos factorizando cada monomio

los factores de $25a^3b$ **son**

25	5	
5	5	**5.5.a.a.a.b.**
1		

los factores de $\boldsymbol{15ab^3}$ **son**

15	3	
5	5	**3.5.a.b.b.b**
1		

Puesto que cada término tiene común cuando **menos un factor 5, un factor a y un factor b y no hay otros factores comunes . el MFC (máximo factor común) es $5ab$; entonces extraemos de los 2 términos el MFC que es $5ab$** de la siguiente manera:

$$5ab(5a^2 + 3b^2)$$

Por consiguiente los factores de $25a^3b + 15ab^3$ **son** $5ab(5a^2 + 3b^2)$

Ejemplo factorizar $3x^2y^2z^3 + 6xyz^3 - 3xz^2$

Comenzamos factorizando cada monomios

los factores de $3x^2y^2z^3$ son

3	3
1	

3.x.x.y.y.z.z.z

los factores de $6xyz^3$ son

6	2
3	3
1	

2.3.x.y.z.z.z

los factores de $3xz^2$ son

3	3
1	

3.x.z.z

Puesto que cada termino tiene común , cuando menos **un factor 3 , un factor x, y dos factores z y no hay otros factores comunes . el MFC o MCD =** $3xz^2$ **, entonces de los 3 términos extraemos el MFC =** $3xz^2$ **de la siguiente manera :**

$3xz^2(xy^2z + 2yz - 1)$ **entonces los factores de** $3x^2y^2z^3 + 6xyz^3 - 3xz^2$ **son :**

$3xz^2(xy^2z + 2yz - 1)$

Ejemplo. Factorizar $3x^2 + 4y + 7$

Comenzamos factorizando cada monomio

los factores de $3x^2$ son

3	3
1	

3.x.x

los factores de $4y$ son

4	2
2	2
1	

2.2.y

los factores de 7 son

7	7
1	

7

Como no hay factores comunes además del 1, este polinomio no se puede factorizar , este polinomio es un polinomio primo.

Ejemplo factorizar $-6x^2y^3 + 8x^3y^2$

Comenzamos factorizando cada monomio

los factores de $6x^2y^3$ son

6	2	
3	3	2.3.x.x.y.y.y
1		

los factores de $8x^3y^2$ son

8	2	
4	2	2.2.2.x.x.x.y.y
2	2	
1		

Puesto que cada termino tiene común , cuando menos **un factor 2 , dos factores x, y dos factores y y no hay otros factores comunes . el MFC o MCD = $2x^2y^2$, como el MFC es $2x^2y^2$ el negativo del MFC es $-2x^2y^2$ entonces de los 3 términos extraemos el MFC = $-2x^2y^2$ de la siguiente manera :**

$\boldsymbol{-2x^2y^2(3y-4x)}$

EJEMPLO de factorización por agrupamiento. Factorizar

$3ax^2+3bx^2+a+5bx+5ax+b$ analizamos el polinomio y observamos que términos podemos agrupar , en este caso agrupamos los términos que tengan en común a x^2 y por otro lado a los términos que tengan en común a x . de la siguiente manera

$$(3ax^2+3bx^2)+(5bx+5ax)+(a+b)$$

En $(3ax^2+3bx^2)$ extraemos como factor común a $3x^2$;

En $(5bx+5ax)$ extraemos como factor común a $5x$; entonces el polinomio quedaría de la siguiente manera :

$$3x^2(a+b)+5x(b+a)+(a+b)$$

Como $(a+b)$ es común de los 3 términos se puede extraer como factor común , que dando entonces , el polinomio $3ax^2+3bx^2+a+5bx+5ax+b$ así factorizado :

$$\boldsymbol{(a+b)(3x^2+5x+1)}$$

Otro ejemplo. Factorizar $3x^3y-4x^2y^2-6x^2y+8xy^2$ el factor común de los 4 términos es xy extraemos este factor común en cada uno de los términos del polinomio , de la siguiente manera :

$xy\lfloor x(3x-4y)-2(3x-4y)\rfloor$; dentro del paréntesis existe un factor $3x-4y$ que es común a los dos , extraemos este factor , quedando entonces el polinomio $\boldsymbol{3x^3y-4x^2y^2-6x^2y+8xy^2}$ asi factorizado :

$$\boldsymbol{xy(3x-4y)(x-2)}$$

NOTA. SIEMPRE QUE FACTORICE UNA EXPRESIÓN FACTORIZADA POR COMPLETO , CADA FACTOR DE UNA EXPRESIÓN COMPLETAMENTE FACTORIZADA DEBE SER PRIMO .

V. FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS CON COEFIECIENTE PRINCIPAL IGUAL A UNO.

PROCEDIMIENTO:

1. **Escribir el trinomio con coeficiente principal 1.**
2. **Hacer una lista de las factorizaciones del tercer termino del trinomio.**
3. **Elegir la factorización en la que la suma de los factores sea el coeficiente del término intermedio.**

POR EJEMPLO PARA FACTORIZAR $x^2 + 7x + 12$ debemos encontrar dos binomio $(x + a)(x + b)$ tales que $x^2 + 7x + 12 =$ $(x + a)(x + b) = x^2 + xb + ax + ab$ extraiendo a x como factor común en el segundo y tercer termino de $x^2 + xb + ax + ab$

Esta expresión queda indicada de la siguiente manera $x^2 + x(a + b) + ab$

Comparando la expresión $x^2 + x(a + b) + ab$ con la que queremos factorizar que en este caso es esta $x^2 + 7x + 12$

Debemos entonces buscar un numero a y un número b que multiplicados sean igual a 12 y que sumados sean igual a 7 :

$ab = 12$ $a + b = 7$ **un guía para encontrar los números $\boldsymbol{a}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{b}$ es hacer una lista de las factorizaciones posibles de 12 y elegimos aquella cuya suma de factores sea 7**

Lista de factores posibles de 12 : $(12)(1)$, $(6)(2)$, ; $(\mathbf{4})(\mathbf{3})$; $-12(1), -6(2)$; $-4(3)$

Elegimo los factores $(\mathbf{4})(\mathbf{3})$ **porque la suma de los dos es 7 , por lo tanto el valor de $\boldsymbol{a\ es\ 4}$ $\boldsymbol{y\ el\ de\ \ b\ \ es}$ 3 de tal manera que los factores del trinomio** $x^2 + 7x + 12$ son:

$$(x + 4)(x + 3)$$

Ejemplo. Factorizar $x^2 - 6x + 8$ Debemos entonces buscar un numero a y un número b que multiplicados sean igual a $\mathbf{8}$ y que sumados sean igual a $\mathbf{-6}$

Lista de factores posibles de 8 : $(8)(1)$, $(4)(2)$, $(-8)(-1), (\mathbf{-4})(\mathbf{-2}); (-8)(1), (-4)(2)$ Elegimo los factores $(\mathbf{-4})(\mathbf{-2})$ **porque la suma de los dos es -6 , por lo tanto el valor de $\boldsymbol{a\ es} -\mathbf{4}$ $\boldsymbol{y\ el\ de\ \ b\ \ es} -$ 2 de tal manera que los factores del trinomio** $x^2 - 6x + 8$ son:

$$(\boldsymbol{x} - \mathbf{4})(\boldsymbol{x} - \mathbf{2})$$

Ejemplo factorizar $-x+x^2-12$ **primero ordenamos el trinomio** x^2-x-12

Debemos entonces buscar un numero a y un número b que multiplicados sean igual a $-\mathbf{12}$ y que sumados sean igual a $-\mathbf{1}$

Lista de factores posibles de -12 : $(-12)(1)$, $(\mathbf{-4})(\mathbf{3})$, $(-3)(4),(1)(-12)$; Elegimo los factores $(-\mathbf{4})(\mathbf{3})$ **porque la suma de los dos es** $-\mathbf{1}$ **, por lo tanto el valor de** $\boldsymbol{a\ es -4}$ $\boldsymbol{y\ el\ de\ b\ es}$ **3 de tal manera que los factores del trinomio** x^2-x-12 son:

$$(\boldsymbol{x}-\mathbf{4})(\boldsymbol{x}+\mathbf{3})$$

Ejemplo factorizar $30x-4xy-2xy^2$ **primero ordenamos el trinomio**

$-2xy^2-4xy+30x$ en este trinomio existe un factor común en los tres términos de este trinomio el cual es $-2x$, entoces extraemos el factor común $-2x$ en cada termino del trinomio, que dando entonces la expresión de la siguiente manera:

$$-2x(y^2-2y+15)$$

Dentro del paréntesis nos quedo un trinomio cuyo coefieciente principal en y es 1, entonces debemos buscar un numero a y un número b que multiplicados sean igual a $\mathbf{15}$ y que sumados sean igual a $-\mathbf{2}$

Lista de factores posibles de 15 : $(-15)(1)$, $(\mathbf{-5})(\mathbf{3})$, $(5)(-3),(15)(1)$; Elegimo los factores $(-\mathbf{5})(\mathbf{3})$ **porque la suma de los dos es** $-\mathbf{2}$ **, por lo tanto el valor de** $\boldsymbol{a\ es -5}$ $\boldsymbol{y\ el\ de\ b\ es}$ **3 de tal manera que los factores del trinomio** $y^2-2y+15$ son:

$$(\boldsymbol{y}-\mathbf{5})(\boldsymbol{y}+\mathbf{3})$$

Finalmente los factores del la expresión $30x-4xy-2xy^2$ son :

$$\mathbf{-2}\boldsymbol{x}(\boldsymbol{y}-\mathbf{5})(\boldsymbol{y}+\mathbf{3})$$

VI. FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS CON COEFIECIENTES PRINCIPALES DISTINTOS DE UNO.

POR EJEMPLO PARA FACTORIZAR $5x^2+7x+2$ debemos encontrar dos binomio $(ax+b)(cx+d)$ tales que $5x^2+7x+2=$ $(ax+b)(cx+d)=ac\,x^2+axd+bcx+bd$ extraiendo a x como factor común en el segundo y tercer termino de $ac\,x^2+axd+bcx+bd$

Esta expresión queda indicada de la siguiente manera $acx^2+x(ad+bc)+bd$

Comparando la expresión $acx^2 + x(ad + bc) + bd$ con la que queremos factorizar que en este caso es esta $5x^2 + 7x + 2$

Debemos entonces buscar un numero a y un número c que multiplicados sean igual a 5 ; que la suma de los productos de los términos $ad + bc$ sean igual a 7 y que el producto de bd sea igual a 2

Entonces debemos buscar los valores de $a\,, b, c, \quad y\ d \quad que\ cumplan\ con\ las\ siguientes\ condiciones$

$$ac = 5$$

$$ad + bc = 7$$

$$bd = 2$$

Consideremos los siguientes valores de $a = 5 \quad c = 1 \quad b = 2 \quad d = 1$ estos valores los sustituimos en las condiciones anteriores

$$(5)(1) = 5$$

$$(5)(1) + (2)(1) = 7$$

$$(2)(1) = 2$$

Podemos observar que los valores asignados $a = 5 \quad c = 1 \quad b = 2 \quad d = 1$ cumplen con las condiciones consideradas , entonces sustituyendo cada uno de estos valores en los factores $(ax + b)(cx + d)$ concluimos que los factores del trinomio

$5x^2 + 7x + 2$ **son** $\boldsymbol{(5x + 2)(x + 1)}$

ESTRATEGIAS PARA IDENTIFICAR EL TIPO DE PROBLEMA DE FACTORIZACIÓN:

1. **Extraer como factores comunes todos los monomios que estén en este caso.**
2. **Si las expresiones tienen dos términos , comprobar si el tipo de problema es**
   a) **La diferencia de dos cuadrados $\boldsymbol{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)}$.**
   b) **La suma de dos cubos $\boldsymbol{a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)}$.**
   c) **La diferencia de dos cubos $\boldsymbol{a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)}$.**
3. **Si la expresión tiene 3 términos , tratar de factorizar el trinomio como trinomio general.**
4. **Si una expresión tiene 4 términos o más, tratar de factorizarlo por agrupamiento.**
5. **Continue hasta que cada factor individual sea primo.**
6. **Comprobar el resultado efectuando la multiplicación.**

EJERCICIOS

I. EFECTUE LAS MULTIPLICACIONES INDICADAS.

1. $(2a^2)(-3ab)$	2. $(-3x^2y)(3xy)$
3. $(-3ab^2\,c)(5ac^2)$	4. $(2x^2y^3)\lfloor(4xy^5(-5y^6)\rfloor$
5. $(4a^{-2}b^{-1})^2(2a^3b^4)^4$	6. $[(-5xy^2)(5x^2y^2)]^2$
7. $3(x+2)$	8. $-5(a+b)$
9. $-a(a-b)$	10. $-2x(3x^2-2)$
11. $-2x(3x^2-3x+2)$	12. $-4x^2y^3(3x^2-4xy+y^2)$
13. $-3a^2b^3\ (2b)(3a+b)$	14. $(x+2)(x+3)$
15. $(z-7)(z-2)$	16. $(2a+1)(a-2)$
17. $(3x-2)(3x+3)$	18. $(3y-z)(2y-z)$
19. $(2m+n)((3m+n)$	20. $(x+3)(x-5)$
21. $(2x-3y)(x+2y)$	22. $(4a-3b)(2a+5b)$
23. $(x+2)^2$	24. $(a-4)^2$
25. $(2a+b)^2$	26. $(2x-y)^2$
27. $(x+2)(x-2)$	28. $(a+b)(a-b)$
29. $(2x+3y)(2x-3y)$	30. $(3y+2z)(y-3z)$
31. $(3a+4b)(3a-4b)$	32. $(x-y)(x^2+xy+y^2)$
33. $(3y+1)(2y^2+3y+2)$	34. $(x+y)(x^2-xy+y^2)$
35. $(a+b+c)(2a-b-2c)$	36. $(x-2y-3z)(3x+2y+z)$
37. $(a+b)(a-b)(a-3b)$	38. $[x+(2a-b)]^2$

II. DETERMINE LOS PRODUCTOS DE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS Y ESCRIBA LAS RESPUESTAS SIN EMPLEAR EXPONENTES NEGATIVOS.

1. $x^3(2x^2+x^{-2})$	2. $x^{-4}(2x^{-3}-5x^2)$
3. $(x^{-1}+y)((x^{-1}-y)$	4. $(x^{-1}-y)((x^{-1}-y)$
5. $(3y+1)^2+(2y-4)^2$	6. $(2x^{-3}+y^3)(2x^{-3}+y^{-3})$

III. SIMPLIFIQUE LAS SIGUIENTES EXPRESIONES.

1. $3x(2x+4)-3x^2$	2. $2y-3y(y^2+4)$
3. $2m(m-n)-(m+n)(m-2n)$	4. $(x+3)(x-3)+(2x-1)(x+2)$
5. $(3y+1)^2+(2y-4)^2$	6. $3(x+2z)^2-2(2x-z)^2$

IV. EN LOS EJERCICIOS SIGUIENTES, DETERMINE LA FORMA FACTORIZADA PRIMA DE LOS NÚMEROS DADOS.

1. 6	2. 10
3. 135	4. 98
5. 128	6. 357
7. 325	8. 288

V. DETERMINE EL MÁXIMO FACTOR COMÚN DE LOS CONJUNTOS DE MONOMIOS DADOS.

1. $36, 48$	2. $45, 75$
3. $42,\ 36,\ 98$	4. $16,\ 40,\ 60$
5. $4a^2b,\ 8a^3c$	6. $6x^3y^2z, \quad 9xyz^2$
7. $18x^4y^3z^2, \quad -12xy^2z^3$	8. $6x^2y^3,\ 24xy^3,\ 40x^2y^2z^3$

VI. COMPLETE LAS FACTORIZACIONES.

1. $3a-12=3(a- \quad)$	2. $5x+25 = 5(x+ \quad)$
3. $8x^2+2x(4x+ \quad)$	4. $9x^3-3x^2 = 3x^2(3x- \quad)$

VII. SI ES POSIBLE, FACTORICE LAS SIGUIENTES EXPRESIONES.

1. $2x+8$	2. $3y-9$
3. $2x^2-6x$	4. $3y^3+3y^2$
5. $5xy+12ab^2$	6. $7x^2+14x$
7. $15x^2y-10x^2y^2$	8. $11m^3n^2+12x^2y$
9. $63x^3y^2-81x^2y^4$	10. $33a^3b^4c-16xyz$
11. $25x^3-14y^3+36x^3y^3$	12. $32a^4+9b^2+5a^4b^2$
13. $4(x+y)+c(x+y)$	14. $(x+y)(x+y)+z(x+y)$
15. $a(x-y)-(x-y)^2$	16. $64a^4-25b^2$
17. $2x^4y-32y$	18. x^2+2x+1
19. y^2+2y+1	20. $4a^2-12a+9$
21. $9a^2-12a+9$	22. $9x^2+24x+16$
23. $16x^2-24x+9$	24. $24y+10xy-6x^2y$
25. $4x^2-3x-5$	26. $3x^2+12x-63$
27. $-3x^2+15x-18$	28. $5x^2+4x+1$
29. $8x^2-10x+3$	30. $6x^2-7x-20$

VIII. EXTRAE COMO FACTOR COMUN EL NEGATIVO DEL MAXIMO FACTOR COMUN.

1. $3a-6$	2. $-6b+12$
3. $-3x^2-x$	4. $-4a^3+a^2$
5. $-18a^2b-12ab^2$	

IX. FACTORICE POR AGRUPAMIENTO LOS SIGUIENTES EJERCICIOS.

1. $ax+bx+ay+by$	2. $x^2+yx+2x+2y$
3. $a^2-4b+ab-4a$	4. $x^2y-ax-xy+a$
5. $x^2y+xy^2+2xyz+xy^2+y^3+2y^2z$	