



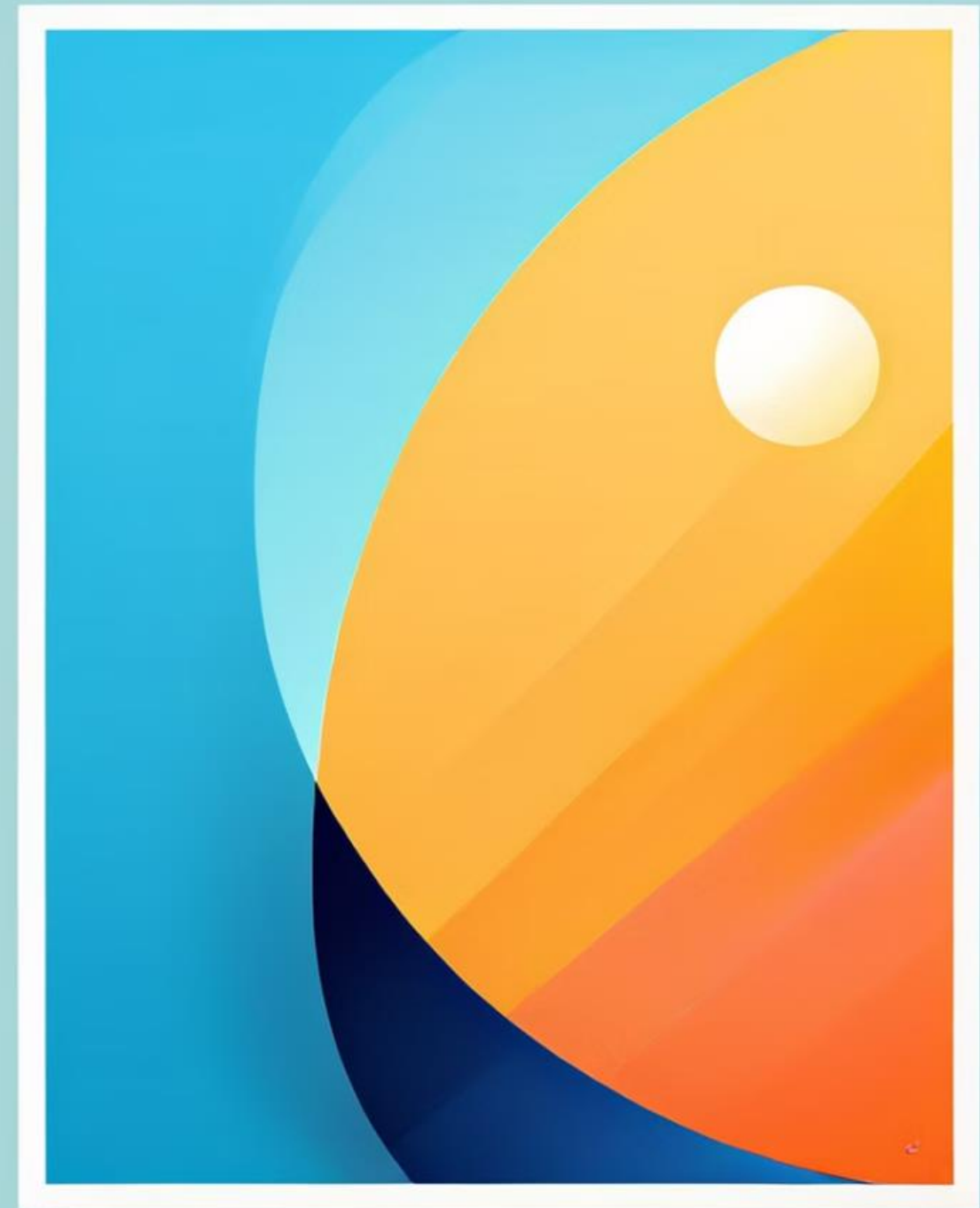
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

COORDINACIÓN DE ADMISIÓN Y NIVELACIÓN

Ing. María Heras. Msc

Ecuaciones lineales

Las ecuaciones lineales son una herramienta fundamental en matemáticas y se utilizan para modelar una gran variedad de fenómenos. Se caracterizan por tener una o más variables, las cuales están elevadas a la primera potencia, ecuaciones de primer grado.



Definición y características de las ecuaciones lineales

Una ecuación lineal se define como una expresión matemática que establece una relación lineal entre una o más variables. Las características principales de una ecuación lineal son que todas las variables están elevadas a la primera potencia y que su gráfica es una línea recta.

Forma general

La forma general de una ecuación lineal es $ax + b = 0$, donde a y b son constantes y a no diferente de cero.



Métodos de resolución de ecuaciones lineales

Existen diferentes métodos para resolver ecuaciones lineales, cada uno con sus ventajas y desventajas. Algunos de los métodos más comunes son:

1

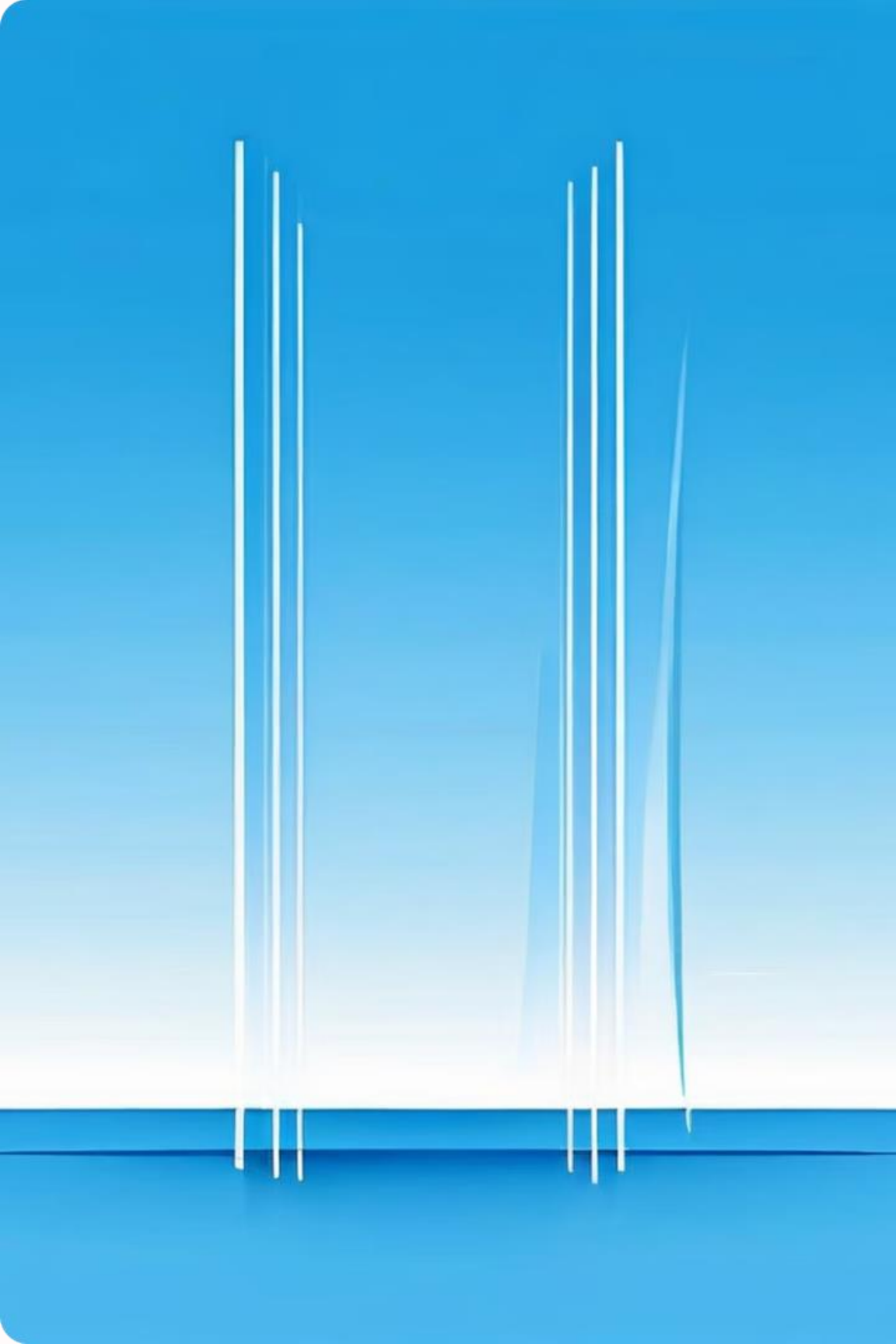
Método de despeje

Consiste en aislar la variable que queremos encontrar.

2

Método gráfico

Se utiliza para encontrar la solución de una ecuación lineal mediante la representación gráfica de la misma.



Sistemas de ecuaciones lineales

Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de dos o más ecuaciones lineales que comparten las mismas variables. La solución de un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de valores que satisfacen todas las ecuaciones del sistema simultáneamente.

Número de ecuaciones	Número de variables	Solución
2	2	Un punto
3	3	Una recta
n	n	Un plano

Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales

Existen diversos métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Cada método tiene sus propias ventajas y se adapta mejor a ciertos tipos de sistemas.



Método de sustitución

Se basa en despejar una variable en una ecuación y sustituirla en la otra ecuación.



Método de igualación

Se basa en despejar la misma variable en ambas ecuaciones y luego igualar las expresiones obtenidas.



Método de eliminación

Se basa en multiplicar las ecuaciones por constantes para que los coeficientes de una de las variables sean opuestos, y luego sumar o restar las ecuaciones para eliminar dicha variable.



Método de sustitución

El método de sustitución es una técnica eficiente para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Consiste en despejar una variable en una de las ecuaciones y luego sustituirla en la otra ecuación.

1

Paso 1

Despeja una variable en una de las ecuaciones.

2

Paso 2

Sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación y resuelve para la variable restante.

3

Paso 3

Sustituye el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones originales para obtener el valor de la otra variable.

Ejemplo

295 Resolver el sistema $\begin{cases} 2x + 5y = -24. & (1) \\ 8x - 3y = 19. & (2) \end{cases}$

Despejemos una cualquiera de las incógnitas, por ejemplo x , en una de las ecuaciones. Vamos a despejarla en la ecuación (1). Tendremos:

$$2x = -24 - 5y \quad \therefore x = \frac{-24 - 5y}{2}.$$

Este valor de x se sustituye en la ecuación (2).

$$8\left(\frac{-24 - 5y}{2}\right) - 3y = 19$$

y ya tenemos una ecuación con una incógnita; hemos eliminado la x .

Resolvamos esta ecuación. Simplificando 8 y 2, queda:

$$\begin{aligned} 4(-24 - 5y) - 3y &= 19 \\ -96 - 20y - 3y &= 19 \\ -20y - 3y &= 19 + 96 \\ -23y &= 115 \\ y &= -5. \end{aligned}$$

Sustituyendo $y = -5$ en cualquiera de las ecuaciones dadas, por ejemplo en (1) se tiene:

$$\begin{aligned} 2x + 5(-5) &= -24 \\ 2x - 25 &= -24 \\ 2x &= 1 \\ x &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{R. } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -5. \end{cases}$$



Método de igualación

El método de igualación es otro método para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Consiste en despejar la misma variable en ambas ecuaciones y luego igualar las expresiones obtenidas.

1

Paso 1

Despeja la misma variable en ambas ecuaciones.

2

Paso 2

Igualar las expresiones obtenidas.

3

Paso 3

Resuelve la ecuación resultante para la variable restante.

4

Paso 4

Sustituye el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones originales para obtener el valor de la otra variable.

Ejemplo

294 Resolver el sistema $\begin{cases} 7x + 4y = 13. & (1) \\ 5x - 2y = 19. & (2) \end{cases}$

Despejemos una cualquiera de las incógnitas; por ejemplo x , en ambas ecuaciones.

Despejando x en (1): $7x = 13 - 4y \therefore x = \frac{13 - 4y}{7}$.

Despejando x en (2): $5x = 19 + 2y \therefore x = \frac{19 + 2y}{5}$.

Ahora se **igualan** entre sí los dos valores de x que hemos obtenido:

$$\frac{13 - 4y}{7} = \frac{19 + 2y}{5}$$

y ya tenemos **una** sola ecuación con **una** incógnita; hemos **eliminado** la x .
Resolviendo esta ecuación:

$$\begin{aligned} 5(13 - 4y) &= 7(19 + 2y) \\ 65 - 20y &= 133 + 14y \\ -20y - 14y &= 133 - 65 \\ -34y &= 68 \\ y &= -2. \end{aligned}$$

Sustituyendo este valor de y en cualquiera de las ecuaciones dadas, por ejemplo en (1) (generalmente se sustituye en la más sencilla), se tiene:

$$\begin{aligned} 7x + 4(-2) &= 13 \\ 7x - 8 &= 13 \\ 7x &= 21 \\ x &= 3. \end{aligned}$$

$$\text{R. } \begin{cases} x = 3. \\ y = -2. \end{cases}$$

Método de eliminación

El método de eliminación es un método directo para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Se basa en multiplicar las ecuaciones por constantes para que los coeficientes de una de las variables sean opuestos.

Paso 1

Multiplica una o ambas ecuaciones por constantes para que los coeficientes de una de las variables sean opuestos.

Paso 2

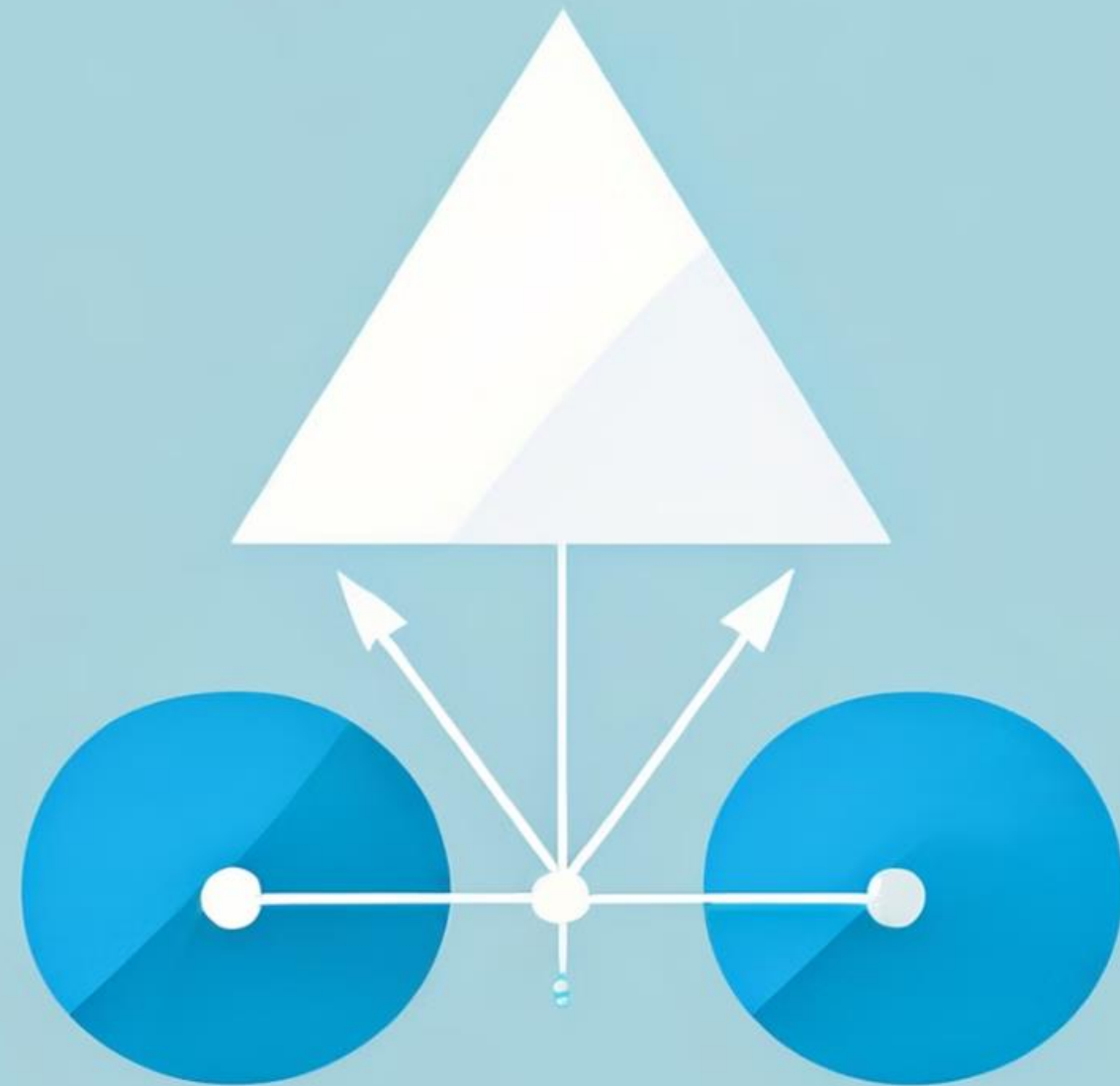
Suma o resta las ecuaciones para eliminar la variable con coeficientes opuestos.

Paso 3

Resuelve la ecuación resultante para la variable restante.

Paso 4

Sustituye el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones originales para obtener el valor de la otra variable.



Ejemplo

296 Resolver el sistema $\begin{cases} 5x + 6y = 20. & (1) \\ 4x - 3y = -23. & (2) \end{cases}$

En este método se hacen iguales los coeficientes de una de las incógnitas.

Vamos a igualar los coeficientes de y en ambas ecuaciones, porque es lo más sencillo.

El m. c. m. de los coeficientes de y , 6 y 3, es 6. Multiplicamos la segunda ecuación por 2 porque $2 \times 3 = 6$, y tendremos:

$$\begin{aligned} 5x + 6y &= 20 \\ 8x - 6y &= -46 \end{aligned}$$

Como los coeficientes de y que hemos igualado tienen **signos distintos**, se **suman** estas ecuaciones porque con ello se **elimina** la y :

$$\begin{aligned} 5x + 6y &= 20 \\ 8x - 6y &= -46 \\ \hline 13x &= -26 \\ x &= -\frac{26}{13} = -2. \end{aligned}$$

Sustituyendo $x = -2$ en cualquiera de las ecuaciones dadas, por ejemplo en (1), se tiene:

$$\begin{aligned} 5(-2) + 6y &= 20 \\ -10 + 6y &= 20 \\ 6y &= 30 \\ y &= 5. \end{aligned}$$

$$\text{R. } \begin{cases} x = -2. \\ y = 5. \end{cases}$$

Conclusión

Las ecuaciones lineales y los sistemas de ecuaciones lineales son herramientas esenciales en diversos campos, como la ingeniería, la ingeniería, la física, la economía, entre otros.

Entender los diferentes métodos de resolución y sus aplicaciones nos permite abordar problemas complejos y obtener soluciones precisas.

