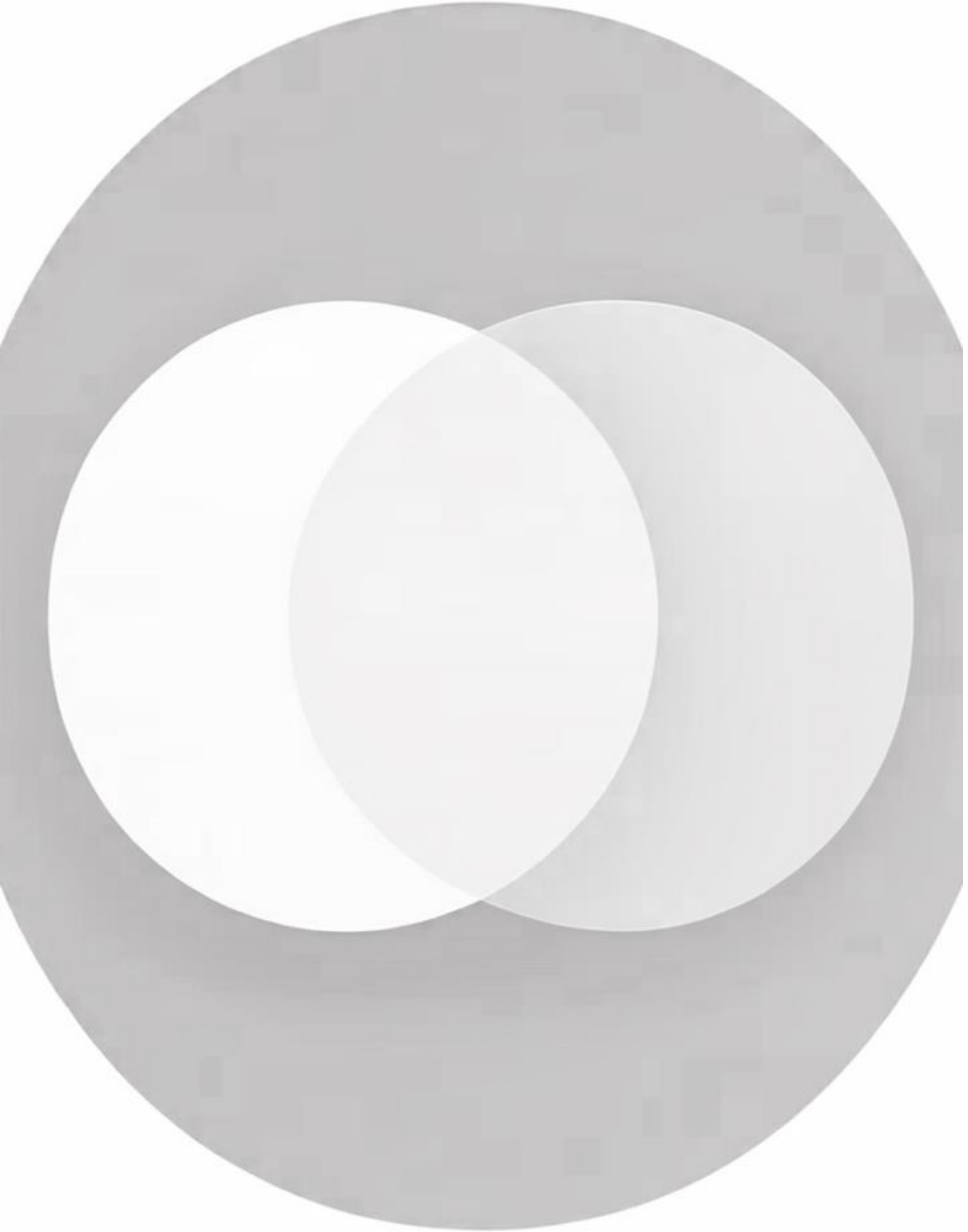
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

COORDINACIÓN DE ADMISIÓN Y NIVELACIÓN

Ing. María Heras. MSC



Introducción a la Teoría de Conjuntos

La teoría de conjuntos es una rama fundamental de las matemáticas que se encarga del estudio de colecciones de objetos, llamados conjuntos. Estos conjuntos pueden ser finitos o infinitos, y se pueden combinar y manipular de diversas maneras. En esta presentación, exploraremos los conceptos básicos de la teoría de conjuntos, incluyendo su definición, tipos, operaciones y relaciones.

Definición de Conjunto

Un conjunto es una colección, reunión o agrupación de objetos que poseen una característica o propiedad común bien definida. Para establecer si un objeto pertenece o no a un conjunto, debe verificarse que posea la característica o propiedad declarada por el conjunto. Es importante que esta característica no sea ambigua. Los conjuntos usualmente se denotan con letras mayúsculas del alfabeto español.

Determinación de conjuntos

Comprensión

A = {x/x es consonante de la palabra amistad}

Extensión

A = {d, m, s, t}

Clasificación de conjuntos

1. **Conjunto Vacío**

   A es VACÍO si no tiene elementos. El símbolo que se utiliza para representar al conjunto vacío es ∅. N(A) = 0

2. **Conjunto Unitario**

   A es UNITARIO si tiene un único elemento. N(A) = 1

3. **Conjunto Finito**

   A es FINITO si tiene una cantidad finita de elementos.

4. **Conjunto Infinito**

   A es INFINITO si no tiene una cantidad finita de elementos.

5 Conjunto Universo o Referencial

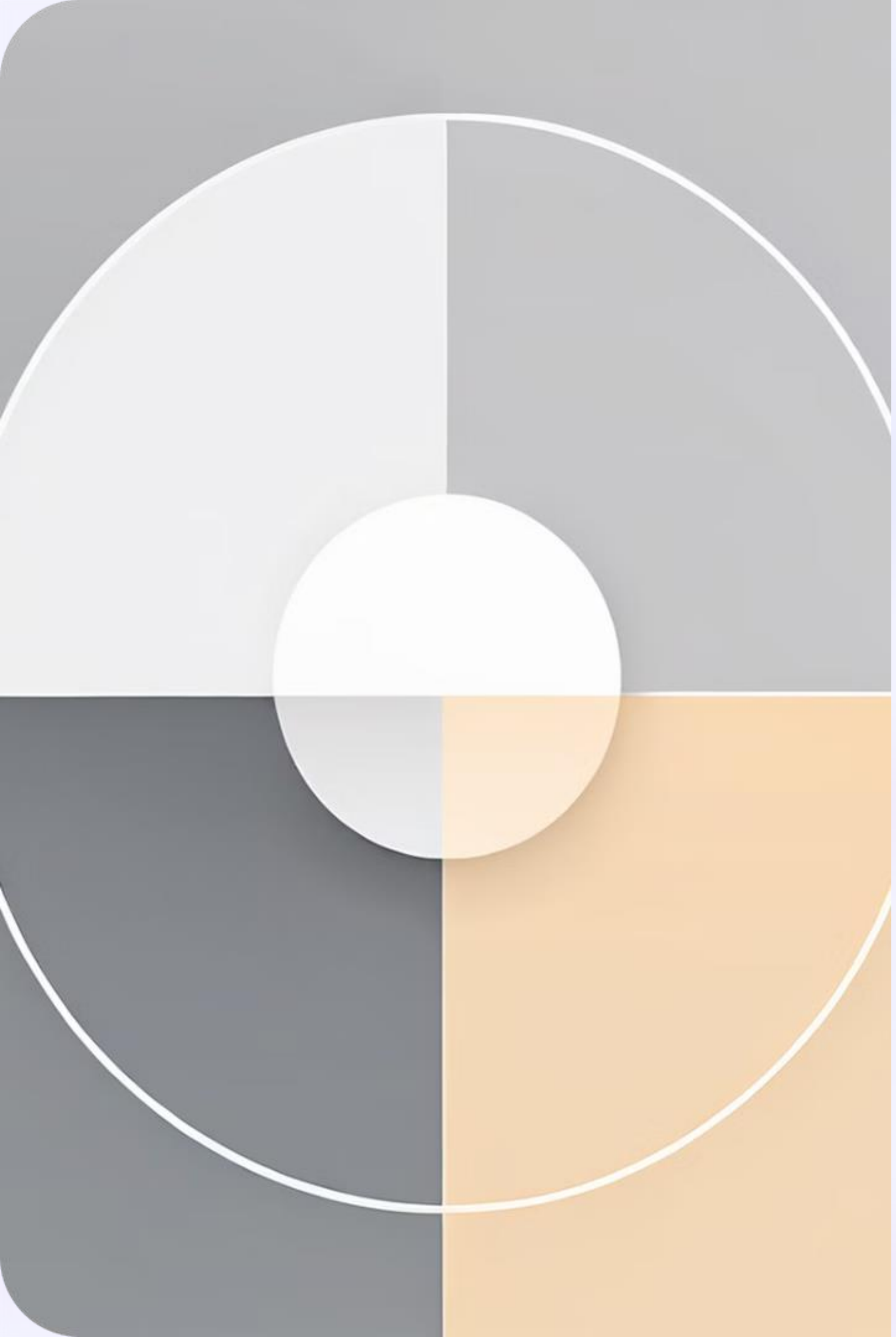
El conjunto REFERENCIAL o UNIVERSO es un conjunto que contiene todos los elementos que se desean considerar en un problema, discurso o tema, sin pretender contener todo lo que no interesa al problema. El símbolo que se utiliza para representar a este conjunto es Re o U.

Ejemplo

Si estamos trabajando con el conjunto de los números naturales, el conjunto referencial sería el conjunto de todos los números naturales.

Importancia

El conjunto referencial es importante porque define el contexto de nuestro análisis y nos permite trabajar con un conjunto de elementos bien definido.



Subconjuntos

El conjunto A es subconjunto de B si y sólo si los elementos de A están contenidos en B. Simbólicamente, este concepto se representa por:

$(A \subseteq B) \Leftrightarrow \forall x[(x \in A) \rightarrow (x \in B)]$.

Pueden ser iguales.

1

Subconjunto Propio

Si A es subconjunto de B ($A \subseteq B$) pero B no es subconjunto de A (B A), se dice que A es SUBCONJUNTO PROPIO de B, lo cual se representa por:

$(A \subset B) \Leftrightarrow [(A \subseteq B) \wedge \neg(A = B)]$

Relaciones entre Conjuntos

Existen diferentes relaciones que se pueden establecer entre conjuntos, como la igualdad, la disyunción y la intersección.

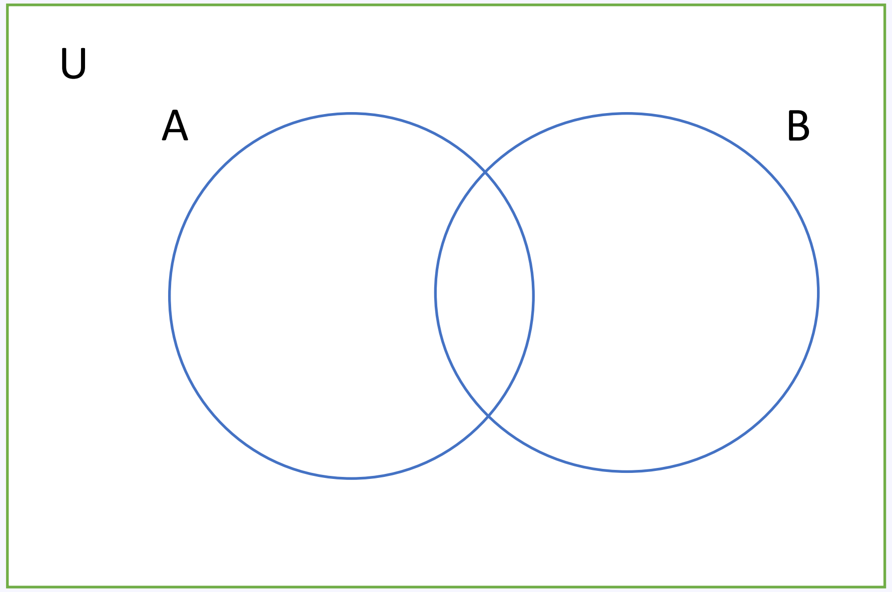
Relación	Descripción
Igualdad	Dos conjuntos A y B son iguales si y sólo si tienen los mismos elementos. Es decir, ambos conjuntos se contienen mutuamente. $(A = B) \Leftrightarrow [(A \subseteq B) \land (B \subseteq A)]$
Disyunción	Los conjuntos A y B son DISJUNTOS si y sólo si A y B no tienen elementos en común.
Intersección	Los conjuntos A y B son INTERSECANTES si y sólo si A y B tienen al menos un elemento común.

Diagramas de Venn

Un diagrama de Venn usa círculos que se superponen u otras figuras para ilustrar las relaciones lógicas entre dos o más conjuntos de elementos.

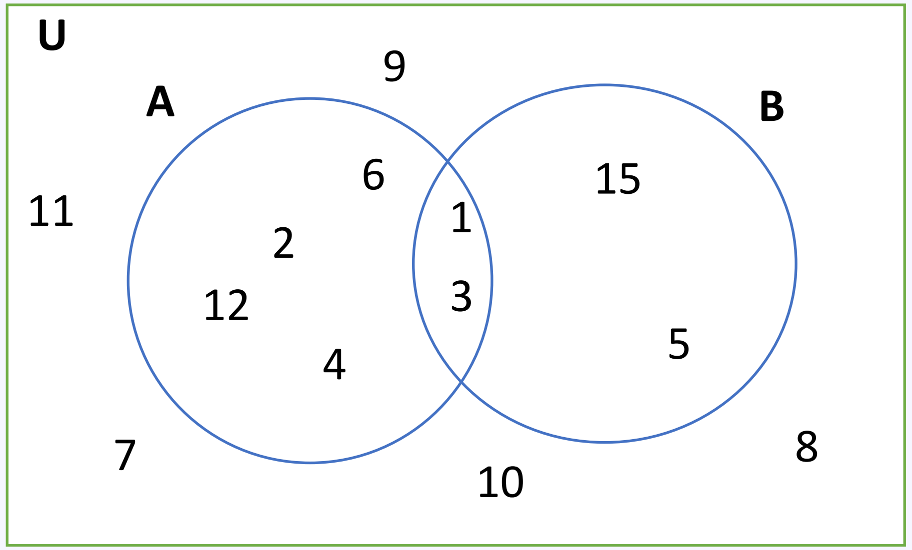
Intersección

Dado que los conjuntos pueden tener elementos comunes, las regiones encerradas por sus líneas límite se superponen, siendo los elementos del conjunto que pertenecen simultáneamente a ambos conjuntos conocidos como, la intersección del conjunto.



Ejemplo

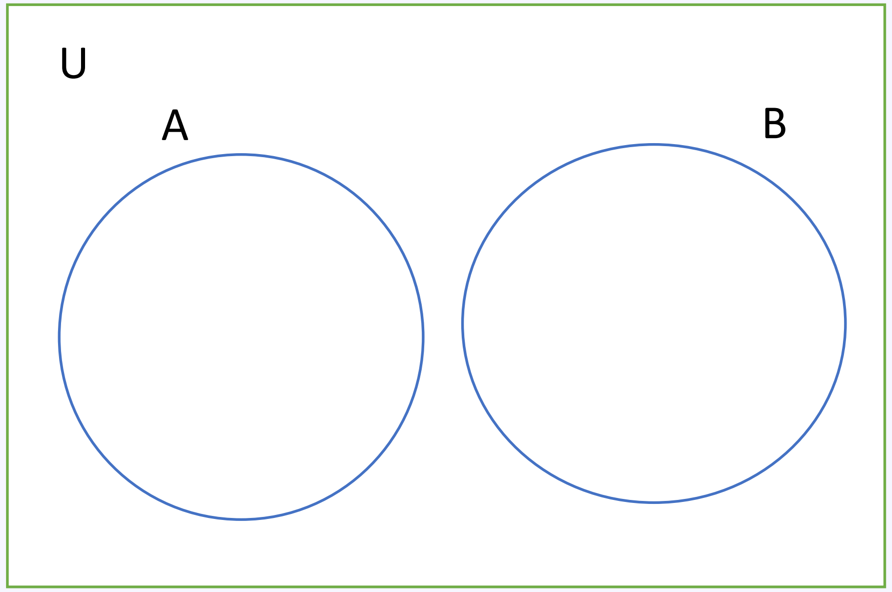
A = {1; 2; 3; 4; 6; 12}
B = {1; 3; 5; 15}
U = {1,2, 3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,15}



Diagramas de Venn

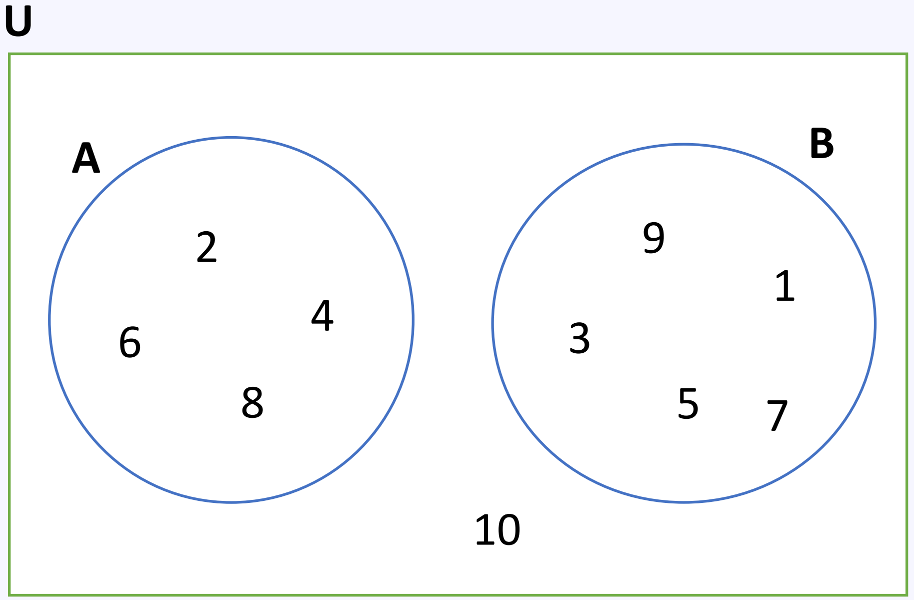
Exclusión

Cuando los conjuntos no tienen elementos comunes, la región de superposición queda vacía.



Ejemplo:

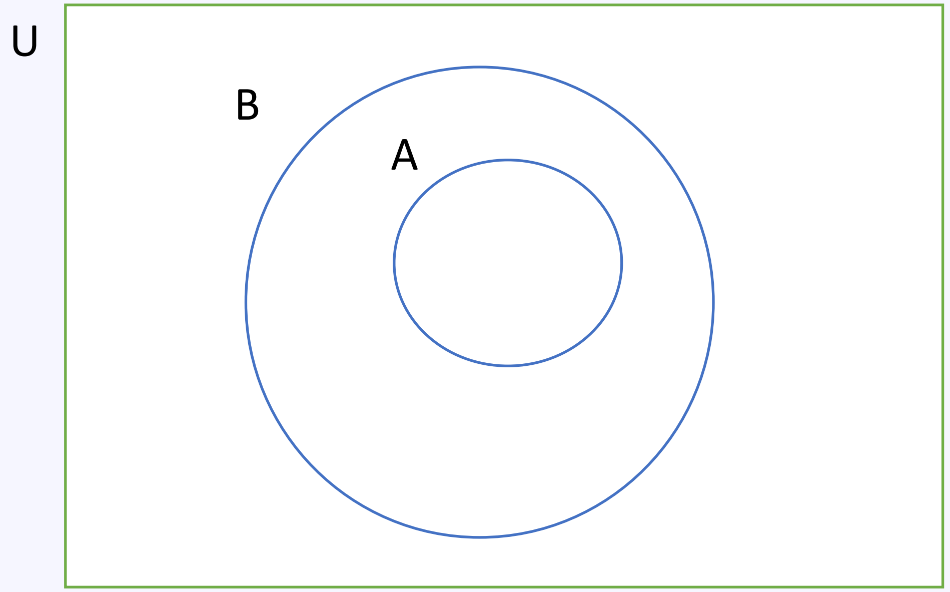
A = {2; 4; 6; 8}
B = {1; 3; 5; 7; 9}
U = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9,10}



Diagramas de Venn

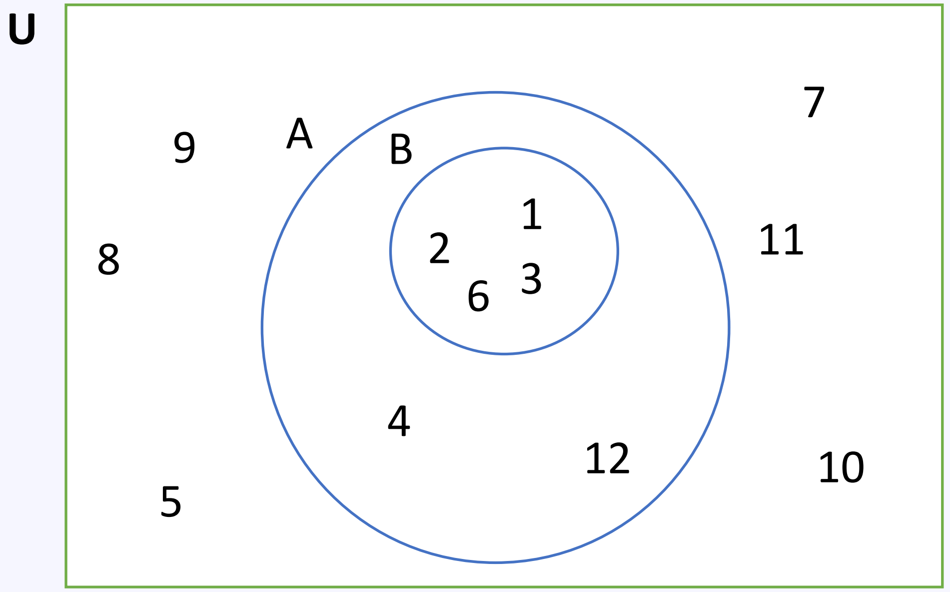
Inclusión

Si todos los elementos de un conjunto son parte de los elementos de otro, se dice que el primero es un subconjunto del segundo o que está incluido en el segundo. En los diagramas de Venn, todas las regiones de superposición posibles deben ser representadas.



Ejemplo

$A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$
$B = \{1; 2; 3; 6\}$
$U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$



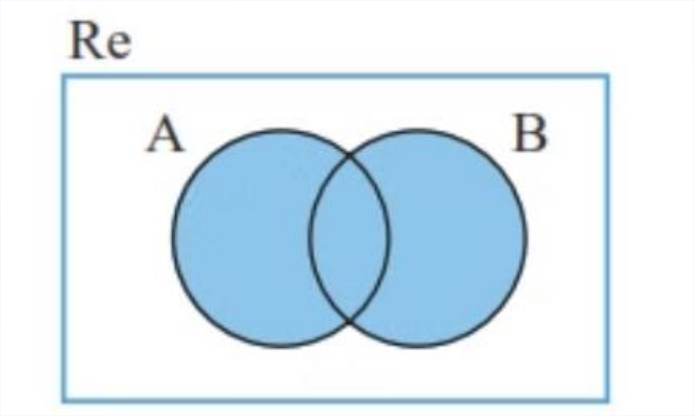
Operaciones entre Conjuntos

Las operaciones entre conjuntos nos permiten combinar y manipular conjuntos para crear nuevos conjuntos. Algunas de las operaciones más comunes son la unión, la intersección, la diferencia y la diferencia simétrica.

Unión

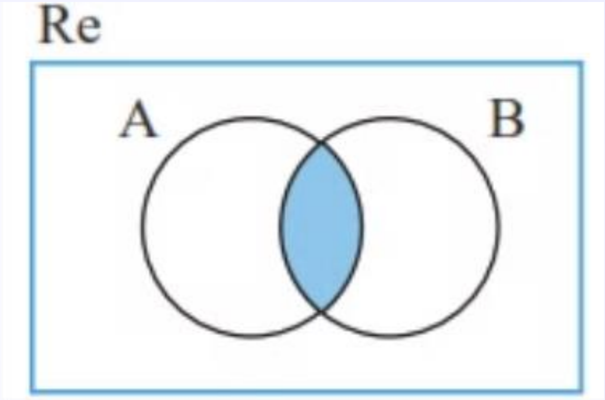
La unión entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A o al conjunto B. Se denota por $A \cup B$ y se define como:

$A \cup B = \{x/(x \in A) \vee (x \in B)\}$



Intersección

La intersección entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A y al conjunto B. Se denota por $A \cap B$ y se define como: $A \cap B = \{x/(x \in A) \wedge (x \in B)\}$

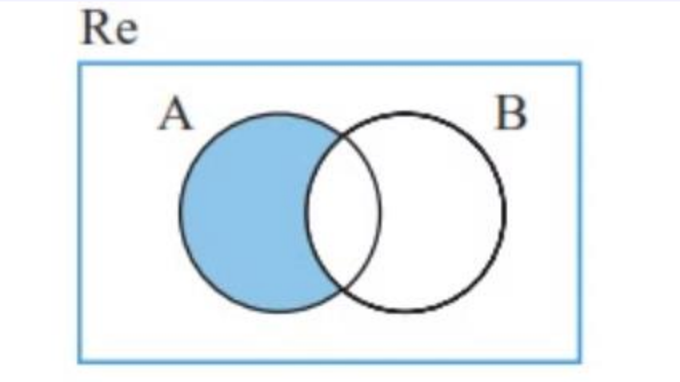


Operaciones entre Conjuntos

Las operaciones entre conjuntos nos permiten combinar y manipular conjuntos para crear nuevos conjuntos. Algunas de las operaciones más comunes son la unión, la intersección, la diferencia y la diferencia simétrica.

Diferencia

La diferencia entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A, pero no pertenecen al conjunto B. Se denota por $A-B$ y se define como: $A-B = \{x/(x \in A)\wedge\neg(x \in B)\}$

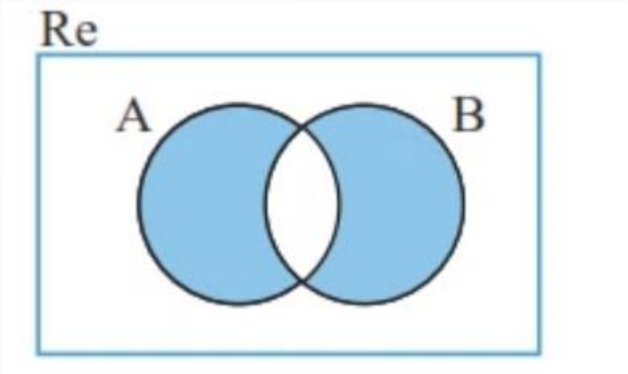


Diferencia Simétrica

La diferencia simétrica entre los conjuntos A y B es un nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen o al conjunto A o al conjunto B. Se denota por $A\Delta B$ y se define como:

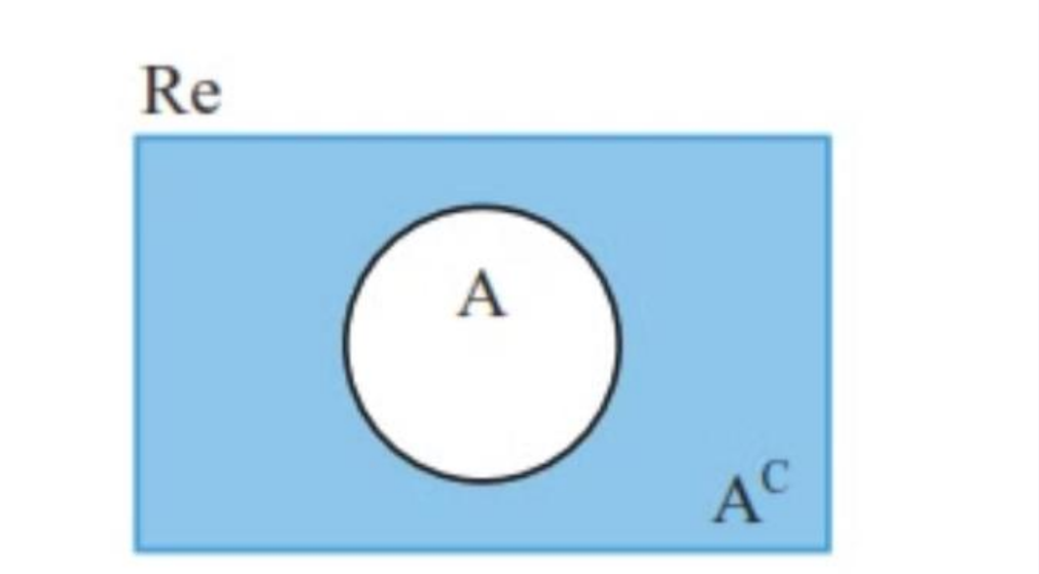
$A\Delta B = (A-B)\cup(B-A)$, o también:

$A\Delta B = \{x/[(x \in A)\wedge\neg(x \in B)]\vee[(x \in B)\wedge\neg(x \in A)]\}$



Complementación de Conjuntos

La complementación de un conjunto A es un nuevo conjunto formado por los elementos del conjuntos universo que no pertenecen al conjunto A. Se denota por A" y se define como: Ac= $\{x/(x \in Re) \wedge \neg(x \in A)\}$



Propiedades y leyes de conjuntos

Las operaciones entre conjuntos y algunas de sus más importantes propiedades se incluyen en las denominadas Leyes del Álgebra de Conjuntos. A continuación se presentan las de uso más frecuente:

UNIÓN		INTERSECCIÓN
$A \cup B = B \cup A$	Conmutativa	$A \cap B = B \cap A$
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	Asociativa	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
$A \cup A = A$	Idempotencia	$A \cap A = A$
$A \cup \varnothing = A$	Identidad	$A \cap Re = A$
$A \cup Re = Re$	Absorción	$A \cap \varnothing = \varnothing$

Referencias:

- Instituto de Ciencias Matemáticas, ESPOL. (2010). "Fundamentos de Matemática para el Bachillerato". 2° Ed. Guayaquil, Ecuador.
CM-ESPOL.