UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

VICERRECTORADO ACADÉMICO

COORDINACIÓN DE ADMISIÓN Y NIVELACIÓN

ASIGNATURA: FÍSICA

UNIDAD 2

MAGNITUDES VECTORIALES

Docente: Ing. Santiago Cruz, Mg.

Período Académico: 2 025 – 1S (ABRIL – JULIO 2 025)

Contenido

Índice de figuras

RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA UNIDAD

- Demuestra las diferentes formas de expresión de un vector en el desarrollo analítico y gráfico de las transformaciones de los sistemas de coordenadas que permitan destacar la importancia del uso de los vectores y magnitudes en la Física e Ingeniería.
- Interpreta la diferencia entre magnitudes escalares y vectoriales a ser utilizadas en las operaciones de vectores y su construcción geométrica en el plano y en el espacio para su empleo en la Mecánica y otras ramas de la Física.

CONTENIDOS DE LA UNIDAD

2.1. SISTEMA DE COORDENADAS

Un sistema de coordenadas es un sistema de referencia, cuyos ejes permiten ubicar puntos o vectores en el plano o el espacio.

$$\text{Ejes coordenados} \begin{cases} \text{Plano } (x, y) \\ \\ \text{Espacio } (x, y, z) \end{cases}$$

Los sistemas coordenados requieren de magnitudes escalares (simples números) o bien, de magnitudes vectoriales (magnitudes que poseen dirección y sentido), según el problema matemático que se analice.

Sistema de referencia: Es un sistema que incluye un punto origen y un conjunto de ejes de referencia que definen direcciones en el espacio. Estos ejes pasan por el punto O y servirán para definir las coordenadas. En el caso de un espacio 3D se trata a veces de planos de referencia.

Coordenadas: Son distancias o ángulos que definen los valores numéricos (al, a2, a3) para cada punto del espacio. Cuando las coordenadas son distancias se habla de un sistema cartesiano.

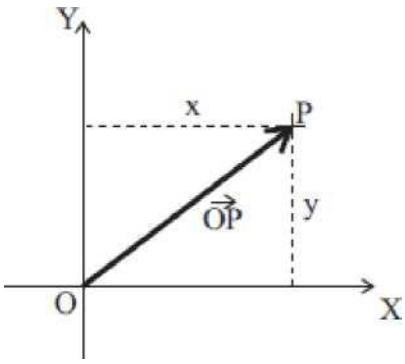
Grilla de coordenadas: Familias de líneas imaginarias creadas manteniendo una coordenada fija y haciendo variar las restantes coordenadas en todo su rango de variación. En el caso de un espacio 3D se generan de este modo superficies en el espacio. Cuando las familias de curvas son perpendiculares entre sí se habla de un sistema de coordenadas rectangular.

Vectores unitarios: en cada punto del espacio se define un conjunto de vectores unitarios que tienen la dirección y sentido en que una de las coordenadas aumenta manteniendo todas las demás fijas. Cuando los vectores unitarios para todos los puntos del espacio son iguales se habla de un sistema de coordenadas homogéneo.

2.1.1. COORDENADAS RECTANGULARES O CARTESIANAS

El nombre de “cartesiano” es en honor del filósofo francés René Descartes (1596-1650) ya que fue él quien planteó de manera formal la idea de resolver problemas geométricos por medio del álgebra, a partir de un sistema de coordenadas rectangulares.

En este sistema de coordenadas, la posición de un punto P en el plano queda determinada mediante un par ordenado de números reales (x, y) donde “x” representa la distancia del punto P al eje coordenado Y, en tanto que “y” representa la distancia del punto P al eje X.



La distancia de un punto al eje Y se le llama abscisa del punto, la distancia de un punto al eje X se le llama ordenada del punto.

Las abscisas (valores de x) son positivas en el primero y en el cuarto cuadrante, en tanto que son negativas en el segundo y en el tercer cuadrante.

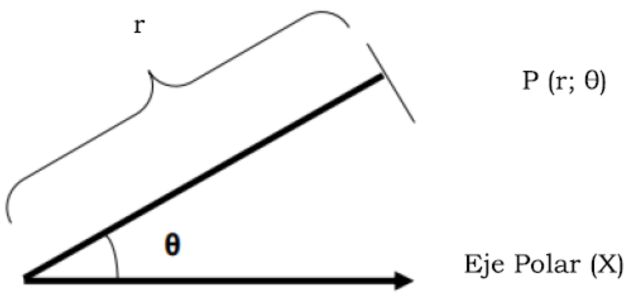
Las ordenadas (valores de y) son positivas en el primero y en el segundo cuadrante, en tanto que son negativas en el tercero y en el cuarto cuadrante.

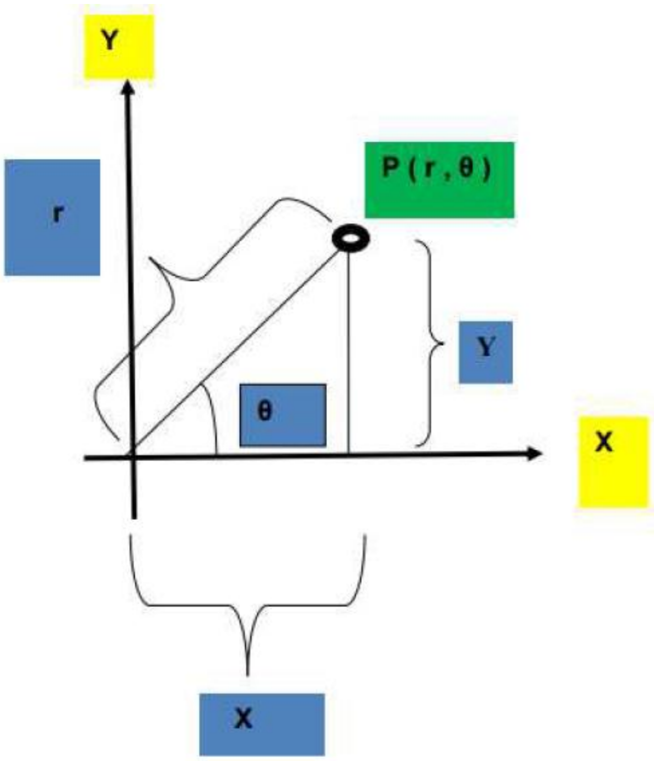
Las abscisas son nulas (x = 0) para todos los puntos contenidos en el eje Y. Las ordenadas son nulas (y = 0) para todos los puntos contenidos en el eje X.

Para representar puntos de coordenadas conocidas se trazan los ejes de coordenadas y se establece una escala adecuada sobre cada uno de ellos. Dichas escalas pueden ser iguales o distintas.

2.1.2. COORDENADAS POLARES

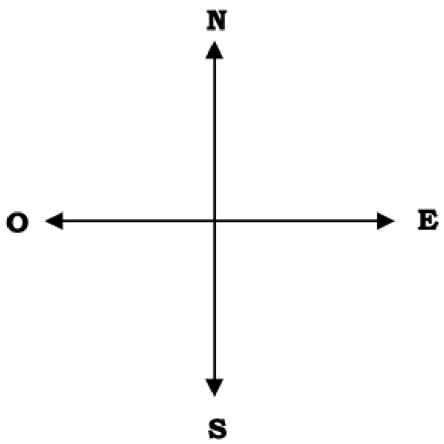
Las coordenadas polares son una extensión de las coordenadas rectangulares; y están conformadas por un eje fijo llamado eje polar (eje X), y un ángulo teta (0) que permite ubicar un punto a una distancia r determinada.





2.1.3. COORDENADAS GEOGRÁFICAS

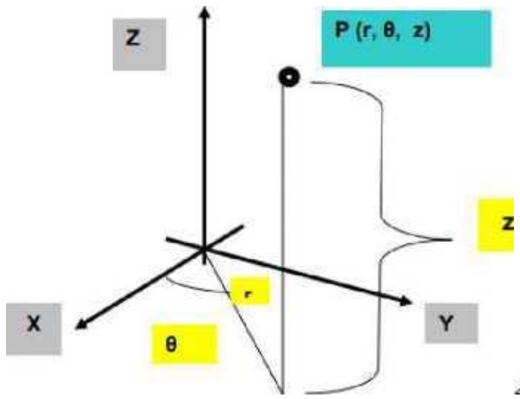
Parten de las coordenadas rectangulares y son coordenadas formadas por un par de ejes perpendiculares entre sí, los mismos que dividen al plano en los cuatro puntos cardinales: Norte (N), Sur (S), Este (E) y Oeste (O).

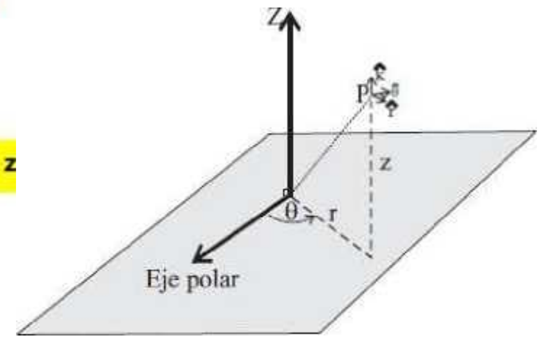


Para representar un punto, se necesita un par ordenado (r, rumbo); siendo "r" la distancia positiva desde el origen del sistema coordenado hasta el punto. Y el "rumbo" es la dirección o ángulo medido desde el Norte o Sur hacia el Este u Oeste. Para denotar se ubica primero el N ó S; el ángulo agudo y E u O. Ej.: A (25 m/s; N28°E)

2.1.4. COORDENADAS CILÍNDRICAS

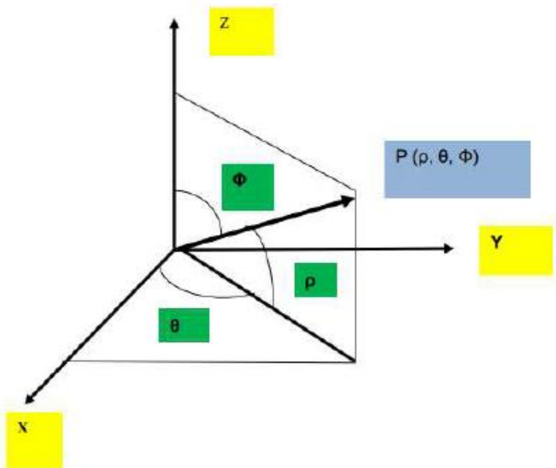
Son una extensión más de las coordenadas rectangulares y están conformadas principalmente por una distancia r, un ángulo 0 y Z que es la distancia dirigida desde el eje polar hasta P, que generalmente adquiere valores constantes. Dicho lo anterior, un punto en coordenadas cartesianas estará representado por: P (r, θ, z).

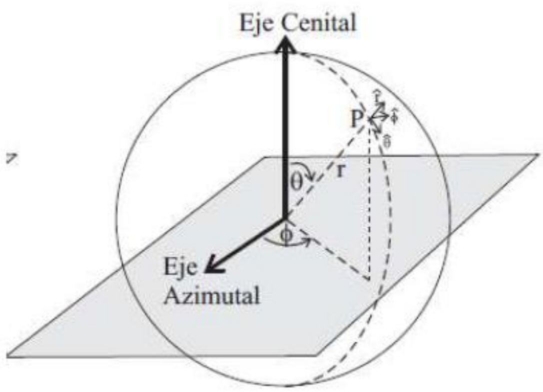




2.1.5. COORDENADAS ESFÉRICAS

Las coordenadas esféricas son una extensión de las coordenadas polares, la característica fundamental de que cada uno de los ángulos posee la propiedad de ser perpendiculares entre sí. Se dice que un punto expresado en coordenadas esféricas, se representa como: P (ρ, θ, Φ).





Obteniendo las proyecciones sobre los ejes correspondientes se observa que:

$$X = \rho \operatorname{sen} \Phi \cos \theta$$

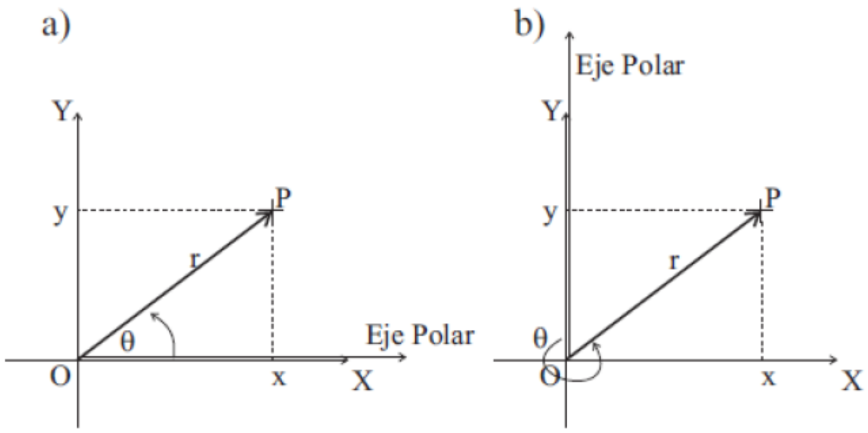
$$Y = \rho \operatorname{sen} \Phi \cos \theta$$

$$Z = \rho \cos \Phi$$

2.1.6. CAMBIOS DE COORDENADAS

Si los varios sistemas coordenados entregan distintas coordenadas para los mismos puntos del espacio, entonces deben existir relaciones entre las coordenadas obtenidas con los distintos sistemas. Puede ser que en un mismo problema se usen varios sistemas y, por lo tanto, manejar bien las relaciones de cambio de coordenadas es fundamental.

Previo a establecer las relaciones entre las coordenadas de dos sistemas se debe definir en forma precisa cada uno por separado. Se debe establecer claramente la posición de ambos orígenes (podrían ser distintos) y los ejes y planos de referencia de cada uno. Por ejemplo:

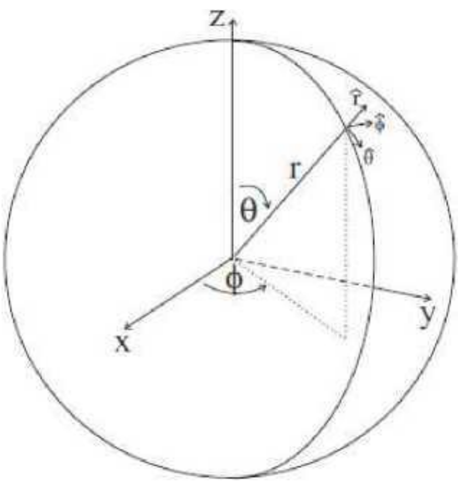


Para este caso particular la geometría permite establecer las relaciones entre las coordenadas cartesianas y polares de cualquier punto del espacio:

$$x = r\cos\theta \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r\,\mathrm{sen}\theta \qquad \theta = \mathrm{tg}^{-1}\frac{y}{x}$$

La siguiente figura muestra un espacio 3D descrito por un sistema cartesiano y uno esférico. Los ejes azimutal y cenital de este último se han hecho coincidir con los ejes cartesiano X y Z, respectivamente. Se deja propuesto mostrar las siguientes relaciones entre las coordenadas de ambos sistemas:



La figura anterior muestra un espacio 3D descrito por un sistema cartesiano y uno esférico. Los ejes azimutal y cenital de este último se han hecho coincidir con los ejes cartesiano X y Z, respectivamente. Se deja propuesto mostrar las siguientes relaciones entre las coordenadas de ambos sistemas:

$$x = r\,\mathrm{sen}\theta\,\cos\emptyset$$

$$y = r\,\mathrm{sen}\theta\,\mathrm{sen}\emptyset$$

$$z = r\cos\theta$$

2.2. VECTORES EN EL PLANO

2.2.1. Magnitudes Vectoriales y Escalares

En nuestra vida diaria constantemente nos referimos a diferentes magnitudes físicas. Por ejemplo, cuando compramos azúcar pedimos 1 kg, 2 kg, 5 kg o un costal de 50 kg. De igual manera, al hablar de la temperatura del ambiente nos referimos a 12°C, 19°C o 25°C, según la estación del año. Al buscar un terreno para construir una casa, especificamos si lo deseamos de 120 m², 200 m² o 300 m². En los casos anteriores, al hablar de masa, temperatura y área o superficie, respectivamente, para definirlas bastó señalar la cantidad expresada en números y el nombre de la unidad de medida.

Éstas y otras magnitudes, como la longitud, el tiempo, el volumen, la densidad y la frecuencia, reciben el nombre de magnitudes escalares. Por definición: **una magnitud escalar es aquella que queda perfectamente definida con sólo indicar su cantidad expresada en números y la unidad de medida.**

Existen otros tipos de magnitudes que, para definirlas, además de la cantidad expresada en números y el nombre de la unidad de medida, se necesita indicar claramente la dirección y el sentido en que actúan; estas magnitudes reciben el nombre de vectoriales. Por ejemplo, cuando una persona visita la ciudad de Riobamba y nos pregunta cómo llegar al Parque Sucre, dependiendo de dónde se encuentre le diremos aproximadamente a qué distancia está y la dirección a seguir. Lo mismo sucede cuando hablamos de la fuerza que se debe aplicar a un cuerpo, pues aparte de señalar su magnitud debemos especificar si la fuerza se aplicará hacia arriba o hacia abajo, a la derecha o a la izquierda, hacia el frente o hacia atrás. Además de los dos ejemplos anteriores de desplazamiento y fuerza, existen entre otras las siguientes magnitudes vectoriales: velocidad, aceleración, impulso mecánico y cantidad de movimiento.

Cualquier magnitud vectorial puede ser representada gráficamente por medio de una flecha llamada vector, la cual es un segmento de recta dirigido. Para simbolizar una magnitud vectorial trazamos una flechita horizontal sobre la letra que la define; veamos: $\vec{\mathbf{v}}, \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{F}}$, representan un vector velocidad, aceleración y fuerza, respectivamente. Si se desea expresar sólo la magnitud del vector simplemente se escribe la letra sola, ya sea **v, a, F**. De esta manera, la fuerza, misma que es una magnitud vectorial se representa por $\vec{\mathbf{F}}$ y la magnitud de la fuerza por **F**. En nuestra asignatura escribiremos únicamente la letra sin la flecha arriba, cuando hagamos referencia sólo a la magnitud del vector de que se trate. Un conjunto formado por dos o más vectores es un sistema de vectores. Un sistema de vectores coplanares es aquel en el cual los vectores se encuentran en el mismo plano, o sea, en dos ejes; si están en diferente plano, o en tres ejes, son no coplanares. Un sistema de vectores colineales se presenta cuando los vectores se localizan en la misma dirección o línea de acción. Un sistema de vectores es angular o concurrente cuando la dirección o línea de acción de los vectores se cruza en algún punto; el punto de cruce constituye el punto de aplicación de los vectores.

2.2.1.1. Características de un vector

Un vector cualquiera tiene las siguientes características:

1. Punto de aplicación u origen.
2. Magnitud, intensidad o módulo del vector. Indica su valor y se representa por la longitud del vector de acuerdo con una escala convencional.
3. Dirección. Señala la línea sobre la cual actúa, puede ser horizontal, vertical u oblicua.
4. Sentido. Queda señalado por la punta de la flecha e indica hacia dónde actúa el vector. El sentido de éste se puede identificar de manera convencional con signos (1) o (2) (Figura No. 1).

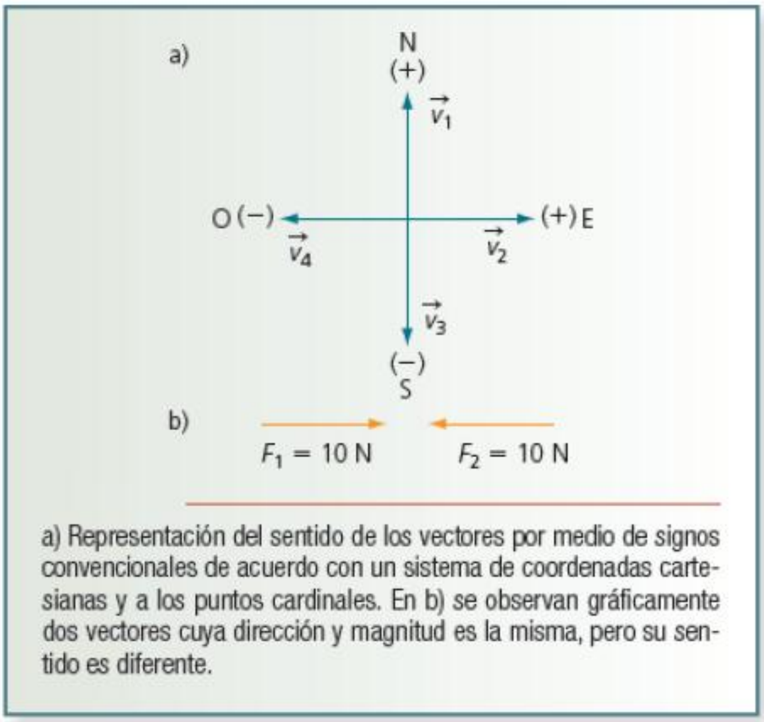


Figura No. 1 Representación de vectores

En la Figura No. 1 (a) se representan dos vectores ($\vec{V_1}$ y $\vec{V_3}$) cuya dirección es vertical, pero uno es vertical hacia arriba, es decir, positivo (por convención); el otro es vertical hacia abajo, o sea, negativo. También se aprecian dos vectores ($\vec{V_2}$ y $\vec{V_4}$), cuya dirección es horizontal, pero uno es horizontal a la derecha, es decir, positivo (por convención), y el otro es horizontal a la izquierda, o sea, negativo

En la Figura No. 1 (b) se muestran dos vectores, ($\vec{F_1}$ y $\vec{F_2}$) cuya magnitud (10 N) y dirección (horizontal) es la misma; sin embargo, su sentido es diferente, $\vec{F_1}$ es (+) o a la derecha, y $\vec{F_2}$ es (-) o a la izquierda.

2.2.1.2. Escala de un vector

Para representar un vector se necesita una escala convencional, la cual se establecerá según nuestras necesidades, de acuerdo con la magnitud del vector y el tamaño que se le desee dar. Si queremos representar un vector en una cartulina no usaremos la misma escala que si lo hacemos en una hoja de cuaderno. Por ejemplo, si se desea representar en la cartulina un vector fuerza de 350 N dirección horizontal y sentido positivo, podemos usar una escala de 1 cm igual a 10 N; así, con sólo medir y trazar una línea de 35 cm estará representado.

Pero en nuestro cuaderno esta escala sería muy grande, lo recomendable es una escala de 1 cm = 100 N, por lo que dicho vector estará representado por una flecha de 3,5 cm de longitud, es decir:

Escala: 1 cm = 100 N

$\longrightarrow$ F = 350 N (La longitud del vector es de 3.5 cm)

En general, lo recomendable es usar escalas de 1:1, 1:10, 1:100 y 1:1 000, siempre que sea posible. Por ejemplo, si tenemos cuatro vectores, todos ellos de dirección horizontal y con el mismo sentido (+), cuyos valores son:

$$F_1 = 3{,}5 \text{ N}$$

$$F_2 = 40 \text{ N}$$

$$F_3 = 580 \text{ N}$$

$$F_4 = 4\,200 \text{ N}$$

Y queremos representarlos gráfica e individualmente en nuestro cuaderno, las escalas recomendables serían:

$$\text{Para } \vec{F_1} : 1 \text{ cm} = 1 \text{ N}$$

$$\text{Para } \vec{F_2} : 1 \text{ cm} = 10 \text{ N}$$

$$\text{Para } \vec{F_3} : 1 \text{ cm} = 100 \text{ N}$$

$$\text{Para } \vec{F_4} : 1 \text{ cm} = 1\,000 \text{ N}$$

2.2.2. Clases de Vectores

2.2.2.1. Vectores coplanares y no coplanares

Los vectores son coplanares si se encuentran en el mismo plano, o en dos ejes, y no coplanares si están en diferente plano, es decir, en tres ejes (X, Y, Z).

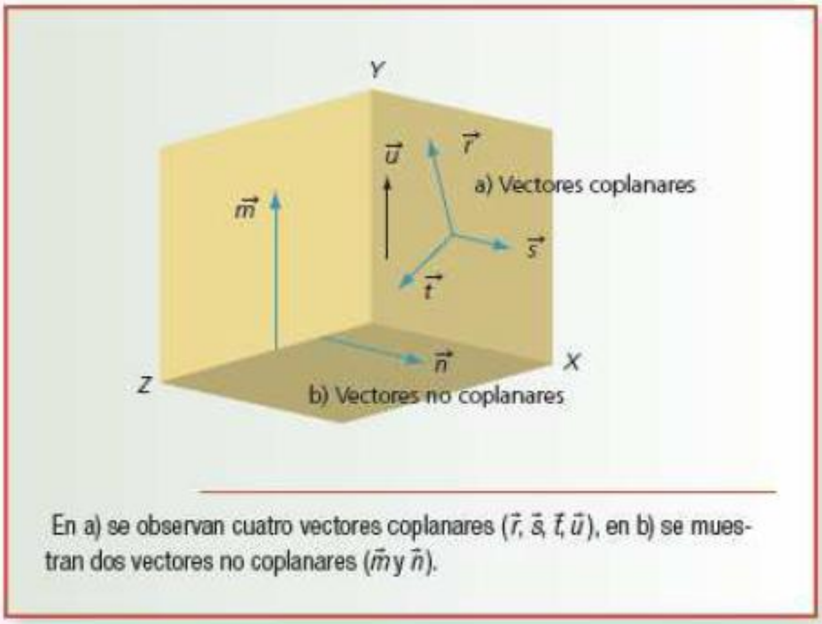


Figura No. 2 Vectores coplanares y no coplanares

2.2.2.2. Vectores deslizantes

Son aquellos que se pueden desplazar o deslizar a lo largo de su línea de acción, es decir, en su misma dirección.

2.2.2.3. Vectores libres

Son aquellos que no tienen un punto de aplicación en particular. En la siguiente figura se muestran tres vectores libres, representados por $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

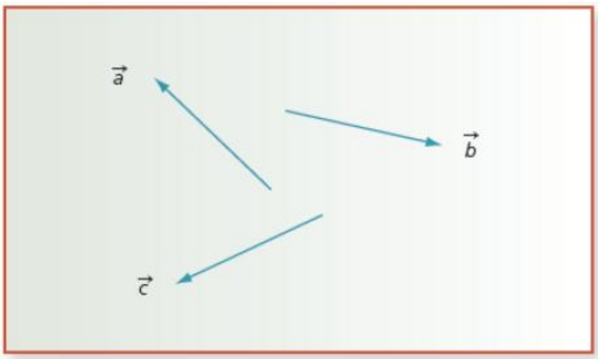


Figura No. 3 Vectores libres

2.2.2.4. Vectores fijos

Son aquellos que su punto de aplicación no tiene movimiento.

2.2.2.5. Vectores iguales

Son aquellos que tienen igual magnitud, dirección y sentido.

2.2.2.6. Vectores opuestos (negativos)

Son aquellos que tienen igual magnitud, dirección, pero sentido opuesto.

2.2.2.7. Vectores unitarios

Son aquellos que resultan de la división del vector para su módulo.

$$\overrightarrow{U_A} = \frac{\vec{A}}{A} \gg \vec{A} = A.\overrightarrow{U_A}$$

El módulo de un vector unitario siempre será igual a 1, y tendrá la misma dirección y sentido que $\vec{A}$ y carece de unidades de medida.

2.2.3. Descomposición de un Vector

Un sistema de vectores puede sustituirse por otro equivalente, el cual contenga un número mayor o menor de vectores que el sistema considerado. Si el sistema equivalente tiene un número mayor de vectores, el procedimiento se llama descomposición. Si el sistema equivalente tiene un número menor de vectores, el procedimiento se denomina composición.

En la siguiente figura, se muestra un vector $\vec{a}$ cuyo punto de aplicación se ha colocado en el origen de un sistema de coordenadas cartesianas o coordenadas rectangulares. Si a partir del extremo del vector $\vec{a}$ trazamos una línea perpendicular hacia el eje de las X y otra hacia el eje de las Y, los vectores $\overrightarrow{a_x}$ y $\overrightarrow{a_y}$ así formados reciben el nombre de las componentes rectangulares del vector a proceso se conoce como descomposición de un vector en sus componentes rectangulares y se les llama rectangulares porque las componentes forman entre sí un ángulo recto (90°). También se les denominan componentes perpendiculares.

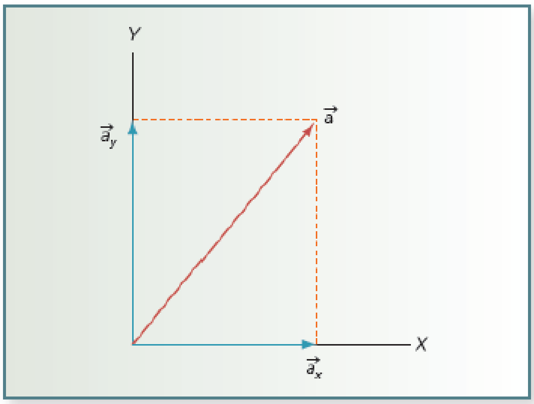


Figura No. 4 Componentes rectangulares de un vector

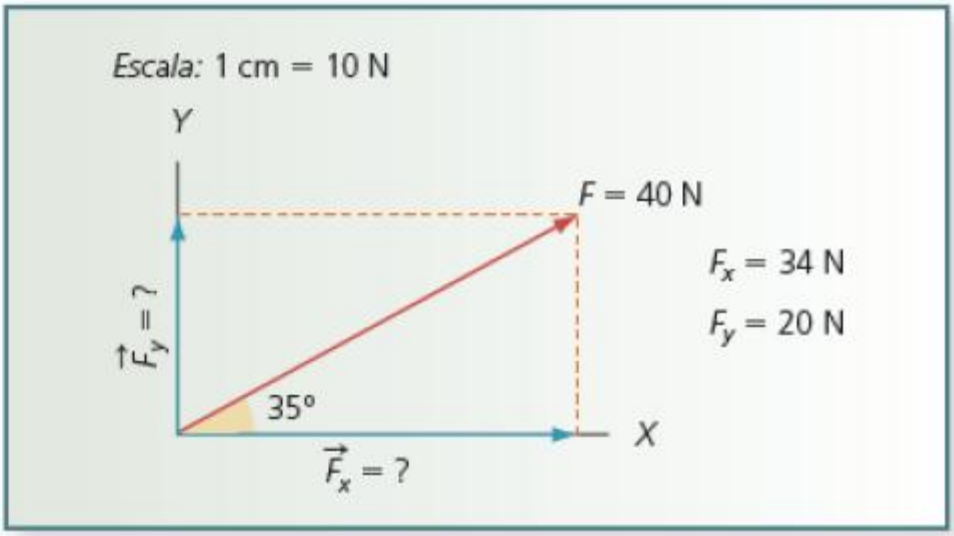
Revisemos el siguiente ejemplo:

Encontrar gráfica y analíticamente las componentes rectangulares del siguiente vector:

• **Solución por el método gráfico**

Para encontrar en forma gráfica las componentes rectangulares o perpendiculares del vector, primero tenemos que establecer una escala. Para este caso puede ser: 1 cm = 10 N.

Trazamos nuestro vector al medir el ángulo de 30° con el transportador. Después, a partir del extremo del vector, trazamos una línea perpendicular hacia el eje de las X y otra hacia el eje de las Y. En el punto de intersección del eje X, quedará el extremo del vector componente $\overrightarrow{F_x}$. En el punto de intersección del eje Y quedará el extremo del vector componente $\overrightarrow{F_y}$. En ambas componentes su origen será el mismo que tiene el vector $\vec{F}$ cuya magnitud es de 40 N, el cual estamos descomponiendo:



Para encontrar la magnitud de la componente en X del vector $\vec{F}$ es decir $\overrightarrow{F_x}$ basta medir con la regla la longitud, y de acuerdo con la escala encontrar su valor. En este caso mide aproximadamente 3,4 cm que representan 34 N.

Para hallar la magnitud de la componente en Y del vector $\vec{F}$ es decir $\overrightarrow{F_y}$ es suficiente medir con la regla la longitud, y según la escala encontrar su magnitud que en este caso es de casi 2,0 cm, es decir, de 20 N.

• **Solución por el método analítico**

A fin de determinar la magnitud de las componentes en forma analítica observemos que se forma un triángulo rectángulo al proyectar una línea hacia el eje de las X y otro al proyectar una línea hacia el eje de las Y.

Trabajaremos sólo con el triángulo rectángulo formado al proyectar la línea hacia el eje de las X. Las componentes perpendiculares del vector $\vec{F}$ serán: para $\overrightarrow{F_x}$ el cateto adyacente y para $\overrightarrow{F_y}$ el cateto opuesto al ángulo de 30°. Por tanto, debemos calcular cuánto valen estos dos catetos; para ello, utilizaremos las funciones trigonométricas seno y coseno.

Cálculo de F_y:

$$\text{sen } 30° = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{F_y}{F}$$

Despejamos F_y:

$$F_y = F \text{ sen } 30° = 40\text{ N x } 0{,}5 = 20\text{ N}$$

Cálculo de F_x:

$$\cos 30° = \frac{\text{cateto ayacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{F_x}{F}$$

Despejamos F_x:

$$F_x = F \cos 30° = 40\text{ N x } 0{,}866 = 34{,}64\text{ N}$$

Si comparamos los dos resultados obtenidos para calcular la magnitud de Fx y Fy en forma gráfica y analítica, encontraremos una pequeña diferencia. Esto se explica si consideramos que al hallar las componentes en forma gráfica estamos expuestos a cometer errores al trazar el vector y al medir la magnitud de las componentes. En cambio, en forma analítica se eliminan estos errores y la magnitud de las componentes es obtenido con mayor precisión.

2.2.4. Formas de Expresión de un Vector y Transformaciones de Coordenadas

Un vector se puede expresar ya sea en función de sus coordenadas rectangulares, polares, geográficas, de sus vectores base o en función de su módulo y unitario.

2.2.4.1. En función de sus coordenadas rectangulares

Si tenemos un vector $\vec{A}$ cuyo punto inicial se encuentra en el origen del sistema coordenado (0,0), queda determinado por las coordenadas rectangulares del extremo (Ax, Ay) donde cada coordenada se conoce como componente rectangular. Podemos realizar transformaciones a otros sistemas hallando el resto de sus elementos por medio de las siguientes fórmulas:

$$A = \sqrt{Ax^2 + Ay^2}$$

$$\theta = tg^{-1}\frac{Ay}{Ax}$$

2.2.4.2. En función de sus vectores base

Un vector $\vec{A}$ se dice expresado en función de sus vectores base cuando está expresado de la forma $Ax\vec{\imath} + Ay\vec{\jmath}$; donde Ax es la componente escalar en el eje X y Ay es la componente escalar en el eje Y.

2.2.4.3. En función de sus coordenadas polares

Un vector $\vec{A}$ al estar determinado por un par ordenado (r; θ), se dice que está expresado en función de sus coordenadas polares, donde r representa el módulo del vector (distancia positiva del origen al punto) y θ el ángulo medido del eje polar (eje X) hasta el vector en sentido antihorario.

$$Ax = A\cos\theta$$

$$Ay = A\,\text{sen}\theta$$

$$\vec{A} = (Ax; Ay)$$

2.2.4.4. En función de sus coordenadas geográficas

Un vector $\vec{A}$ al estar determinado por un par ordenado (r; rumbo), se dice que está expresado en función de sus coordenadas geográficas, donde r representa el módulo del vector (distancia positiva del origen al punto) y el rumbo representa la dirección medida a partir del Norte o Sur. Para representar el rumbo, primero se menciona el Norte -N- o Sur -S-, luego el ángulo agudo y finalmente la posición Este -E- u Oeste -O-.

2.2.4.5. En función de su módulo y unitario

Un vector $\vec{A}$ se dice expresado en función de su módulo y unitario cuando está expresado de la siguiente manera: $\vec{A} = A.\overrightarrow{U_A}$, lo cual nos permite determinar que todo vector es igual al producto de su módulo por su unitario.

Para empezar, determinando sus componentes rectangulares, debemos aplicar lo siguiente:

$$\vec{A} = A(Ax\vec{i} + Ay\vec{j})$$
$$\vec{A} = A.Ax\vec{i} + A.Ay\vec{j}$$

Con lo cual habremos encontrado el vector en función de sus vectores base.

BIBLIOGRAFÍA

Alonso, M., & Finn, E. (1970). *Física Volumen 1:Mecánica.* España: Fondo Educativo Interamericano S.A.

Giancoli, D. (2008). *Física para Ciencias e Ingeniería.* México: Pearson Educación.

Pérez Montiel, H. (2014). *Física General.* México: Grupo Editorial Patria.

Pérez Montiel, H. (2016). *Física 1.* México: Grupo Editorial Patria.

Serway, R., & Jewett, J. (2008). *Física para Ciencias e Ingeniería* (Séptima ed., Vol. 1). México: CENGAGE Learning.

Ing. Santiago Cruz Espinoza, Mg.

Docente de Física