Resolver el siguiente límite

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[4]{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}-3}{x-1}=\frac{\sqrt[4]{1}+\sqrt[3]{1}+\sqrt{1}-3}{1-1}=\frac{3-3}{1-1}=\frac{0}{0}\ \text{IND}$$

Para resolver este límite se va a usar un de cambio de variable, ya que buscar un factor racionalizante cuando tenemos diferentes radicales se volvería difícil y extenso, se buscará hacer un cambio de variable de tal manera que la nueva variable tenga un exponente entero y positivo, esto haría que los las expresiones con radicales se convierten en expresiones con potencias enteras, Este cambio de variable solamente se puede utilizar con la expresión algebraica que está dentro de los radicales es la misma

$z^{12}=x$ Donde el m.c.m de los índices de los radicales 2, 3 y 4 es 12.

Como

$$z^{12}=x \Rightarrow \begin{cases} z^6=\sqrt{x}\\ z^4=\sqrt[3]{x}\\ z^3=\sqrt[4]{x}\end{cases} \quad \text{Para } x\to 1 \Rightarrow z^{12}\to 1 \Rightarrow z\to 1$$

$$\lim_{z\to 1}\frac{z^3+z^4+z^6-3}{z^{12}-1}=\lim_{z\to 1}\frac{z^6+z^4+z^3-3}{(z^6+1)(z^6-1)}=$$

$$\lim_{z\to 1}\frac{\cancel{(z-1)}(z^5+z^4+2z^3+3z^2+3z+3)}{(z^6+1)\cancel{(z-1)}(z^5+z^4+z^3+z^2+z+1)}=\lim_{z\to 1}\frac{z^5+z^4+2z^3+3z^2+3z+3}{(z^6+1)(z^5+z^4+z^3+z^2+z+1)}=$$

$$\frac{1^5+1^4+2.1^3+3.1^2+3.1+3}{(1^6+1)(1^5+1^4+1^3+1^2+1+1)}=\boxed{\frac{13}{12}}$$

Para repasar resuelva el siguiente límite de 2 maneras, el primero mediante factor racionalizante y el segundo mediante un cambio de variable.

$$\lim_{x\to 64}\frac{\sqrt{x}-8}{\sqrt[3]{x}-4}$$