
Funciones de variable real

A solid blue horizontal bar spanning the width of the slide at the bottom.

OBJETIVO GENERAL

Emplear los modelos de funciones lineales y cuadráticas mediante el aprendizaje significativo de las técnicas gráficas y analíticas para describir situaciones teóricas o prácticas que implican o no, razones de crecimiento o decrecimiento, constantes asociadas con el modelo.



CONTENIDOS

- Definición de Función
- Dominio y Rango de una Función
- Tipos de Funciones
- Función Lineal
- Función Cuadrática

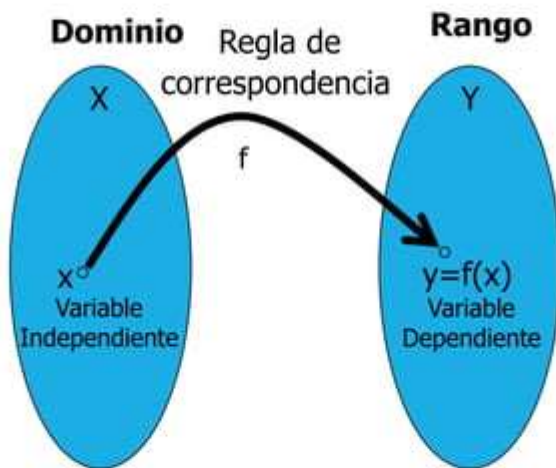


5.1 DEFINICION DE FUNCION

Es un tipo de relación (correspondencia) que existe entre dos variables, con la condición que a cada valor de la variable independiente X (Dominio) le corresponde **un sólo** valor de la variable dependiente Y (Rango).

5.1.1 DOMINIO Y RANGO DE UNA FUNCION

Para construir una función es necesario tener dos conjuntos D y R y una regla de correspondencia, como se ilustra en el siguiente diagrama.



Elementos para poder definir
A una función

CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN

Dominio: Conjunto de valores que pueden asignarse a la variable independiente(x) para los cuales la función existe o está definida.

Rango Conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente(y) en una función.

Valores positivos y negativos:

Ceros de la función o intersección con el eje " x "

Intersección con el eje " y "

Máximos y mínimos.

Concavidad (Hacia arriba o hacia abajo)

Asíntotas horizontales y verticales.

5.1.2 TIPOS DE FUNCIONES

FUNCION INYECTIVA

Una función $f: X \rightarrow Y$ es inyectiva, si y sólo si para cualquier elección de números x_1 y x_2 , si $x_1 \neq x_2$ en el dominio de f , entonces $f(x_1) \neq f(x_2)$, esto es:

$$\forall x_1, x_2 \in X [(x_1 \neq x_2) \rightarrow (f(x_1) \neq f(x_2))]$$

5.1.2 TIPOS DE FUNCIONES

FUNCIÓN SOBREYECTIVA

Una función $f: X \rightarrow Y$ es sobreyectiva, si y sólo si todo elemento de Y se encuentra relacionado con algún elemento de X , lo cual se representa por:

$$\forall y \in Y \exists x \in X [y = f(x)]$$

5.1.2 TIPOS DE FUNCIONES

FUNCIÓN PAR

Una función f es par si para todo x en su dominio, el número $-x$ también está en el dominio y además, $f(-x) = f(x)$.

$$\forall x \in \text{dom } f [f(-x) = f(x)]$$

5.1.2 TIPOS DE FUNCIONES

FUNCIÓN IMPAR

Una función f es impar si para todo x en su dominio, el número $-x$ también está en el dominio y además, $f(-x) = -f(x)$

$$\forall x \in \text{dom } f [f(-x) = -f(x)]$$

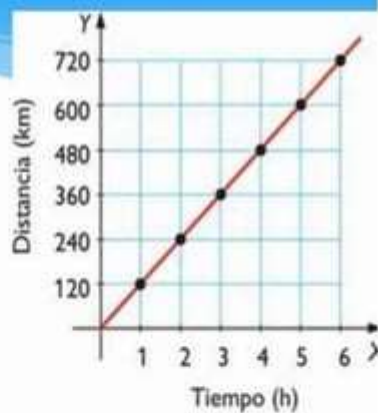
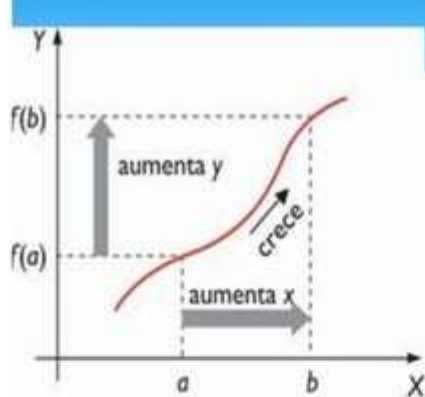
5.1.2 TIPOS DE FUNCIONES

Funciones Crecientes

- Una función es creciente en un intervalo $[a,b]$ si al tomar dos puntos cualesquiera del mismo, x_1 y x_2 , con la condición $x_1 < x_2$, se verifica que
- $f(x_1) \leq f(x_2)$.
- Se dice estrictamente creciente si de $x_1 < x_2$ se deduce que $f(x_1) < f(x_2)$

5.1.2 TIPOS DE FUNCIONES

Funciones Crecientes



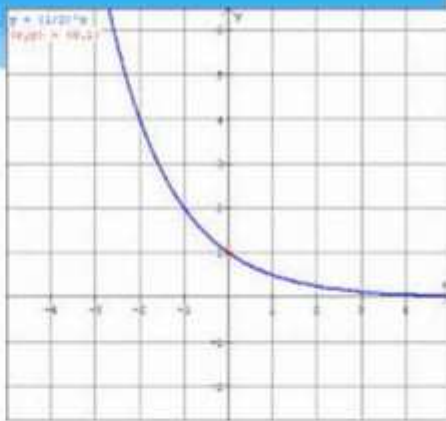
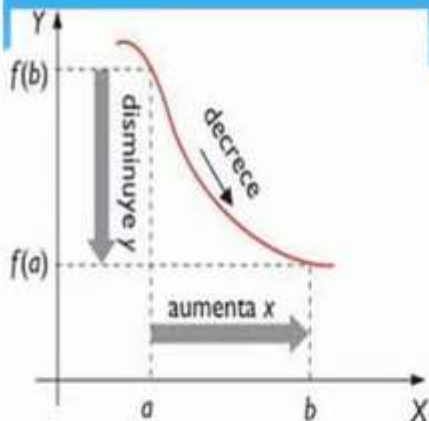
5.1.2 TIPOS DE FUNCIONES

Funciones Decrecientes

- Una función es decreciente en un intervalo $[a,b]$ si al tomar dos puntos cualesquiera del mismo, x_1 y x_2 , con la condición $x_1 < x_2$, se verifica que
- $f(x_1) \geq f(x_2)$.
- Se dice estrictamente decreciente si de $x_1 < x_2$ se deduce que $f(x_1) > f(x_2)$

5.1.2 TIPOS DE FUNCIONES

Funciones Decrecientes



FUNCIONES ALGEBRAICAS

- Las funciones algebraicas pueden ser:

- Funciones explícitas**

Si se pueden obtener las imágenes de x ó sea $f(x)$ por simple sustitución.

$$f(x) = 5x - 2$$

- Funciones implícitas**

Si no se pueden obtener las imágenes de x por simple sustitución, sino que es preciso efectuar operaciones.

$$5x - y - 2 = 0$$

FUNCIONES POLINÓMICAS

SON LAS FUNCIONES QUE VIENEN DEFINIDAS POR UN POLINOMIO.

$$F(X) = A_0 + A_1 X + A_2 X^2 + A_2 X^3 + \dots + A_N X^N$$

SU DOMINIO ES , ES DECIR, CUALQUIER NÚMERO REAL TIENE IMAGEN.

- **Funciones constantes**
- **Funciones de 1º grado**
 - Función afín.
 - Función lineal.
 - Función identidad.
- **Funciones cuadráticas**

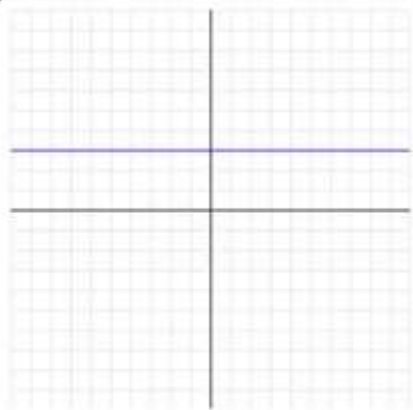
FUNCIONES CONSTANTES

función constante:

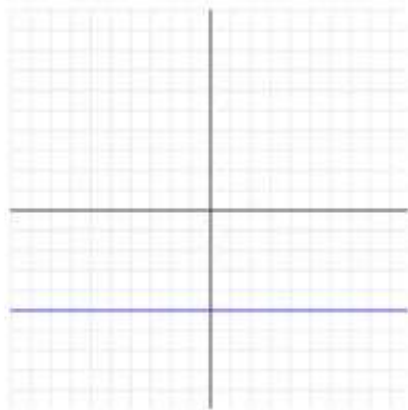
$$y = k \quad k \in \mathbb{R}$$

Su gráfica es una recta horizontal

$$y = 3$$

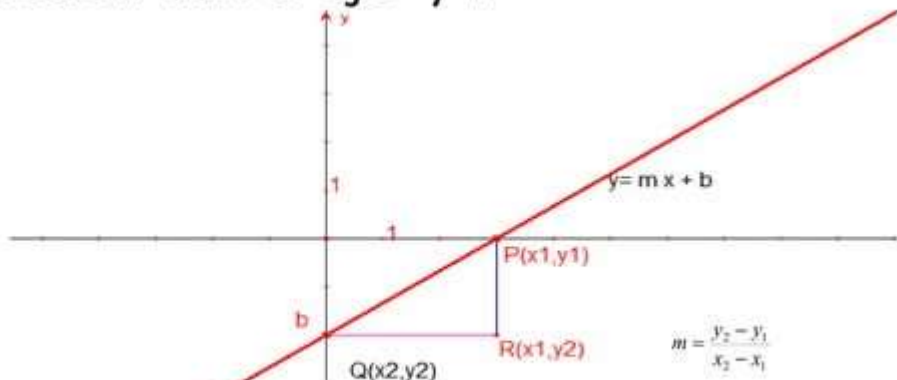


$$y = -5$$



5. 2 FUNCIÓN DE PRIMER GRADO

Función afín: Las funciones afines representan gráficamente una recta, y son de la forma $f(x)=mx+b$, donde m es la pendiente de la recta y b es el valor de la ordenada al origen o la intersección con el eje "y".



Funciones de 1° grado

Función lineal

La función lineal es del tipo:

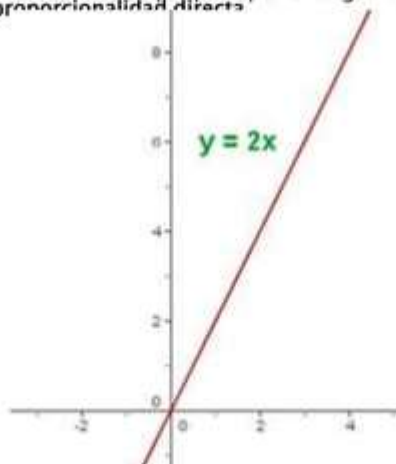
$$y = mx$$

Su gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas. Se llama también **función de proporcionalidad directa**.

Ejemplo:

$$y = 2x$$

X	y = 2x
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8



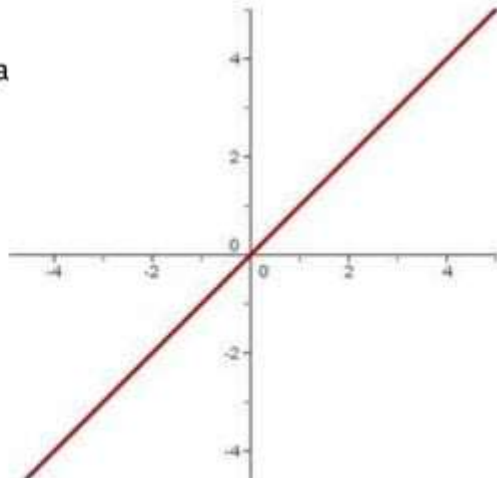
FUNCIONES DE 1º GRADO

FUNCIÓN IDENTIDAD

Es la del tipo:

$$y = x$$

Su gráfica es la bisectriz del primer y tercer cua



FUNCIONES DE 2º GRADO

FUNCIONES CUADRÁTICAS

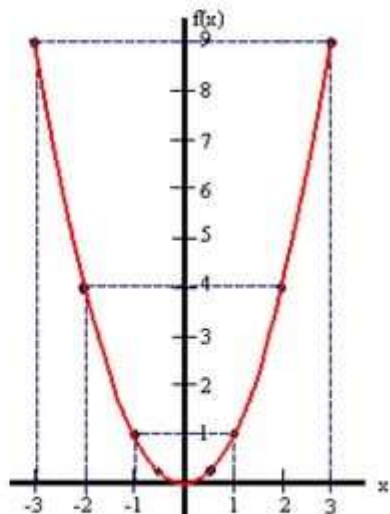
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Son funciones polinómicas es de 2º grado y su gráfica una parábola.

La función cuadrática más sencilla

$$f(x) = x^2$$

cuya gráfica es:



PASOS PARA REPRESENTAR GRÁFICAMENTE A UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Representar la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

1. Vértice

$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad y_v = f\left(\frac{-b}{2a}\right) \quad v\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

$$x_v = -(-4) / 2 = 2$$

$$y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$$

$$V(2, -1)$$

2. Puntos de corte con el eje OX

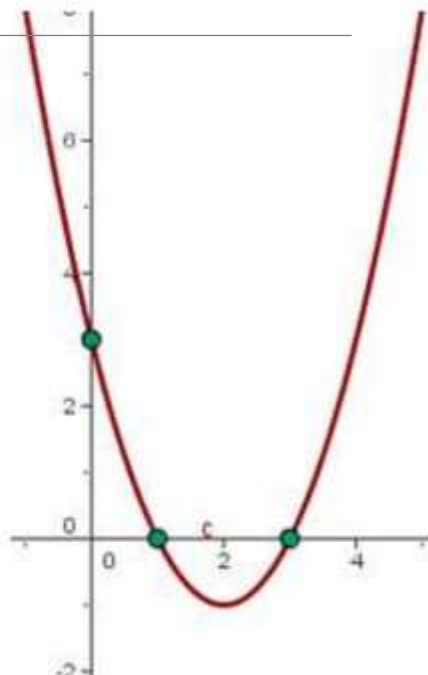
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 (3, 0) \quad x_2 (1, 0)$$

3. Punto de corte con el eje OY (Ordenada al origen)

$$(0, 3)$$



FUNCIONES DE A TROZOS O POR PARTES

Son funciones definidas por distintos criterios, según los intervalos que se consideren.

Funciones de a trozos o por partes especiales:

- Funciones en valor absoluto.
- Función parte entera de x .
- Función mantisa.
- Función signo

Ejemplo:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

