

Análisis Dimensional

DIMENSIONES

Es parte de la FÍSICA que estudia las relaciones entre las magnitudes fundamentales y derivadas, en el Sistema Internacional de Unidades, el cual considera siete magnitudes fundamentales.

Las magnitudes fundamentales son: longitud, masa, tiempo, temperatura, intensidad de corriente eléctrica, intensidad luminosa y cantidad de sustancia.

Las magnitudes derivadas son: área, volumen, densidad, velocidad, aceleración, fuerza, trabajo, potencia, energía, etc.

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

MAGNITUD FÍSICA	UNIDAD		
Nombre	Dimens.	Nombre	Símbolo
1 Longitud	L	metro	m
2 Masa	M	kilogramo	kg
3 Tiempo	T	segundo	s
4 Temperatura	θ	kelvin	K
5 Intensidad de corriente eléctrica	I	ampere	A
6 Intensidad Luminosa	J	candela	cd
7 Cantidad de Sustancia	N	mol	mol

FÓRMULA DIMENSIONAL

Es aquella igualdad matemática que muestra la relación que existe entre una magnitud derivada y las magnitudes fun-

damentales. La DIMENSIÓN de una magnitud física se representa del siguiente modo:

Sea A la magnitud física.

[A] : se lee, dimensión de la magnitud física A.

FÓRMULAS DIMENSIONALES BÁSICAS

- [Longitud] = L
- [Masa] = M
- [Tiempo] = T
- [Temperatura] = θ
- [Intensidad de la corriente eléctrica] = I
- [Intensidad luminosa] = J
- [Cantidad de sustancia] = N
- [Número] = 1
- [Área] = L^2
- [Volumen] = L^3
- [Densidad] = ML^{-3}
- [Velocidad] = LT^{-1}
- [Aceleración] = LT^{-2}
- [Fuerza] = MLT^{-2}
- [Trabajo] = ML^2T^{-2}
- [Energía] = ML^2T^{-2}
- [Potencia] = ML^2T^{-3}
- [Presión] = $ML^{-1}T^{-2}$
- [Período] = T
- [Frecuencia] = T^{-1}
- [Velocidad angular] = T^{-1}
- [Ángulo] = 1
- [Caudal] = L^3T^{-1}
- [Aceleración angular] = T^{-2}
- [Carga eléctrica] = IT
- [Iluminación] = JL^{-2}

PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD DIMENSIONAL

En una fórmula física, todos los términos de la ecuación son dimensionalmente iguales.

$$A - B^2 = \frac{C}{D}$$

Entonces: $[A] = [B^2] = \left[\frac{C}{D} \right]$

Ejemplo:

En la siguiente fórmula física:

$$h = a + bt + ct^2$$

Donde: h : altura

t : tiempo

Hallar la dimensión de a, b y c.

Resolución:

Principio de homogeneidad dimensional:

$$[h] = [a] = [b \cdot t] = [c \cdot t^2]$$

De (I): $L = [a]$

De (II): $L = [b]T \Rightarrow [b] = LT^{-1}$

De (III): $L = [c]T^2 \Rightarrow [c] = LT^{-2}$

APLICACIONES: CASOS ESPECIALES

1. PROPIEDADES DE LOS ÁNGULOS

Los ángulos son números, en consecuencia la dimensión de los ángulos es igual a la unidad.

Ejemplo:

En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de x.

$$A = K \cos(2\pi xt)$$

Donde: t : tiempo

Resolución:

La dimensión del ángulo es igual a la unidad:

$$[2\pi xt] = 1$$

$$[2\pi][x][t] = 1$$

$$[x] \cdot T = 1$$

$$[x] = T^{-1}$$

2. PROPIEDAD DE LOS EXPONENTES

Los exponentes son siempre números, por consiguiente la dimensión de los exponentes es igual a la unidad.

Ejemplo:

En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de K.

$$x = A^{3Kf}$$

Donde: f : frecuencia

Resolución:

La dimensión del exponente es igual a la unidad:

$$[3Kf] = 1$$

$$[3][K][f] = 1$$

$$[K] \cdot T^{-1} = 1$$

$$[K] = T$$

3. PROPIEDAD DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

En las operaciones dimensionales no se cumplen las reglas de la adición y sustracción.

$$L + L = L \quad \dots (1)$$

$$M - M = M \quad \dots (2)$$

Ejemplo:

Hallar la dimensión de R en la siguiente fórmula física:

$$R = (k-t)(K^2+a)(a^2-b)$$

Donde: t : tiempo

Resolución:

Principio de homogeneidad dimensional:

$$[K] = [t] = T$$

$$[K^2] = [a] = T^2$$

$$[a^2] = [b] = T^4$$

Analizando la fórmula tenemos:

$$[R] = [K - t] [K^2 + a] [a^2 - b]$$

$$[R] = T \cdot T^2 \cdot T^4$$

$$[R] = T^7$$

4. FÓRMULAS EMPÍRICAS

Son aquellas fórmulas físicas que se obtienen a partir de datos experimen-

tales conseguidos de la vida cotidiana o en el laboratorio de ciencias.

Ejemplo:

La energía cinética E de un cuerpo depende de su masa " m " y de la rapidez lineal V .

$$E = \frac{m^x \cdot V^y}{2}$$

Hallar: $x+y$

Resolución:

Aplicando el principio de homogeneidad dimensional.

$$[E] = \frac{[m^x][V^y]}{[2]}$$

$$[E] = M^x \cdot (LT^{-1})^y$$

$$M^1L^2T^{-2} = M^xL^yT^{-y}$$

A bases iguales le corresponden exponentes iguales:

Para M : $x = 1$

Para L : $y = 2$

Luego: $(x+y) = 3$

PROBLEMAS

- De las siguientes proposiciones, indicar verdadero (V) o falso (F):
 - [Densidad] = $L^{-3}M$
 - [Presión] = $ML^{-1}T^{-3}$
 - [Caudal] = L^3T^{-1}

a) VVF b) FVV c) VFF d) VVV e) VFV
- De las siguientes proposiciones indicar verdadero (V) o falso (F):
 - La cantidad de calor y el trabajo tienen la misma fórmula dimensional.
 - La velocidad de la luz y la velocidad del sonido tienen diferente fórmula dimensional.
 - La dimensión del número es igual a cero: [número]=0

a) FVV b) VFV c) VVF d) VVV e) VFF
- En las siguientes ecuaciones, determinar la dimensión de: $A \cdot B \cdot C$.
 - 750 metros + $A = 1$ km
 - 2 kg - $B = 500$ gramos
 - 12 horas + $C = 2$ días

a) L b) LM c) LMT d) 1 e) L^2T^{-2}
- En la siguiente fórmula física, determinar la dimensión K .

$$K = \frac{m \cdot V}{F \cdot t}$$

m : masa ; V : velocidad ; F : fuerza ; t : tiempo

- a) L^2 b) T^3 c) LT^{-3} d) ML^{-3} e) M^0

5. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de K.

$$K = n \cdot a \cdot t^2 + b^n$$

a : aceleración ; t : tiempo

- a) L⁰ b) L c) L² d) L³ e) L⁴

6. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de K.

$$K = \frac{x^3}{(y-h)(y^2+3x)} \quad ; h : \text{distancia}$$

- a) L b) L² c) T³ d) L³ e) L⁶

7. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de K.

$$V = \sqrt{K - A^2} \quad ; V : \text{velocidad}$$

- a) L² b) LT⁻² c) L²T⁻¹ d) L²T⁻² e) LT⁻¹

8. En la siguiente fórmula física, determinar la dimensión de m.

$$K^3 = b^n + 5m \cdot n^2$$

Donde: k : longitud

- a) L² b) L³ c) L⁴ d) T⁶ e) L⁻³

9. En la siguiente ecuación, hallar la dimensión de K.

$$\text{Cos}(2\pi Kt) = \frac{1}{2} \quad ; t : \text{tiempo}$$

- a) 0 b) 1 c) T d) T⁻¹ e) T⁻²

10. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de K.

$$K = A \cdot W \cdot \text{Cos}(wf + \pi)$$

A : distancia ; f : frecuencia

- a) LT⁻¹ b) LT⁻² c) L d) LT e) T⁰

11. En la siguiente fórmula física, determinar el valor de "x".

$$d = \text{Sen } 30^\circ \cdot g \cdot t^x$$

d : distancia ; g : aceleración ; t : tiempo

- a) 1 b) 2 c) 3 d) -2 e) -1

12. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de A·B.

$$x = A \text{ Log}(2\pi B) \quad ; x : \text{longitud}$$

- a) 1 b) L c) L² d) LT e) M⁻³

13. Hallar la dimensión K, en la siguiente ecuación:

$$y = \text{Log}\left(\frac{a \cdot k}{V}\right)$$

a : aceleración ; V : velocidad

- a) T b) T² c) T³ d) L⁻² e) LT⁻²

14. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de K.

$$x = A \cdot B^{2\pi fK}$$

x : distancia ; f : frecuencia

- a) LT^{-1} b) LT^{-2} c) T
d) L^3 e) T^{-2}

15. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de A·B·C.

$$x = A + 2Bt + 3Ct^2$$

x : distancia ; t : tiempo

- a) L^3 b) T^{-3} c) L^2T^{-3}
d) L^3T^{-3} e) L^3T^{-2}

TAREA

1. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de A·B.

$$x = A \cdot \text{Sen} (2\pi fB)$$

x : distancia ; f : frecuencia

- a) L b) T c) L^2T d) LT^2 e) LT

2. En la siguiente fórmula física, hallar el valor de "x".

$$d = \frac{V^x}{(\text{Sen } 30^\circ)a}$$

d : distancia ; a : aceleración ; V : velocidad

- a) 1 b) 2 c) -1 d) -2 e) 3

3. En la siguiente fórmula física, determinar la dimensión de K.

$$B = KP + 2,331 E$$

E : energía ; P : presión

- a) L^2 b) L^3 c) T^2
d) T^3 e) M^2

4. En la siguiente fórmula física, determinar el valor de x.

$$V = (\text{Log } \pi)(\text{Sen } 37^\circ) h^x$$

V : volumen ; h : altura

- a) -2 b) -1 c) 1 d) 2 e) 3

5. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de A.

$$m \cdot A = D(\text{Log } \pi)(\text{Sec } 60^\circ)$$

m : masa ; D : densidad

- a) L^2 b) L^3 c) LT^2
d) ML^3 e) L^{-3}

6. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de K.

$$A = B^{3Kt}$$

f: frecuencia ; B : número ; t : tiempo

- a) T^{-1} b) T c) T^{-2}
d) T^2 e) T^0

7. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de J.

$$J = \frac{(W^2 - 4k)}{(x - 2y)(y^2 + 3W)} ; x : \text{masa}$$

- a) M^0 b) M c) M^2 d) M^3 e) M^4

8. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión de W.

$$W = (x-h)(x^2+a)(a^2+y)$$

Donde: h : temperatura

- a) θ^5 b) θ^6 c) θ^7
d) θ^9 e) θ^3

9. Determinar la dimensión de K en la siguiente fórmula física.

$$K \cdot V = F \cdot t$$

V : velocidad ; F : fuerza ; t : tiempo

- a) L b) M c) T
d) L^2 e) M^3

10. En la siguiente fórmula física, hallar la dimensión K.

$$E = \text{Sen } 30^\circ \cdot K V^{\text{Sec } 60^\circ}$$

E : trabajo ; V : velocidad

- a) L^3 b) ML^{-2} c) M
d) M^2 e) LT^{-1}

CLAVES

1. e 2. e 3. c 4. e 5. b 6. d 7. d 8. b 9. d 10. d 11. b 12. b 13. a 14. c 15. d
1. e 2. b 3. b 4. e 5. b 6. a 7. b 8. c 9. b 10. c