



TRANSFERENCIA DE CALOR

El calor es la forma de energía que se puede transferir de un sistema a otro como resultado de la diferencia en la temperatura. La ciencia que trata sobre la determinación de las velocidades de esa transferencia es la **transferencia de calor**.

La cantidad de calor de un sistema que desarrolle cierto proceso, desde un estado de equilibrio a otro, se puede determinar con la aplicación del análisis termodinámico, pero, la termodinámica no indicará *cuánto tiempo* transcurrirá. En la práctica tiene gran interés hallar la velocidad de transferencia de calor. La termodinámica trata de estados de equilibrio y de los cambios desde un estado de equilibrio hacia otro. Por otra parte, la transferencia de calor se ocupa de los sistemas en los que falta el equilibrio térmico y por lo tanto, existe un fenómeno de *no equilibrio*. Sin embargo, las leyes de la termodinámica ponen la estructura para la ciencia de la transferencia de calor. En la *primera ley* se requiere que la velocidad de transferencia de energía hacia un sistema sea igual a la velocidad de incremento de energía de ese sistema. En la *segunda ley* se requiere que el calor se transfiera en la dirección de la temperatura decreciente.

Como se dijo, el requisito básico para la transferencia de calor es la presencia de una diferencia de temperatura. Esa *diferencia de temperatura* es la *fuerza impulsora* para la transferencia de calor.

Q [J] es la cantidad de calor transferido durante un proceso. La cantidad de calor transferido por unidad de tiempo se llama **velocidad de transferencia de calor**, \dot{Q} [J/s]. La cantidad total de calor transferido durante un intervalo de tiempo Δt se puede determinar a partir de

$$Q = \int_0^t \dot{Q} dt$$

siempre que se conozca la variación de \dot{Q} con el tiempo. Para el caso especial de $\dot{Q} = cte$ (*estado estacionario*), la ecuación anterior se reduce a

$$Q = \dot{Q} \Delta t \quad [\text{J}]$$

La velocidad de transferencia de calor por unidad de área perpendicular a la dirección de esa transferencia se llama **flujo de calor** y el flujo promedio de calor se expresa como

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} \quad [\text{W/m}^2]$$

1. MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

El calor se puede transferir en tres modos diferentes: *conducción*, *radiación* y *convección*. Todos los modos de transferencia de calor requieren la existencia de una **diferencia de temperatura** y todos ellos ocurren desde el medio que posee la temperatura más elevada hacia uno de temperatura más baja, y la transferencia de calor se detiene cuando los dos medios alcanzan la misma temperatura.

1.1 CONDUCCIÓN

La conducción es la transferencia de energía de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las adyacentes menos energéticas, como resultado de interacciones entre esas partículas.

La conducción puede tener lugar en los sólidos, líquidos o gases. En los gases y líquidos la conducción se debe a las *colisiones* y a la *difusión* de las moléculas durante su movimiento aleatorio. En los sólidos se debe a la combinación de las *vibraciones* de las moléculas, ubicadas en posiciones más o menos fijas de una red cristalina y al transporte de energía por parte de los *electrones libres*.

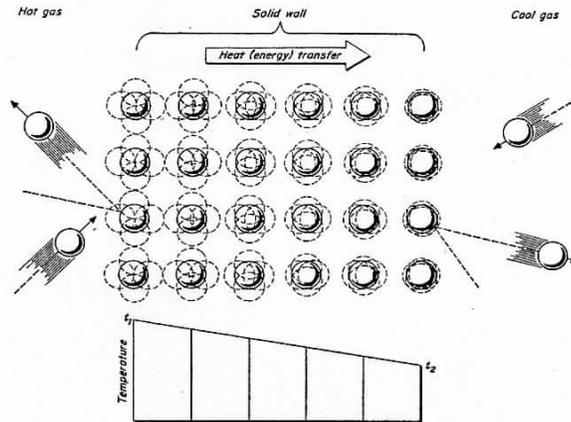


Fig. 1 The kinetic energy of hot-gas molecules, left, decreases as they slam into wall molecules. Wall molecules pass along energy as greater vibration to neighbors, then on to the colliding cool-gas molecules.

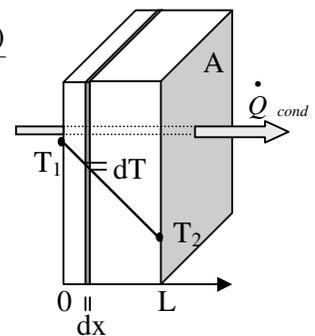
La velocidad de conducción de calor a través de un medio depende de la **configuración geométrica** de éste, su **espesor** y el **material** del que esté hecho, así como de la **diferencia de temperatura a través de él**. Se sabe que al envolver un tanque de agua caliente con fibra de vidrio (un material aislante) se reduce la velocidad de la pérdida de calor de ese tanque. Cuanto más grueso sea el aislamiento, menor será la pérdida de calor. También se conoce que un tanque de agua caliente perderá calor a mayor velocidad cuando se baja la temperatura del medido en donde se aloja. Además, entre más grande sea el tanque, mayor será el área superficial y, por consiguiente, la velocidad de la pérdida de calor.

La experiencia ha demostrado que la velocidad de transferencia de calor por conducción a través de una capa plana es proporcional a la diferencia de temperatura a través de esta y al área de transferencia, pero es inversamente proporcional al espesor de esa capa, es decir,

$$\text{Velocidad de conducción del calor} \propto \frac{(\text{Área})(\text{Diferencia de temperatura})}{\text{Espesor}}$$

o bien,

$$\dot{Q}_{cond.} = \kappa A \frac{(T_1 - T_2)}{\Delta x} = -\kappa A \frac{\Delta T}{L} \quad [W]$$



donde la constante de proporcionalidad **k** es la **conductividad térmica** del material. En el caso límite de $\Delta x \rightarrow 0$, la ecuación se reduce a la forma diferencial

$$\dot{Q}_{cond} = -\kappa A \frac{dT}{dx} \quad [W]$$

Ley de Fourier de la conducción del calor (1)

Aquí, dT/dx es el gradiente de temperatura, esto es, la pendiente de la curva en un diagrama $T-x$, o sea la razón de cambio de T con respecto a la ubicación x . El calor es conducido en la dirección de la T decreciente y el gradiente de temperatura se vuelve negativo al crecer x . El signo negativo garantiza que la transferencia de calor en la dirección de x positiva sea una cantidad positiva.

El área A de transferencia siempre es normal a la dirección de esa transferencia.

1.2 CONDUCTIVIDAD TÉRMICA

La conductividad térmica de un material (k), es la medida de **la capacidad del material para conducir calor**. Un valor elevado para la conductividad térmica indica que el material es un buen conductor del calor, y un valor bajo indica que es un mal conductor o *aislante*, ver Tabla 1.

Sus unidades son

$$k \left[\frac{W / m^2}{K / m} \right] = \left[\frac{W}{K.m} \right]$$

Las conductividades térmicas de los materiales varían con la temperatura. Esta variación sobre ciertos rangos de temperatura es despreciable para algunos materiales, pero significativa para otros. **Las conductividades térmicas de ciertos sólidos exhiben incrementos sorprendentes a temperaturas cercanas al cero absoluto**, cuando estos sólidos se convierten en *superconductores*. Por ej. la conductividad del cobre alcanza un valor máximo de alrededor de 20 000 W/m.°C, la cual es alrededor de 50 veces mayor a la correspondiente a la temperatura ambiente.

La dependencia de k con la temperatura causa complejidad considerable en el análisis de la conducción, por lo tanto, es práctica común evaluar la conductividad térmica a la *temperatura promedio* y tratarla como una *constante* en los cálculos.

1.3 CONDUCCIÓN A TRAVÉS DE UNA PARED PLANA

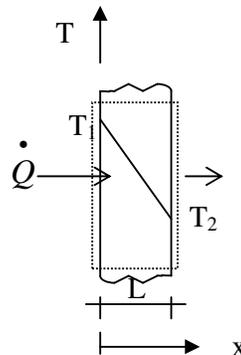
La conducción de calor en muchas configuraciones geométricas se puede **considerar unidimensional** ya que la conducción a través de ellas será dominante en una dirección y despreciable en las demás. Ej. una pared plana grande, el vidrio de una ventana, la pared de un recipiente esférico, una bola metálica que está siendo templada por inmersión o revenida, etc.

Después de alcanzar estado estacionario, con flujo de calor unidimensional en un material homogéneo simple, cuya conductividad térmica κ es constante, el gradiente de temperatura dT/dx para una pared plana es constante (una línea recta- no lo es cuando κ varía con la temperatura).

$$\dot{Q} = -\kappa A \frac{dT}{dx}$$

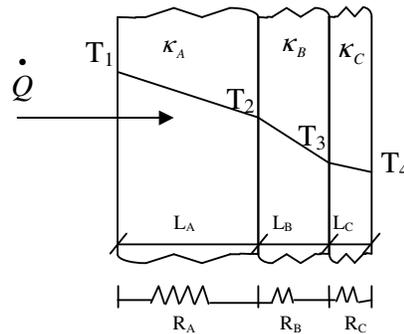
$$\dot{Q} \int_0^L dx = -\kappa A \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$\dot{Q} = -\kappa A \frac{(T_2 - T_1)}{L} \quad (2)$$



Aplicando la ec. (2) a una pared compuesta formada por tres materiales homogéneos A, B y C, tenemos:

$$\dot{Q}_A = -\kappa_A A \frac{(T_2 - T_1)}{L_A}, \quad \dot{Q}_B = -\kappa_B A \frac{(T_3 - T_2)}{L_B}, \quad \dot{Q}_C = -\kappa_C A \frac{(T_4 - T_3)}{L_C}$$



y notando que $\dot{Q}_A = \dot{Q}_B = \dot{Q}_C = \dot{Q}$ [W] para flujo en estado estacionario, encontramos

$$\begin{aligned} (T_1 - T_2) &= \frac{\dot{Q} L_A}{\kappa_A A} \\ (T_2 - T_3) &= \frac{\dot{Q} L_B}{\kappa_B A} \\ (T_3 - T_4) &= \frac{\dot{Q} L_C}{\kappa_C A} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad (T_1 - T_4) = \frac{\dot{Q}}{A} \left[\frac{L_A}{\kappa_A} + \frac{L_B}{\kappa_B} + \frac{L_C}{\kappa_C} \right] \quad (3)$$

$$\dot{Q} = \frac{A(T_1 - T_4)}{L_A/\kappa_A + L_B/\kappa_B + L_C/\kappa_C} = \frac{\Delta T}{\sum (L/\kappa A)} = \frac{\Delta T}{\sum R_i} \quad (4)$$

Observar que si fuera adicionada otra pared, el único cambio necesario en la ec.(4) sería adicionarle otro término del tipo $(L/\kappa A)$ y considerar el correspondiente salto térmico.

Cada término $R = L/(\kappa A)$ se denomina *resistencia térmica*, y su inversa *conductancia* $C = \kappa A/L$, que es la velocidad de transferencia de calor por unidad de diferencia de temperatura.

1.4 CONDUCCIÓN A TRAVÉS DE UNA PARED CURVA

En este caso, el área por el que fluye calor no es constante. Considere un cilindro para el cual la temperatura en la superficie interna es T_i y la conductividad térmica es κ . El calor fluye radialmente, por ejemplo, desde adentro hacia fuera, cruzando áreas cada vez mayores, dado que el área cilíndrica crece con el radio. Si las temperaturas de los fluidos dentro y fuera del tubo permanecen constantes, entonces la transferencia de calor a través de ese tubo es *estacionaria* y *unidimensional*. En este caso, la temperatura del tubo dependerá solo de una dirección (radial). Esta situación se presenta aproximadamente en la práctica en tubos cilíndricos largos y recipientes esféricos. En operación estable no se tienen cambios en la temperatura con el tiempo en cualquier punto, o sea, $\dot{Q} = cte$.

Considere un cilindro de longitud z y tome un elemento muy delgado de cilindro de espesor dr con un radio r . El área de esta superficie cilíndrica es $2\pi r z$. El cambio de temperatura que cruza dr es una cantidad diferencial dT .

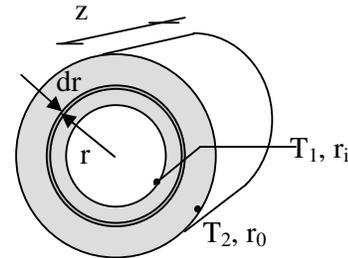
De esta forma, la ec. de Fourier dará

$$\dot{Q} = -\kappa 2\pi r z \frac{dT}{dr}$$

Separando las variables e integrando, se obtiene

$$\dot{Q} \int_{r_i}^{r_o} \frac{dr}{r} = -2\pi z \kappa \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$\dot{Q} \ln \frac{r_o}{r_i} = 2\pi z \kappa (T_1 - T_2)$$



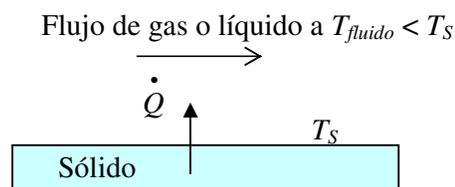
$$\dot{Q} = \frac{2\pi z \kappa (T_1 - T_2)}{\ln(r_o/r_i)} = \frac{\Delta T}{R} \quad (5)$$

siendo $R = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi \kappa z}$ la resistencia térmica para una pared cilíndrica.

Si la pared cilíndrica es compuesta, como en el caso de una cañería aislada, $\dot{Q} = \Delta T / \Sigma R_i$.

2. CONVECCIÓN

La convección es un modo de transferencia de energía entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacentes que están en movimiento y comprende los *efectos combinados* de la *conducción* y el *movimiento de fluidos*.



Cuanto más rápido es el movimiento del fluido, mayor es la transferencia de calor por convección. En ausencia de cualquier movimiento masivo de fluido, la transferencia de calor entre una superficie sólida y el fluido adyacente es por conducción pura. La presencia de movimiento masivo del fluido acrecienta la transferencia de calor entre la superficie sólida y el fluido, pero también complica la determinación de la velocidad de transferencia.

Considere el enfriamiento de un bloque caliente al soplar aire frío sobre su superficie superior (ver Fig.). La energía se transfiere primero a la capa de aire adyacente al bloque, por conducción. Posteriormente esta energía es transportada alejándola de la superficie, por convección; es decir, por los efectos combinados de la conducción dentro del aire, que se debe al movimiento aleatorio de las

moléculas de éste, y por el movimiento masivo o macroscópico de ese aire que remueve el aire calentado cercano a la superficie y lo reemplaza por otro más frío.

La convección recibe el nombre de **convección forzada** si el fluido es forzado a fluir sobre la superficie mediante medios externos como un ventilador, una bomba o el viento. Por otro lado, se dice que es **convección natural** (o **libre**) si el movimiento del fluido es causado por las fuerzas de empuje que son inducidas por diferencia de densidades debidas a la variación de temperatura en ese fluido. Por ejemplo, en ausencia de un ventilador, la transferencia de calor del bloque caliente de la figura será por convección natural, ya que, en este caso, cualquier movimiento en el aire se deberá a la elevación del aire más caliente (y, por lo tanto, más liviano) cercano a la superficie y la caída del más frío (y, por lo tanto, más pesado) para llenar su lugar.

A pesar de la complejidad de la convección, se observa que la rapidez de la *transferencia de calor por convección* es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa por la **ley de Newton del enfriamiento** como

$$\dot{Q}_{conv} = hA(T_s - T_{fluido}) \quad [\text{W}] \quad (6)$$

donde h [W/m^2] es el *coeficiente de transferencia de calor por convección*.

A es el área superficial a través de la cual tiene lugar la transferencia de calor por convección, T_s es la temperatura de la superficie y T_{fluido} es la temperatura del fluido suficientemente alejado de esta superficie. Notar que en la superficie, la temperatura del fluido es la misma que la del sólido.

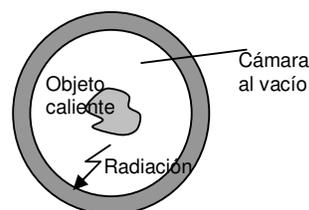
El coeficiente h no es una propiedad del fluido. Es un parámetro que se determina en forma experimental y cuyo valor depende de todas las variables que influyen sobre la convección, como la configuración geométrica de la superficie, la naturaleza del movimiento del fluido, las propiedades de éste y la velocidad masiva del mismo. En la Tabla 3 se dan valores típicos para h .

3. RADIACIÓN TÉRMICA

La radiación es la energía emitida por la materia en la forma de *ondas electromagnéticas (o fotones)*, como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. En los estudios de transferencia de calor es de interés la *radiación térmica*, que es la forma de radiación emitida por los cuerpos *debido a su temperatura*.

Considere un objeto caliente que está suspendido en una cámara en la que se ha hecho vacío y cuyas paredes se encuentran a la temperatura ambiente. Llegará un momento en que el objeto caliente se enfriará y alcanzará equilibrio térmico con sus alrededores. Es decir, perderá calor hasta que su temperatura alcance la de las paredes de la cámara. Esta transferencia de calor no pudo haber tenido lugar por conducción o convección, ya que estos mecanismos no pueden desarrollarse en el vacío. Este nuevo mecanismo es la *radiación*.

Pérdida de calor solo por radiación



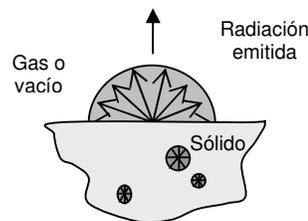
La transferencia de energía por radiación ocurre en los sólidos, líquidos y gases. En la mayor parte de las aplicaciones prácticas, los tres modos de transferencia de calor ocurren de manera concurrente en grados variables. Pero la transferencia a través de un espacio en el que se ha hecho el vacío solo puede ocurrir por radiación. Por ej., el sol llega a la Tierra por radiación.

Se recordará que la transferencia de calor por conducción o convección tiene lugar en la dirección de la temperatura decreciente. Resulta interesante observar que la transferencia de calor por radiación puede ocurrir entre dos cuerpos separados por un medio más frío que ambos. Por ej., la radiación solar llega a la superficie de la Tierra después de pasar a través de capas de aire frías a grandes altitudes. Asimismo, las superficies que absorben radiación dentro de un invernadero alcanzan temperaturas elevadas incluso cuando sus cubiertas de plástico o de vidrio permanecen más o menos frías.

Aún cuando todas las ondas electromagnéticas (los rayos X, los rayos gama, las microondas, las ondas de radio, de televisión) tienen las mismas características generales, las ondas de distinta longitud difieren significativamente en su comportamiento. El tipo de radiación electromagnética que resulta pertinente para la *transferencia de calor* es la *radiación térmica* emitida como resultado de las transiciones energéticas de las moléculas, los átomos y los electrones de una sustancia. La temperatura es una medida de la intensidad de estas actividades en el nivel microscópico y la rapidez de la emisión de radiación térmica se incrementa al aumentar la temperatura.

La radiación térmica es emitida en forma continua por toda la materia cuya temperatura está por arriba del cero absoluto. Es decir, todo lo que nos rodea, como las paredes, los muebles y nuestros amigos, constantemente emite (y absorbe) radiación. La radiación térmica incluye toda la radiación visible y la infrarroja, así como parte de la ultravioleta.

La radiación es un fenómeno volumétrico. Sin embargo, para los sólidos *opacos* (no transparentes), como los metales, la madera y las rocas, se considera que la radiación es un *fenómeno superficial*, ya que solo la radiación emitida por las moléculas que se hallan en la superficie puede escapar del sólido. Note que las características relativas a la radiación de las superficies se pueden cambiar por completo mediante la aplicación de capas delgadas de recubrimiento sobre ellas.



3.1 RADIACIÓN DE CUERPO NEGRO

Un cuerpo por encima de cero absoluto emite radiación en todas las direcciones a lo largo de una amplia gama de longitudes de ondas. La cantidad máxima de radiación que puede ser emitida por una superficie a una temperatura dada requiere de la definición de un cuerpo idealizado, llamado *cuerpo negro*, para que sirva como estándar contra el cual se puedan comparar las propiedades de radiación de las superficies reales.

Un cuerpo negro se define como un *emisor* y *absorbedor perfecto* de la radiación. A una temperatura y una longitud de onda específica, ninguna superficie puede emitir más energía que un cuerpo negro.

La *velocidad máxima de radiación* que puede ser emitida desde una superficie a una temperatura T_s (en K o R) se expresa por la **ley de Stefan-Boltmann** como

$$\dot{Q}_{emitida,m\acute{a}x} = \sigma AT_S^4 \quad [W] \quad (7)$$

donde $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} [W/m^2 \cdot K^4]$ es la constante de Stefan-Boltzmann.

La superficie idealizada que emita radiaci3n a esta velocidad máxima se llama *cuerpo negro* y la radiaci3n emitida por éste es la *radiaci3n de cuerpo negro*.

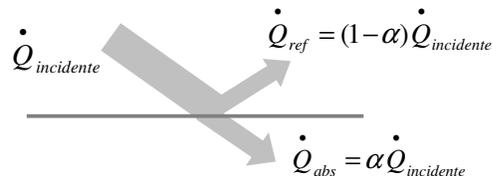
La radiaci3n emitida por todas las superficies reales es menor que la emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura y se expresa como

$$\dot{Q}_{emitida} = \epsilon \sigma AT_S^4 \quad [W] \quad (8)$$

en donde ϵ es la *emisividad* de la superficie.

La emisividad cuyo valor están en el intervalo ($0 \leq \epsilon \leq 1$), es una medida de cuán pr3xima está una superficie de ser un cuerpo negro, para el cual $\epsilon = 1$. En la Tabla 2 se dan las emisividades de algunas superficies.

Otra importante propiedad relativa a la radiaci3n de una superficie es su *absortividad* α , la cuál es la fracci3n de la energía de radiaci3n incidente sobre una superficie que es absorbida por ésta. También su valor está en el intervalo $0 \leq \alpha \leq 1$. Un cuerpo negro absorbe toda la radiaci3n incidente sobre el. Es decir, un cuerpo negro es un absorbente perfecto ($\alpha = 1$), del mismo modo que es un emisor perfecto.



Para las superficies opacas (no transparentes), la parte de la radiaci3n incidente no absorbida por la superficie se refleja.

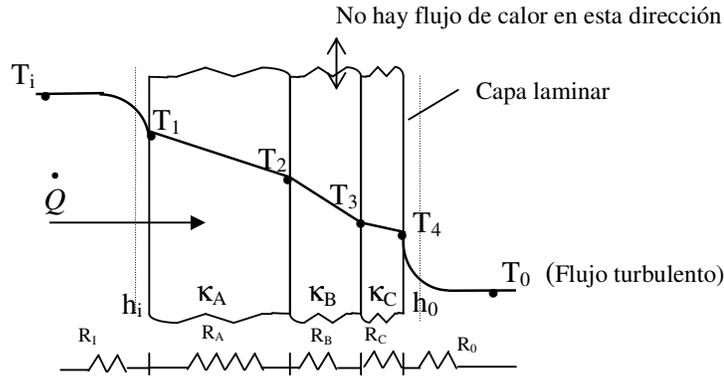
La diferencia entre las velocidades de la radiaci3n emitida por la superficie y la radiaci3n absorbida es la transferencia *net*a de calor por radiaci3n. Si la velocidad de absorci3n de la radiaci3n es mayor que la de emisi3n, se dice que la superficie está *ganando* energía por radiaci3n. De lo contrario, se dice que la superficie está *perdiendo* energía por radiaci3n. En general, la determinaci3n de la velocidad neta de la transferencia de calor por radiaci3n entre dos superficies es un tema complicado, ya que depende de las propiedades de las superficies, de la orientaci3n de una con respecto a la otra y de la interacci3n del medio que existe entre ellas con la radiaci3n.

Cuando una superficie de emisividad ϵ y área superficial A que se encuentra a una temperatura absoluta T_S , está completamente encerrada por una superficie mucho mayor que se encuentra a la temperatura absoluta T_{alred} y separada por un gas (como el aire) que no interviene con la radiaci3n, la rapidez neta de transferencia de calor por radiaci3n entre esas dos superficies se expresa por

$$\dot{Q}_{rad} = \epsilon \sigma A (T_S^4 - T_{alred}^4) \quad [W] \quad (9)$$

4. TRANSFERENCIA DE CALOR DE FLUIDO A FLUIDO

Si fuera simple y conveniente medir las temperaturas superficiales, en el caso de una **pared plana**, la ec.3 sería la única a usar. Sin embargo, en la práctica son más fáciles de obtener las temperatura de los fluidos, por lo que es deseable expresar el flujo de calor en términos de esas temperaturas (T_i y T_0).



Para encontrar la ecuación correspondiente, se deben considerar los nuevos saltos térmicos que intervienen en la transmisión de calor por convección.

Dado que se transfiere calor desde un fluido caliente a la temperatura T_i a la superficie interior de la pared con un coeficiente de transferencia de calor por convección h_i , y de la superficie exterior a un fluido frío a la temperatura T_0 con un coeficiente h_0 , la ley de enfriamiento de Newton puede reescribirse como

$$\dot{Q} = h_i A (T_i - T_1) \quad \Rightarrow \quad (T_i - T_1) = \dot{Q} / h_i A \quad (10)$$

$$\dot{Q} = h_0 A (T_4 - T_0) \quad \Rightarrow \quad (T_4 - T_0) = \dot{Q} / h_0 A \quad (11)$$

En régimen estacionario, el flujo de calor a través de la pared es constante, por lo tanto, sumando miembro a miembro la ec. (3), (10) y (11), tenemos

$$(T_i - T_0) = \frac{\dot{Q}}{A} \left[1/h_i + L_A/\kappa_A + L_B/\kappa_B + L_C/\kappa_C + 1/h_0 \right]$$

$$\dot{Q} = \frac{(T_i - T_0)}{R}, \quad \text{siendo } R = \left[\frac{1}{h_i A} + \sum \frac{L}{\kappa A} + \frac{1}{h_0 A} \right] \quad (12)$$

Se define el **coeficiente global de transferencia de calor**, U , por medio de la relación

$$\dot{Q} = UA(T_i - T_0) \quad (13)$$

entonces, $1/UA = R$, es la *resistencia térmica total*.

Observar que, para R constante, cuanto mayor sea el salto térmico, mayor será el flujo de calor. Si la resistencia total aumenta por haber adicionado más resistencias, o por un incremento en el tamaño de las mismas, el calor fluirá a menor velocidad. Este efecto es el esperado al proveer aislación. Por otro lado, si lo que se espera es una mayor velocidad en el flujo de calor, como en el caso de intercambiadores de calor, lo que se procura es reducir la resistencia.

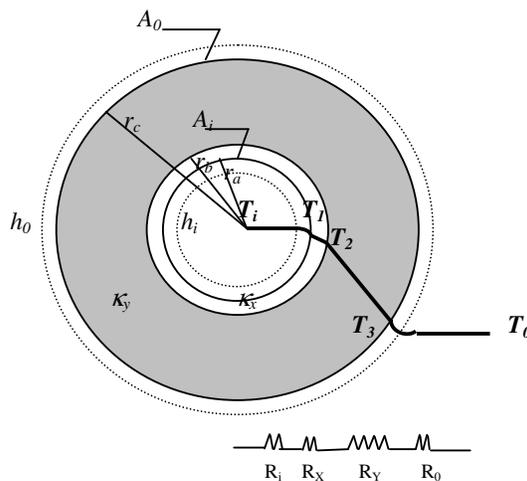
El ingeniero debe tener en mente que U puede *disminuir* significativamente durante la operación de un intercambiador de calor debido a la acumulación de depósitos sobre la superficie transmisora. Por otro lado, el coeficiente U de paredes aisladas puede *incrementar* debido al deterioro del material aislante.

Consideremos ahora una **pared cilíndrica compuesta**, tal como una cañería aislada. Una ecuación para el flujo de calor se consigue sumando resistencias, de acuerdo a la ec. (5), $\dot{Q} = \Delta T / \Sigma R$. Considere la Fig., la cual representa una cañería X con una aislación Y, siendo h_i el coeficiente convectivo interno y h_o el externo. Las temperatura de los fluidos interno y externo son T_i y T_o , respectivamente. En este caso, con $T_i > T_o$.

Las resistencias por convección son

$$R_i = \frac{1}{A_i h_i}$$

$$R_o = \frac{1}{A_o h_o}$$



Aplicando la ec. (5) a los capas X e Y, (según la Fig.: $D_b/D_a = r_b/r_a$), se obtienen las resistencias por conducción

$$R_x = \frac{\ln(D_b/D_a)}{2\pi z \kappa_x} \quad \text{y} \quad R_y = \frac{\ln(D_c/D_b)}{2\pi z \kappa_y}$$

De esta forma, el flujo de calor es $\dot{Q} = \frac{\Delta T}{\Sigma R}$, o

$$\dot{Q} = \frac{(T_i - T_o)}{\frac{1}{A_i h_i} + \frac{\ln(D_b/D_a)}{2\pi z \kappa_x} + \frac{\ln(D_c/D_b)}{2\pi z \kappa_y} + \frac{1}{A_o h_o}}$$

o generalizando para cualquier número de capas cilíndricas, cada una con diámetros interno y externo D_i y D_o , con conductividad κ y longitud z , se tiene para un estado estable

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{\sum \frac{1}{Ah} + \sum \frac{\ln(D_0/D_i)}{2\pi z \kappa}} \quad [W] \quad (14)$$

donde ΔT es el salto térmico entre ambos fluidos, $\Sigma(1/Ah)$ es la suma de todas las resistencias por convección en el camino del flujo de calor, y el otro término en el denominador suma todas las otras resistencias. El calor solo está fluyendo radialmente.

Aplicando $\dot{Q} = UA\Delta T$ a paredes curvas, es necesario especificar de qué área se trata. Considerando que está pasando una cierta cantidad de calor (en estado estable) a través de las paredes, entonces

$$\dot{Q} = U_0 A_0 \Delta T \quad \text{ó} \quad \dot{Q} = U_i A_i \Delta T$$

que comparando con la ec. (14),

$$U_0 A_0 = U_i A_i = \frac{1}{\sum \frac{1}{Ah} + \sum \frac{\ln(D_0/D_i)}{2\pi z \kappa}} \quad (15)$$

Por lo tanto, si se da como dato el coeficiente global de transferencia de calor para una pared curva, se deberá indicar cuál es el área de referencia.

5. INTERCAMBIADORES DE CALOR

Los intercambiadores de calor son aparatos que facilitan el *intercambio de calor* entre *dos fluidos* que se encuentran a temperaturas diferentes y evitan al mismo tiempo que se mezclen entre sí.

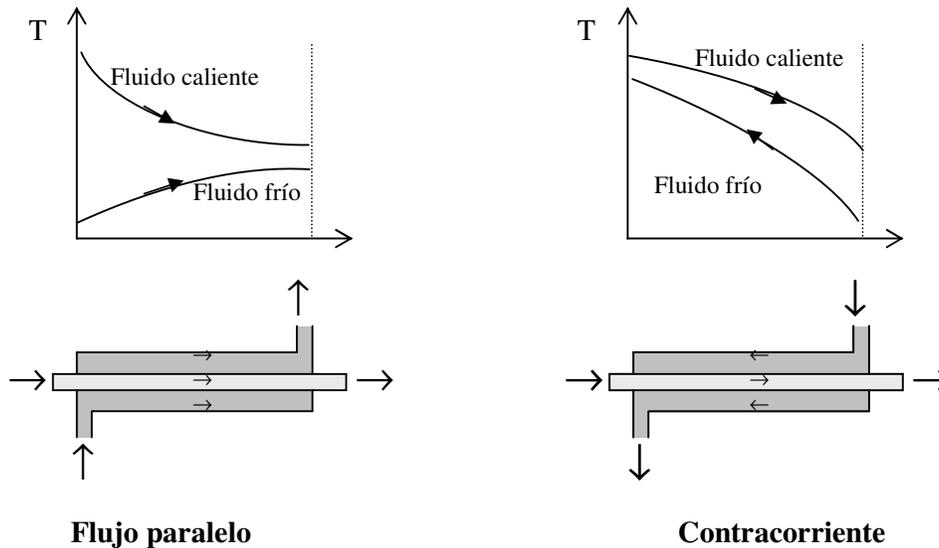
En la práctica, los intercambiadores de calor son de uso común en una amplia variedad de aplicaciones, desde los sistemas domésticos de calefacción y aire acondicionado del aire hasta los procesos químicos y la producción de energía en las plantas grandes.

5.1 TIPOS DE INTERCAMBIADORES

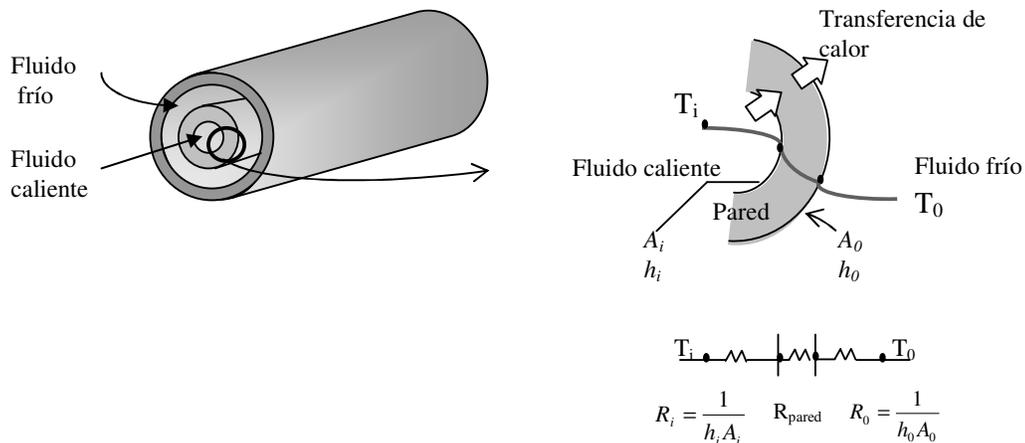
El tipo más simple de intercambiador de calor consta de dos tubos concéntricos de diámetros diferentes, como se muestra en la Fig. llamado **de doble tubo**. En un intercambiador de este tipo uno de los fluidos pasa por el tubo más pequeño, en tanto que el otro lo hace por el espacio anular entre los dos tubos. En un intercambiador de calor de doble tubo son posibles dos tipos de disposición del flujo:

- De **flujo paralelo**: en el que los dos fluidos, el frío y el caliente, entran en el intercambiador por el mismo extremo y se mueven en la *misma dirección*.

- De **contracorriente** o contraflujo: los fluidos entran al intercambiador por los extremos opuestos y fluyen en direcciones *opuestas*.



Por lo común un intercambiador de calor está relacionado con dos fluidos que fluyen separados por una pared sólida. En primer lugar, el calor se transfiere del fluido caliente hacia la pared por *convección*, después a través de la pared por *conducción* y por último, de la pared hacia el fluido frío de nuevo por *convección*.



La red de resistencias térmicas asociada con este proceso de transferencia de calor contiene dos resistencias a la convección y una a la conducción.

Los subíndices *i* y *o* se refieren a las superficies interior y exterior del tubo interior. Para un intercambiador de calor de tubo doble, se tiene $A_i = \pi D_i z$ y $A_o = \pi D_o z$,

$$R_{\text{pared}} = \frac{\ln(D_o / D_i)}{2\pi k z}$$

donde *k* es la conductividad térmica del material y *z* la longitud del tubo. Entonces la *resistencia térmica total* queda

$$R_{total} = R_i + R_{pared} + R_o = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln(D_o / D_i)}{2\pi k z} + \frac{1}{h_o A_o}$$

La *velocidad de transferencia de calor* entre los dos fluidos es

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{total}} = UA\Delta T = U_i A_i \Delta T = U_o A_o \Delta T \quad (16)$$

donde U es el coeficiente de *transferencia de calor total o global*. Notar que a menos que las áreas interna y externa sean iguales, se deberá especificar al considerar U sobre cuál área está basado.

5.2 ANÁLISIS DE LOS INTERCAMBIADORES

Los intercambiadores de calor suelen operar durante largos períodos de tiempo sin cambios en sus condiciones de operación. Por lo tanto, se pueden considerar como equipos de *flujo estable*, por ello, el *caudal másico* de cada fluido permanece constante y las propiedades de los fluidos, como la temperatura y velocidades en cualquier entrada o salida son las mismas. Además, las corrientes del fluido experimentan poco o ningún cambio en sus *velocidades* y *elevaciones*, y como consecuencia, los cambios en la energía cinética y potencial son despreciables. Además, con poca pérdida de exactitud, el *calor específico* se puede considerar constante. Por último, se supone que la superficie exterior del intercambiador está *perfectamente aislada*.

El *primer principio de la termodinámica* requiere que la velocidad de transferencia de calor desde el fluido caliente sea igual al del frío, es decir

$$\dot{Q} = \dot{m}_F c_{P,F} (T_{F,salida} - T_{F,entrada}) \quad (17)$$

y

$$\dot{Q} = \dot{m}_C c_{P,C} (T_{C,entrada} - T_{C,salida}) \quad (18)$$

Observar los signos. Notar que la velocidad de transferencia de calor \dot{Q} se toma como una cantidad positiva.

La velocidad de la transferencia de calor en un intercambiador también se puede expresar de una manera análoga a la *ley de Newton del enfriamiento* como

$$\dot{Q} = UA\Delta T_m \quad (19)$$

donde U es el coeficiente de transferencia de calor total (como se determinó en la sección anterior), A es el área de transferencia y ΔT_m es una diferencia promedio de las temperatura entre dos fluidos.

Una forma apropiada de este ΔT_m es la **diferencia media logarítmica de la temperatura (DTML o ΔT_m)**:

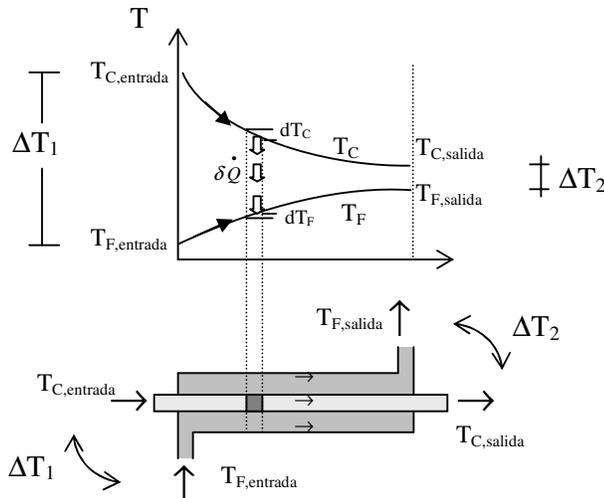
Si se supone que la superficie exterior del intercambiador está bien aislada, de modo que cualquier transferencia de calor ocurre entre los dos fluidos y se descartan los cambios de E_C y E_P , un balance de energía de cada fluido, en una sección diferencial del intercambiador dará:

$$\delta \dot{Q} = -\dot{m}_C c_{p,C} dT_C$$

$$\delta \dot{Q} = \dot{m}_F c_{p,F} dT_F$$

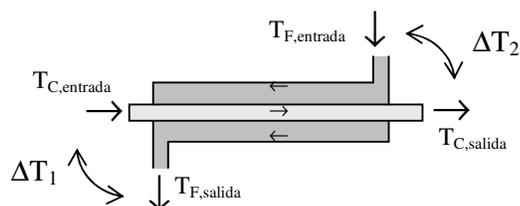
Combinando y resolviendo estas dos ecuaciones (ver apéndice) se obtiene:

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)} \quad (20)$$



ΔT_1 y ΔT_2 representa la diferencia de temperatura entre los dos fluidos *en ambos extremos* (de entrada y de salida) del intercambiador. No existe diferencia con respecto a cuál de los extremos de éste se designe como entrada y salida.

Si el intercambiador es a *contracorriente*, notar que los fluidos caliente y frío entran por extremos opuestos, y en este caso, la temperatura de salida del fluido frío es posible que sobrepase a la de salida del fluido caliente. En el caso límite, el fluido frío se calentará hasta la temperatura de entrada del fluido caliente. Sin embargo, la temperatura de salida del fluido frío nunca puede ser mayor que la de entrada del fluido caliente, ya que esto sería una violación al segundo principio.



Para un *condensador* (en el que una de las corrientes se mantiene a $T = \text{cte}$) es indiferente hablar de flujo paralelo o contracorriente, ya que los dos enfoques conducen al mismo resultado.

El método de la diferencia de temperatura media logarítmica resulta adecuado para la determinación del *tamaño*, o sea A , de un intercambiador, cuando se conocen los caudales máxicos y las temperaturas de entrada y salida de ambos fluidos.