Unach
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
en movimiento

CIRCUITOS BÁSICOS

7. SENOIDES Y FASORES

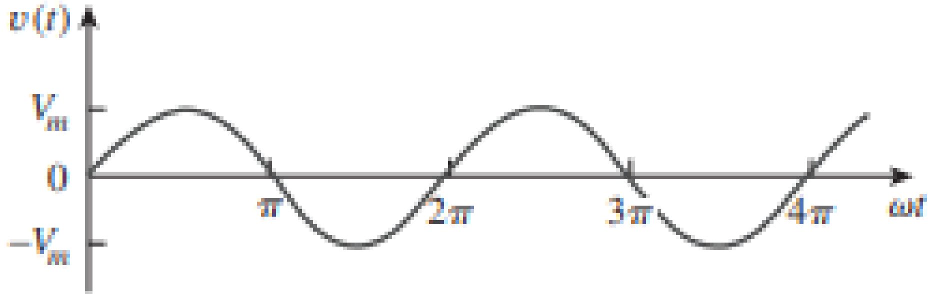
Ing. Eduardo Daniel Haro Mendoza

Análisis en ac

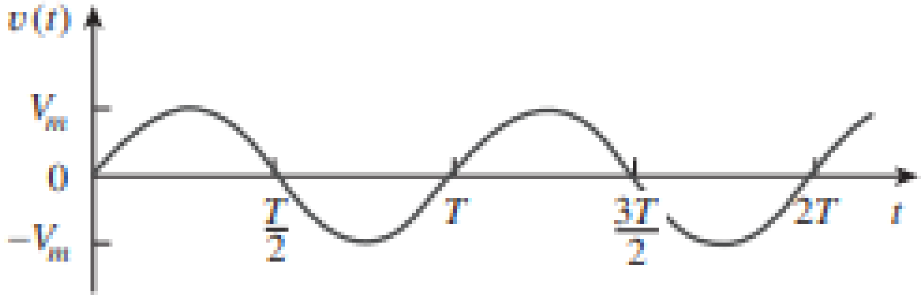
- Análisis de circuitos en los que la tensión o la corriente varía con el tiempo.

- ***Senoide***, es una señal que tiene la forma de la función seno o coseno (fácil de generar y transmitir)

$$v(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$



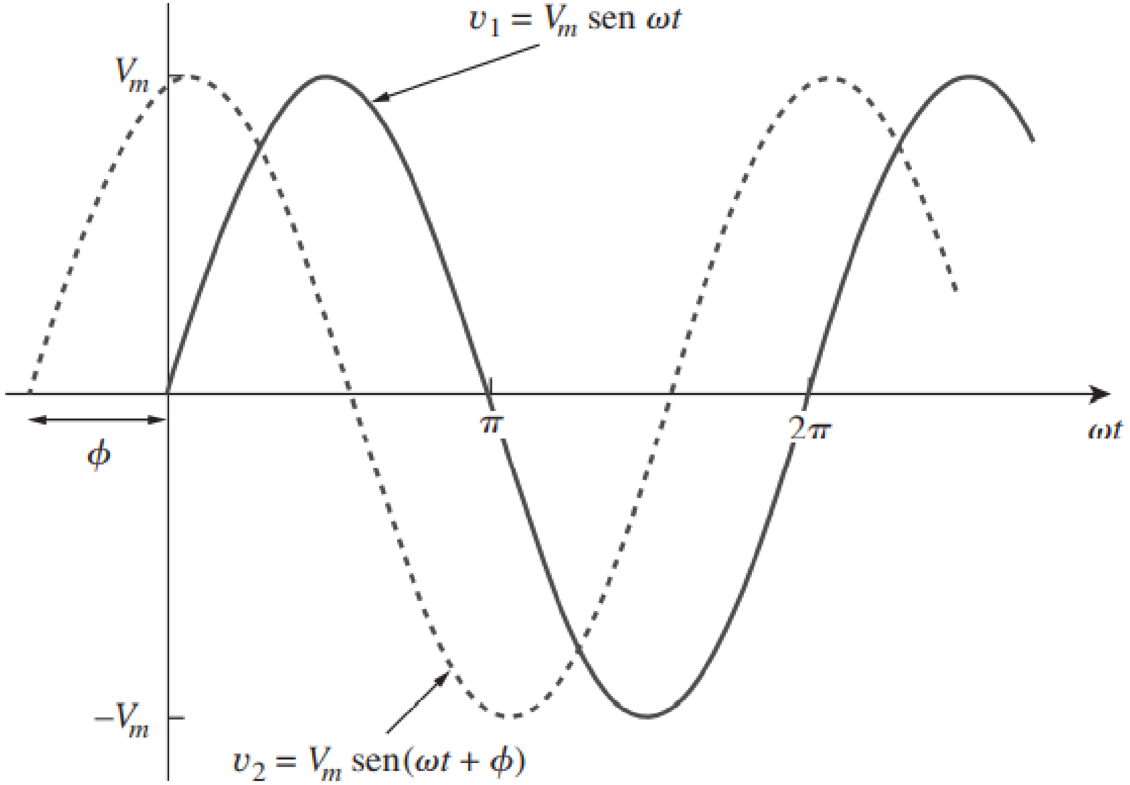
$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$



$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

Análisis en ac

$$v_1(t) = V_m \operatorname{sen} \omega t \qquad \text{y} \qquad v_2(t) = V_m \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$$



Análisis en ac

Una senoide puede expresarse en forma de seno o de coseno. Cuando se comparan dos senoides, es útil expresar ambas como seno o coseno con amplitudes positivas. Esto se realiza usando las siguientes identidades trigonométricas:

$$\operatorname{sen}(A \pm B) = \operatorname{sen} A \cos B \pm \cos A \operatorname{sen} B$$
$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B$$

Usando estas relaciones se puede transformar una senoide de la forma seno a la forma coseno o viceversa

$$\operatorname{sen}(\omega t \pm 180^\circ) = -\operatorname{sen}\omega t$$
$$\cos(\omega t \pm 180^\circ) = -\cos\omega t$$
$$\operatorname{sen}(\omega t \pm 90^\circ) = \pm\cos\omega t$$
$$\cos(\omega t \pm 90^\circ) = \mp\operatorname{sen}\omega t$$

Análisis en ac

Halle la amplitud, fase, periodo y frecuencia de la senoide v(t) = 12 cos(50t +10)

Dada la senoide $30\,\text{sen}(4\pi t - 75°)$, Halle la amplitud, fase, periodo y frecuencia

Análisis en ac

Las senoides se expresan fácilmente en términos de fasores, con los que es más cómodo trabajar que con las funciones seno y coseno.

Un **fasor** es un número complejo que representa la amplitud y la fase de una senoide.

$z = x + jy$ Forma rectangular

$z = r\underline{/\phi}$ Forma polar

$z = re^{j\phi}$ Forma exponencial

La relación entre la forma rectangular y la polar

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad \phi = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

$$x = r\cos\phi, \qquad y = r\,\mathrm{sen}\,\phi$$

Análisis en ac

Para obtener el fasor correspondiente a una senoide, primero se expresa la senoide en la forma de coseno para que sea posible escribirla como la parte real de un número complejo. Después se elimina el factor de tiempo, y lo que resta es el fasor correspondiente a la senoide. Al suprimir el factor de tiempo se transforma la senoide del dominio temporal al dominio fasorial.

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{V} = V_m \underline{/\phi}$$

(Representación en el dominio temporal) ⇔ (Representación en el dominio fasorial)

Representación en el dominio temporal	Representación en el dominio fasorial
$V_m \cos(\omega t + \phi)$	$V_m \underline{/\phi}$
$V_m \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$	$V_m \underline{/\phi - 90^\circ}$
$I_m \cos(\omega t + \theta)$	$I_m \underline{/\theta}$
$I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$	$I_m \underline{/\theta - 90^\circ}$

Análisis en ac

Transformar las siguientes senoides a fasores:

a) $v = 7\cos(2t + 40^\circ)$ V
b) $i = -4\,\mathrm{sen}(10t + 10^\circ)$ A

Halle las senoides representadas por estos fasores:

a) $\mathbf{I} = -3 + j4$ A
b) $\mathbf{V} = j8e^{-j20^\circ}$ V

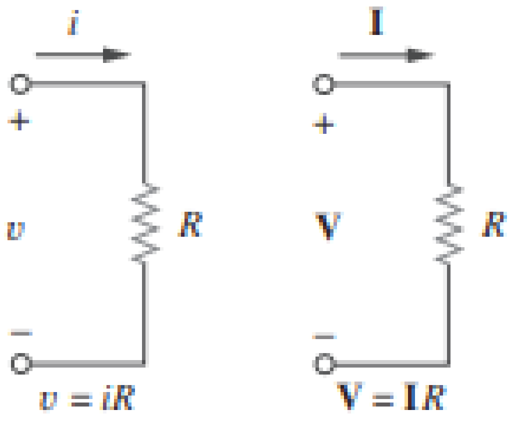
Deber No 10.

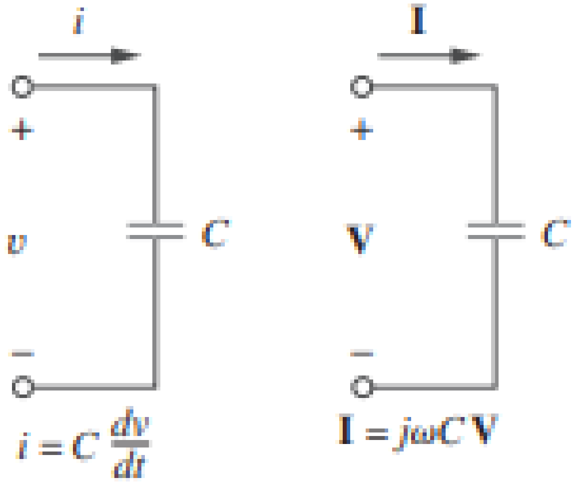
Libro Fundamentos de Circuitos Eléctricos Alexander y Sadiku.

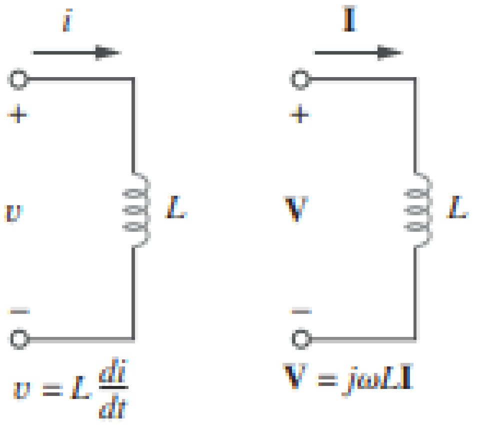
Capitulo 9. Preguntas de repaso de 1 al 7

Problemas: 9.1, 9.2, 9.3, 9.5, 9.6, 9.11, 9.12, 9.13

Elementos ac







Elemento	Dominio de tiempo	Dominio de frecuencia
R	$v = Ri$	$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$
L	$v = L\frac{di}{dt}$	$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$
C	$i = C\frac{dv}{dt}$	$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{I}}{j\omega C}$

Impedancia y Admitancia

$$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = R, \qquad \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = j\omega L, \qquad \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\boxed{\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} \quad \text{o sea} \quad \mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I}}$$

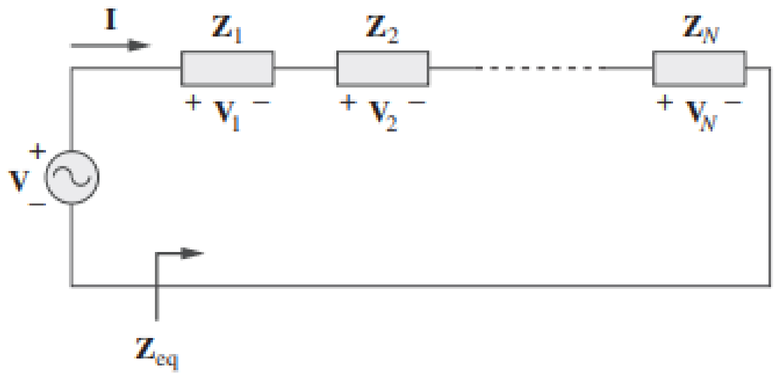
Elemento	Impedancia	Admitancia
R	$\mathbf{Z} = R$	$\mathbf{Y} = \frac{1}{R}$
L	$\mathbf{Z} = j\omega L$	$\mathbf{Y} = \frac{1}{j\omega L}$
C	$\mathbf{Z} = \frac{1}{j\omega C}$	$\mathbf{Y} = j\omega C$

La impedancia Z de un circuito es la razón entre la tensión fasorial V y la corriente fasorial I, medida en ohms ().

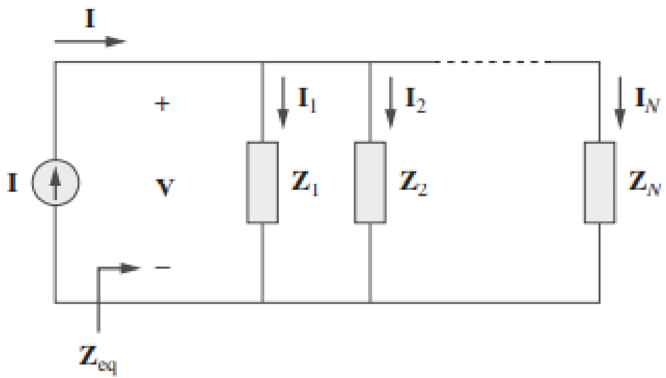
La admitancia Y es el inverso de la impedancia, medido en siemens (S).

Combinaciones de Impedancia

$$\mathbf{Z}_{eq} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \cdots + \mathbf{Z}_N$$

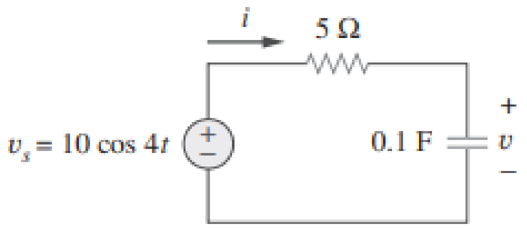


$$\frac{1}{\mathbf{Z}_{eq}} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \cdots + \frac{1}{\mathbf{Z}_N}$$



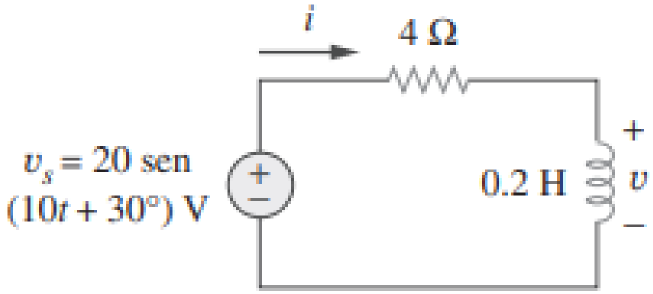
Ejercicio

Halle v(t) e i(t)



Ejercicio

Halle v(t) e i(t)



Leyes de kirchoff

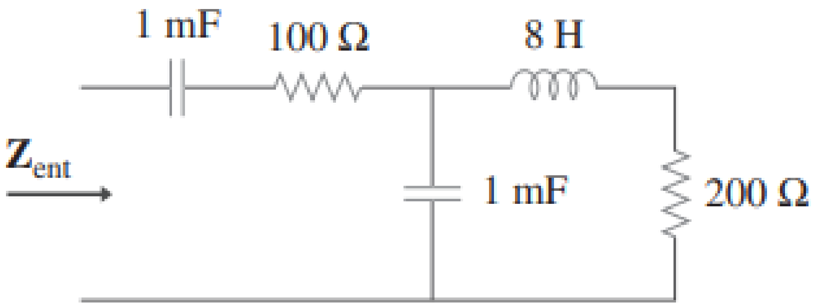
$$\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \cdots + \mathbf{V}_n = 0$$

$$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \cdots + \mathbf{I}_n = 0$$

Tanto la LTK como la LCK son válidas en el dominio de la frecuencia, es fácil hacer muchas cosas, como combinación de impedancias, análisis nodal y de lazo, superposición y transformación de fuentes.

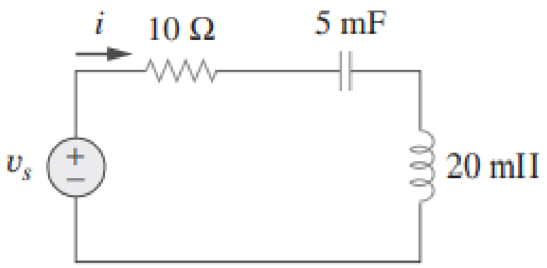
Ejercicio

Determine la impedancia de entrada con w=10 rad/s.



Ejercicio

Halle i(t) y el v(t) del inductor. Si vs(t) 50 cos 200t V.



Deber No 11.

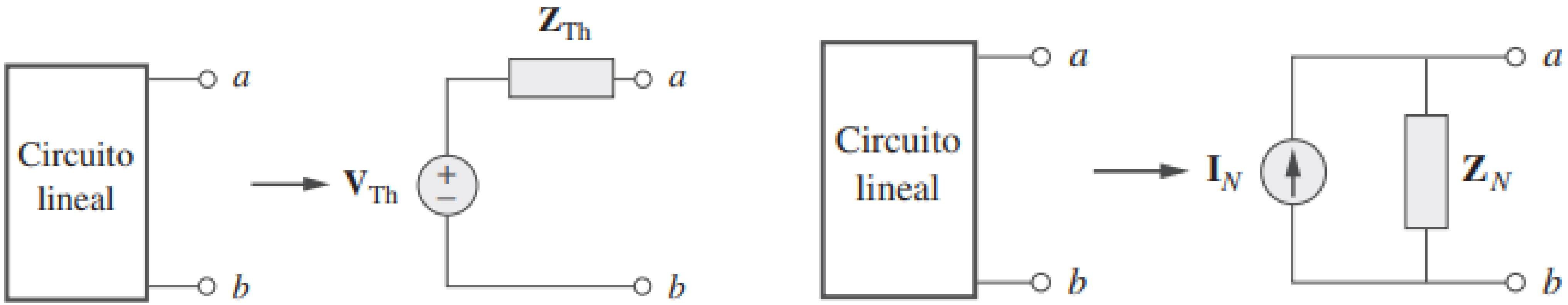
Libro Fundamentos de Circuitos Eléctricos Alexander y Sadiku.

Capitulo 9.

Problemas: 9.35, 9.37, 9.39, 9.41, 9.42, 9.43, 9.44, 9.47, 9.49, 9.51

Equivalente thevenin y norton

Los teoremas de Thevenin y Norton se aplican a los circuitos de ca de la misma manera que a los circuitos de cd



$$\mathbf{V}_{\mathrm{Th}} = \mathbf{Z}_N \mathbf{I}_N, \qquad \mathbf{Z}_{\mathrm{Th}} = \mathbf{Z}_N$$

Ejercicio

Halle el equivalente de Thevenin en las terminales a-b