

Distribuciones de probabilidad

Ing. Henry M. Villa Yáñez, MsC.

Distribución Normal– Introducción

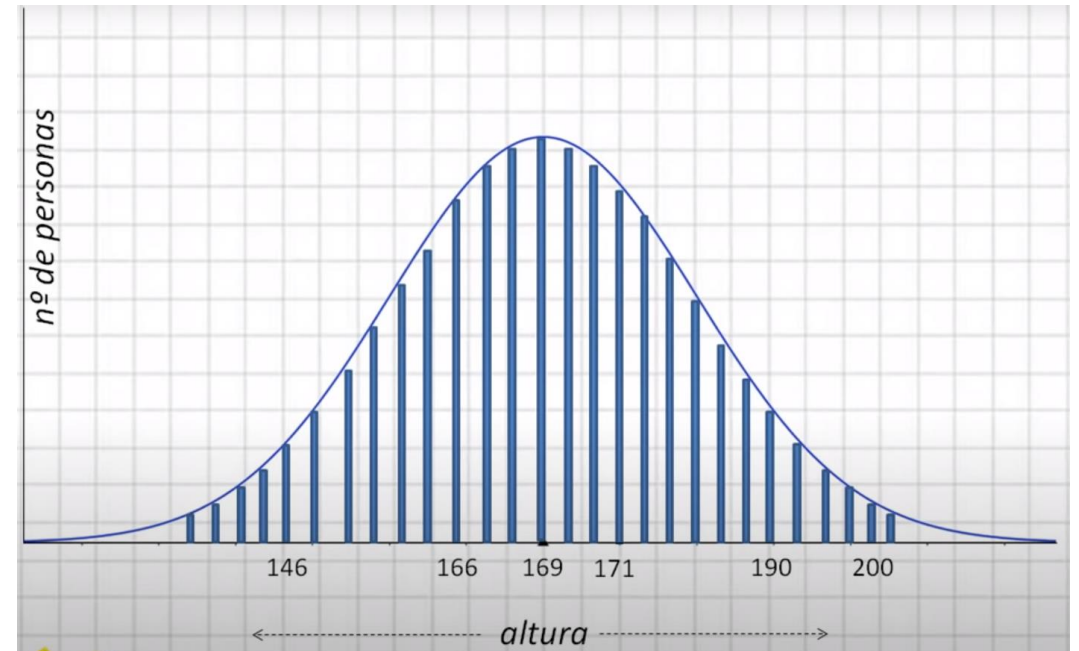
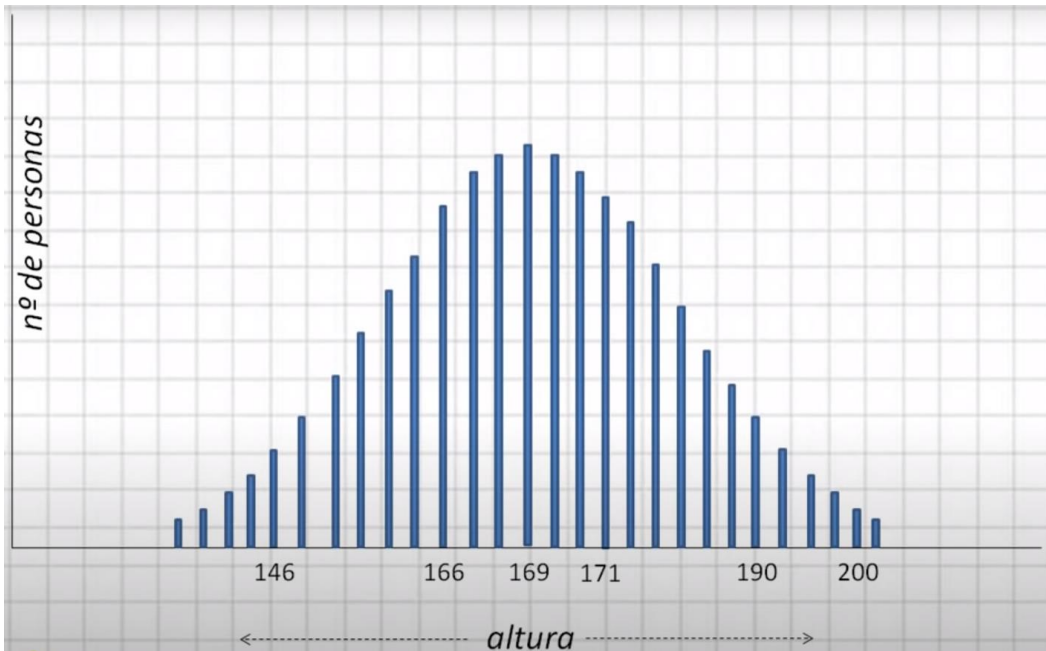
- La distribución normal es, sin duda, la distribución de probabilidad más importante del Cálculo de probabilidades y de la Estadística.
- Fue descubierta, como aproximación de la distribución binomial, por Abraham De Moivre (1667-1754) y publicada en 1733 en su libro *The Doctrine of Chances*; estos resultados fueron ampliados por Pierre-Simon Laplace (1749-1827), quién también realizó aportaciones importantes.
- En 1809, Carl Friedrich Gauss (1777-1855) publicó un libro sobre el movimiento de los cuerpos celestes donde asumía errores normales, por este motivo esta distribución también es conocida como distribución Gaussiana.

Distribución Normal– Introducción

- La importancia de la distribución normal queda totalmente consolidada por ser la distribución límite de numerosas variables aleatorias, discretas y continuas, como se demuestra a través de los teoremas centrales del límite.
- Las consecuencias de estos teoremas implican la casi universal presencia de la distribución normal en todos los campos de las ciencias empíricas: biología, medicina, psicología, física, economía, etc.
- En particular, muchas medidas de datos continuos en medicina y en biología (talla, presión arterial, etc.) se aproximan a la distribución normal.
- Junto a lo anterior, no es menos importante el interés que supone la simplicidad de sus características y de que de ella derivan, entre otras, tres distribuciones (chi-cuadrado, t de Student y F de Snedecor

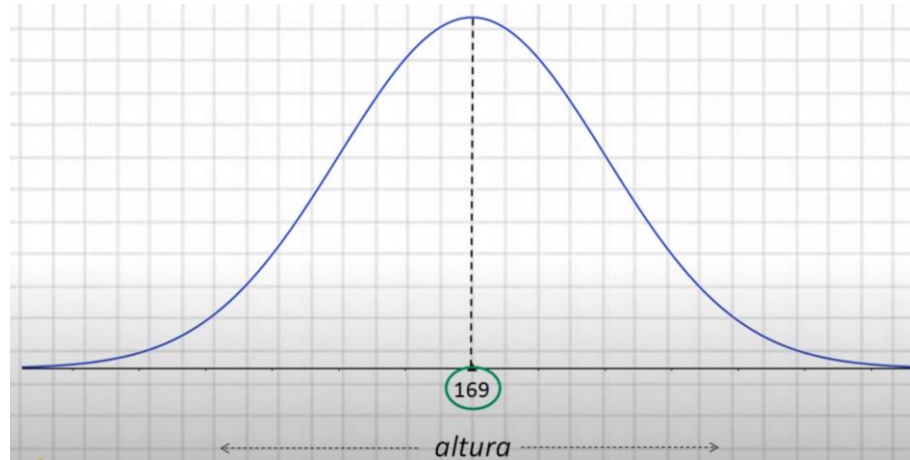
Distribución Normal– Ejemplo

- Por ejemplo queremos estudiar la altura de una población determinada, por tanto, se debe tomar la altura y organizar los resultados. Al organizarlos se tendría un resultado similar a:



- Por tanto, se ajusta a una curva de distribución normal que cumple con algunas características.

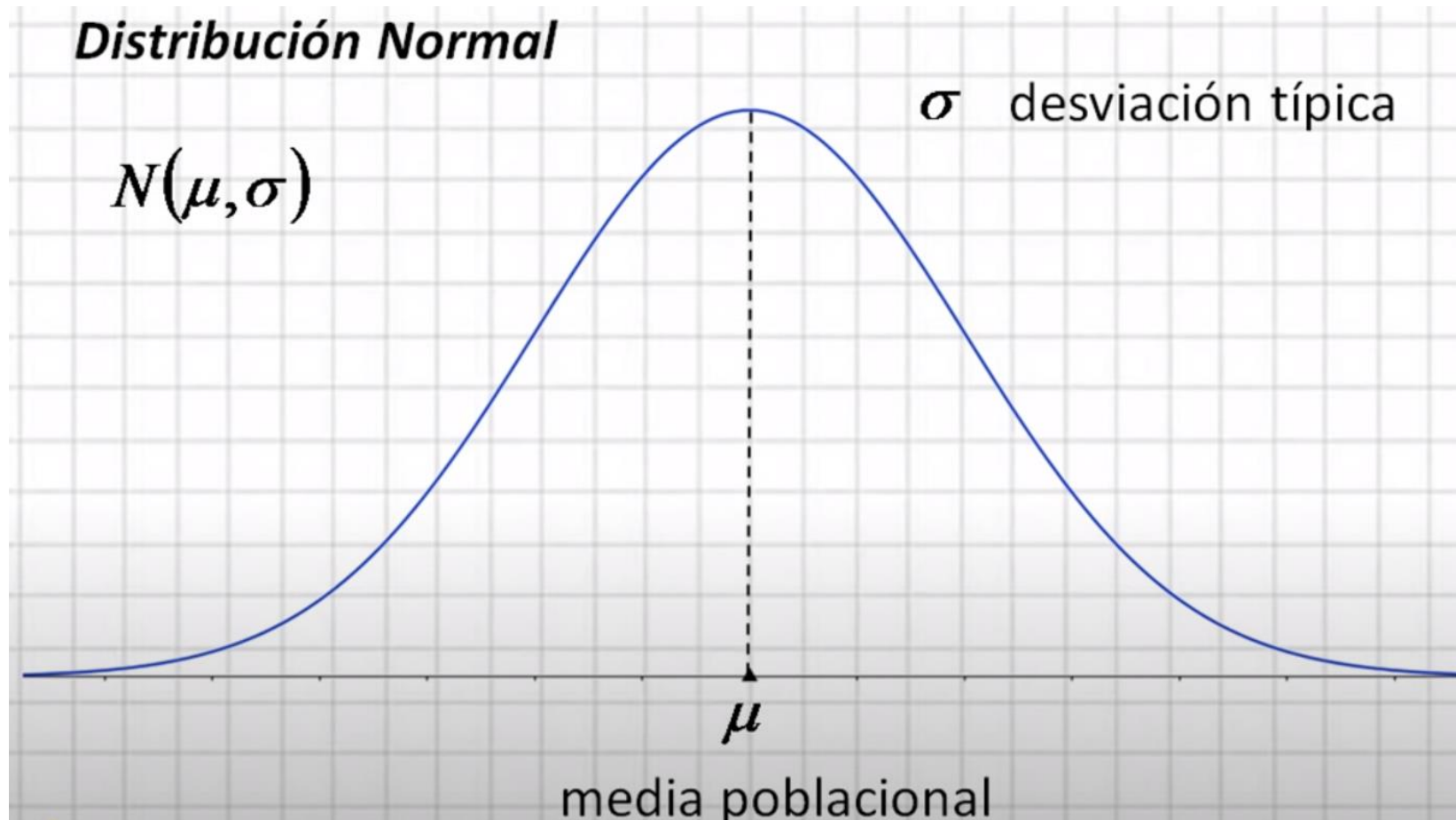
Distribución Normal– Ejemplo



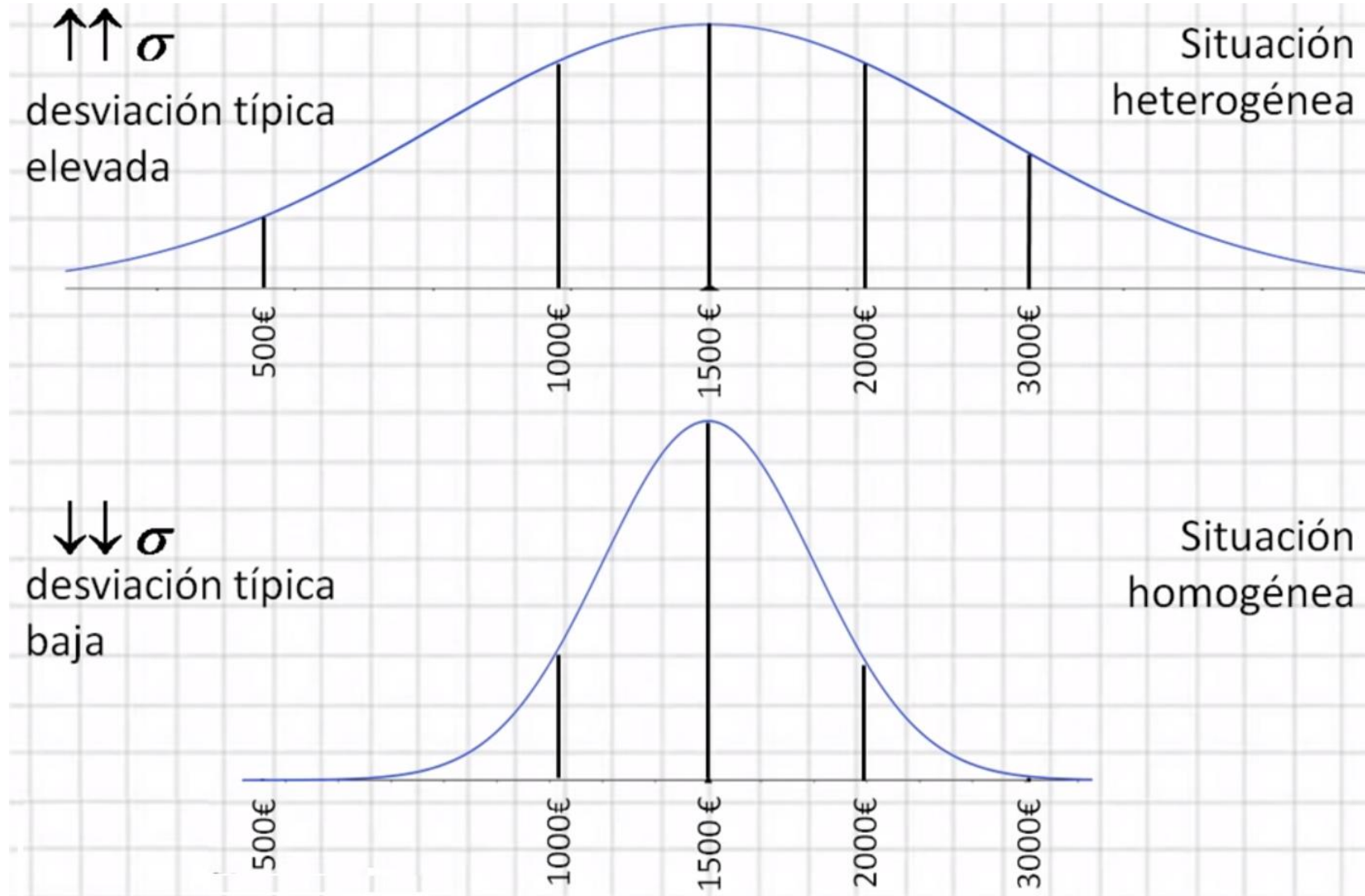
- El valor medio (169 cm) es la media de la población y también es el valor que más se repite, por tanto, coincide con la moda
- La curva de distribución normal es simétrica con respecto a la media, tiene la misma forma a la derecha que a la izquierda, es decir que, igual se distribuyen las alturas para la gente que es más alta que la media como para la gente que es más baja, y existe igual cantidad de personas que son más altas y bajas en relación a la media
- Muchos escenarios y problemas que se estudian a través de encuestas se adaptan a la curva de distribución normal y es por eso que toma el nombre “Distribución normal”, ya que es muy normal que los problemas se ajusten a esta distribución

Distribución Normal - Definición

La distribución normal está dada por la media (μ) y por la desviación típica o estándar (σ)



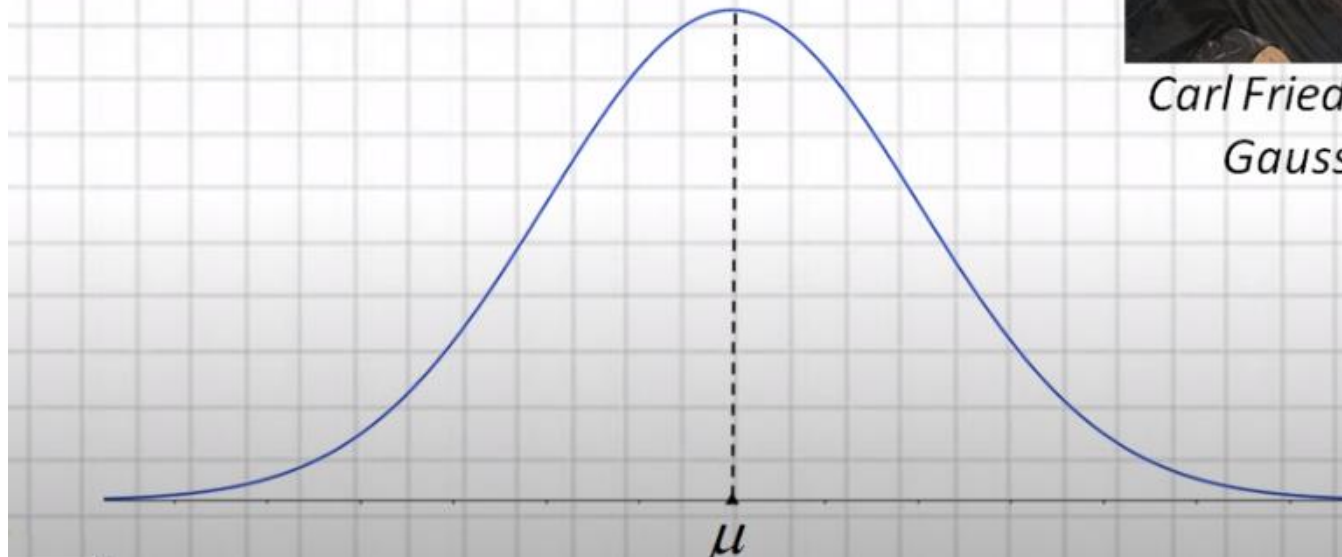
Distribución Normal – Casos desviación estándar



Distribución Normal - Función

La función de distribución normal considera la media y la desviación típica y fue modelada por Carl Friedrich Gauss

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



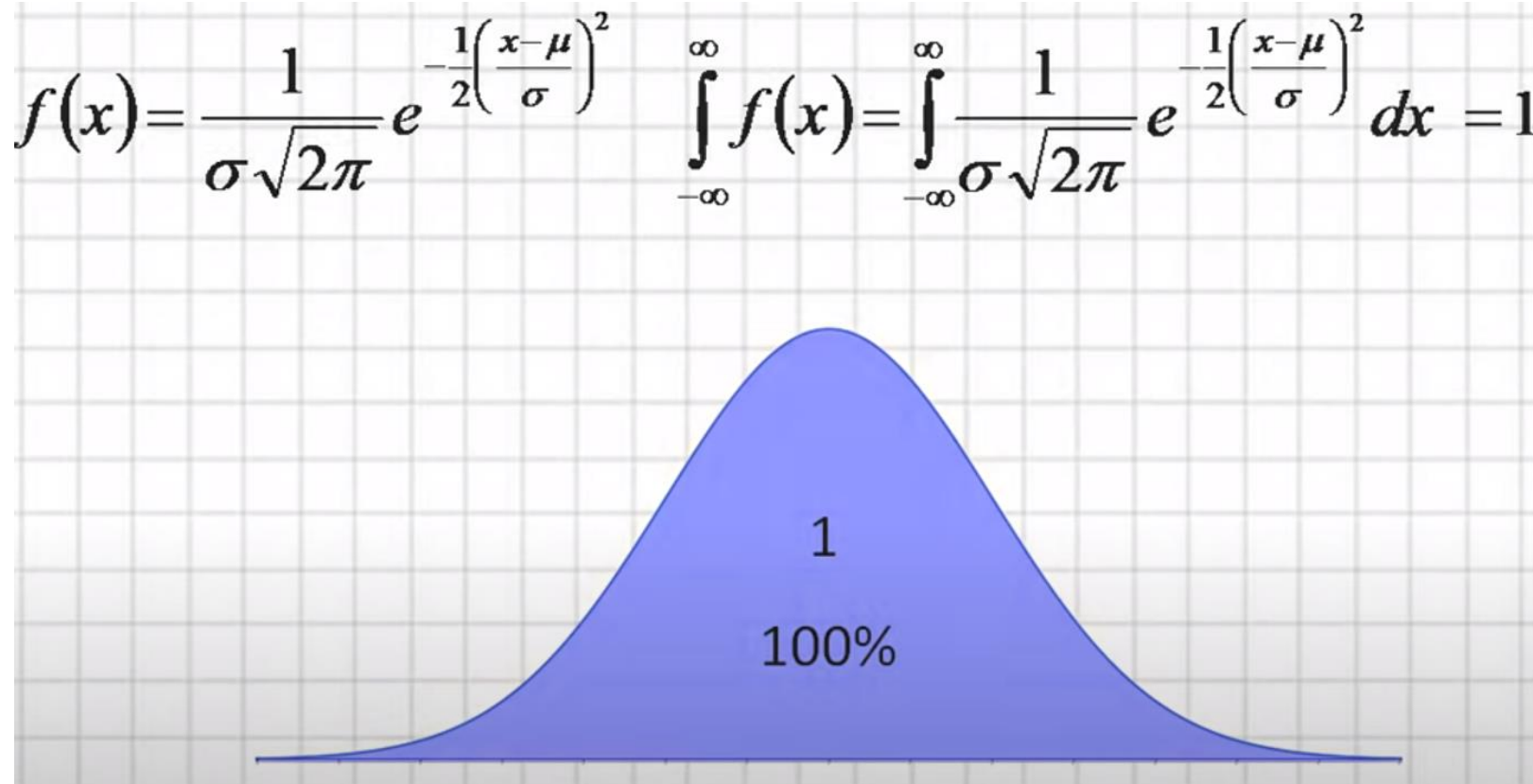
Carl Friedrich
Gauss

Distribución Normal - Características

- La distribución normal depende de la media (μ) y la desviación típica o estándar (σ)
- El área bajo la curva es 1
- Es simétrica respecto al centro o la media
- Siempre va a existir el 50% de valores a cada lado de la media
- Tiene una asíntota en $y = 0$

Distribución Normal - Características

- Si se integra la función de la distribución Normal desde $+\infty$ a $-\infty$ el resultado es 1
- Es muy útil saber que el área bajo la curva es 1 ya que se entiende que el 100% de la población está bajo el área de la curva

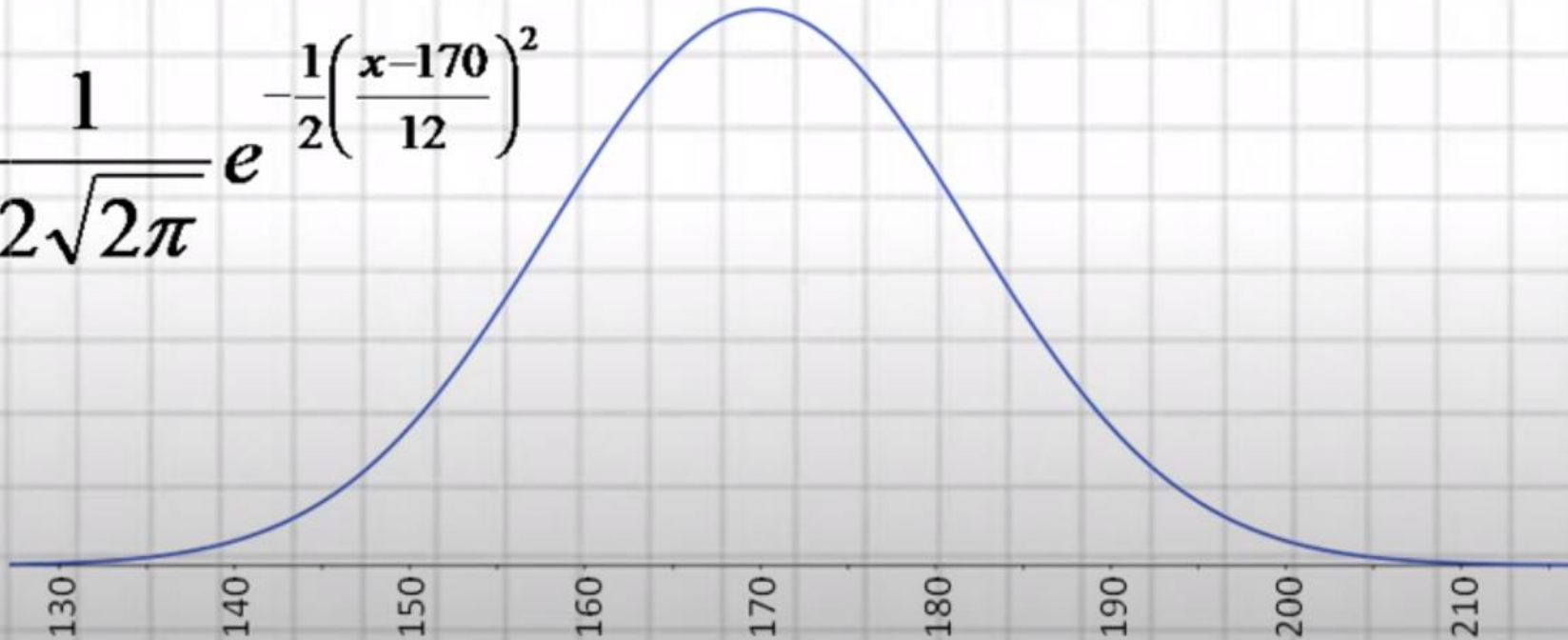


Distribución Normal - Ejemplos

Supongamos que en un determinado país la estatura de la población adulta sigue una distribución normal de media 170 cm y desviación típica igual a 12 cm

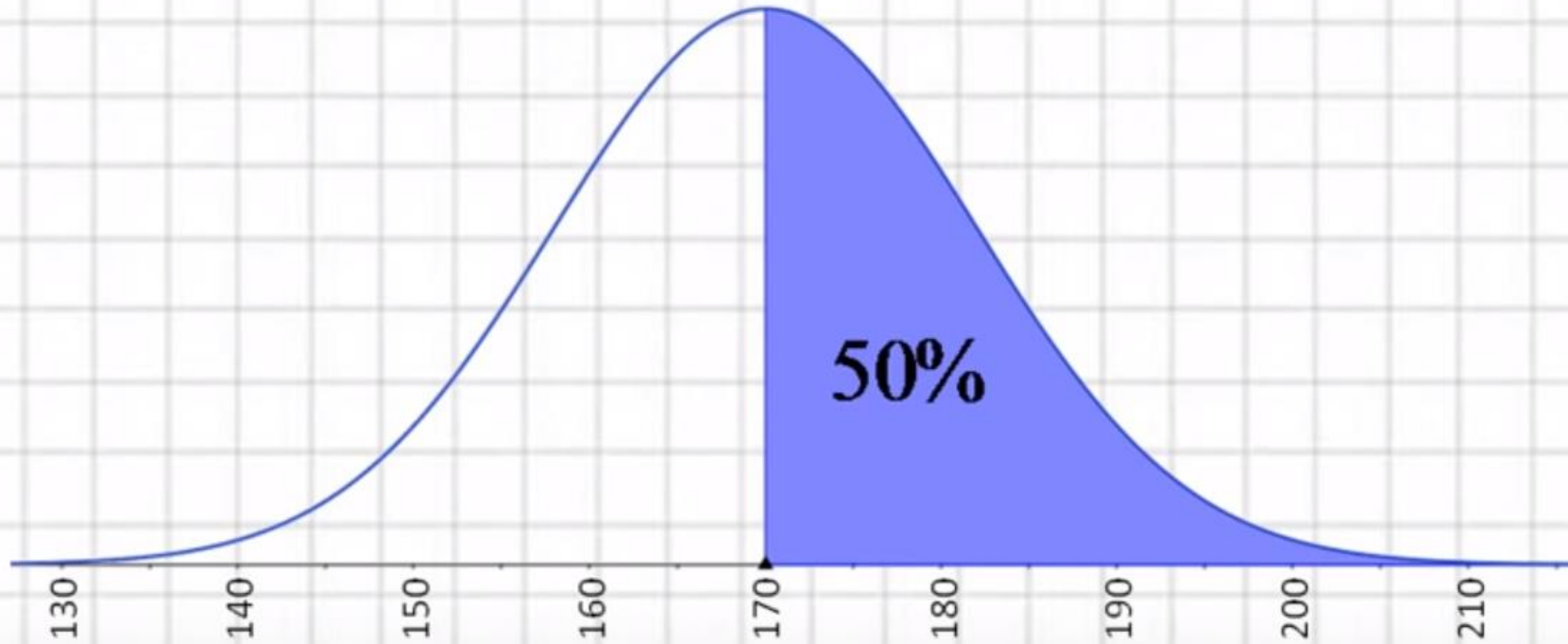
$$\mu = 170 \quad \sigma = 12 \quad N(170, 12)$$

$$f(x) = \frac{1}{12\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-170}{12}\right)^2}$$



Distribución Normal - Ejemplos

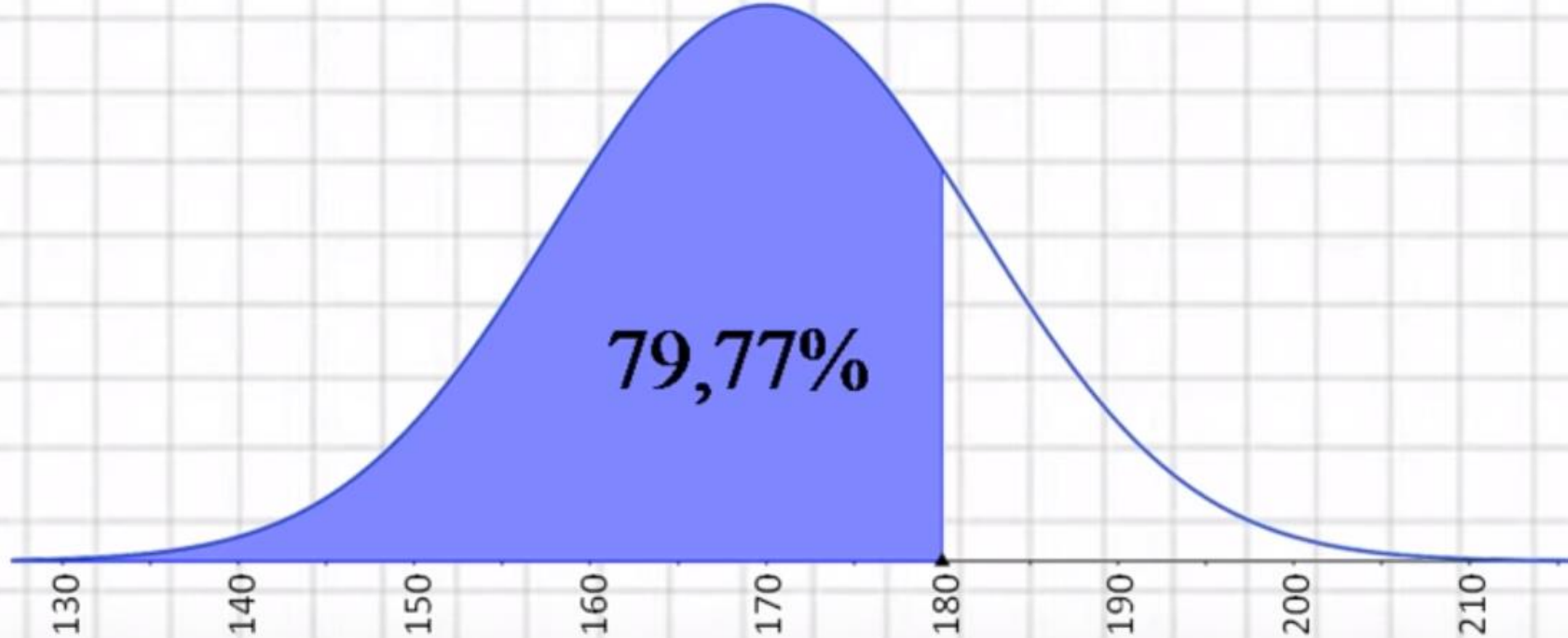
¿Qué porcentaje de esa población mide más de 170 cm?



$$\int_{170}^{\infty} \frac{1}{12\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-170}{12}\right)^2} dx = 0,5$$

Distribución Normal - Ejemplos

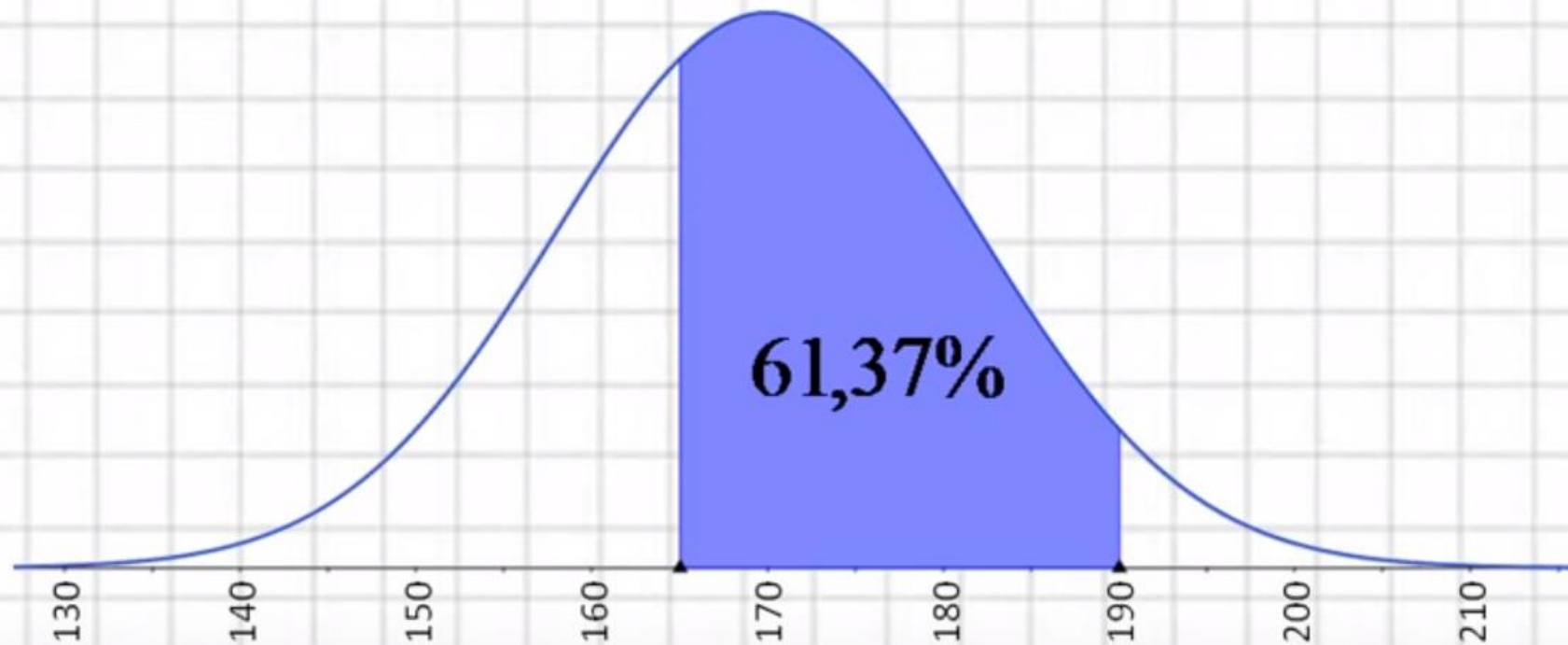
¿Qué porcentaje de esa población mide menos de 180 cm?



$$\int_{-\infty}^{180} \frac{1}{12\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-170}{12}\right)^2} dx = 0,7977$$

Distribución Normal - Ejemplos

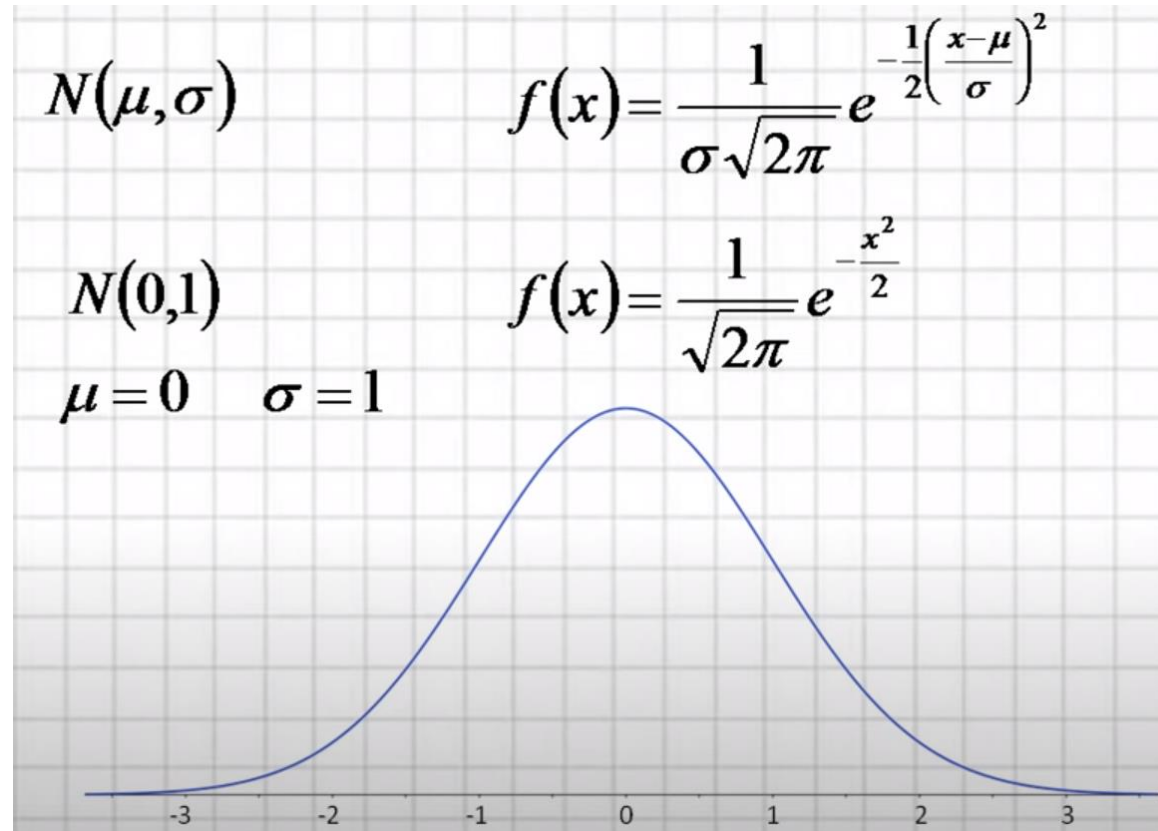
¿Qué porcentaje de esa población mide entre 165 y 190 cm?



$$\int_{165}^{190} \frac{1}{12\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-170}{12}\right)^2} dx = 0,6137$$

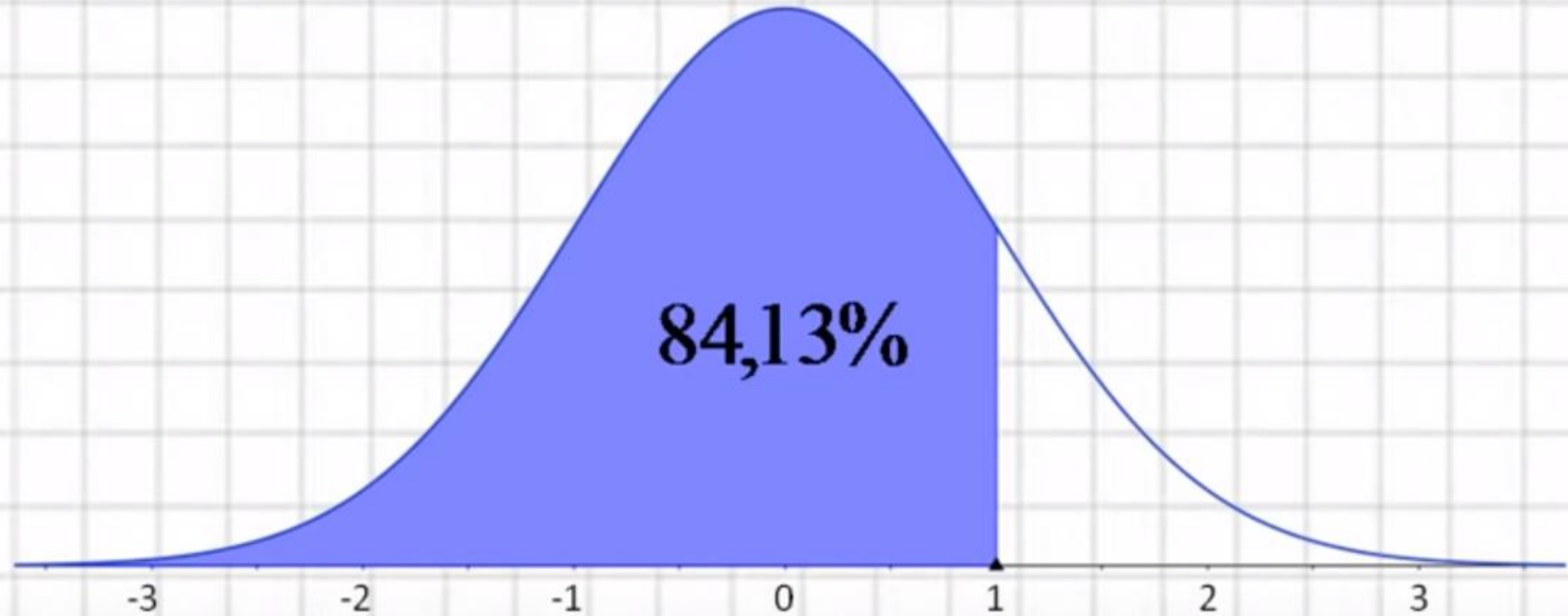
Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

- La distribución normal estandarizada o estándar es una distribución muy utilizada en los experimentos que permite simplificar la fórmula de la distribución normal. Para poder utilizar la tabla tenemos que transformar la variable X que sigue una distribución $N(\mu, \sigma)$ en otra variable Z que siga una distribución $N(0,1)$, se debe normalizar o tipificar la variable de estudio



Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

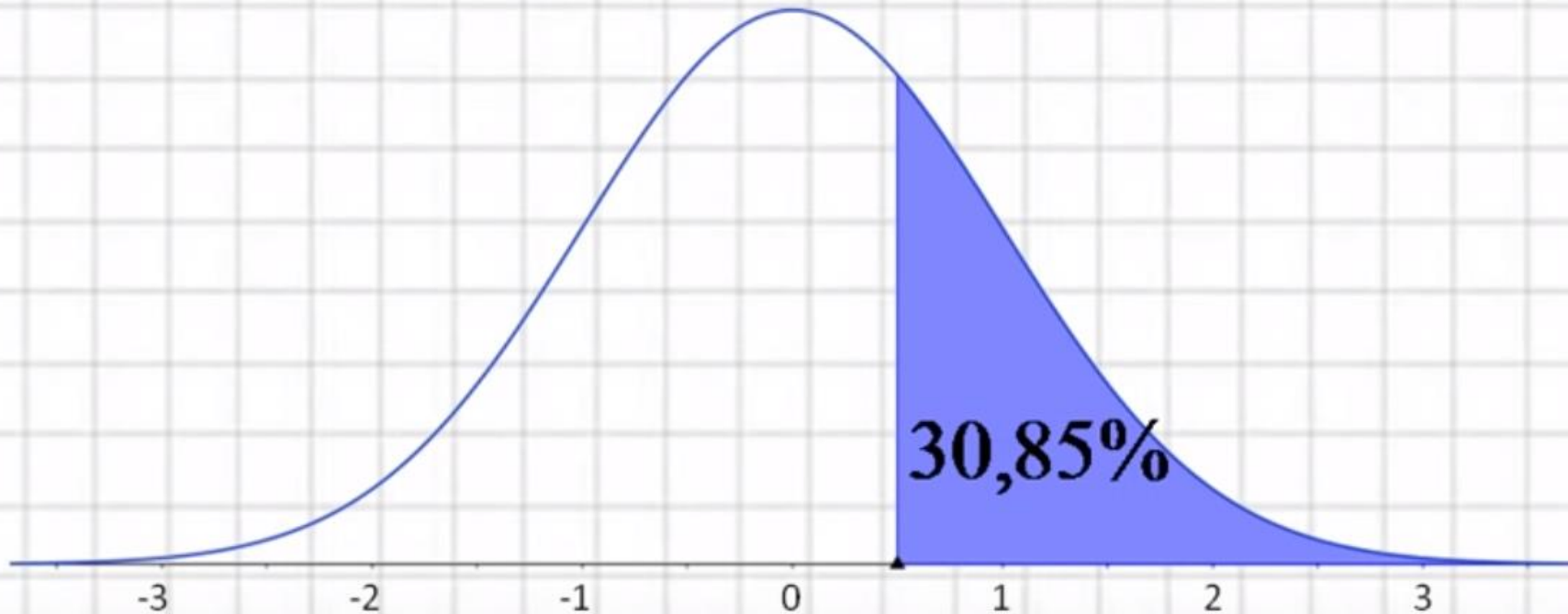
¿Qué porcentaje queda por debajo del valor 1?



$$\int_{-\infty}^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 0,8413$$

Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

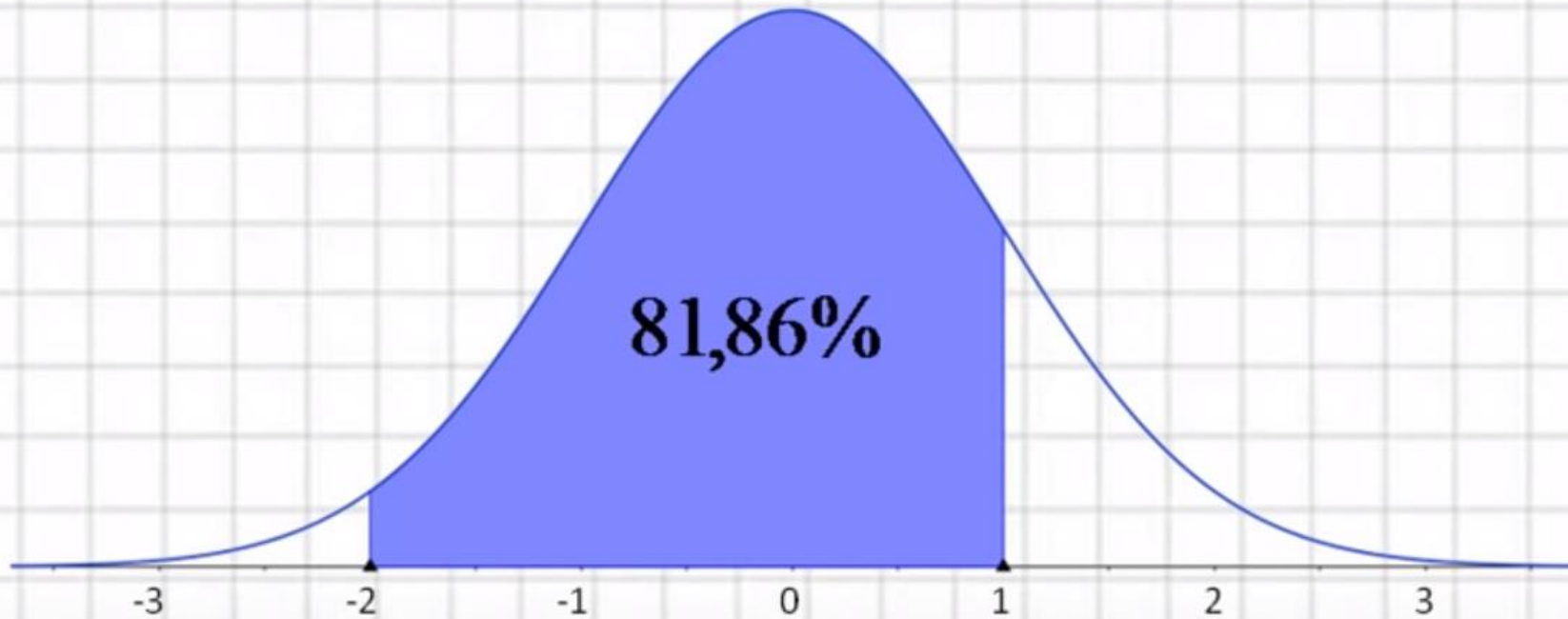
¿Qué porcentaje queda por encima del valor 0,5?



$$\int_{0,5}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 0,3085$$

Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

¿Qué porcentaje queda entre -2 y 1?

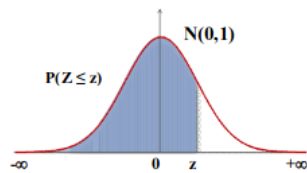


$$\int_{-2}^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 0,8186$$

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

- Para resolver integrales utilizar la tabla de distribución normal estándar que muestra la solución de varias integrales

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL $N(0,1)$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99979	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z , con distribución $N(0,1)$, esté por debajo del valor z .

La tabla sólo nos da el área que queda por debajo de un número positivo

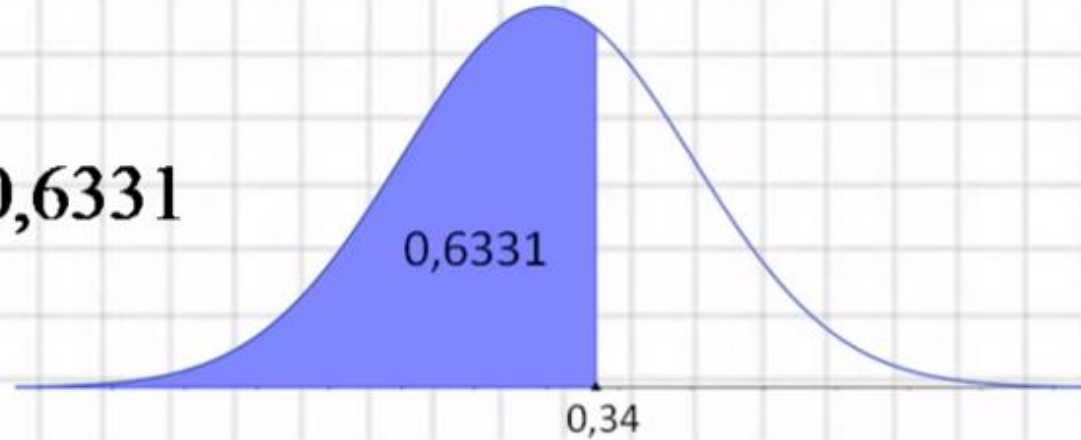
Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)



Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

¿Qué área queda por debajo del valor 0,34?

$$P(Z \leq 0,34) = 0,6331$$

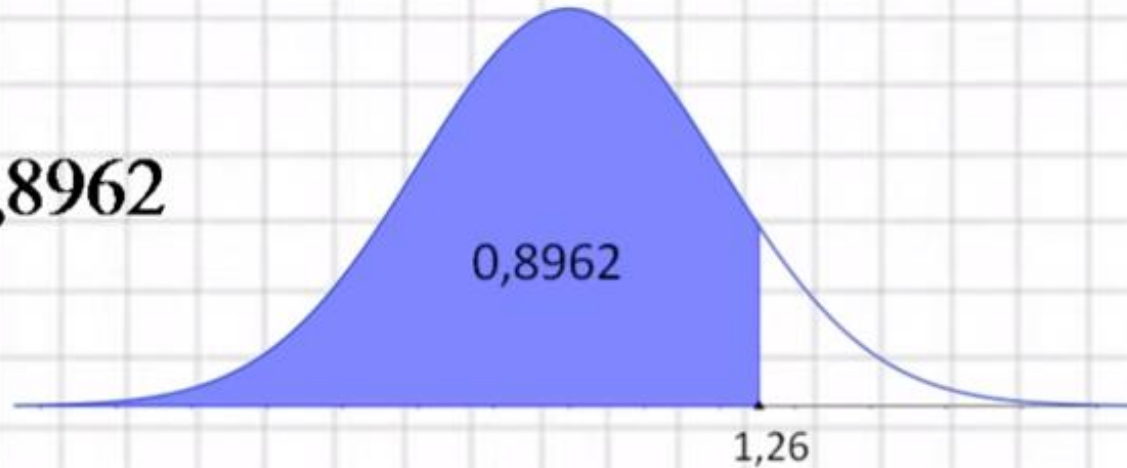


z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123

Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

¿Qué área queda por debajo del valor 1,26?

$$P(Z \leq 1,26) = 0,8962$$

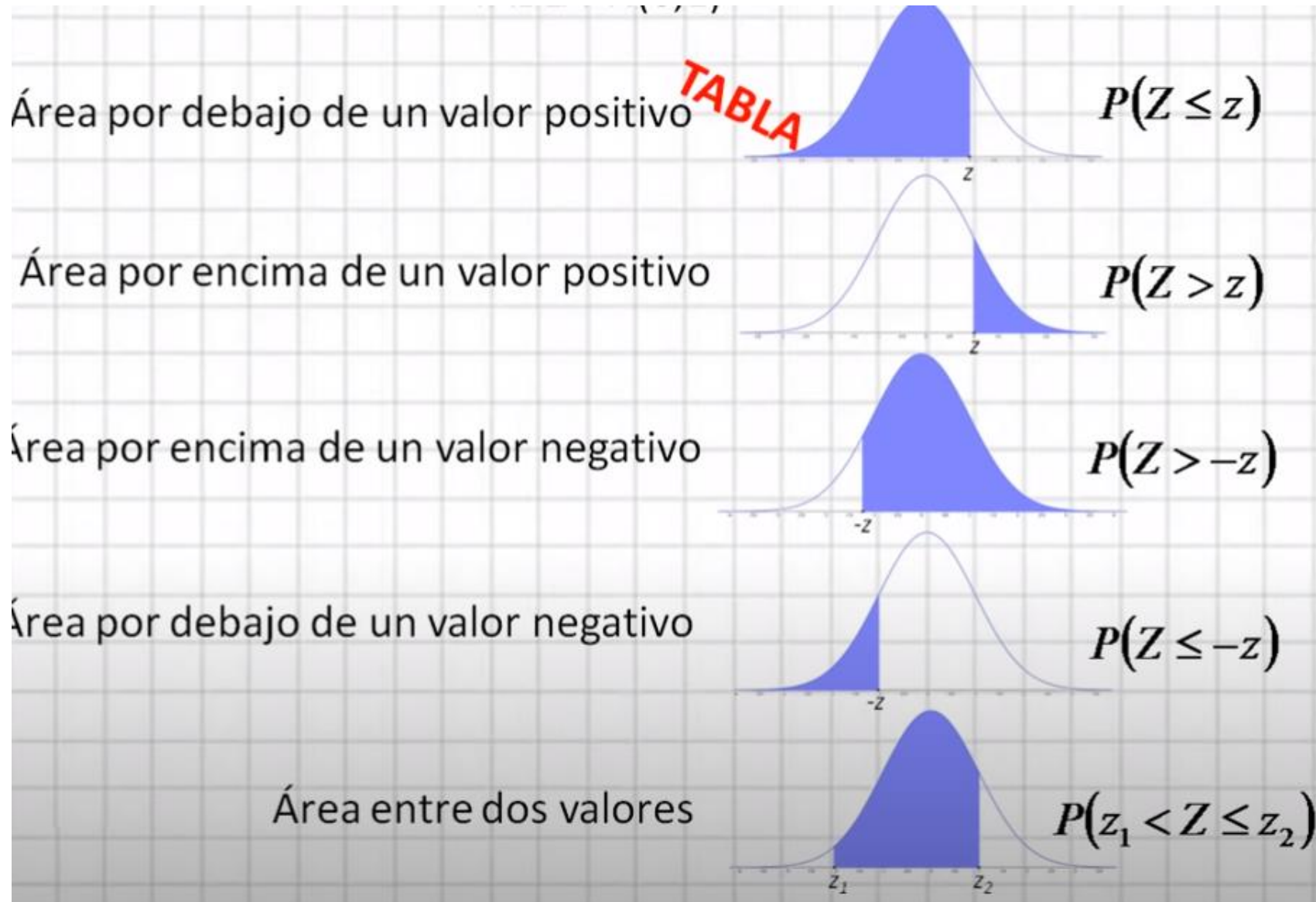


z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	<u>,06</u>	,07
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5
0,2	0,5793	0,5833	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8
<u>1,2</u>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	<u>0,8962</u>	0,8

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

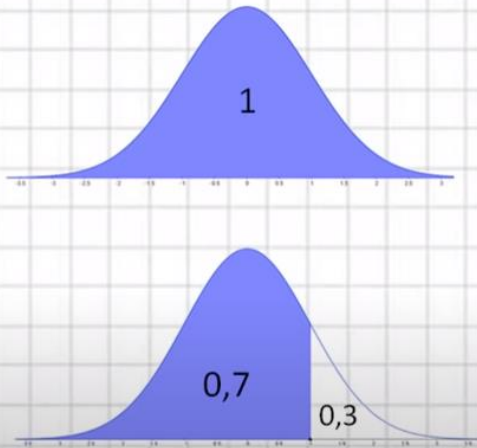
- ¿Cómo calculo el área que queda por encima de un valor determinado?
- ¿Y si el valor es negativo?

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

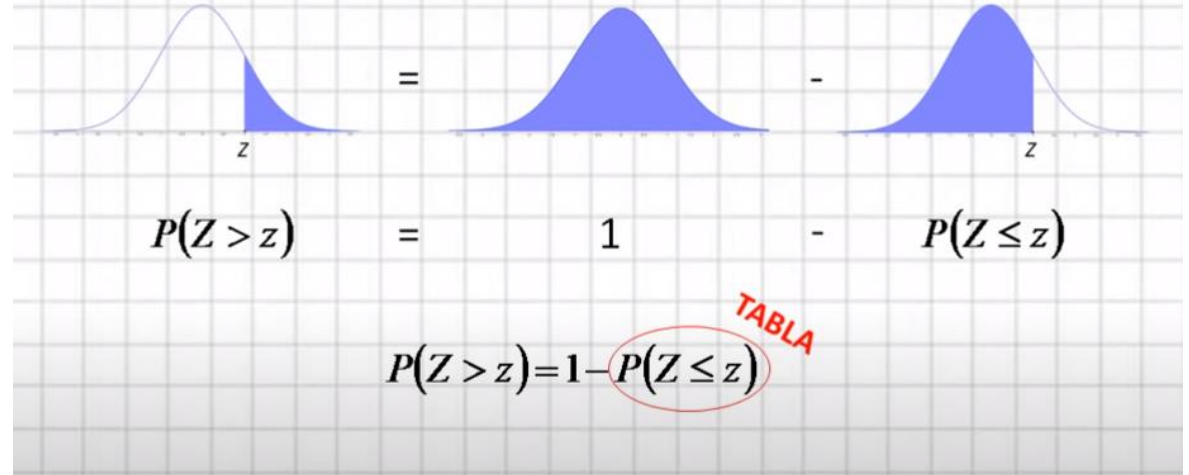


Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

Área por encima de un valor positivo

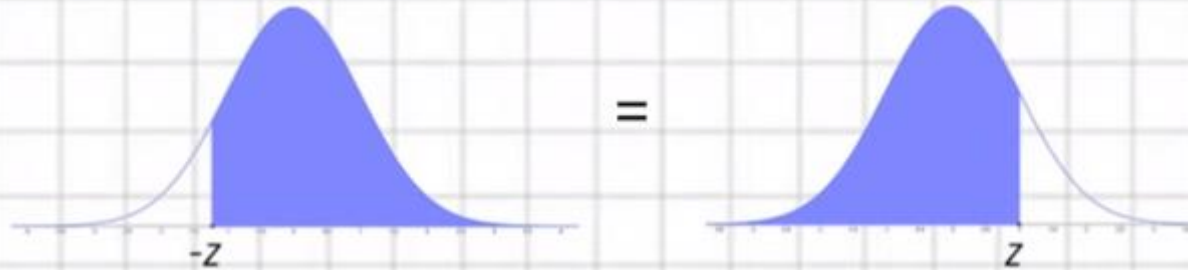


Área por encima de un valor positivo



Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

Área por encima de un valor negativo



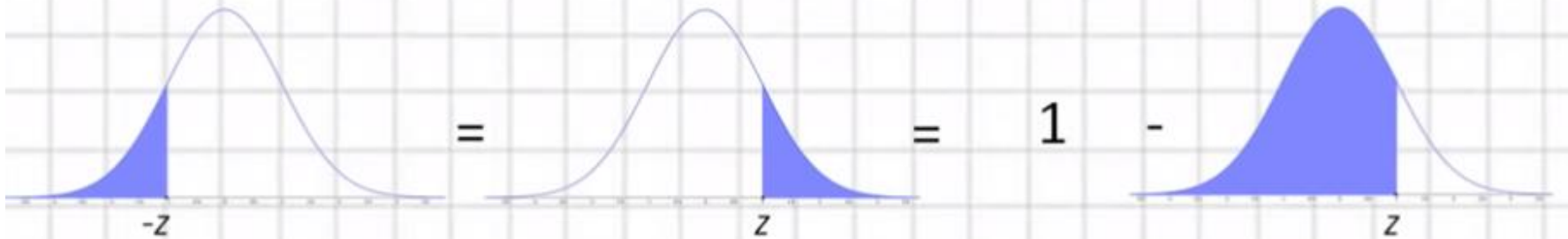
$$P(Z > -z) = P(Z \leq z)$$

$$P(Z > -z) = P(Z \leq z)$$

TABLA

Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

Área por debajo de un valor negativo



$$P(Z \leq -z) = P(Z > z) = 1 - P(Z \leq z)$$

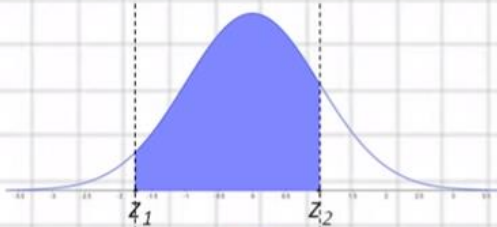
$$P(Z \leq -z) = P(Z > z) = 1 - P(Z \leq z)$$

TABLA

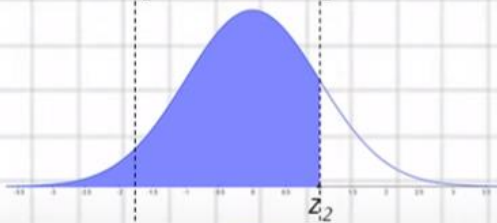
Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

Área entre dos valores

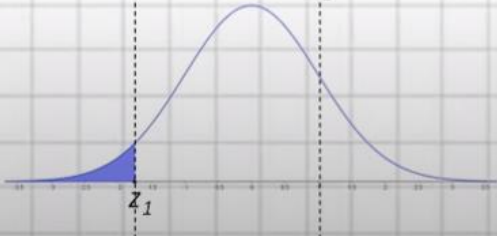
$$P(z_1 < Z \leq z_2)$$



$$P(Z \leq z_2)$$

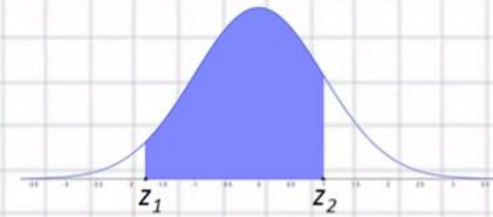


$$P(Z \leq z_1)$$



Área entre dos valores

$$P(z_1 < Z \leq z_2)$$



$$P(z_1 < Z \leq z_2) = \overset{\text{TABLA}}{P(Z \leq z_2)} - \overset{\text{TABLA}}{P(Z \leq z_1)}$$

Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

$$P(Z \leq z)$$

TABLA

$$P(Z > z) = 1 - P(Z \leq z)$$

$$P(Z > -z) = P(Z \leq z)$$

$$P(Z \leq -z) = P(Z > z) = 1 - P(Z \leq z)$$

$$P(z_1 < Z \leq z_2) = P(Z \leq z_2) - P(Z \leq z_1)$$

Distribución Normal Estandarizada – N(0,1)

$$P(Z \leq z)$$

TABLA

$$P(Z > z) = 1 - P(Z \leq z)$$

$$P(Z > -z) = P(Z \leq z)$$

$$P(Z \leq -z) = P(Z > z) = 1 - P(Z \leq z)$$

$$P(z_1 < Z \leq z_2) = P(Z \leq z_2) - P(Z \leq z_1)$$

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

Dada una distribución $N(0,1)$ calcula $P(Z \leq 1,25)$

$P(Z \leq 1,25) = 0,8944$

TABLA

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,523
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,563
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,602
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,640
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,855
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,877
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,896
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,913
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,927

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

Dada una distribución $N(0,1)$ calcula $P(Z > 0,64)$

$$P(Z > 0,64) = 1 - P(Z \leq 0,64) \overset{\text{TABLA}}{=} 1 - 0,7389 = 0,2611$$

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,523
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,563
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,602
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,640
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,677
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,712
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,745
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,776

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

Dada una distribución $N(0,1)$ calcula $P(Z > -1,58)$

$$P(Z > -1,58) = P(Z \leq 1,58) \overset{\text{TABLA}}{=} 0,9429$$

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7122	0,7156	0,7189	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7421	0,7453	0,7484	0,7515	0,7546
0,7	0,7577	0,7607	0,7637	0,7667	0,7696	0,7725	0,7754	0,7783	0,7811	0,7840
0,8	0,7868	0,7896	0,7924	0,7952	0,7979	0,8006	0,8033	0,8059	0,8085	0,8111
0,9	0,8136	0,8162	0,8187	0,8212	0,8237	0,8261	0,8285	0,8309	0,8332	0,8356
1,0	0,8379	0,8401	0,8423	0,8445	0,8467	0,8488	0,8508	0,8528	0,8548	0,8567
1,1	0,8586	0,8605	0,8623	0,8641	0,8659	0,8676	0,8693	0,8710	0,8728	0,8745
1,2	0,8762	0,8779	0,8795	0,8811	0,8827	0,8843	0,8859	0,8874	0,8889	0,8905
1,3	0,8920	0,8935	0,8950	0,8965	0,8979	0,8993	0,9008	0,9022	0,9036	0,9049
1,4	0,9063	0,9076	0,9089	0,9102	0,9115	0,9127	0,9140	0,9152	0,9164	0,9177
1,5	0,9188	0,9199	0,9211	0,9222	0,9232	0,9242	0,9252	0,9261	0,9271	0,9281
1,6	0,9291	0,9300	0,9309	0,9318	0,9327	0,9336	0,9345	0,9354	0,9362	0,9371
1,7	0,9379	0,9387	0,9395	0,9403	0,9411	0,9418	0,9426	0,9433	0,9440	0,9446
1,8	0,9453	0,9459	0,9465	0,9471	0,9477	0,9482	0,9488	0,9493	0,9498	0,9503
1,9	0,9508	0,9513	0,9518	0,9522	0,9527	0,9531	0,9535	0,9539	0,9543	0,9547

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

Dada una distribución $N(0,1)$ calcula $P(Z \leq -1)$

$$P(Z \leq -1) = P(Z > 1) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0,8413 = 0,1587$$

TABLA

z	,00	,01	,02	,03	,04
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

Dada una distribución $N(0,1)$ calcula $P(0,43 < Z \leq 1,17)$

$$\begin{aligned} P(0,43 < Z \leq 1,17) &= P(Z \leq 1,17) - P(Z \leq 0,43) \\ &= 0,8790 - 0,6664 = 0,2126 \end{aligned}$$

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

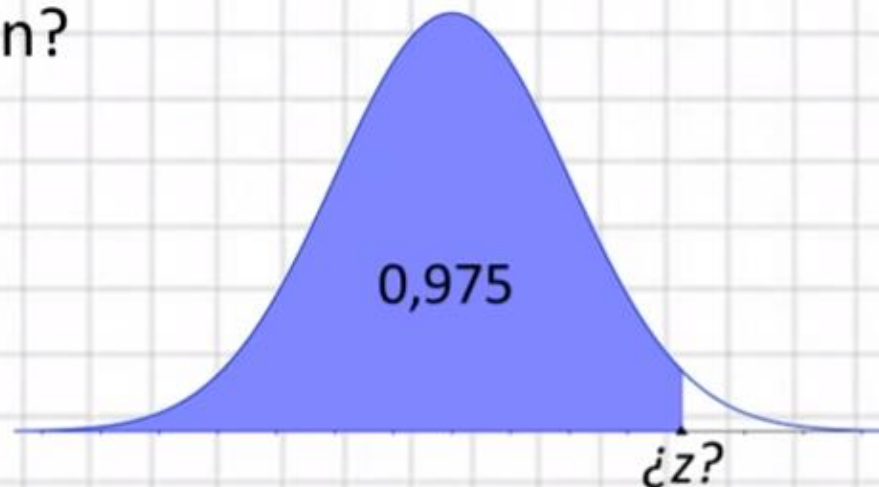
Dada una distribución $N(0,1)$ calcula $P(-0,43 < Z \leq 1,17)$

$$\begin{aligned} P(-0,43 < Z \leq 1,17) &= P(Z \leq 1,17) - P(Z \leq -0,43) \\ &= P(Z \leq 1,17) - P(Z > 0,43) \\ &= P(Z \leq 1,17) - [1 - P(Z \leq 0,43)] \\ &= 0,8790 - (1 - 0,6664) \\ &= 0,8790 - 0,3336 = 0,5454 \end{aligned}$$

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

Dada una distribución $N(0,1)$, ¿qué valor deja por debajo de sí al 97,5% de la población?

$$z = 1,96$$



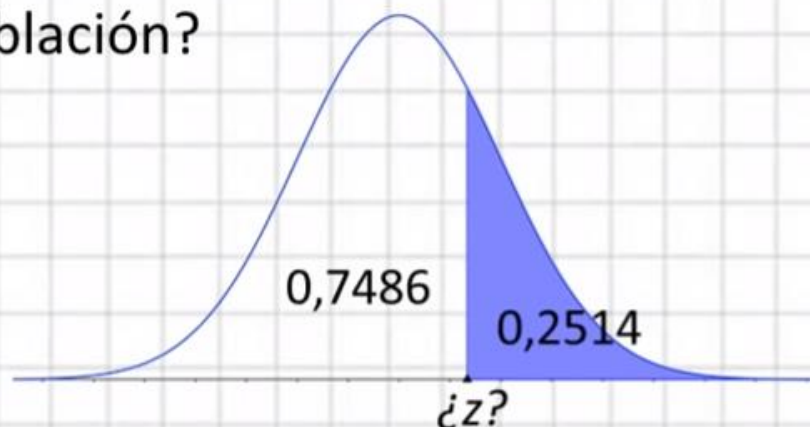
z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767

Distribución Normal Estandarizada – $N(0,1)$

Dada una distribución $N(0,1)$, ¿qué valor deja por encima de sí al 25,14% de la población?

$$1 - 0,2514 = 0,7486$$

$$z = 0,67$$



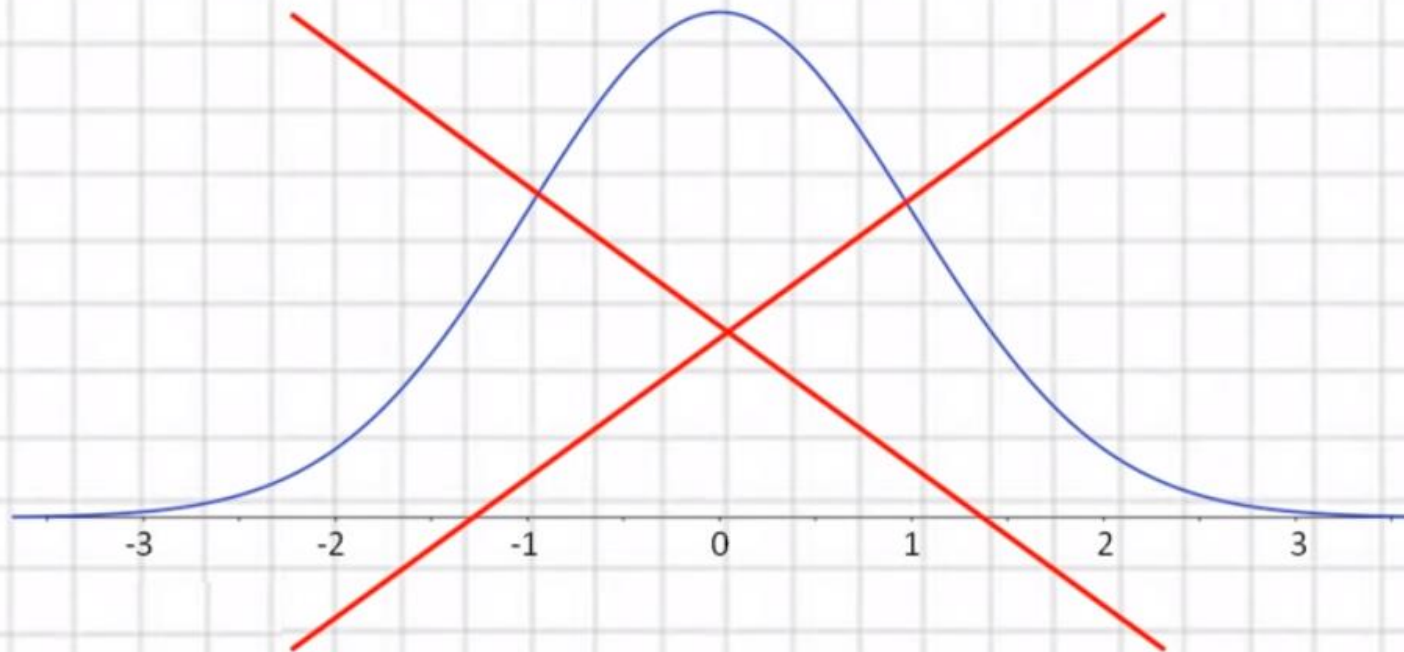
z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852

Tipificar una variable

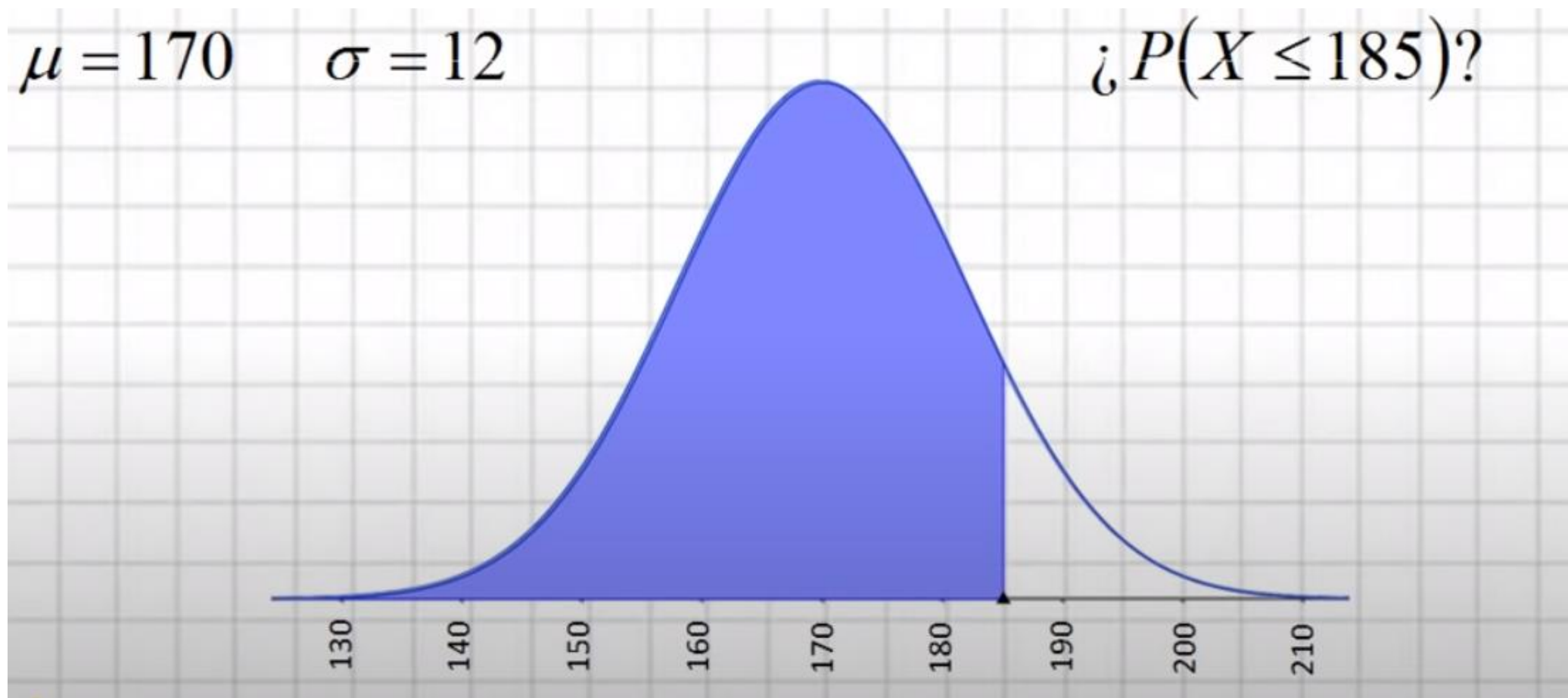
Supongamos que en un determinado país la estatura de la población adulta sigue una distribución $N(170,12)$
¿Qué porcentaje de esa población mide menos de 185 cm?

$$\mu = 170 \quad \sigma = 12$$

$$¿P(X \leq 185)?$$



Tipificar una variable



Tipificar una variable

- Para resolver el problema anterior se debe TIPIFICAR LA VARIABLE que básicamente consiste en transformar la variable de un ejercicio planteado con la distribución normal $N(\mu, \sigma)$ en su equivalente en la distribución normal estándar $N(0, 1)$, con el fin de poder usar la tabla.
- Esta transformación consiste en:
 - Trasladar o centrar, es decir, hacer la media cero ($\mu = 0$).
 - Reducir (contraer o dilatar), es decir, hacer la desviación típica uno ($\sigma = 1$).
- Para ello se utiliza la fórmula

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

x = el valor de la variable del ejercicio planteado

z = valor que busco de la tabla

Tipificar una variable

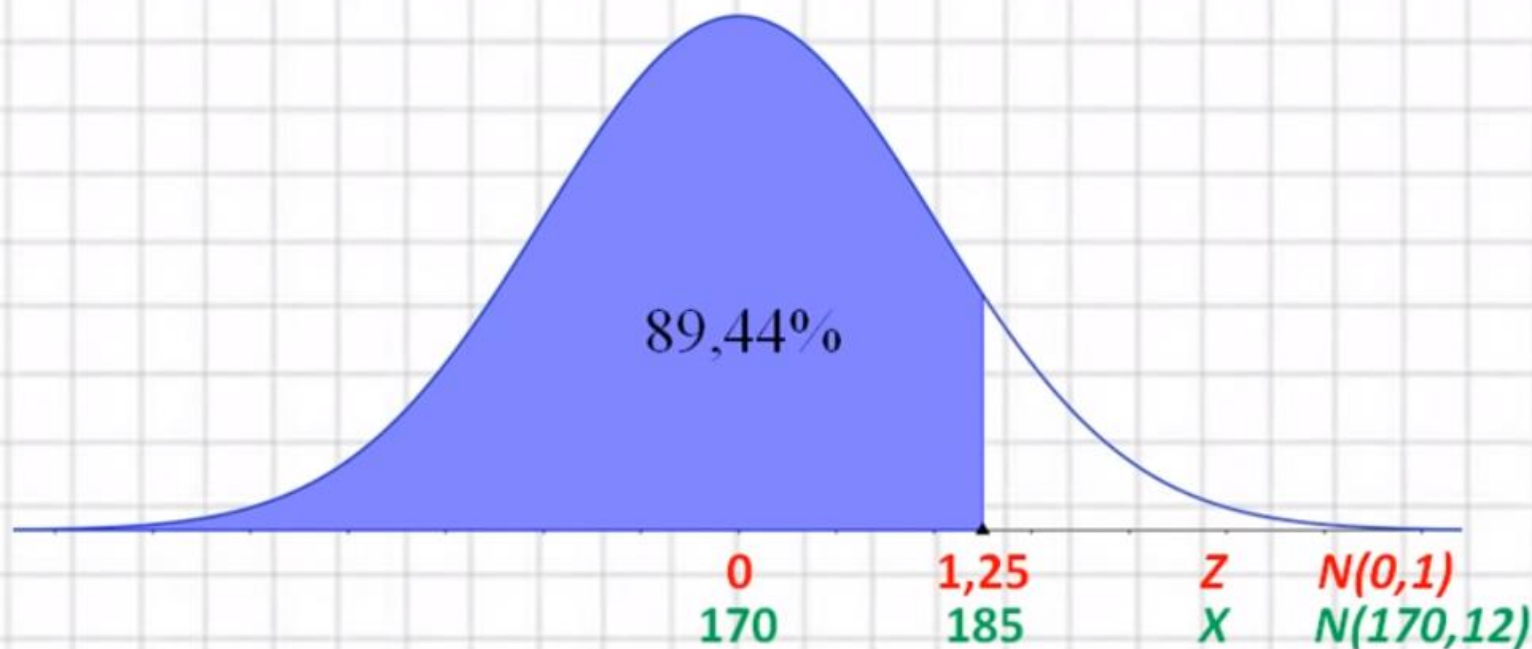
$N(170,12)$

¿ $P(X \leq 185)$?

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad z = \frac{185 - 170}{12} \quad z = 1,25$$

$P(X \leq 185) = P(Z \leq 1,25) = 0,8944$

TABLA

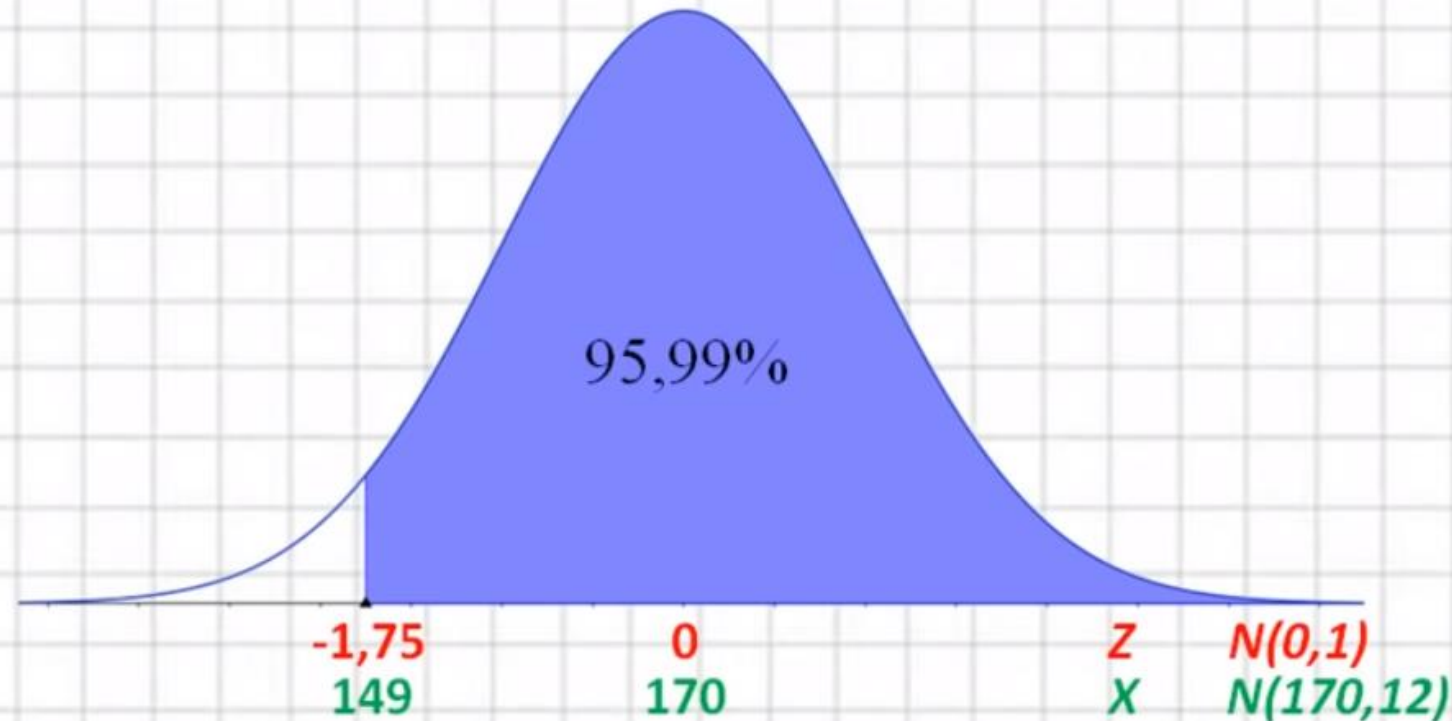


Tipificar una variable

¿Y qué porcentaje de esa población mide más de 149 cm?

$$¿P(X > 149)? \quad z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad z = \frac{149 - 170}{12} \quad z = -1,75$$

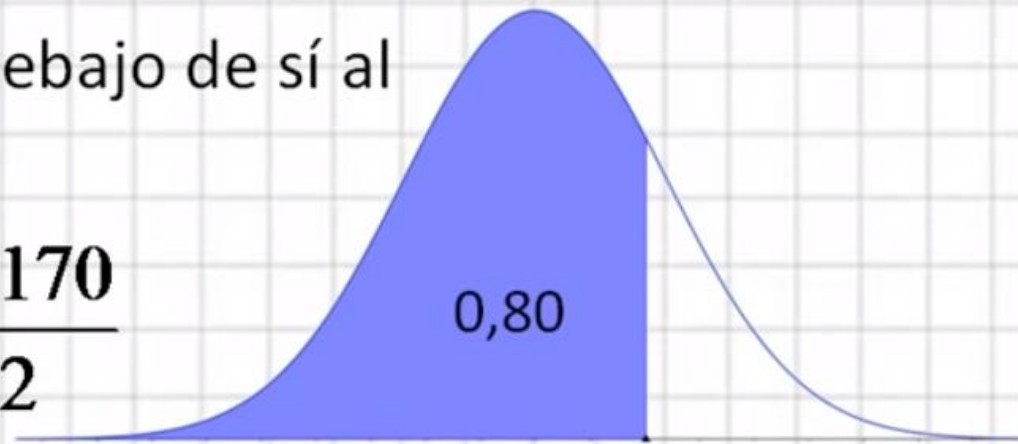
$$P(X > 149) = P(Z > -1,75) = P(Z \leq 1,75) \overset{\text{TABLA}}{=} 0,9599$$



Tipificar una variable

¿Y qué estatura deja por debajo de sí al 80% de la población?

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad 0,84 = \frac{x - 170}{12}$$



$$0,84 \cdot 12 + 170 = x \quad x = 180,08$$

¿z?

z = 0,84

x = 180,08

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389

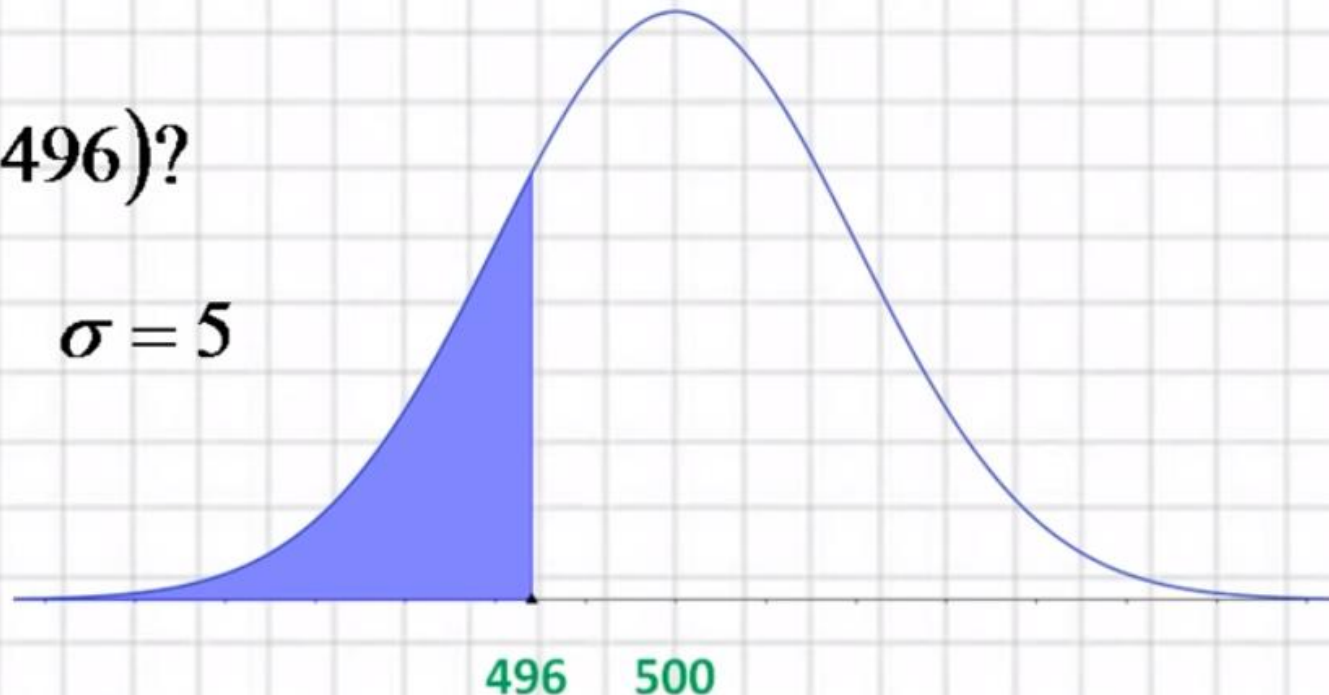
Tipificar una variable

El peso en gramos de las cajas de cereales de cierta marca sigue una distribución $N(500,5)$

Calcula la probabilidad de encontrar una caja que pese menos de 496 g

$$¿P(X \leq 496)?$$

$$\mu = 500 \quad \sigma = 5$$



Tipificar una variable

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad z = \frac{496 - 500}{5} \quad z = -0,8$$

$$P(X \leq 496) = P(Z \leq -0,8) = P(Z > 0,8) = 1 - P(Z \leq 0,8)$$

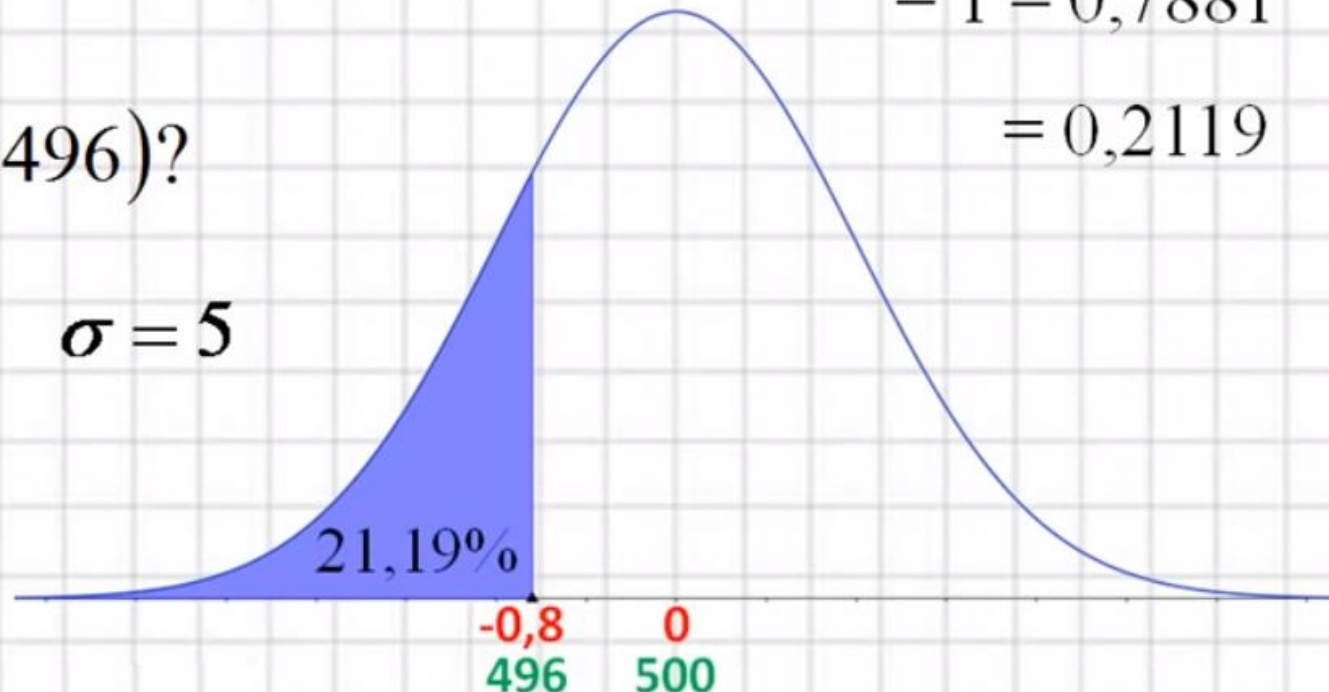
TABLA

$$= 1 - 0,7881$$

$$= 0,2119$$

¿ $P(X \leq 496)$?

$$\mu = 500 \quad \sigma = 5$$



Tipificar una variable

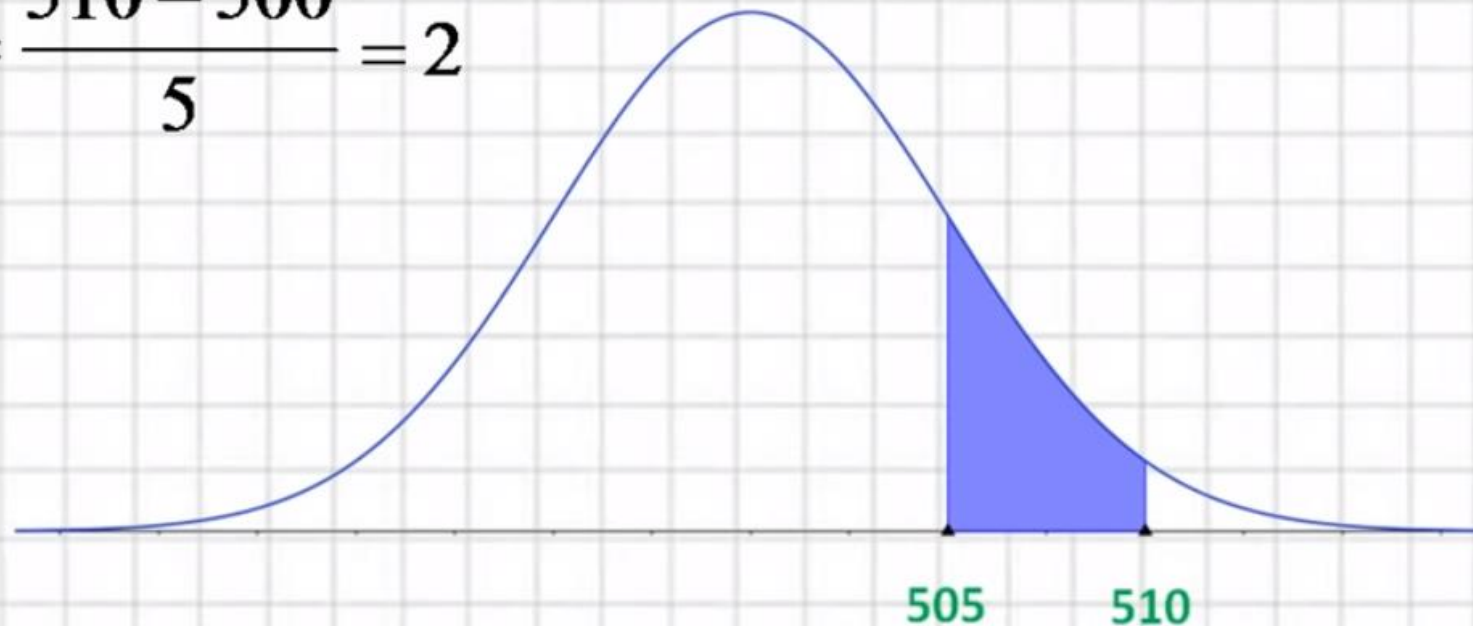
¿Y qué porcentaje de cajas pesa entre 505 y 510 gramos?

$$\mu = 500 \quad \sigma = 5$$

$$¿P(505 < X \leq 510)?$$

$$Z_{505} = \frac{505 - 500}{5} = 1$$

$$Z_{510} = \frac{510 - 500}{5} = 2$$



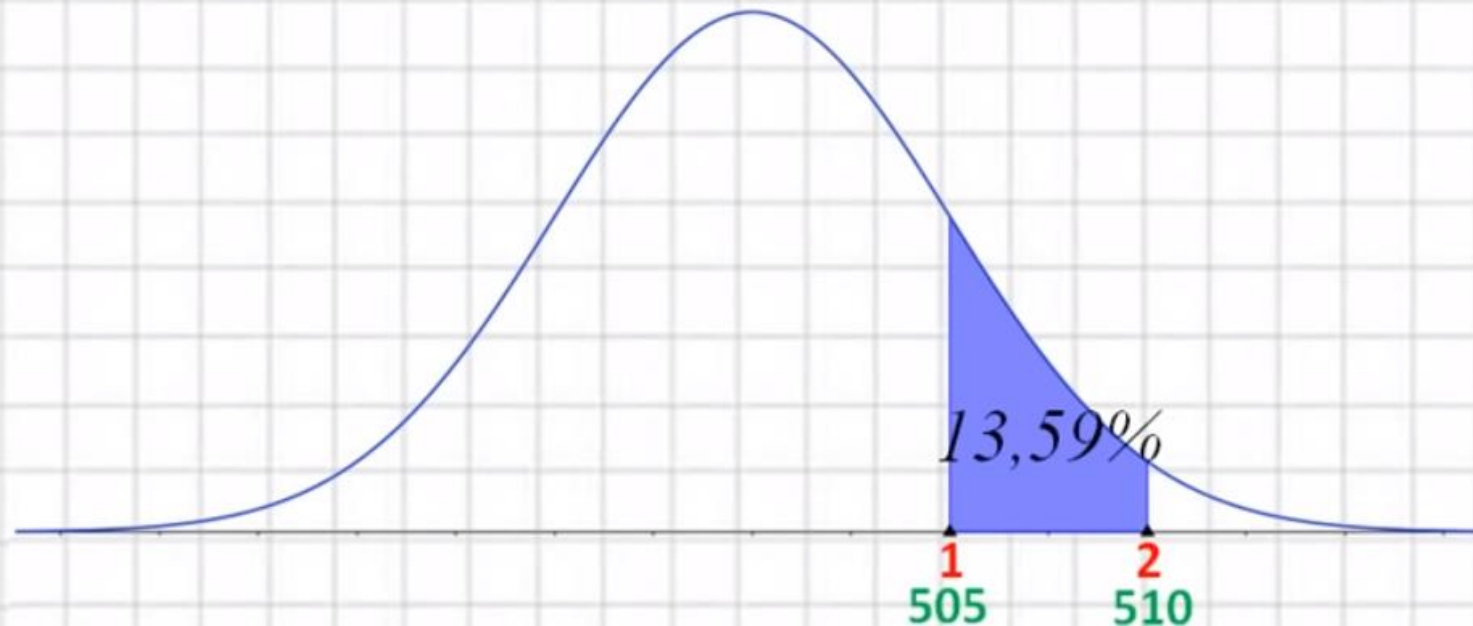
Tipificar una variable

¿Y qué porcentaje de cajas pesa entre 505 y 510 gramos?

$$\mu = 500 \quad \sigma = 5$$

$$¿P(505 < X \leq 510)?$$

$$\begin{aligned} P(505 < X \leq 510) &= P(1 < Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq 1) \\ &= 0,9772 - 0,8413 = 0,1359 \end{aligned}$$



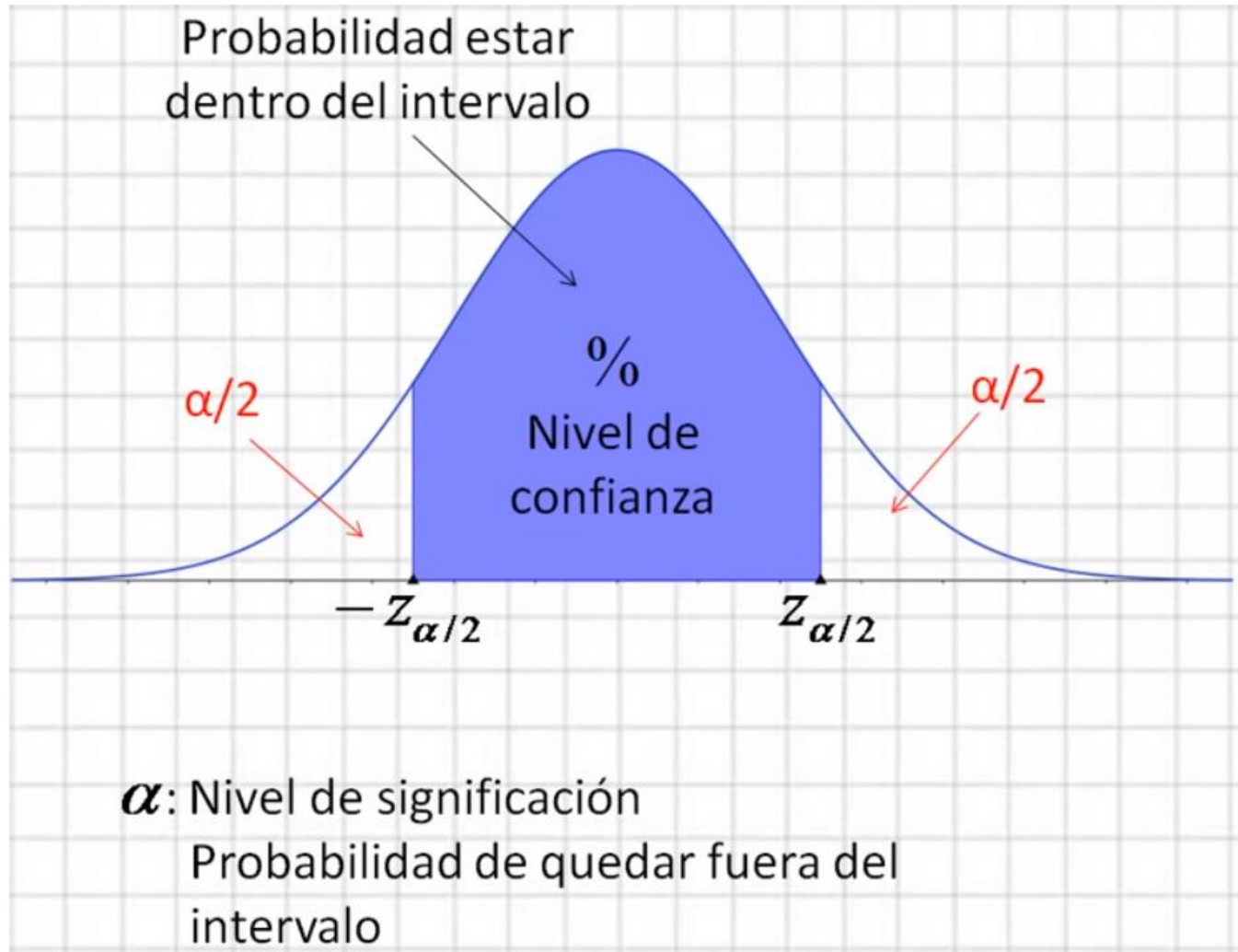
Intervalo de confianza

- Se llama intervalo de confianza a un par o varios pares de números entre los cuales se estima que estará cierto valor desconocido con un determinado nivel de confianza. Formalmente, estos números determinan un intervalo, que se calcula a partir de datos de una muestra, y el valor desconocido es un parámetro poblacional.
- Es encontrar dos valores simétricos respecto a la media (1 y -1, 2 y -2); que dentro de sí encierren un porcentaje que yo quiero saber.
- Por ejemplo entre que dos valores esta el 70% o el 80%

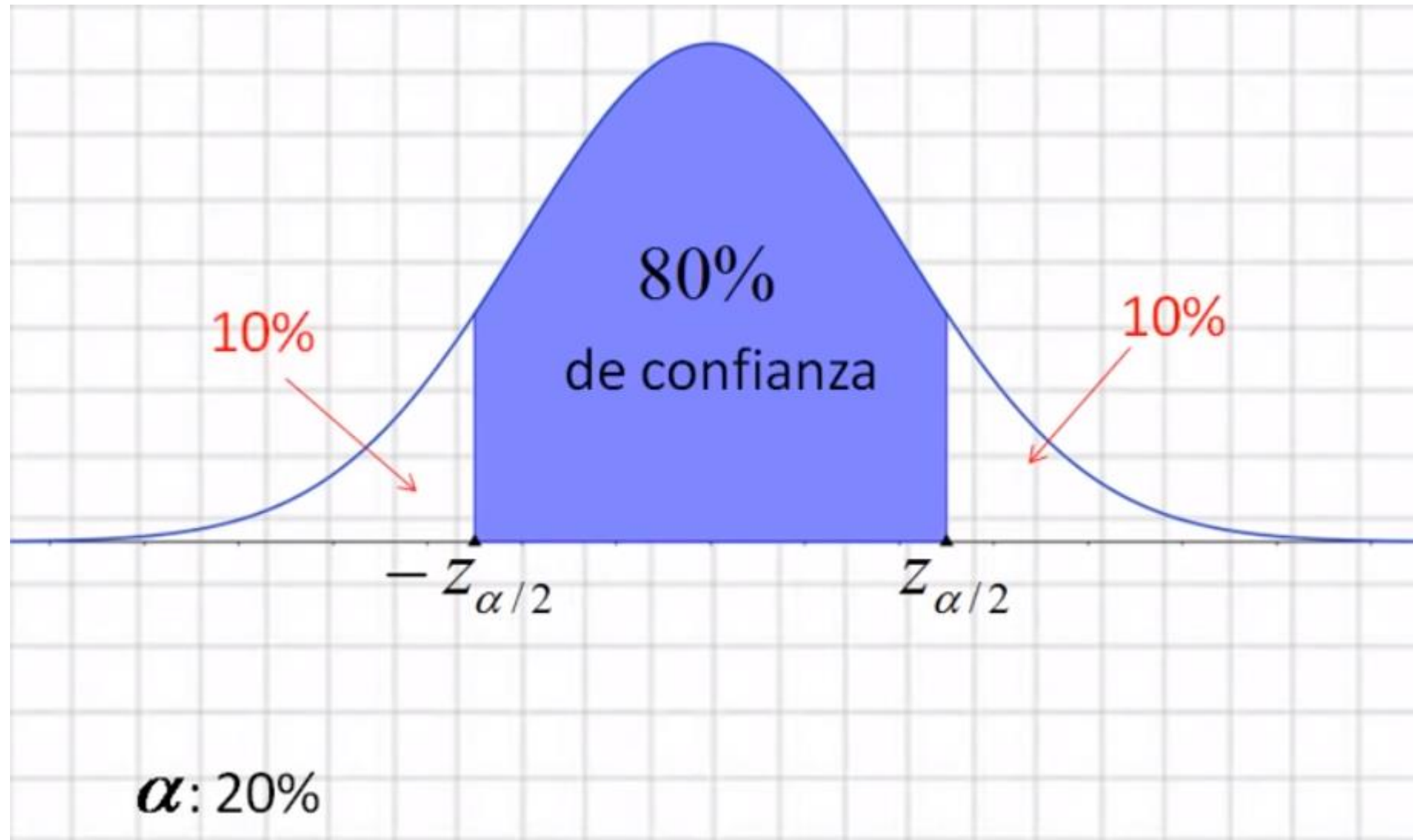


Intervalo de confianza

- El nivel de significación (α) es la probabilidad de no estar dentro del intervalo



Intervalo de confianza

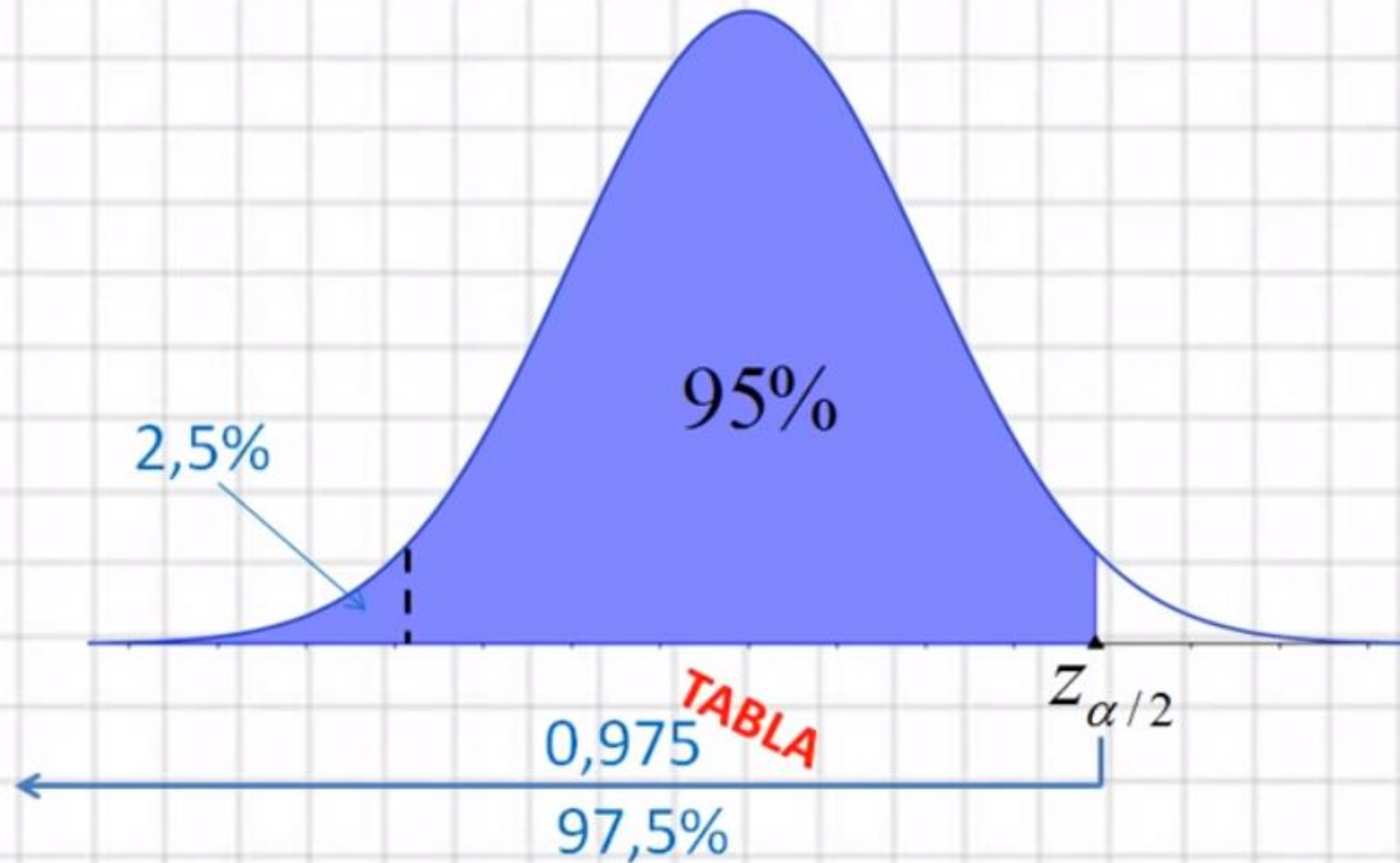


Intervalo de confianza



Intervalo de confianza – Ejercicio 1

Calcula el intervalo de confianza del 95%

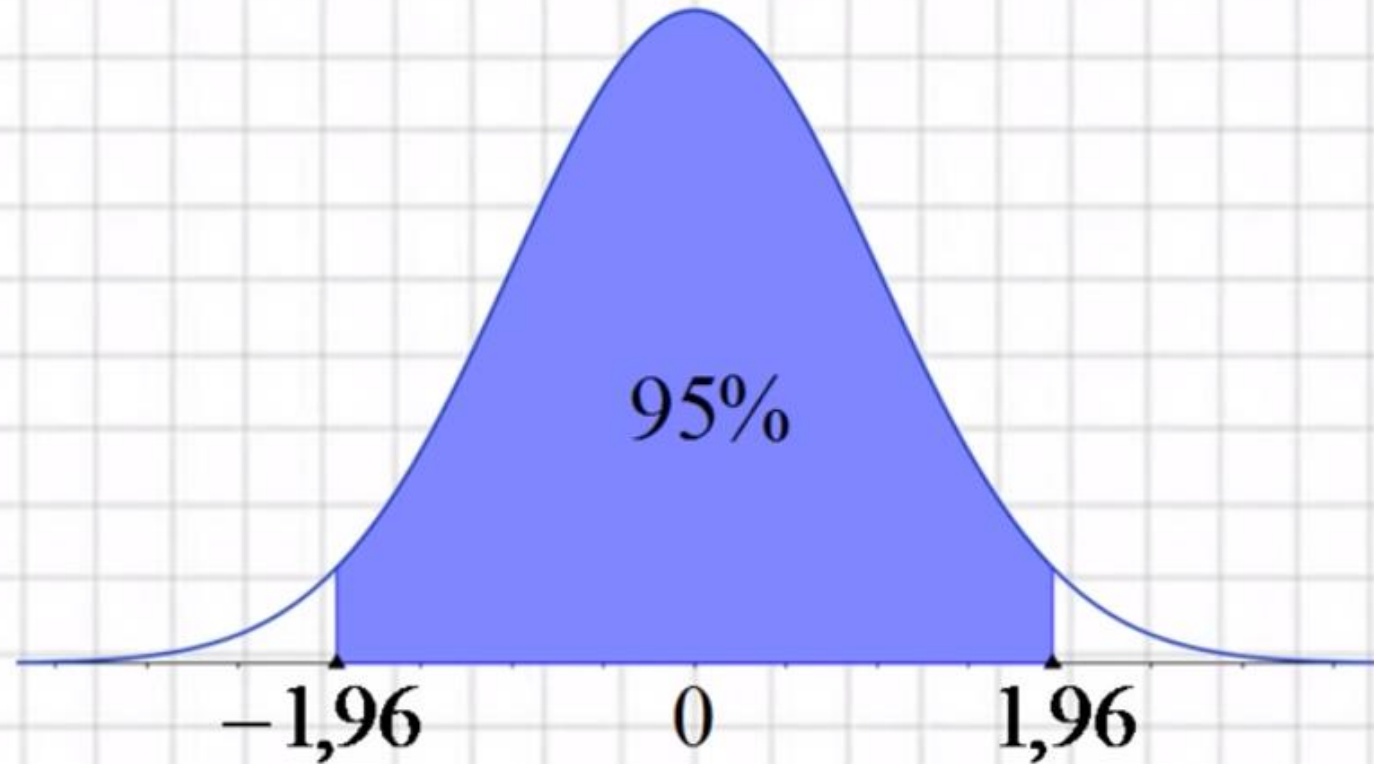


Intervalo de confianza – Ejercicio 1

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

Intervalo de confianza – Ejercicio 1

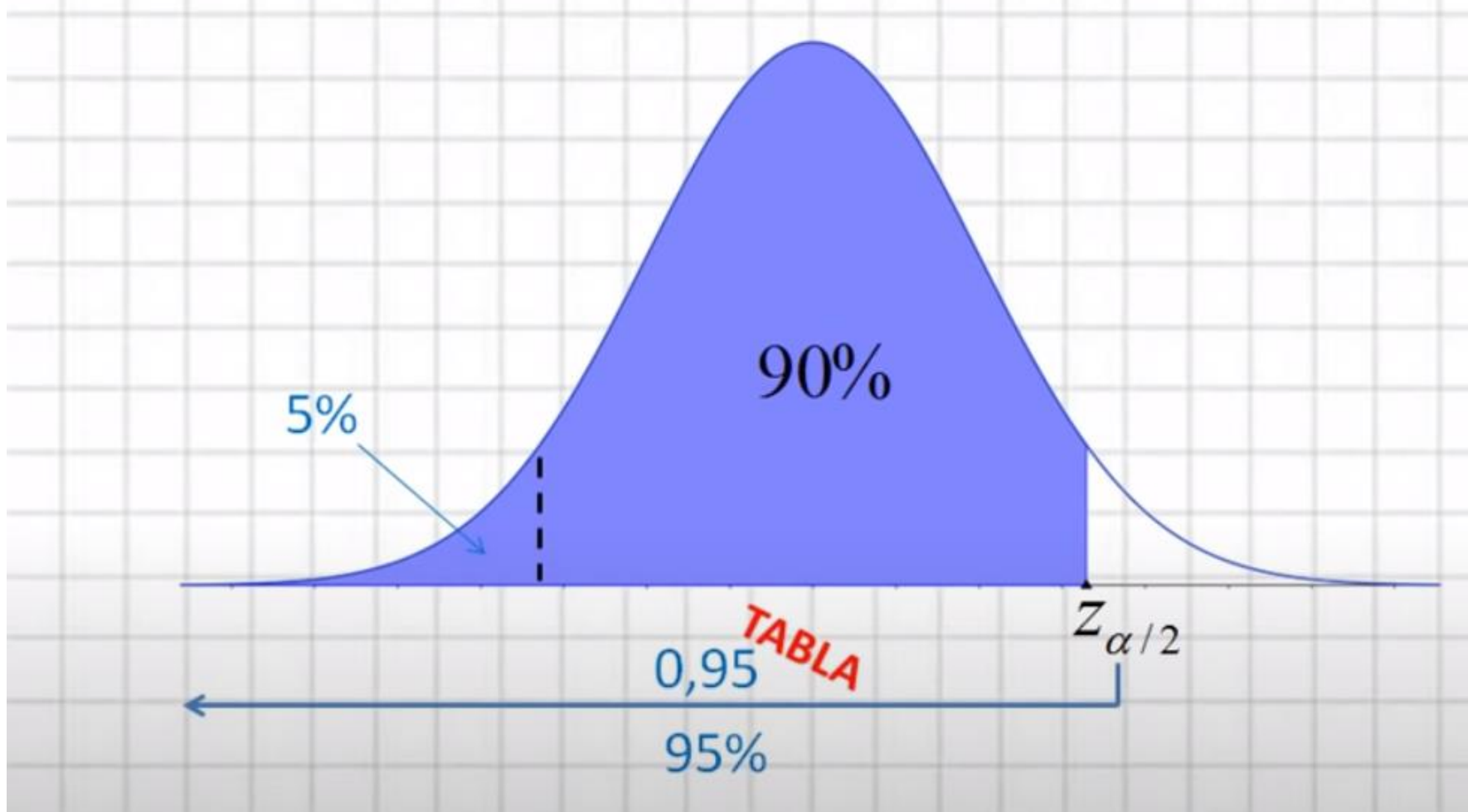
Calcula el intervalo de confianza del 95%



$$IC_{95\%} = (-1,96 ; 1,96)$$

Intervalo de confianza – Ejercicio 2

Calcula el intervalo de confianza del 90%



Intervalo de confianza – Ejercicio 2

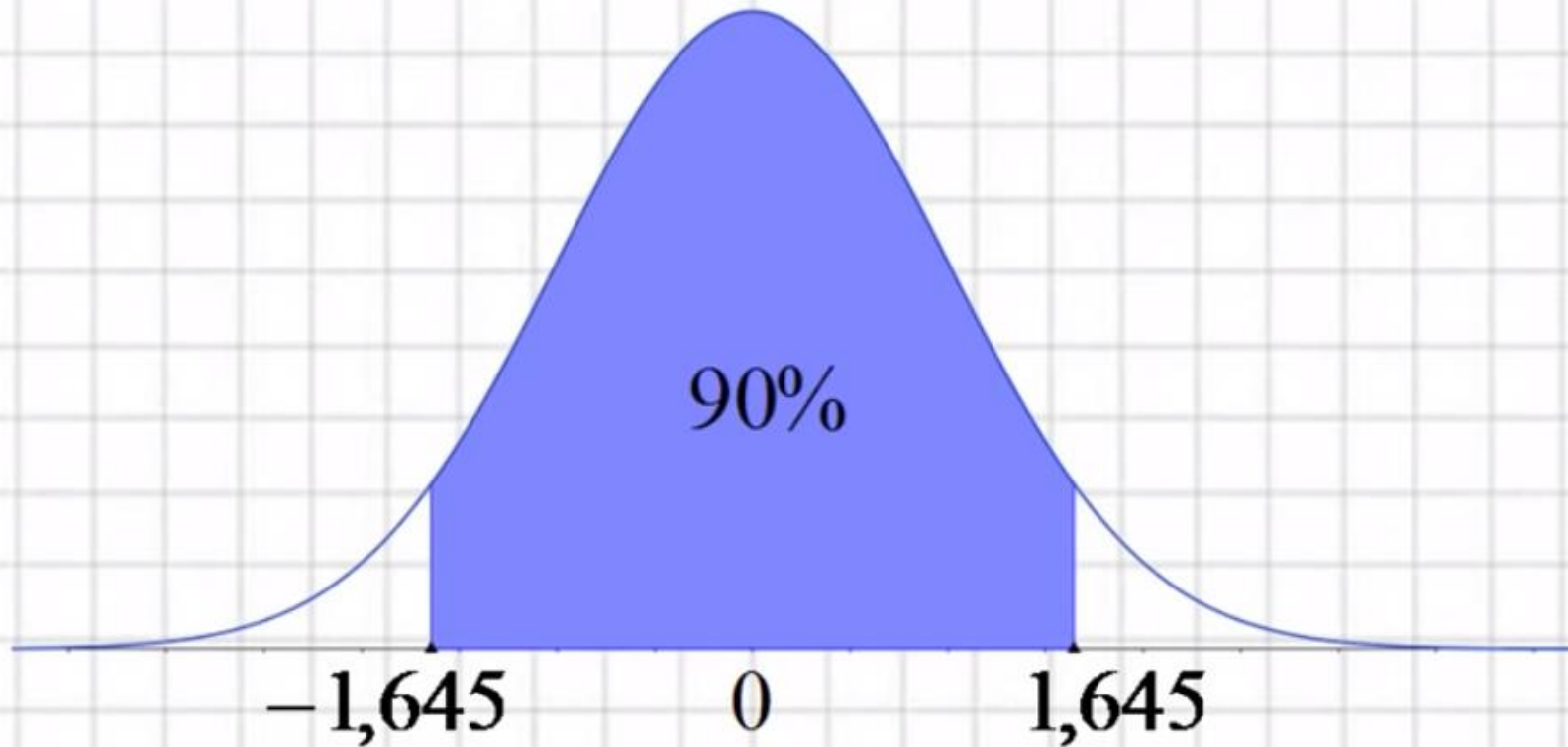
Calcula el intervalo de confianza del 90%

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

$$z_{\alpha/2} = 1,645$$

Intervalo de confianza – Ejercicio 3

Calcula el intervalo de confianza del 90%



$$IC_{90\%} = (-1,645 ; 1,645)$$

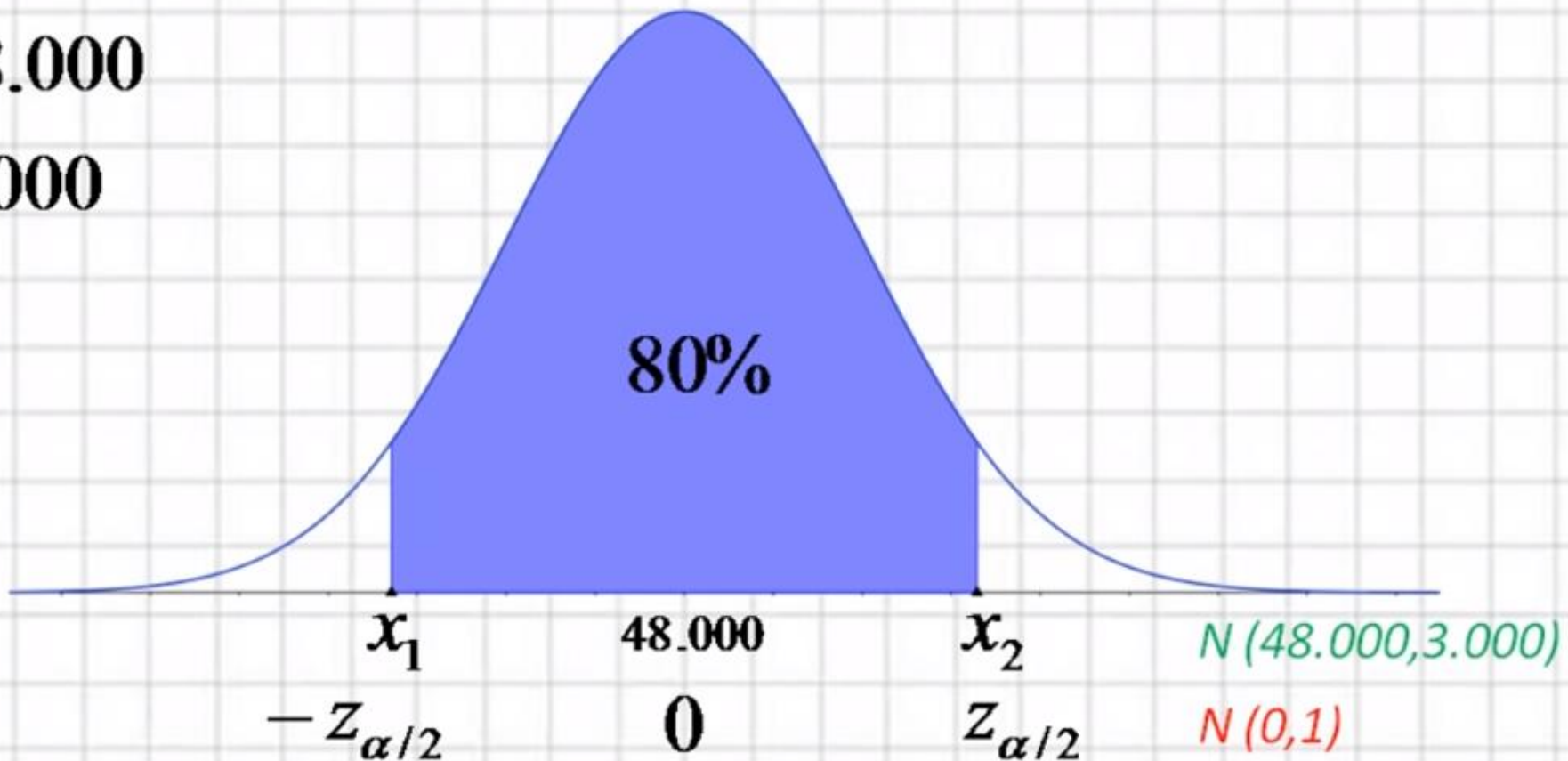
Intervalo de confianza – Ejercicio 3

La duración en kilómetros de los neumáticos de una cierta marca se ajusta a una distribución $N(48.000, 3.000)$.

Calcula el intervalo de confianza del 80%

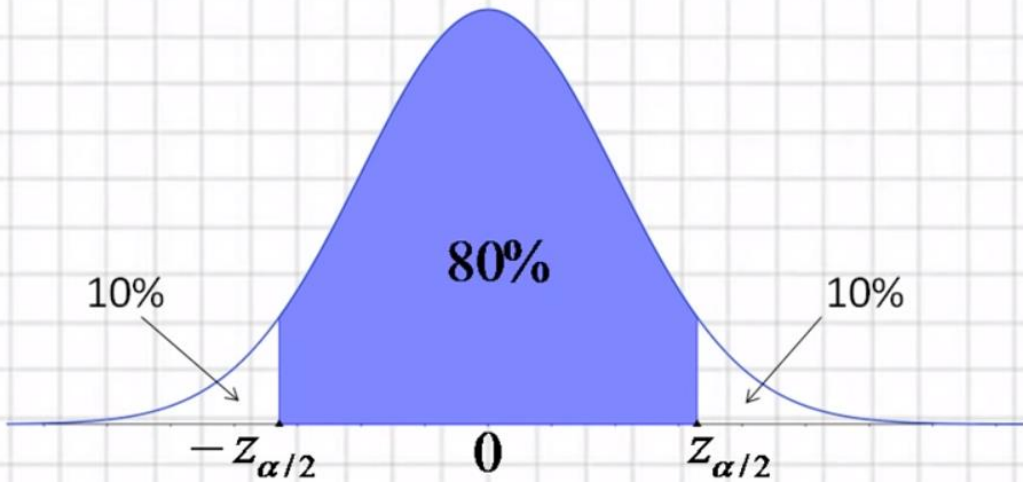
$$\mu = 48.000$$

$$\sigma = 3.000$$



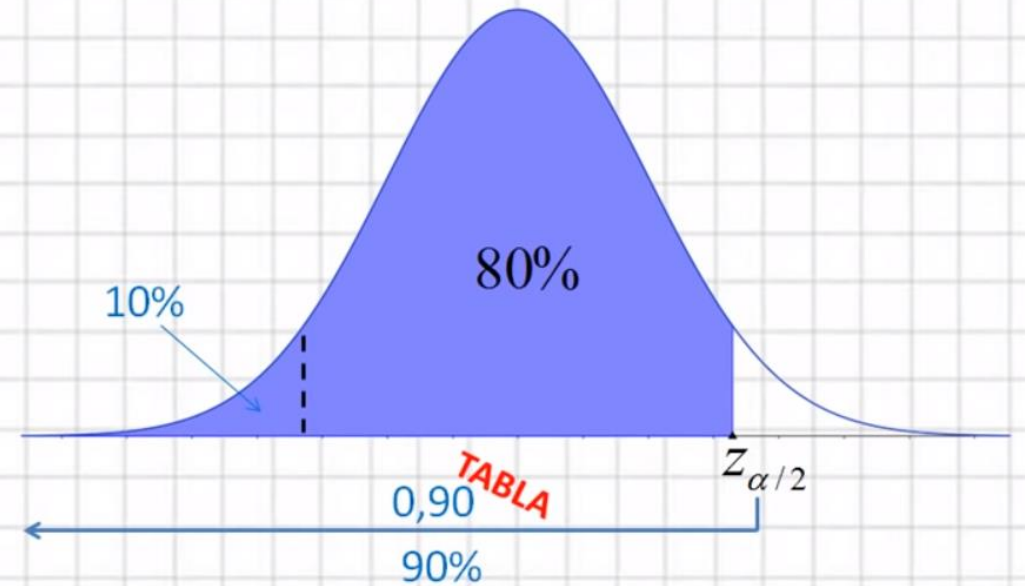
Intervalo de confianza – Ejercicio 3

Buscamos el intervalo de confianza del 80%



$$\alpha = 20\%$$

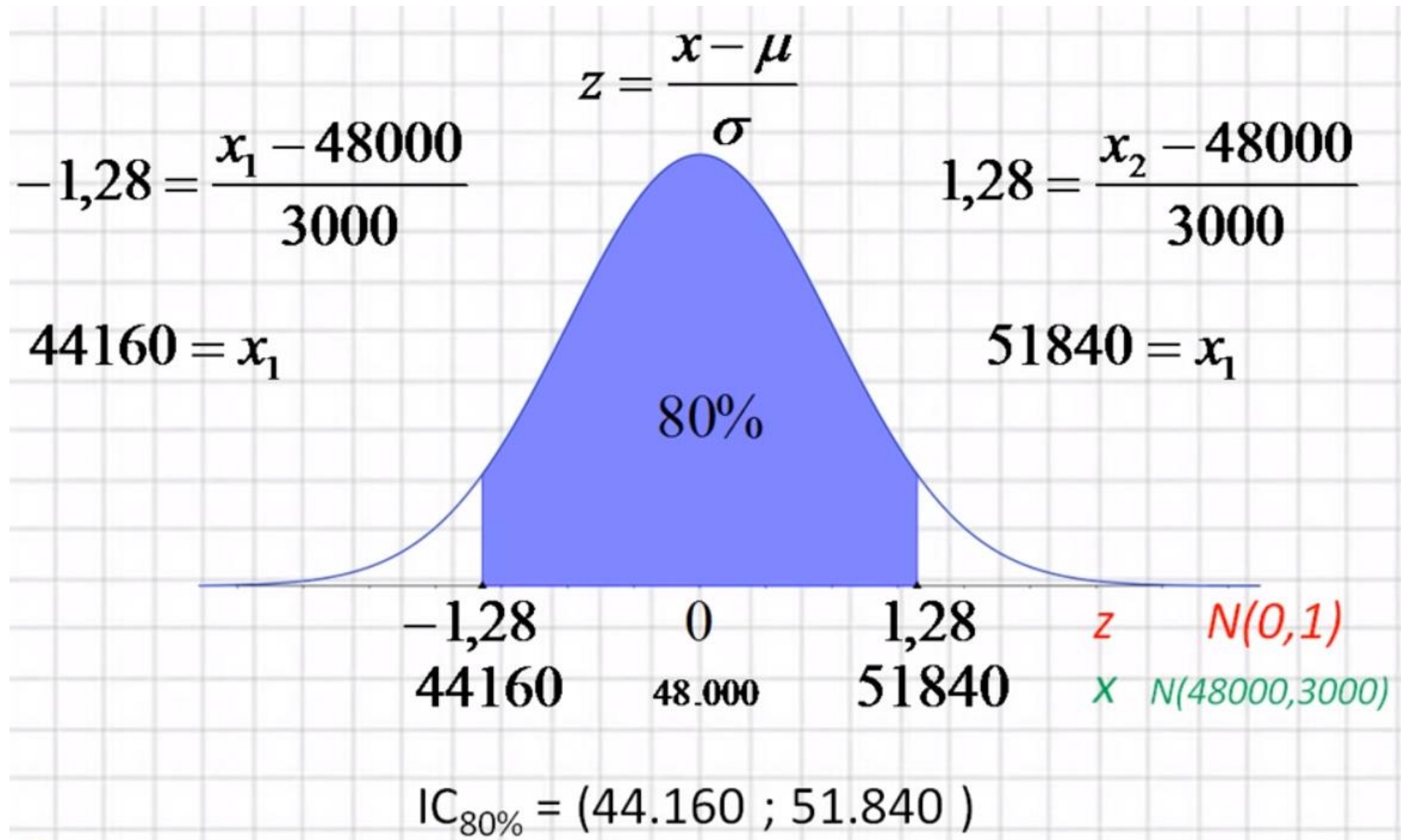
Buscamos el intervalo de confianza del 80%



Intervalo de confianza – Ejercicio 3

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319

Intervalo de confianza – Ejercicio 3



GRACIAS