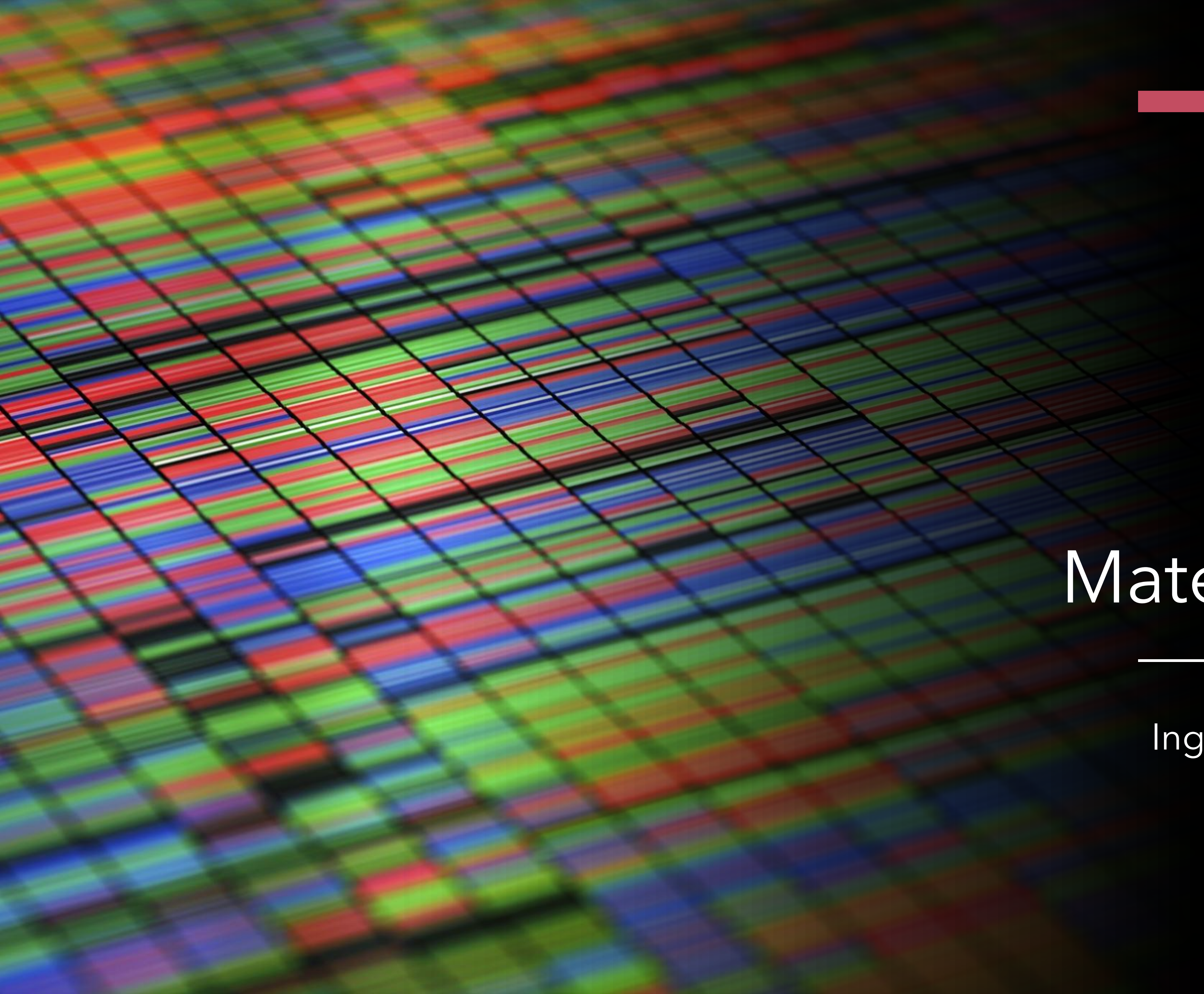


Matemática básica

Ing. Henry Villa Yánez, Mg.

Presentación de la asignatura

- **Denominación de la asignatura:** Matemática básica
- **Área de conocimiento:** Ciencias Físicas, Ciencias Naturales, Matemática y Estadística
- **Carrera:** Contabilidad y auditoría
- **Campo de formación:** Ciencias básicas
- **Nivel:** Primer semestre
- **Profesor:** Ing. Henry Mauricio Villa Yánez, MsC.
  - Ingeniero en Sistemas Informáticos - ESPOCH
  - Magíster en Seguridad Telemática - ESPOCH
  - Máster Universitario en Ingeniería Matemática y Computación - UNIR

Descripción e intención formativa de la asignatura

La asignatura de Matemática Básica pertenece a la unidad básica dentro de la organización curricular de la carrera de Contabilidad y Auditoría, de aplicación en todas las actividades del ser humano

Es una ciencia versátil y de aplicación general y se articula con el perfil profesional toda vez que el estudiante en su formación logra destrezas y habilidades para entre otros aspectos, "elaborar, analizar e interpretar estados financieros para apoyar a una correcta y eficiente toma de decisiones".

Además, se articula con el Plan Nacional del Buen vivir por media del Objetivo 4 Política 4.4.c que se refiere a la armonización de procesos educativos, en cuanto a perfiles de salida, destrezas, habilidades, competencias y logros de aprendizaje para la efectiva promoción de los estudiantes.

Contenido de la asignatura

1. Álgebra (50 horas)

- Encuadre de la asignatura
- Teoría de conjuntos
- Números reales
- Funciones
- Ecuaciones
- Inecuaciones

2. Álgebra matricial (50 horas)

- Matrices
- Operaciones básicas de matrices
- Determinantes
- Métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales
- Aplicaciones

3. Cálculo diferencial e integral (60 horas)

- Límites y continuidad
- Derivadas
- Aplicaciones de las derivadas
- Integrales
- Aplicaciones de las integrales

Evaluación y calificación

CAPÍTULO II

SISTEMA DE EVALUACIÓN

Artículo 57.- De la evaluación.- La evaluación del desempeño estudiantil tendrá el carácter de sistémica, planificada y continua. Se desarrollará durante el proceso de enseñanza- aprendizaje, será diagnóstica, formativa y sumativa. La evaluación estará orientada a la valoración del desarrollo cognitivo, procedimental y actitudinal del educando, apoyada, en lo posible del Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) institucional.

Artículo 58.- Componentes de la evaluación del aprendizaje.- La evaluación del aprendizaje, centrada en el mejoramiento del proceso educativo deberá considerar los siguientes componentes:

a) Aprendizaje en contacto con el docente: contenidos y procedimientos planificados y transmitidos por el profesor en su interacción directa con los estudiantes, en sus diferentes modalidades, evaluados en función de los resultados de aprendizaje declarados en la planificación curricular;

b) Aprendizaje práctico-experimental: deberá ser evaluado en los ambientes/contextos de aplicación y experimentación coherentes con los contenidos y procedimientos planificados; y,

c) Aprendizaje autónomo: contenidos y procedimientos planificados para el desarrollo independiente por parte del estudiante, guiados por el profesor y evaluados en función de las competencias y resultados esperados.

Evaluación y calificación

Artículo 59.- Escala de calificaciones.- El sistema de evaluación del estudiante se regirá por una escala de 0 (cero) a 10 (diez) puntos. Para aprobar una asignatura el estudiante deberá contar con una calificación final mínima de 7 puntos. La asignación de calificaciones podrá considerar valores decimales con hasta dos cifras, y no será susceptible de redondeo.

La escala de calificaciones de la Unach y su equivalencia en relación con el Sistema de Educación Superior será publicada en la página web institucional.

Artículo 60.- Equivalencia de la escala de calificaciones. - La escala de calificación de la Unach será cuantitativa, con las siguientes equivalencias con relación al Sistema de Educación Superior:

Escala cuantitativa	**Equivalencia Sistema de Educación Superior**
9.50 a 10 puntos	Excelente
8 a 9.49 puntos	Muy Bueno
7 a 7.99 puntos	Bueno
7 a 10 puntos	Aprobado
Menos de 7 puntos	Reprobado

Evaluación y calificación

Artículo 62.- Del registro de calificaciones. - Cada una de las actividades de evaluación serán calificadas con un puntaje mínimo de 0 puntos y máximo de 10 puntos. Las calificaciones serán consignadas en dos momentos a lo largo el periodo académico de la siguiente manera:

Parcial	**Semana de registro de calificaciones**
Parcial 1	Novena
Parcial 2	Décimo séptima

En concordancia con el Reglamento de Régimen Académico del CES, ningún componente de evaluación podrá ser mayor al treinta y cinco por ciento (35%), del valor del cómputo final de la asignatura, curso o equivalente, por lo tanto, cada parcial corresponderá a la evaluación de los tres componentes definidos en el artículo 58 de este Reglamento, con la siguiente ponderación:

Componente 1 (Aprendizaje en contacto con el docente o Aprendizaje en contacto con el docente -fundamentación teórica)	**Componente 2** (Aprendizaje práctico-experimental o Aprendizaje en contacto con el docente -aplicación de la teoría)	**Componente 3** (Aprendizaje autónomo)
35%	35%	30%

Las calificaciones de los dos parciales deberán ser promediadas con fines de cálculo de la calificación final de la asignatura. Se considerarán 2 cifras decimales tanto en las calificaciones parciales como en la calificación final, sin efectuarse ningún redondeo. Aquellos estudiantes que no alcancen la nota mínima de 7 puntos podrán acceder a la evaluación de recuperación.

Evaluación y calificación

Artículo 63.- Evaluación de recuperación.- Esta evaluación es de carácter sumativo e individual, se aplicará a los estudiantes que hayan obtenido una calificación final inferior a 7 puntos y mayor o igual a 4 puntos y al menos el 70% de asistencia total. La evaluación de recuperación consiste en una prueba escrita de los contenidos teóricos, metodológicos y procedimentales, impartidos en la asignatura durante el periodo académico, de ser posible apoyada en el EVA institucional.

Aquellas evaluaciones de recuperación que no puedan ser desarrolladas por medio de una prueba escrita por la naturaleza de la carrera, podrán ser realizadas por medio pruebas orales, evaluación de desempeño teórico – práctico, demostraciones, entre otras, en escenarios reales o simulados; para el efecto debe conservarse la evidencia en audio y video.

La nueva calificación final será obtenida a través del promedio entre la calificación final antes de la evaluación de recuperación y la calificación obtenida en la evaluación de recuperación. Para aprobar la asignatura el estudiante deberá obtener al menos 7 puntos como promedio final, como se ilustra a continuación:

Calificación final (antes de la evaluación de recuperación)	Porcentaje de Asistencia Mínimo (promedio entre los dos parciales)	Nueva calificación final	Calificación final Mínima para aprobar la asignatura
4.0 a 6.99 puntos	70%	Promedio entre la calificación final antes de la recuperación y la calificación de la evaluación de recuperación	7 puntos

Asistencia

Artículo 69.- Del registro de asistencia estudiantil.- Las carreras de grado de la Unach que se desarrollan en modalidad presencial requerirán el registro de asistencia estudiantil por cada asignatura, siendo obligatorio el cumplimiento de al menos el 70% de asistencia acumulativa para aprobar la asignatura. El registro de asistencia se realizará en cada parcial en la correspondiente acta de calificaciones.

El personal académico tiene la obligación de registrar en el sistema SICOA la asistencia de los estudiantes matriculados en las asignaturas a su cargo conforme el horario de clases, registro que deberá ser cumplido hasta las 23h59 del día siguiente. El registro tardío de asistencia podrá ser realizado de manera excepcional y justificada mediante el procedimiento institucional.

La asistencia se registrará por clase, misma que podrá contemplar una duración de más de una hora. Tanto el profesor como los estudiantes, deberán asistir con puntualidad al inicio de la clase, en la hora y ambiente de aprendizaje establecido. La clase se desarrollará con el número de estudiantes presentes y no podrán ser suspendidas por otras actividades.

Las clases únicamente podrán ser suspendidas de forma excepcional y motivada por parte de la primera autoridad institucional.

El SICOA trasladará la asistencia estudiantil registrada por el profesor al acta de calificaciones, en horas, para el cálculo del porcentaje de asistencia.

Justificación de inasistencia

Artículo 70.- De la justificación de inasistencia del estudiante.- El estudiante solicitará por escrito a la Dirección de Carrera, la justificación de su inasistencia, en el transcurso de hasta 5 (cinco) días laborables posteriores a la misma, en forma física o en línea. Las solicitudes de justificación de inasistencia deberán ser presentadas adjuntando los documentos justificativos.

El estudiante podrá solicitar la justificación de su inasistencia, en los siguientes casos:

1. Calamidad doméstica;
2. Por enfermedad, con la presentación del certificado médico otorgado por una institución de la red pública de salud o convalidado por el SISU;
3. Convocatoria directa por parte de una autoridad académica institucional;
4. Por representación estudiantil en nombre de la institución, debidamente autorizada por el Decanato; y,
5. Por invitación de instituciones públicas o privadas a eventos académicos, culturales o deportivos debidamente autorizado por el Decanato.

La Dirección de Carrera luego de analizar la petición y en el caso de que amerite la justificación, autorizará y dispondrá al profesor el registro de asistencia respectivo, así como la correspondiente recuperación de actividades. El personal académico realizará la modificación de asistencia directamente en el SICOA. Las inasistencias que superen 2 (dos) semanas consecutivas serán puestas en consideración del Decanato para el correspondiente análisis y autorización. Tanto la Dirección de Carrera como el Decanato previa autorización de justificación de inasistencia y recomendación de las acciones que ameriten, deberán identificar si existe la oportunidad de recuperación académica por parte del estudiante en actividades de aprendizaje y evaluaciones dentro de las subsiguientes semanas de clases.

Aquellos estudiantes que se matriculen una vez iniciadas las clases y en los plazos previstos en el calendario académico, podrán solicitar a la Dirección de Carrera la justificación de inasistencia y actividades desarrolladas antes de su integración, presentando el certificado de matrícula.

UNIDAD I: Álgebra

TEORÍA DE CONJUNTOS

Teoría de conjuntos - Importancia

- **Organización de datos financieros:** Los conjuntos pueden utilizarse para organizar y clasificar datos financieros, como transacciones, cuentas por cobrar, cuentas por pagar, activos, pasivos, etc. Esto facilita la comprensión y el análisis de la información contable.

- **Identificación de patrones y tendencias:** Al agrupar datos financieros en conjuntos, los contadores y auditores pueden identificar patrones, tendencias y relaciones entre diferentes variables financieras. Esto ayuda en la toma de decisiones informadas y en la evaluación del desempeño financiero de una entidad.

- **Segmentación de información:** Los conjuntos permiten segmentar la información financiera en categorías específicas, lo que facilita la presentación de informes financieros para diferentes usuarios, como inversores, gerentes, reguladores y otros interesados.

- **Análisis comparativo:** Al clasificar datos financieros en conjuntos, los contadores y auditores pueden realizar análisis comparativos entre diferentes períodos contables, unidades de negocio o entidades similares. Esto ayuda a evaluar el rendimiento financiero relativo y a identificar áreas de mejora.

- **Detección de irregularidades:** En el campo de la auditoría, el análisis de conjuntos puede ayudar a detectar posibles irregularidades o fraudes al identificar discrepancias o anomalías en los datos financieros. Esto es especialmente útil para los auditores en la evaluación del riesgo y la planificación de procedimientos de auditoría.

- En resumen, el estudio de conjuntos en contabilidad y auditoría es esencial para organizar, analizar y presentar la información financiera de manera efectiva, así como para facilitar la detección de irregularidades y la toma de decisiones informadas.

Teoría de conjuntos - Conjunto

- Un conjunto es una colección de objetos o elementos que comparten una característica común o satisfacen una condición específica. Estos elementos pueden ser números, letras, funciones, puntos geométricos u otros objetos matemáticos.

- Para denotar los conjuntos se utilizan con frecuencia letras mayúsculas: A, B, C, … etc.

- Para denotar los elementos, se utiliza letras minúsculas: a, b, c, … etc, números o símbolos.

- Los conjuntos se representan generalmente entre llaves "{}" y se enumeran separando los elementos por comas.

- Un conjunto puede ser finito o infinito. Además, en algunos casos, se pueden definir conjuntos utilizando propiedades o condiciones que deben cumplir sus elementos. ***Ejemplo:***

  $\boldsymbol{A} = \{1, 3, 5, 7\}$ significa que el conjunto A se compone de los primeros cuatro números naturales impares.

  $\boldsymbol{B} = \{a, b, c\}$ los elementos del conjunto B son las tres primeras letras del alfabeto.

  $\boldsymbol{C} = \{x | x\ es\ un\ número\ \ natural\ par\}$ El conjunto C consta de todos los naturales pares.

Teoría de conjuntos - Subconjunto

- Un subconjunto es un conjunto cuyos elementos son todos parte de otro conjunto más grande
- Un conjunto A es subconjunto de un conjunto B, lo cual se escribe:

$$\boldsymbol{A} \subset \boldsymbol{B}$$

- Y se lee: *"A es subconjunto de B",* si todo elemento de A es elemento de B. Es decir, $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{B}.$
- *Ejemplo:*
  - $\boldsymbol{A} = \{6, 9, 12\}$ y $\boldsymbol{B} = \{x | x\ es\ múltiplo\ de\ tres\} \rightarrow \boldsymbol{A} \subset \boldsymbol{B}$
  - $\boldsymbol{G} = \{x | x\ es\ un\ número\ natural\ divisible\ por\ tres\}$ y $\boldsymbol{H} = \{x | x\ es\ un\ número\ natural\} \rightarrow \boldsymbol{G} \subset \boldsymbol{H}$ se lee *"G es un subconjunto de H".* Observar que $G \subset H$ pero $G \not\subset H$. (El símbolo $\not\subset$ se lee "no es subconjunto de").
  - $\boldsymbol{A} = \{a, m, p\}$ y $\boldsymbol{B} = \{p, a, m\} \rightarrow \boldsymbol{A} \subset \boldsymbol{B}$.

Teoría de conjuntos – Igualdad de conjuntos

- Dos conjuntos A y B son iguales si todos los elementos de A pertenecen a B y todos los elementos de B pertenecen a A. Es decir:

$$A = B \rightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

Ejemplo:

- $\boldsymbol{A} = \{a, m, p\}$ y $\boldsymbol{B} = \{p, a, m\} \rightarrow \boldsymbol{A} \subset \boldsymbol{B}$

Teoría de conjuntos – Tipos de conjuntos

- **Conjunto vacío:** Es el que carece de elementos, si simboliza por {} o por ∅. *Ejemplo:* El conjunto cuyos miembros son los hombres que viven actualmente con más de 500 años de edad.

- **Conjunto unitario:** Es un conjunto que contiene exactamente un elemento. Por ejemplo, si a es un elemento, entonces $\{a\}$ es un conjunto unitario.

- **Conjunto finito:** Es un conjunto que tiene un número finito de elementos. Por ejemplo, {1,2,3} es un conjunto finito.

- **Conjunto infinito:** Es un conjunto que tiene un número infinito de elementos. Por ejemplo, el conjunto de números naturales {1,2,3,...} es un conjunto infinito.

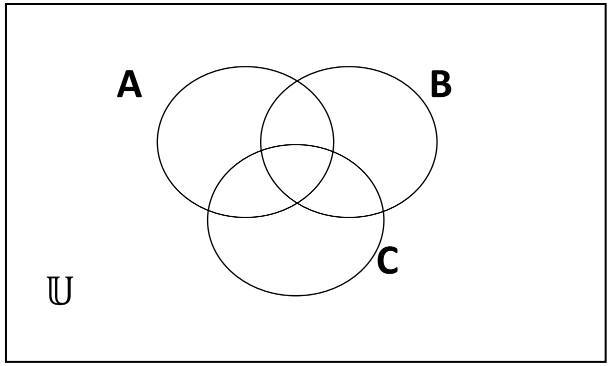
- **Conjunto propio:** Es un conjunto que es subconjunto de otro conjunto, pero no es igual a ese conjunto. Por ejemplo, si A={1,2,3} y B={1,2}, entonces B es un conjunto propio de A (es decir, B⊂A).

- **Conjunto universal.** Es el conjunto formado por todos los elementos del tema a tratar, o sea con el universo que trabajamos. Lo indicamos con U. Por ejemplo, en el contexto de los números naturales, el conjunto universal sería el conjunto de todos los números naturales.

Diagramas de Venn

- Los diagramas de Venn o de Euler son ***una manera esquemática de representar los conjuntos y los conceptos de la teoría de conjuntos***.

- Constituyen un auxiliar didáctico para **visualizar** las **relaciones de pertenencia**, **inclusión** y las **operaciones** con conjuntos.

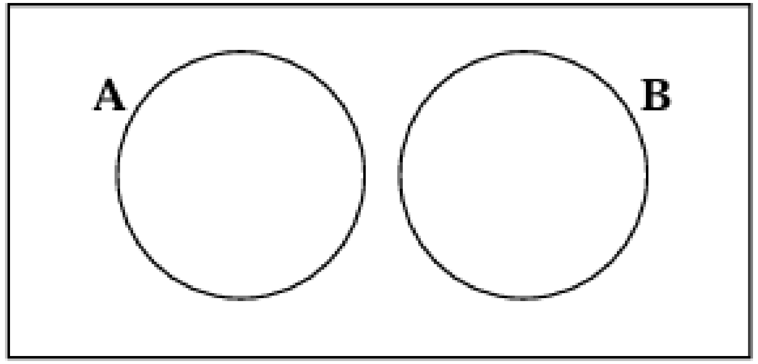


- Para representar el conjunto universal se usa cualquier región cerrada del plano (con frecuencia un rectángulo), entendiendo que la región interior del rectángulo representa al conjunto $\mathbb{U}$. En el diagrama se han utilizado círculos para representar los subconjuntos A, B y C de $\mathbb{U}$.

Conjuntos disjuntos

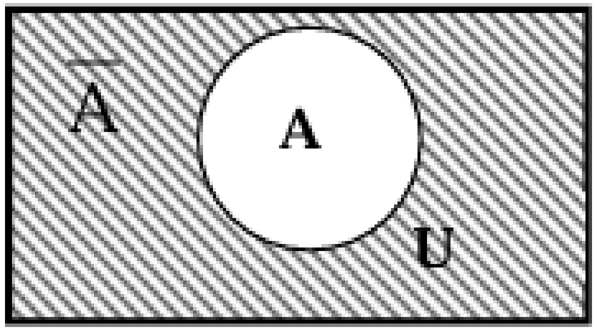
- Dos conjuntos son disjuntos cuando no tienen elementos comunes. Simbólicamente: **A** y **B** son disjuntos si y sólo si $A \cap B = \emptyset$

- El diagrama de Venn es:



Complemento

- Si **U** es el conjunto universal que contiene al conjunto **A**, se llama **complemento** de **A** y se simboliza $\bar{A}$ o A^c, al conjunto formado por todos los elementos del universo que no pertenecen al conjunto **A**.
- Simbólicamente: $\bar{A} = \{x \in U / x \notin A\}$
- El diagrama de Venn es:



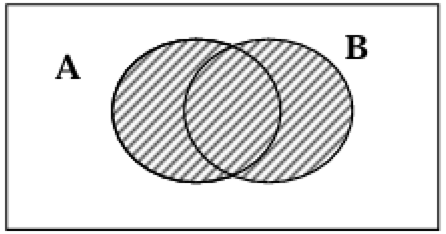
- *Ejemplo:*
  - $U = \{a, e, i, o, u\}$
  - $A = \{a, e\}$
  - $\bar{A} = U - A = \{i, o, u\}$

Operaciones con conjuntos

- Así como los números se combinan mediante las operaciones de adición, sustracción y multiplicación, los conjuntos se pueden combinar para obtener otros conjuntos con ciertas operaciones.

UNIÓN

- Si **A** y **B** son dos conjuntos, se define la ***unión*** entre **A** y **B,** que se denota $A \cup B$, al conjunto cuyos elementos pertenecen a **A** o a **B** o a ambos.
- Simbólicamente se expresa: $A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$ $(\vee = o)$
- El diagrama de Venn es:

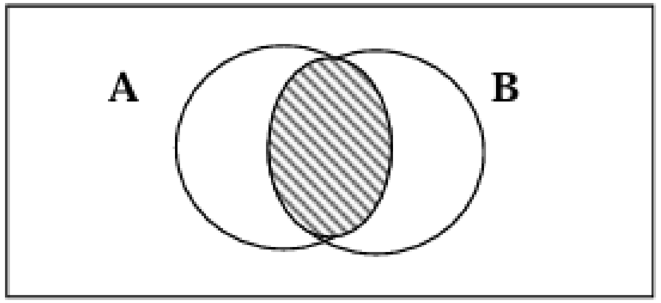


- *Ejemplo:*
- $A = \{a, b, c, d\};\ B = \{c, d, e, f\} \rightarrow A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$

Operaciones con conjuntos

INTERSECCIÓN

- Si **A** y **B** son dos conjuntos, se define la ***intersección*** entre **A** y **B,** que se denota $A \cap B$, es el nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen a **A** y a **B**, es decir, por los elementos comunes a ambos conjuntos.
- Simbólicamente se expresa: $A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$ $(\wedge = y)$
- El diagrama de Venn es:

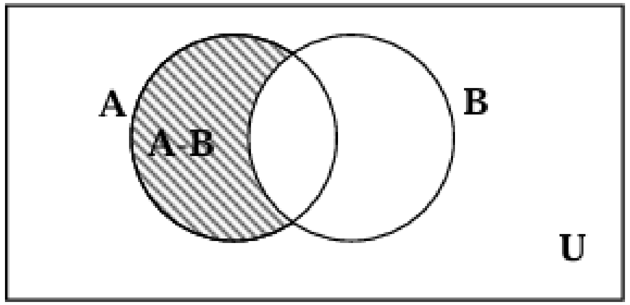


- *Ejemplo:*
- $A = \{1, 2, 3, 4\};\ B = \{3, 4, 5, 6, 7\} \rightarrow A \cap B = \{3, 4\}$

Operaciones con conjuntos

DIFERENCIA

- Si **A** y **B** son dos conjuntos, se define la **diferencia** de **A** y **B**, que se simboliza **A - B** al conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto **A** y que no pertenecen al conjunto B.
- Simbólicamente: $A - B = \{x/x \in A \ \wedge x \notin B\}(\wedge = y)$
- El diagrama de Venn es:

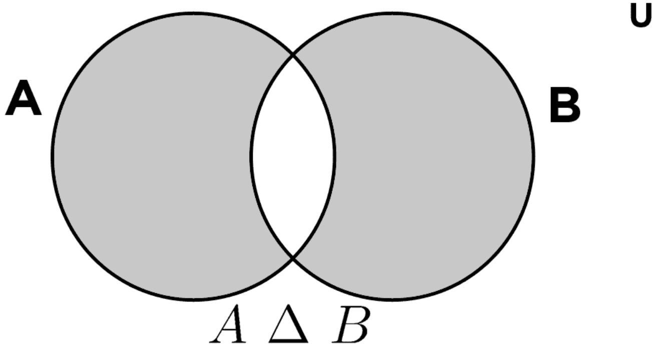


- *Ejemplo:*
- $A = \{a, b, c\}; B = \{c, d\} \ \rightarrow A - B = \{a, b\}$
- $A = \{3, 4, 5, 6\}; B = \{4, 5\} \ \rightarrow A - B = \{3,6\}$
- $A = \{1, 2, 3\}; B = \{6, 7\} \ \rightarrow A - B = \{1,2, 3\}$

Operaciones con conjuntos

DIFERENCIA SIMÉTRICA

- Si **A** y **B** son dos conjuntos, se define la **diferencia simétrica** de **A** y **B**, que se simboliza **A Δ B** al conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto **A** o **B** pero no a ambos.
- Simbólicamente: $A\Delta B = \{x/(x \in A \ \wedge x \notin B) \vee (x \in B \ \wedge x \notin A)\}$
- $A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$
- El diagrama de Venn es:



- *Ejemplo:*
- $A = \{1, 2, 3\}; B = \{3, 4, 5\} \ \rightarrow A \triangle B = \{1, 2, 4, 5\}$

Ejercicios propuestos

1. Dados los conjuntos $A = \{4, 6, 8, 10, 12\}$, $B = \{3, 5, 7, 8, 9\}$, $C = \{4, 7, 5, 10, 11\}$ y $U = \{x \in \mathbb{N}: 2 < x < 13\}$. Halle:

a) $A \cup B$ respuesta: $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$

b) $(A \cap B) \cup C$ respuesta: $\{4, 5, 7, 8, 10\}$

c) $(A - B) \cap (B - C)$ respuesta: $\{6, 12\}$

d) $\overline{(A - C)} \cap \bar{B}$ respuesta: $\{3, 5, 7, 9\}$

e) $C - (A \cup B)$ respuesta: $\{11\}$

f) $\overline{\left[\overline{(A \cup B)} \cap (C - B)\right]}$ respuesta: $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$

Ejercicios propuestos

Dados los conjuntos $A = \{4, 6, 8, 10, 12\}$, $B = \{3, 5, 7, 8, 9\}$, $C = \{4, 7, 5, 10, 11\}$ y $U = \{x \in \mathbb{N}: 2 < x < 13\}$. Halle:

a) $A \cup B$

b) $(A \cap B) \cup C$

c) $(A - B) \cap (B - C)$

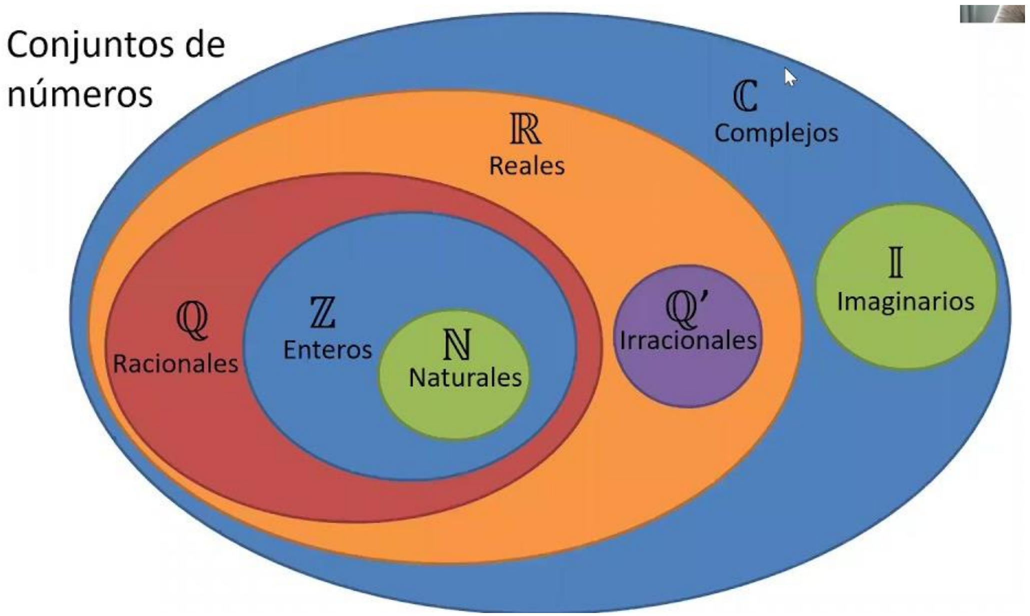
d) $\overline{(A - C)} \cap \bar{B}$

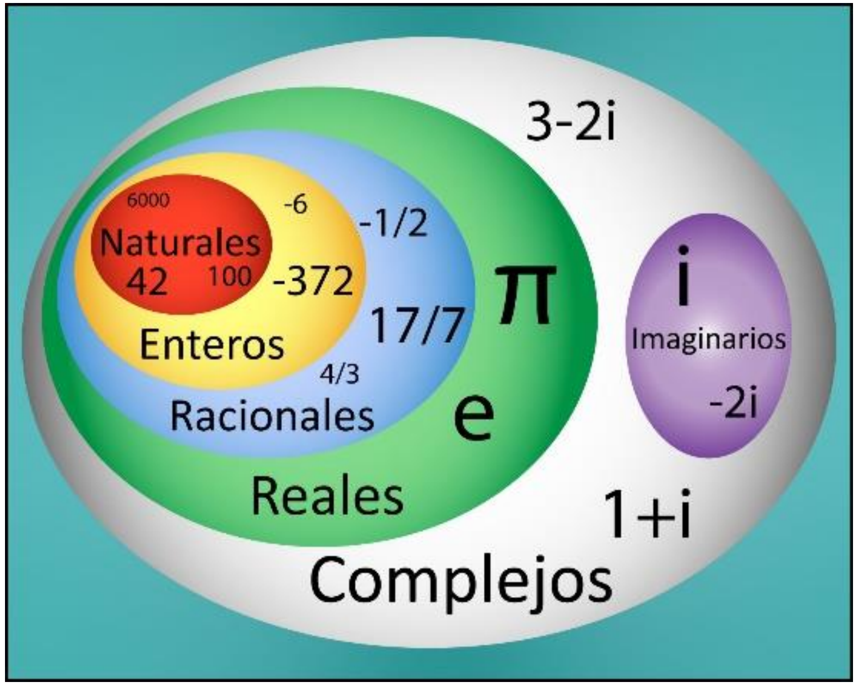
e) $C - (A \cup B)$

f) $\overline{\left[\overline{(A \cup B)} \cap (C - B)\right]}$

NÚMEROS REALES

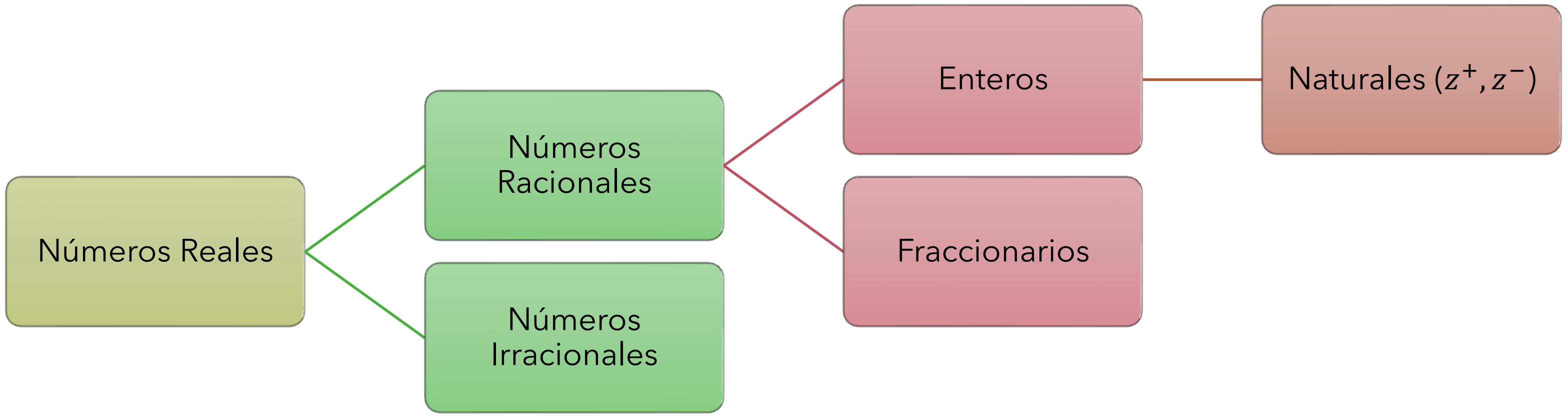
Números reales – Introducción





Números reales – Introducción

- Los números reales es un tema fundamental en el estudio de las matemáticas, ya que, abarca los **tipos de números más comúnmente utilizados** en diversas aplicaciones tanto dentro como fuera de la disciplina de la Contabilidad y Auditoría.
- El conjunto de los números reales se denota comúnmente con el símbolo $\mathbb{R}$, e incluye todos los **números racionales** e **irracionales** que existen a lo largo de la línea numérica infinita.



Números reales – Introducción

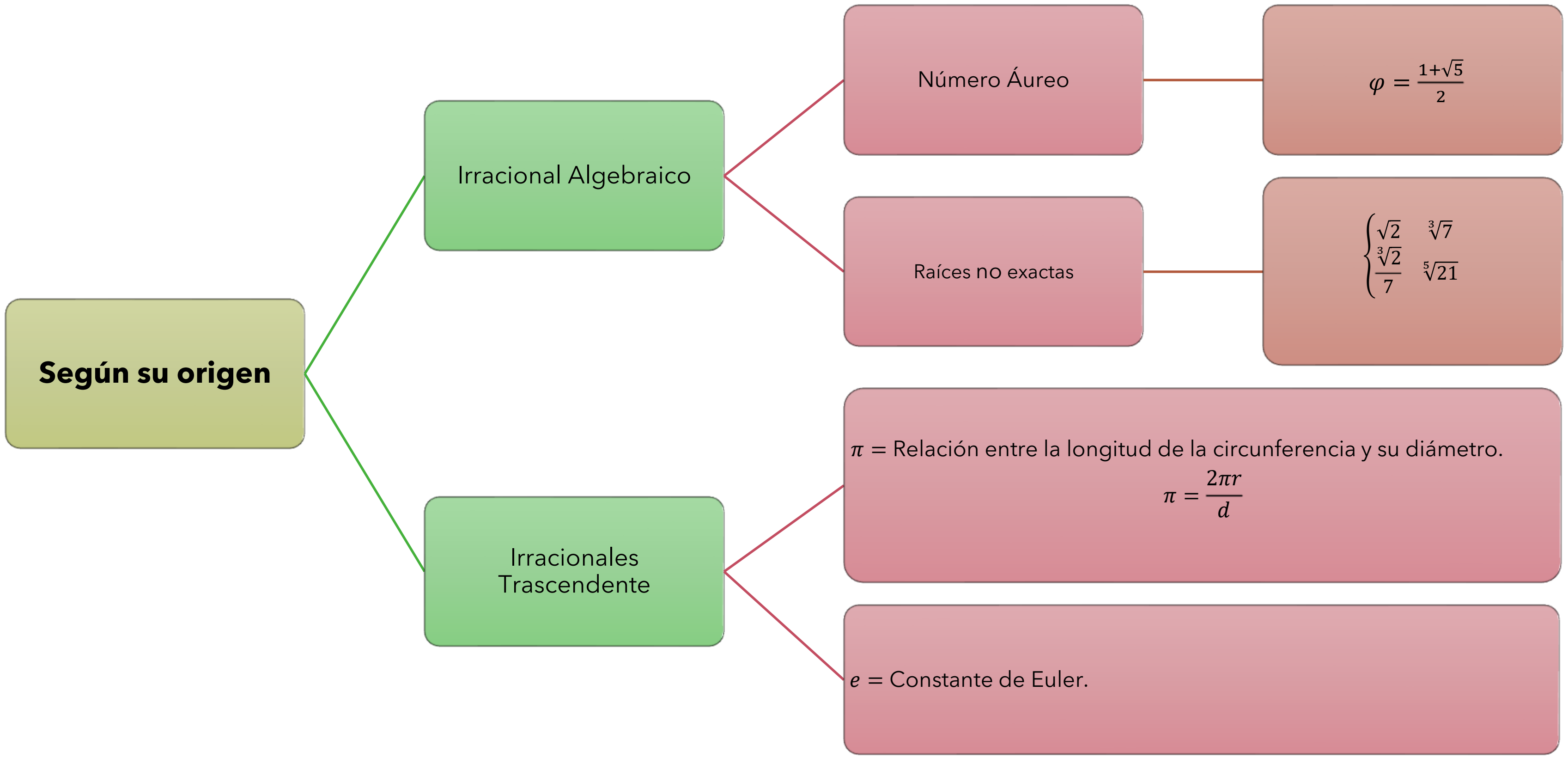
- **Números Racionales ($\mathbb{Q}$):** Es todo número que se puede representar como fracción $\frac{a}{b}$; $a\ y\ b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$, y se pueden representar como decimales exactos, ya sean, periódicos puros y mixtos. Por ejemplo:

Periódicos puros	Periódicos mixtos
$\frac{7}{9} = 0{,}777777 = 0{,}\hat{7}$	$\frac{5}{18} = 0{,}277777 = 0{,}2\hat{7}$
$\frac{8}{33} = 0{,}24242424 = 0{,}\widehat{24}$	$\frac{5}{14} = 0{,}35714285714285714285 = 0{,}35\widehat{714285}$
$\frac{50}{333} = 0{,}150150150150 = 0{,}\widehat{150}$	$\frac{1111}{90} = 12{,}3444444 = 12{,}3\hat{4}$

Números reales – Introducción

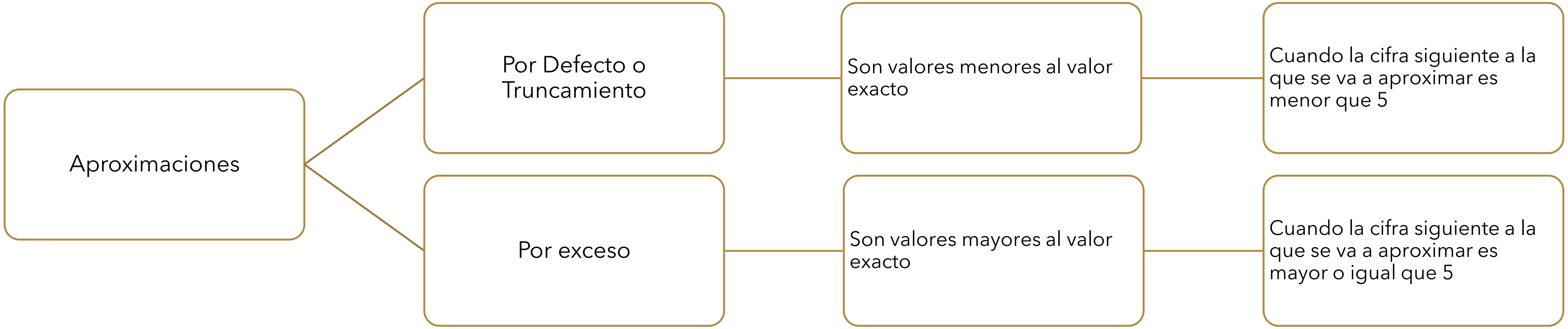
- **Números Irracionales ($\mathbb{Q}^c$):** Son decimales ilimitados no periódicos, que no se pueden expresar como fracción.

- Los números irracionales según su origen se clasifican:



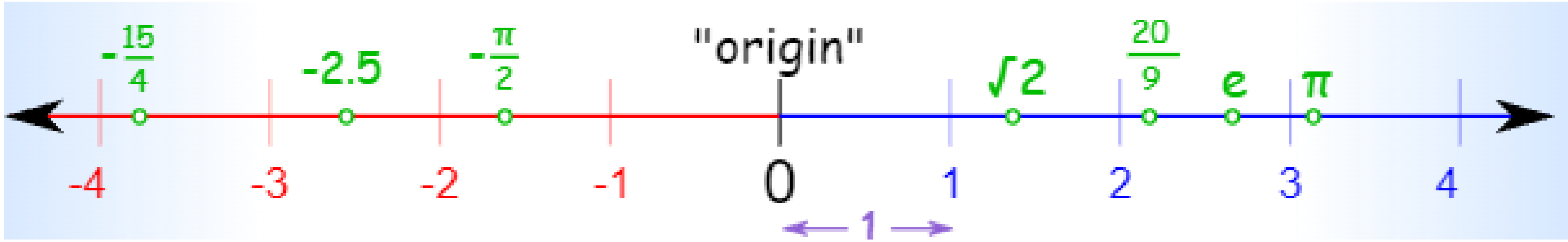
Números reales – Introducción

- Para realizar las operaciones con números Irracionales resulta imposible trabajar con un número infinito de decimales por ello es necesario trabajar con valores aproximados:



Números reales – Introducción

- Los números reales establecen una relación biunívoca (asocia cada uno de los elementos de un conjunto con uno, y solo uno, de los elementos de otro conjunto) con la recta numérica si cada número real le corresponde un punto en la recta y a cada punto de la recta le corresponde un número real, por ello se llama RECTA REAL.



Números reales – Propiedades

- El conjunto de los números reales tiene varias propiedades importantes que son fundamentales para el estudio de la matemática:

Orden completo

- Se puede comparar cualquier par de números reales, y se puede decir que uno es mayor, menor o igual que el otro.

Cerradura

- Los números reales son cerrados bajo las operaciones de suma, resta, multiplicación y división (excepto por la división entre cero).

Densidad

- Entre cualquier par de números reales, siempre hay un número real. Esto significa que no hay "huecos" en la línea numérica.

Existencia de límites

- Ciertos subconjuntos de los números reales tienen un límite superior o inferior, lo que lleva a conceptos como supremo (el menor límite superior) e ínfimo (el mayor límite inferior).

Números reales – Operaciones

- Las operaciones básicas definidas para los números reales ($\mathbb{R}$) son fundamentales para el desarrollo de la matemática y sus aplicaciones.
- Estas operaciones siguen ciertas reglas y propiedades que permiten manipular números reales de manera coherente y predecible.
- Las principales operaciones son la suma, la resta, la multiplicación y la división, y cada una cumple con propiedades específicas dentro del conjunto de los números reales.

Suma

Resta

Multiplicación

División

Números reales – Operaciones - Propiedades

SUMA

- La operación de suma combina dos números reales para producir un tercer número real. La suma tiene las siguientes propiedades dentro de los $\mathbb{R}$:
  - **Conmutativa:** El orden de los sumandos no altera el resultado. Es decir, $a + b = b + a$
  - **Asociativa:** Cuando se suman tres o más números reales, la manera en que se agrupan no cambia el resultado. Esto es, $(a + b) + c = a + (b + c)$
  - **Elemento neutro:** El 0 actúa como el elemento neutro en la suma, ya que cualquier número real sumado a 0 da como resultado el mismo número real. Es decir, $a + 0 = a$
  - **Elemento opuesto:** Para cada número real a, existe un opuesto $-a$, tal que, $a + (-a) = 0$

Números reales – Operaciones - Propiedades

RESTA

- La resta es una operación que se puede considerar como la suma del opuesto. Es decir, restar un número b de a, es equivalente a sumar a con el opuesto de b:

$$a - b = a + (-b)$$

- La resta no es conmutativa ni asociativa como la suma.

Números reales – Operaciones - Propiedades

MUTIPLICACIÓN

- La multiplicación de dos números reales resulta en otro número real, y tiene propiedades similares a la suma:
  - **Conmutativa:** El orden de los factores no altera el resultado. Es decir, $a * b = b * a$
  - **Asociativa:** El modo en que se agrupan los factores no afecta el producto, $(a * b) * c = a * (b * c)$
  - **Elemento neutro:** El 1 actúa como el elemento neutro en la multiplicación, ya que cualquier número real multiplicado por 1 es igual al mismo número. Es decir, $a * 1 = a$
  - **Elemento opuesto:** Para cada número real a, distinto de cero, existe un inverso ${}^{1}/_{a}$, tal que, $a * ({}^{1}/_{a}) = 1$

Números reales – Operaciones - Propiedades

DIVISIÓN

- La división de dos números reales se puede considerar como la multiplicación por el inverso del divisor.
- Es decir, dividir a entre b, con $b \neq 0$, es equivalente a multiplicar a por el inverso de b

$$a/_b = a * (1/_b)$$

- La división no es conmutativa ni asociativa.

Números reales – Propiedades Distributiva, Identidades, Inversos

- Además de las propiedades específicas de cada operación, existen otras que involucran la interacción entre la suma y la multiplicación:
- **Propiedad distributiva:** La multiplicación se distribuye sobre la suma

$$a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$$

- **Existencia de identidades:** Los números 0 y 1 actúan como identidades para la suma y la multiplicación, respectivamente.
- **Existencia de inversos:** Cada número real a, excepto el 0 para la división, tiene un inverso aditivo $-a$ y un inverso multiplicativo $^1/_a$.

Números reales – Aplicaciones - Importancia

- Los números reales juegan un papel crítico en la contabilidad y la auditoría, disciplinas fundamentales para la gestión financiera y la transparencia empresarial. Estos números permiten representar con precisión valores monetarios, calcular intereses, analizar fluctuaciones en los mercados, y mucho más.
- A continuación, se detallan algunas de las aplicaciones e importancias de los números reales en estas áreas:
- **Representación de Valores Monetarios:** En contabilidad, todos los registros de transacciones, balances, estados de resultados, y demás informes financieros se expresan en términos de números reales. Estos números permiten una representación precisa de valores monetarios, desde montos significativamente grandes hasta pequeñas fracciones de moneda, lo cual es esencial para la precisión contable.
- **Cálculo de Intereses:** El cálculo de intereses, ya sean simples o compuestos, se fundamenta en el uso de números reales. Esto es crucial tanto para la gestión de deudas como para la inversión de capitales, donde los cálculos precisos pueden significar grandes diferencias en los montos a recibir o pagar.
- **Análisis Financiero:** El análisis financiero utiliza números reales para evaluar la rentabilidad, liquidez, solvencia, y eficiencia de una empresa. Métricas como el retorno sobre la inversión (ROI), valor actual neto (VAN), tasa interna de retorno (TIR), y ratios financieros dependen de operaciones precisas con números reales para proporcionar insights valiosos sobre la salud financiera y el rendimiento operativo de las empresas.

Números reales – Aplicaciones - Importancia

- **Presupuestación y Pronósticos:** La creación de presupuestos y la realización de pronósticos financieros se basan en la manipulación de números reales para estimar ingresos, costos, y otros indicadores financieros futuros. Estas actividades son fundamentales para la planificación estratégica y la toma de decisiones empresariales.
- **Auditoría:** La auditoría, que implica la revisión y verificación de los registros financieros de una empresa, depende del análisis detallado de números reales registrados en los informes financieros. Los auditores utilizan números reales para detectar discrepancias, fraudes, y para asegurar que las empresas cumplan con las normativas contables y fiscales.
- **Valoración de Empresas:** Los números reales son esenciales para evaluar el valor de una empresa. Esto incluye el cálculo de métricas como el flujo de caja descontado, el valor en libros, y el valor de mercado del capital propio, entre otros. Estas valoraciones son cruciales para fusiones, adquisiciones, y la venta de empresas.
- **Cumplimiento y Regulación:** La contabilidad y la auditoría son disciplinas reguladas que requieren el uso estandarizado de números reales para garantizar el cumplimiento de las leyes y regulaciones financieras. Esto incluye la presentación de informes financieros, el pago de impuestos, y la realización de transacciones internacionales.

Números reales – Ejercicios

- Simplifique las siguientes expresiones

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{7}{9}-\frac{1}{36}$$

$$\left[\frac{1}{5}+\frac{6}{5}\right]\div\frac{2}{3}$$

$$1-\frac{8}{3}\cdot\frac{-3}{4}-\left\{2-\left[\frac{3}{4}-1+\frac{2}{5}\left(-10+\frac{15}{4}\right)-1\right]\right\}$$

$$\frac{-18}{5}+6\cdot\left\{\frac{-5}{3}-\left[\frac{14}{3}-\left(\frac{7}{21}+\frac{14}{3}\right)\right]+\frac{1}{12}\right\}$$

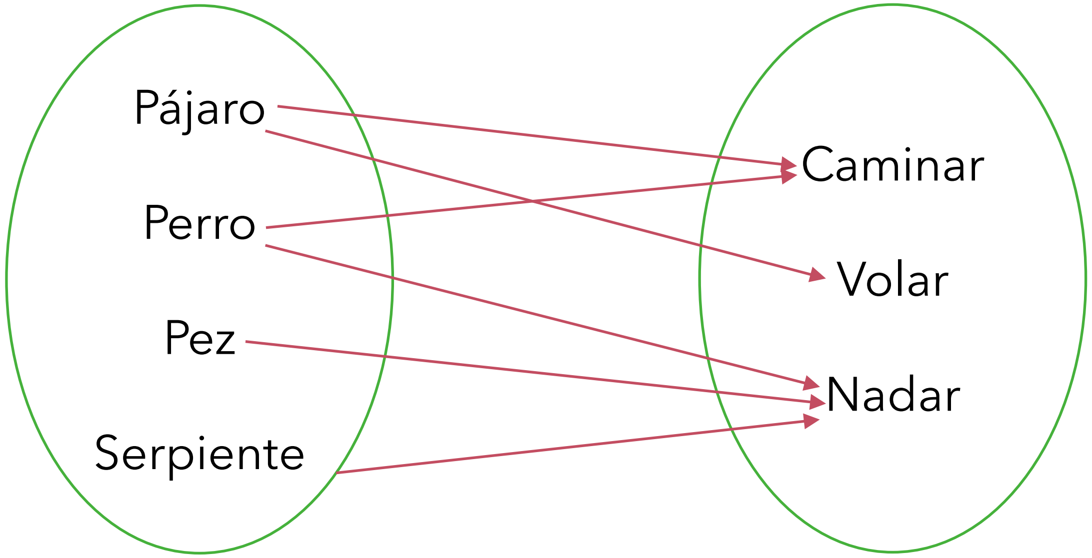
FUNCIONES

Introducción

- En esta unidad se introduce, como primera parte, al estudio de las funciones. Debido a que las funciones juegan un papel muy importante en la modelación de situaciones de la vida real.
- Todos quienes estudian Matemática, esencialmente estudian las funciones, ya sea, físicos, químicos, turismólogos, biólogos, economistas, psicólogos, entre otras ramas, estudian las relaciones entre los elementos en sus campos y tratan de entender el porqué de ellas.
- Para entender el concepto de función hay que entender lo que significa una relación.

Relación

- Una relación está dada por la correspondencia entre los elementos de dos conjuntos que forman parejas ordenadas, la formulación de una expresión que une **al menos un elemento** entre sí establece una relación

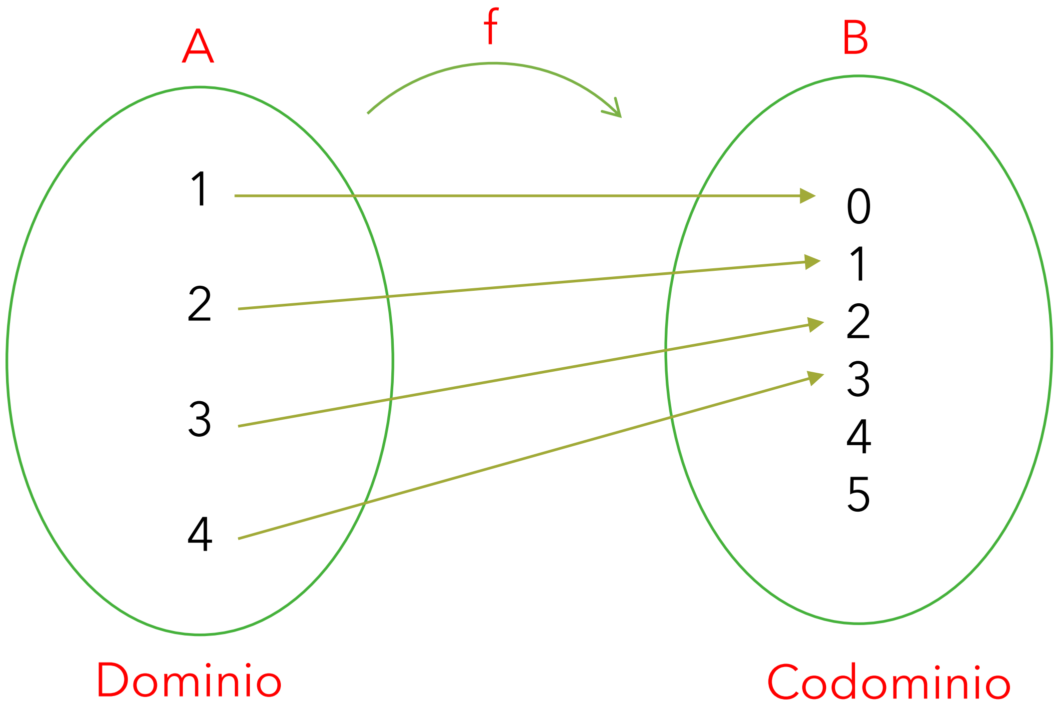


Función

- En aplicaciones prácticas el valor de una magnitud suele depender de los valores que toman otras magnitudes; por ejemplo, el tiempo que una persona invierte en trasladarse desde su casa al trabajo depende de la distancia, el salario de un trabajador depende de sus años de servicio, entre otras.
- **Definición (de función).** Sean A y B 2 conjuntos no vacíos, se llama función definida de A en B cuando a cada elemento de A le corresponde uno y solamente un elemento de B, se denota
$$f: A \rightarrow B$$
- Al conjunto A se lo denomina también DOMINIO que sería la variable independiente y al conjunto B, CODOMINIO que sería la variable dependiente
- A la función generalmente se la denota utilizando las siguientes letras: f, g, h, i, j

Función

- Ejemplo

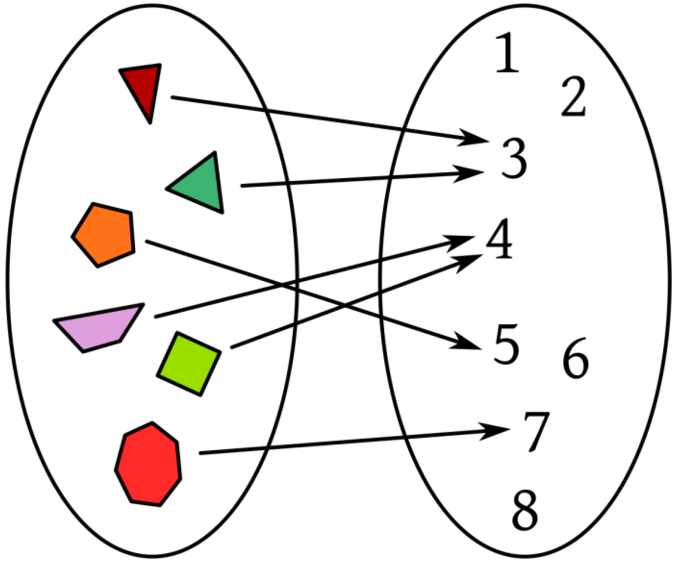


Función - Conceptos

- Dominio - $Dom(f)$: es el conjunto de salida o conjunto de pre imágenes $\{1,2,3,4\}$
- Codominio - $Cod(f)$: es el conjunto de llegada $\{0,1,2,3,4,5\}$
- Recorrido o Rango - $Rec(f)$: es subconjunto del codominio y está formado por las imágenes de los elementos del Dominio $\{0,1,2,3\}$
- Grafo: Es el conjunto de pares ordenados $G(f)$, de los cuales el primer componente pertenece al Dominio y el segundo componente pertenece al Rango $\{(1,0);(2,1);(3,2);(4,3)\}$

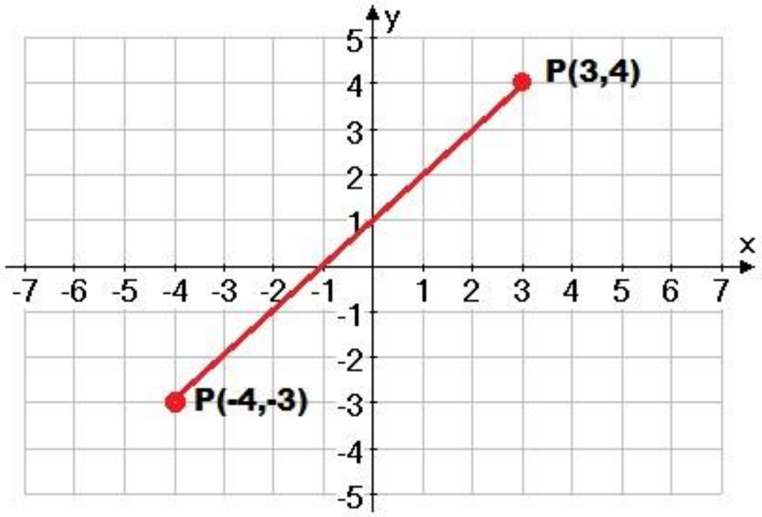
Función – Formas de representación

- Diagrama Sagital: que comúnmente se conoce como Diagramas de Venn



Función – Formas de representación

- Diagrama Cartesiano: consisten en representar el dominio y codominio, al igual que los elementos de los grafos en el plano cartesiano, y a partir de ahí crear gráficas de las funciones
- En el eje X se representa el $Dom(f)$
- En el eje Y se represe



Función – Formas de representación

- Fórmula: es la expresión algebraica de la función que se representa mediante variables. Por ejemplo:

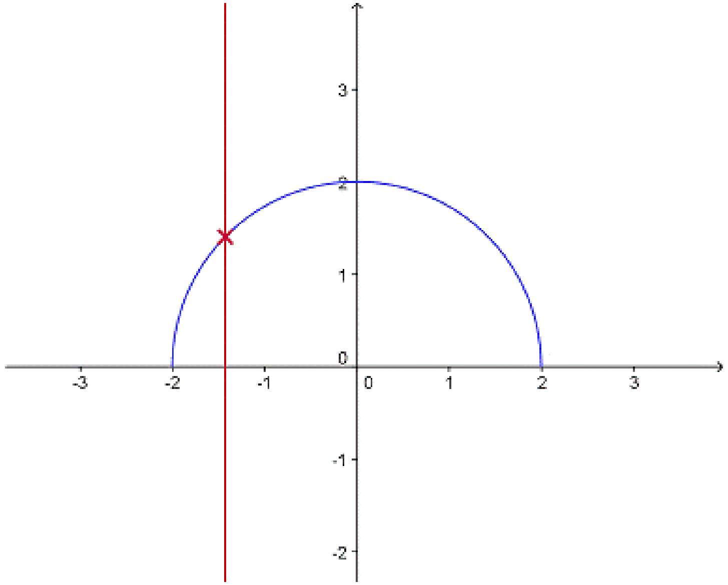
$$y = f(x) = x^2$$

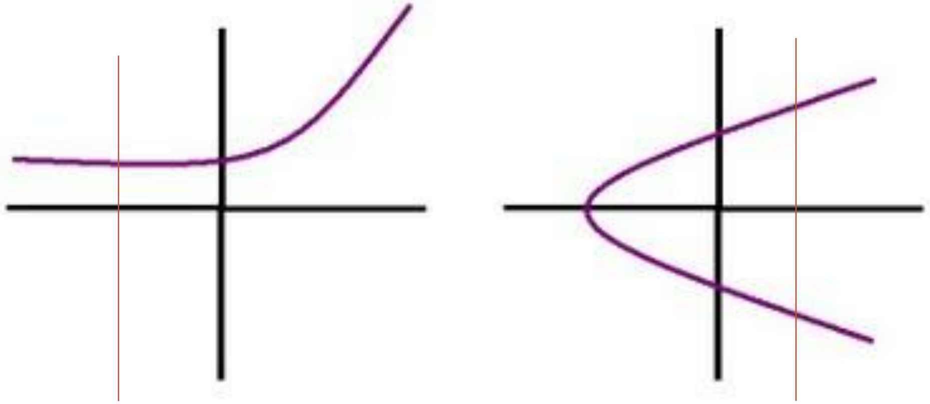
- Tabla de valores: Se forma por 2 filas o columnas, en la primera se ubica la variable independiente (dominio) y en la segunda la variable dependiente (codominio)

X	-2	-1	0	1	2	3	4
Y							

Función – criterios para determinar si es una función

- Forma gráfica: si se traza una recta paralela al eje Y sobre el gráfico, y si se nota que la recta corta al gráfico en 1 sólo punto es una función caso contrario es una relación





es función

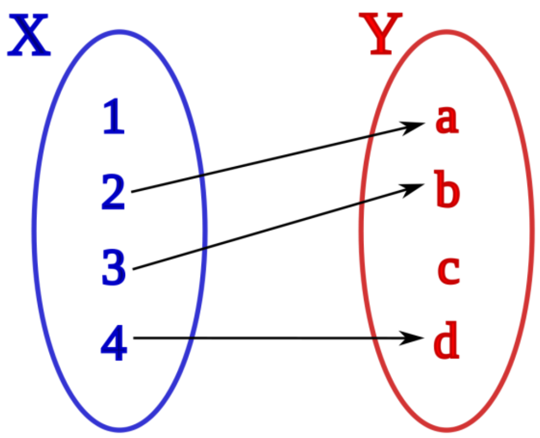
no es función

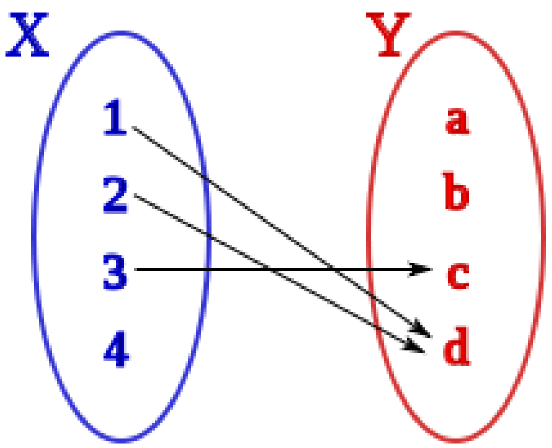
Función – criterios para determinar si es una función

- Conjunto de pares ordenados: En un conjunto de pares ordenados si no se repiten las primeras componentes es una función caso contrario es una relación

$$\{(1,2);(2,3);(3,4)\}$$

- Diagrama sagital: si la correspondencia va de uno a uno o de varios a uno, es una función





FUNCIÓN - Ejercicios

- Determinar ejemplos de funciones, determinar su dominio, codominio, rango, grafo

Función – Clasificación

Algebraicas	Por su dominio, recorrido y regla de correspondencia	Funciones trascendentes	Por su comportamiento gráfico
• Polinomiales • Racionales • Radicales o irracionales • Funciones a trozos	• Inyectiva • Sobreyectiva • Biyectiva • Inversa	• Exponenciales • Logarítmicas • Trigonométricas	• Continuas • Discontinuas • Crecientes o Decrecientes

Función – Algebraicas

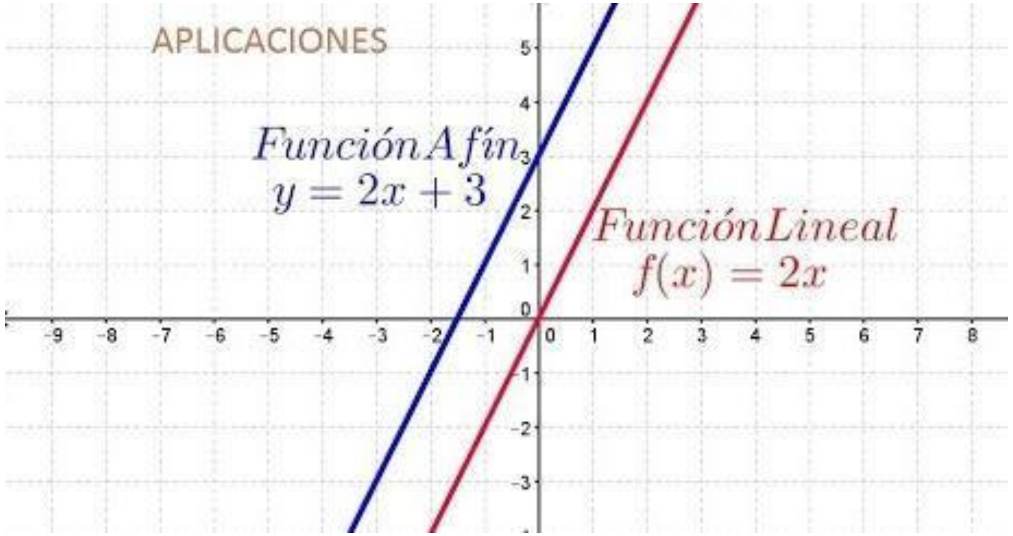
- **Polinomiales:** Consideremos la definición de un polinomio

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_1 x^1 + a_0 x^0 \ ; \ Donde: a_n \neq 0; a_1, a_2, .. a_n \in \mathbb{R}$$

Función de primer grado	Función cuadrática
Función cúbica	Función de grado superior

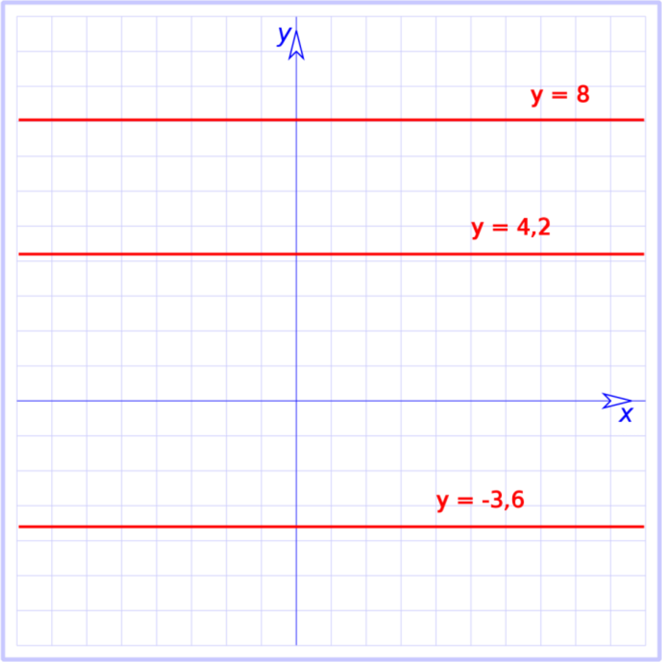
Función – Algebraicas - Polinomiales

- **Función de primer grado o afín:** son las funciones de la forma $f(x) = ax + b$, estás pueden ser:
  - Función Lineal: $f(x) = ax$



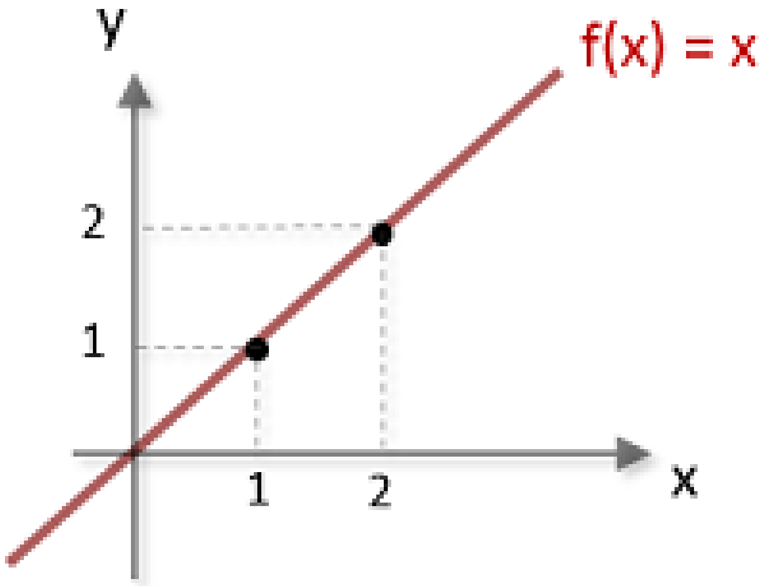
Función – Algebraicas - Polinomiales

- <u>Función Constante:</u> $f(x) = b$



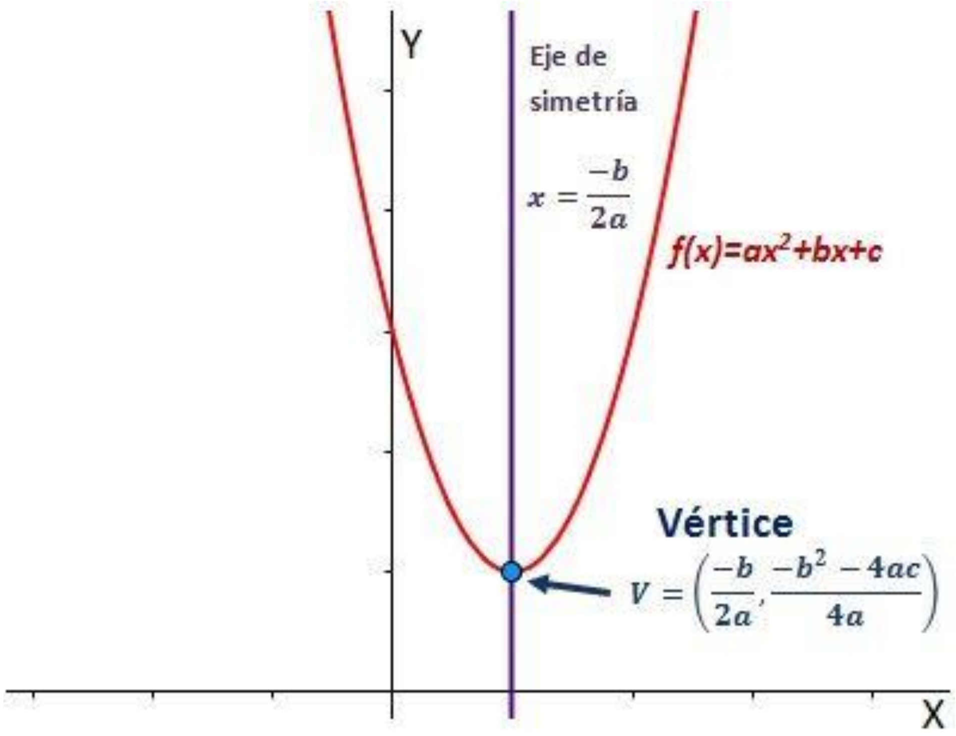
Función – Algebraicas - Polinomiales

- Función Identidad: $f(x) = x$, notamos que es una bisectriz del primer y tercer cuadrante del plano



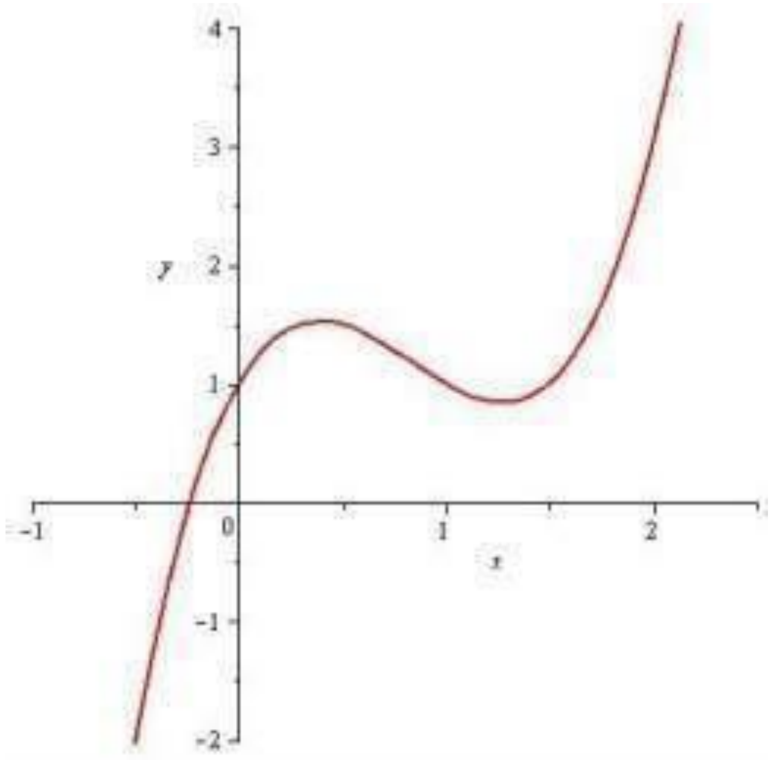
Función – Algebraicas - Polinomiales

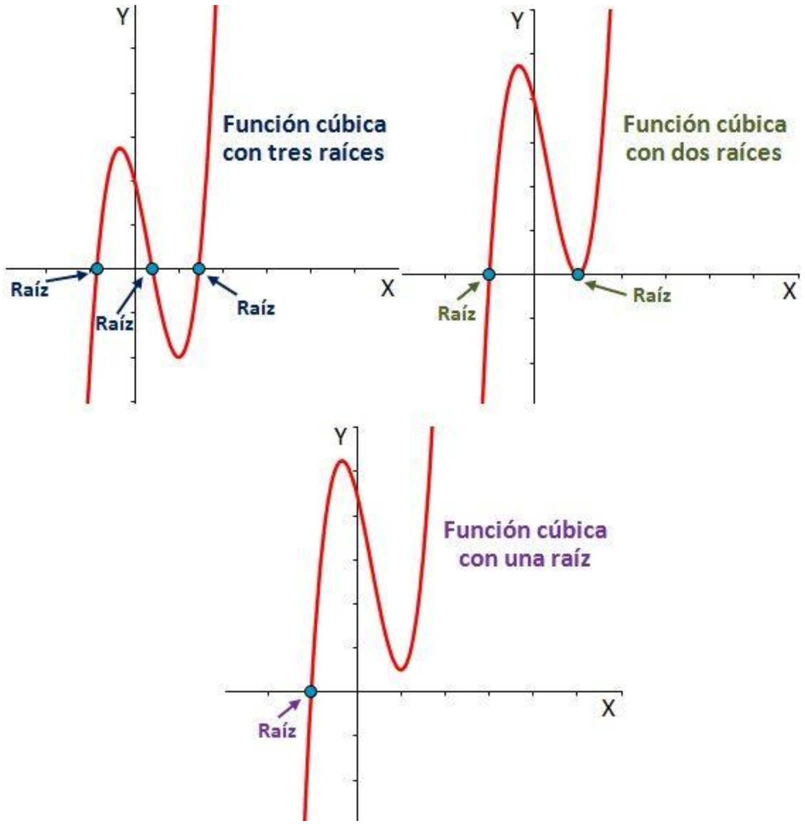
- **Función cuadrática:** son las funciones de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, estás pueden ser:



Función – Algebraicas - Polinomiales

- **Función cúbica:** son las funciones de la forma $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, estás pueden ser:

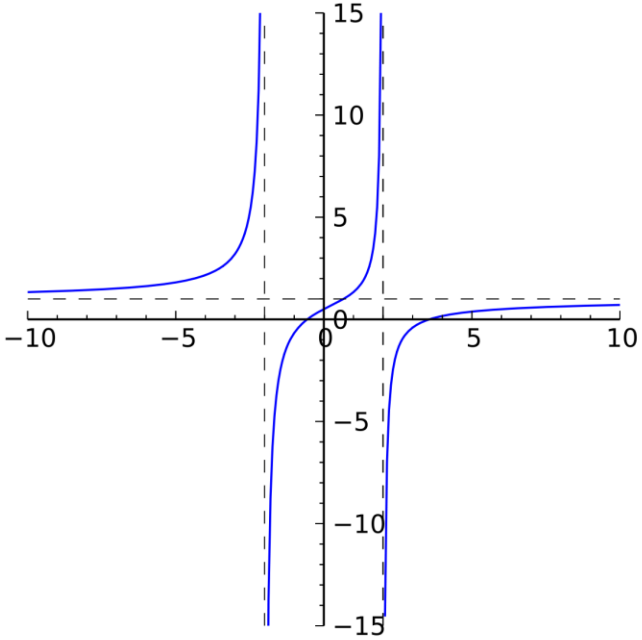


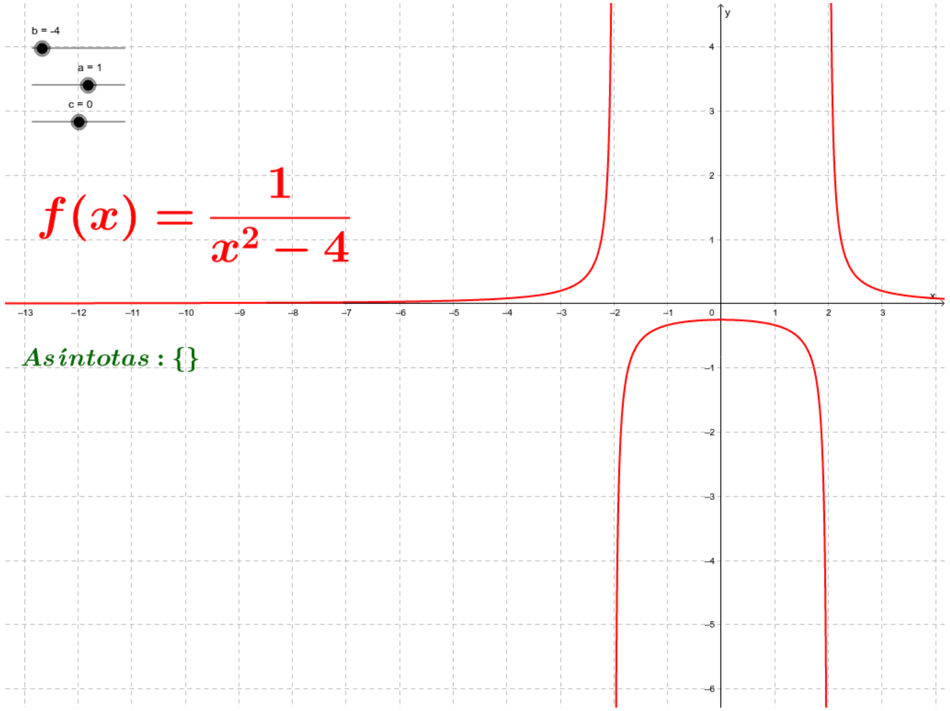


Función – Algebraicas

- **Racionales:** Consideremos la definición de un polinomio racional

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)} \;\; ; \; Donde: q(x) \neq 0; p(x), q(x) \; son \; polinomios$$

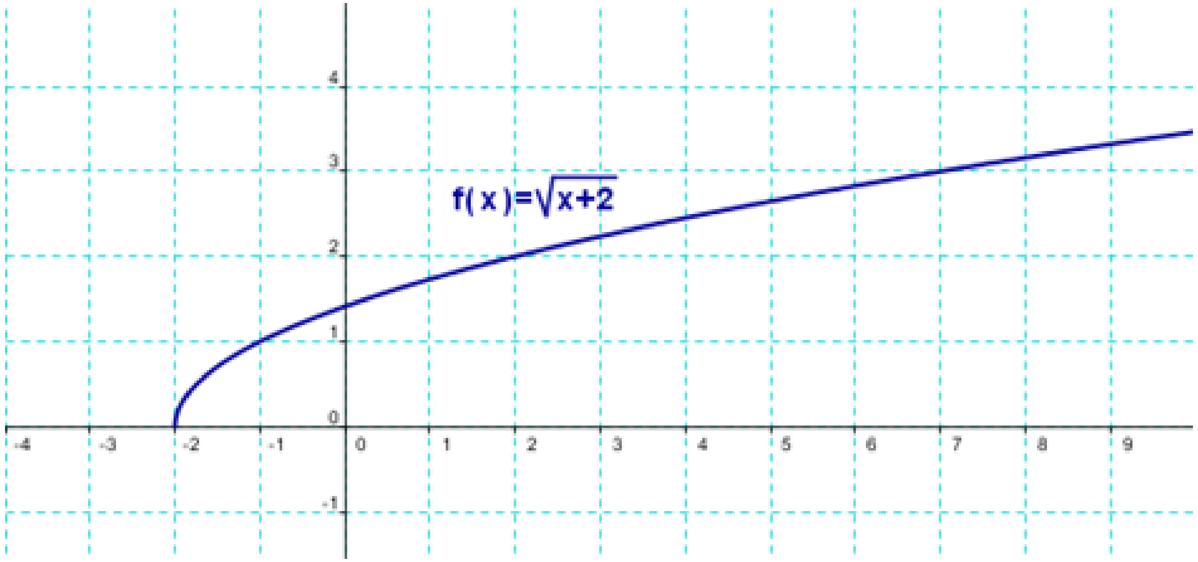


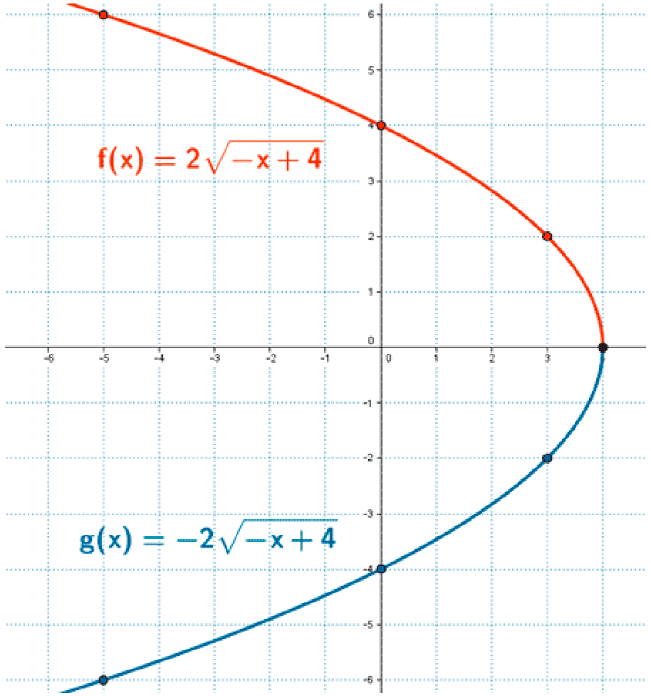


Función – Algebraicas

- **Radicales o irracional:** Consideremos la definición de un polinomio irracional

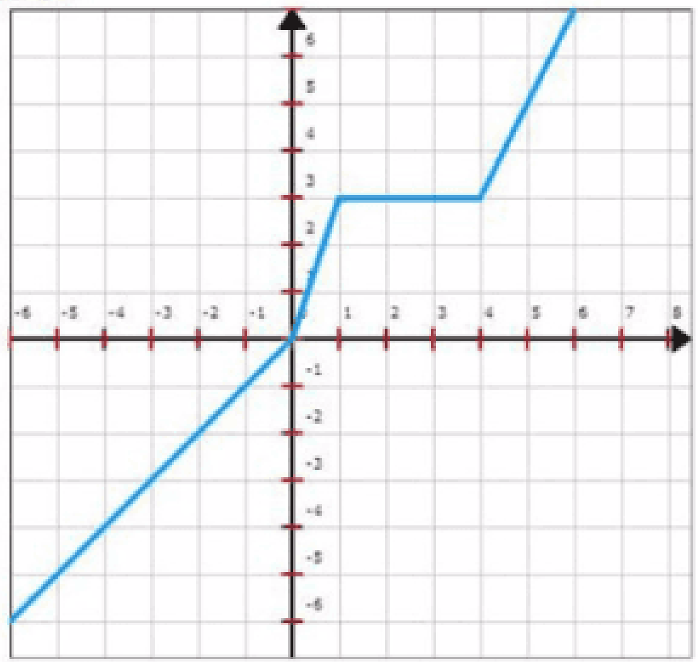
$$f(x) = \sqrt[n]{x};\ Donde: n \in \mathbb{N}; n > 1$$





Función – Algebraicas

- **A trozos:** una función está definida a trozos o tramos cuando contienen expresiones parciales y en cada una de ellas se especifica el intervalo de validez. La gráfica es discontinua y presenta diferentes comportamientos, dependiendo de las expresiones algebraicas definidas



$$y = f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \leq -1 \\ 2x + 1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ -x + 4 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ x - 1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

Función – POR SU DOMINIO Y RECORRIDO

- Se clasifican por las formas de relacionarse los elementos de dominio con los elementos del codominio

Inyectiva

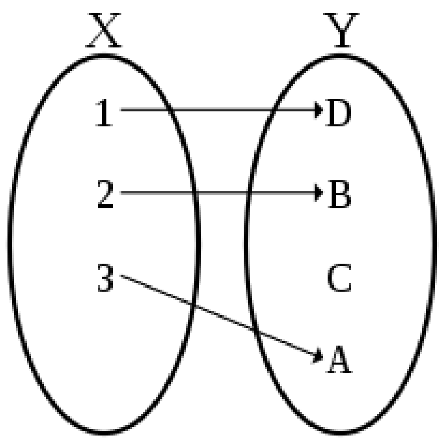
Sobreyecti
va

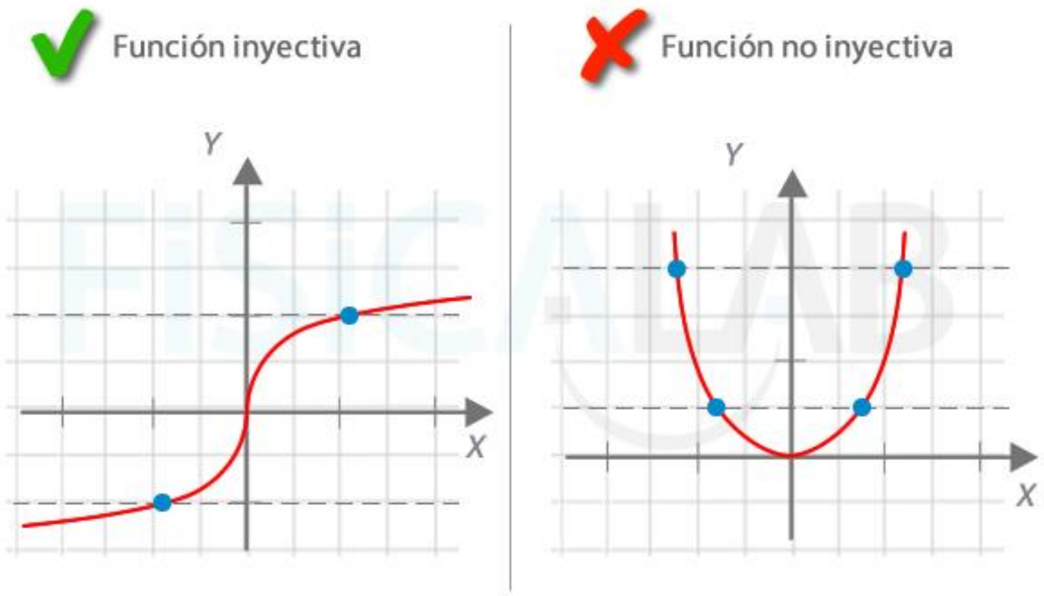
Biyectiva

Inversa

Función – Por su Dominio y Recorrido

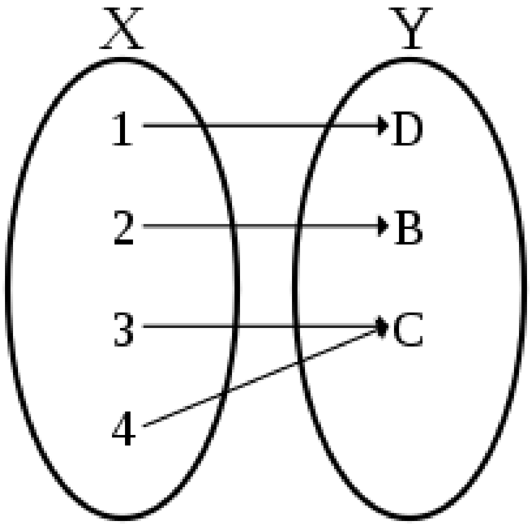
- **Inyectiva:** una función es inyectiva, uno a uno, si a elementos distintos del conjunto X (dominio) les corresponden elementos distintos en el conjunto Y (codominio)

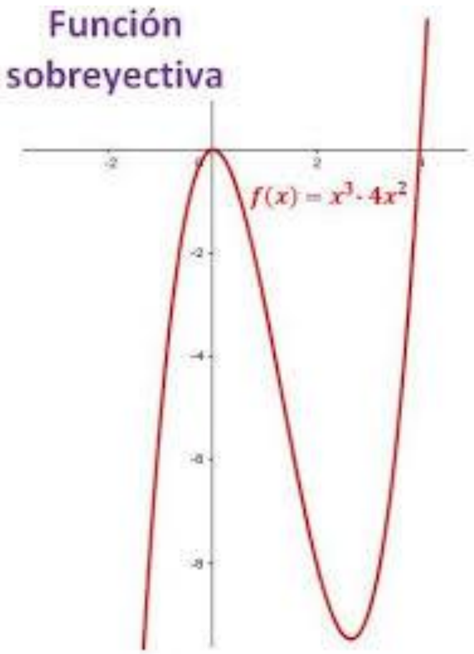


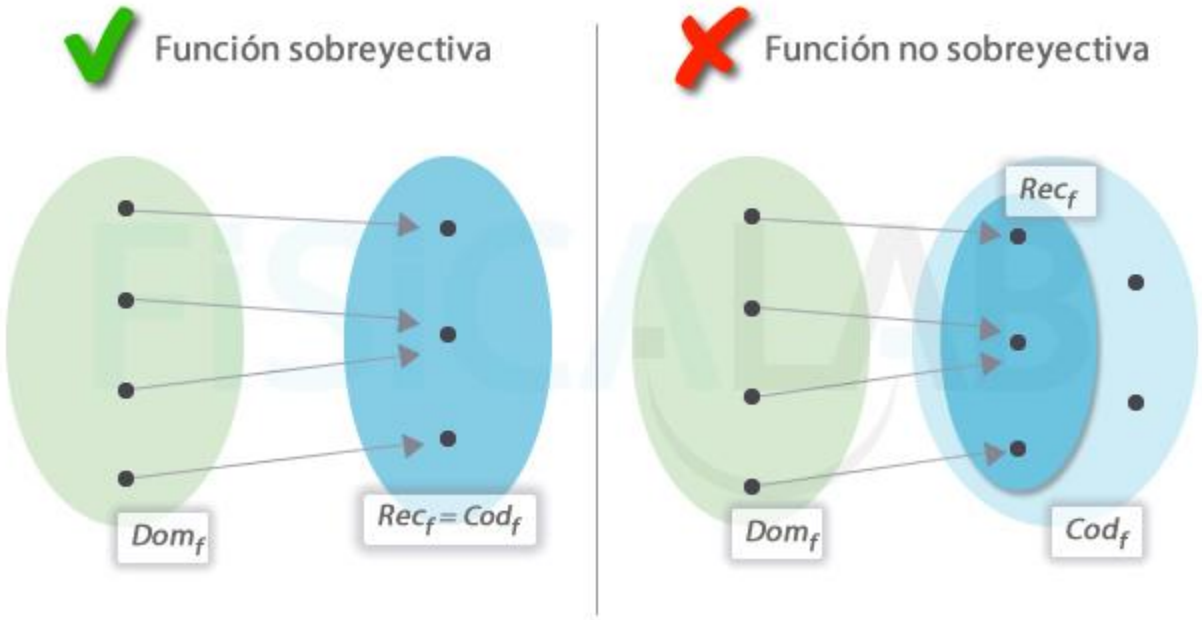


Función – Por su Dominio y Recorrido

- **Sobreyectiva:** una función es sobreyectiva, epiyectiva, suprayectiva, suryectiva, exhaustiva, onto o subyectiva si está aplicada sobre todo el codominio, es decir, cuando cada elemento de Y es la imagen de como mínimo un elemento de X.

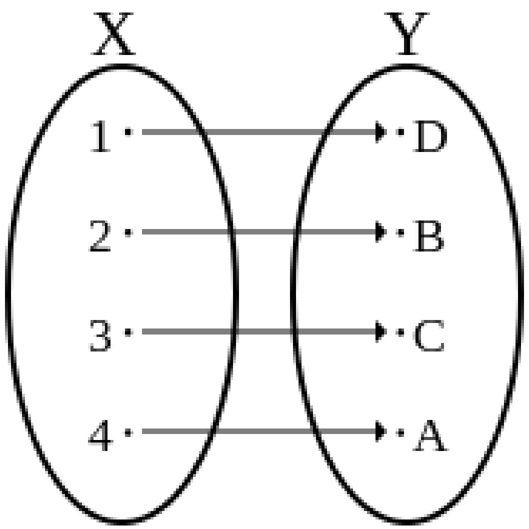


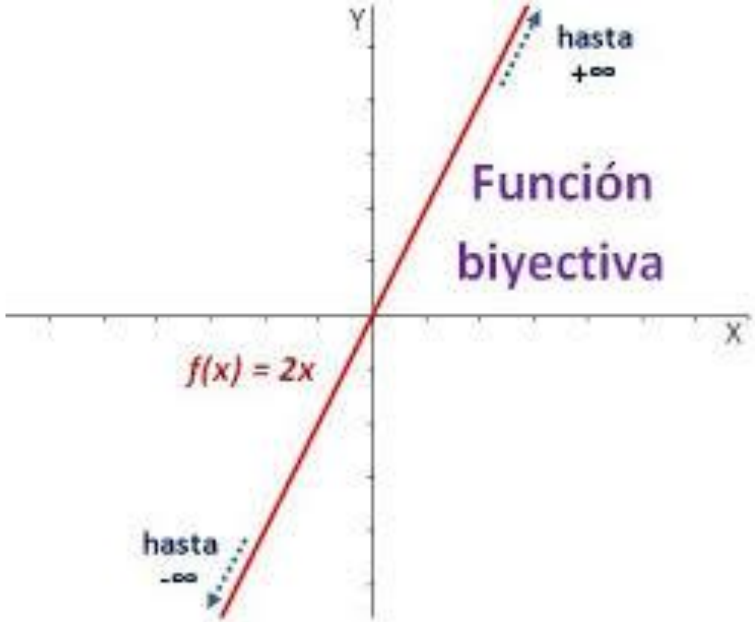


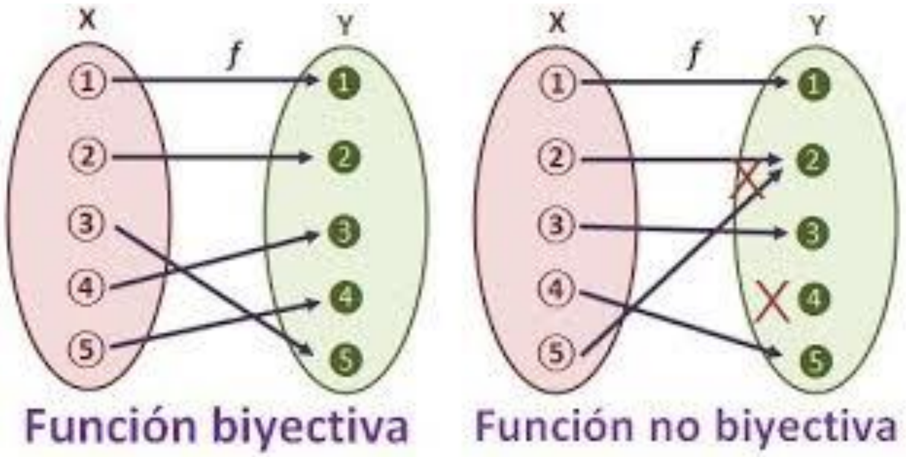


Función – Por su Dominio y Recorrido

- **Biyectiva:** una función es biyectiva si es al mismo tiempo inyectiva y sobreyectiva; es decir, si todos los elementos del conjunto de salida tienen una imagen distinta en el conjunto de llegada, y a cada elemento del conjunto de llegada le corresponde un elemento del conjunto de salida.







Función – Trascendentes

- Cuando la variable independiente forma parte del exponente o de la base del logaritmo

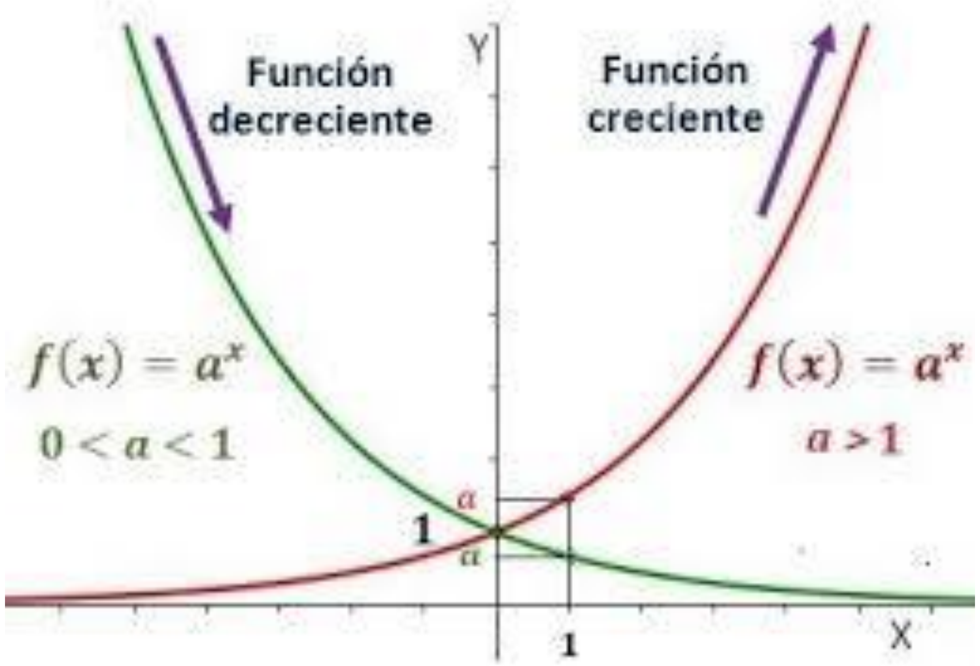
Exponenciales

Logarítmicas

Trigonométricas

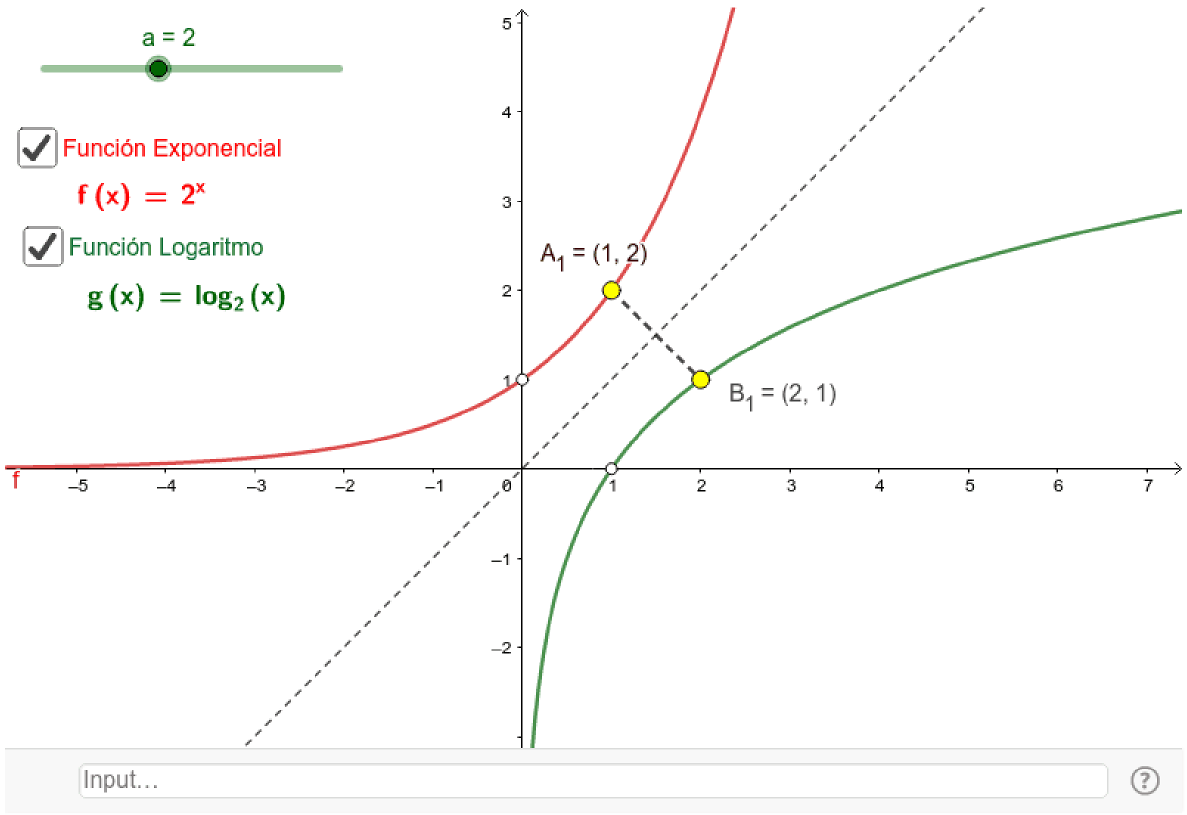
Función – Trascendentes - Exponenciales

- Son aquellas de la forma
- $f(x) = a^x \,; a > 0; a \in \mathbb{R}$
- $f(x) = e^x$



Función – Trascendentes - Logarítmicas

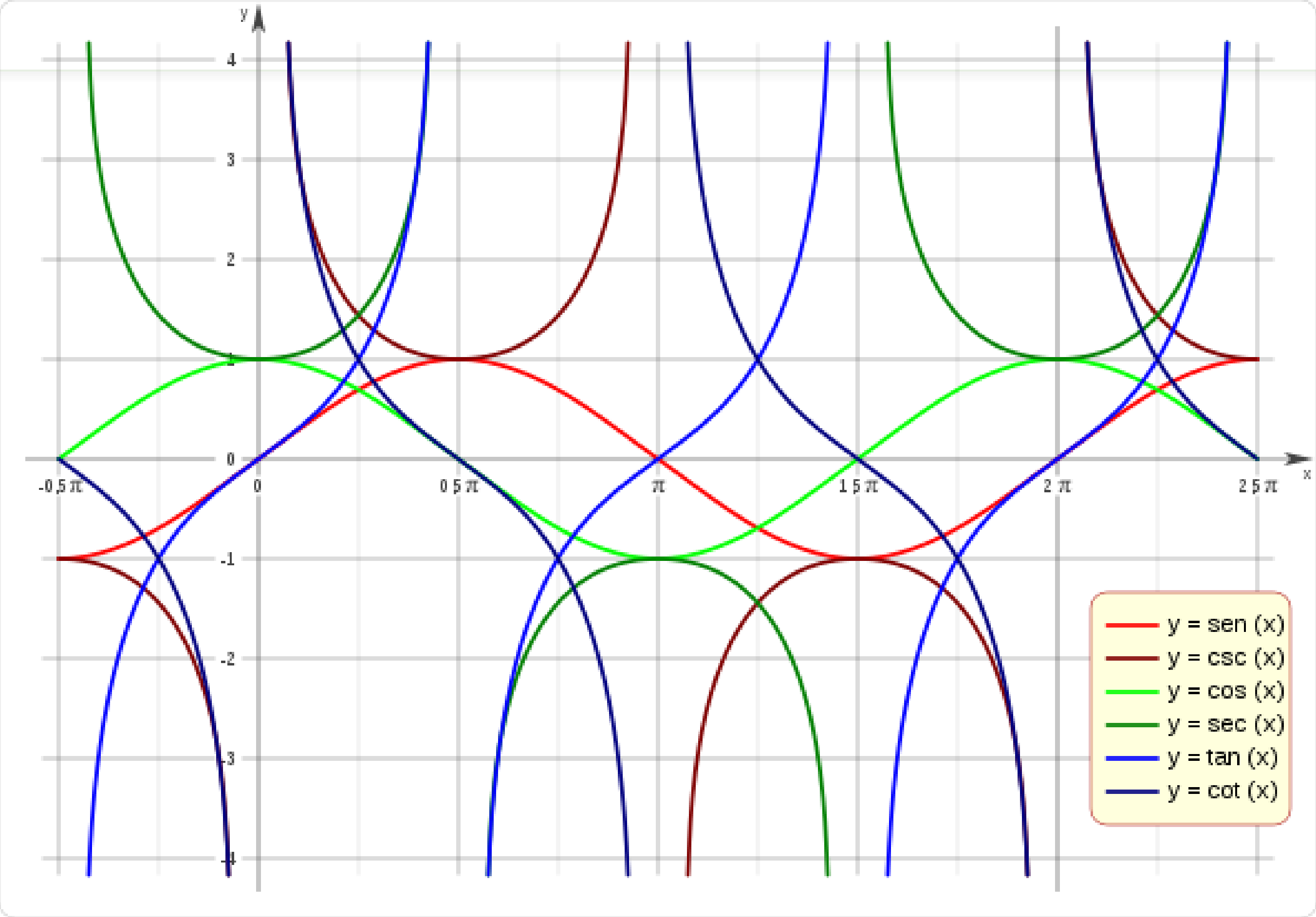
- Son aquellas de la forma
- $f(x) = log_a(x)$
- $f(x) = log(x)$



Función – Trascendentes - Trigonométricas

- Son aquellas de la forma
- $f(x) = \sin(x)\,; f(x) = cos(x); f(x) = tg(x)$
- $f(x) = sec(x); f(x) = csc(x); f(x) = ctg(x)$

Función – Trascendentes - Trigonométricas



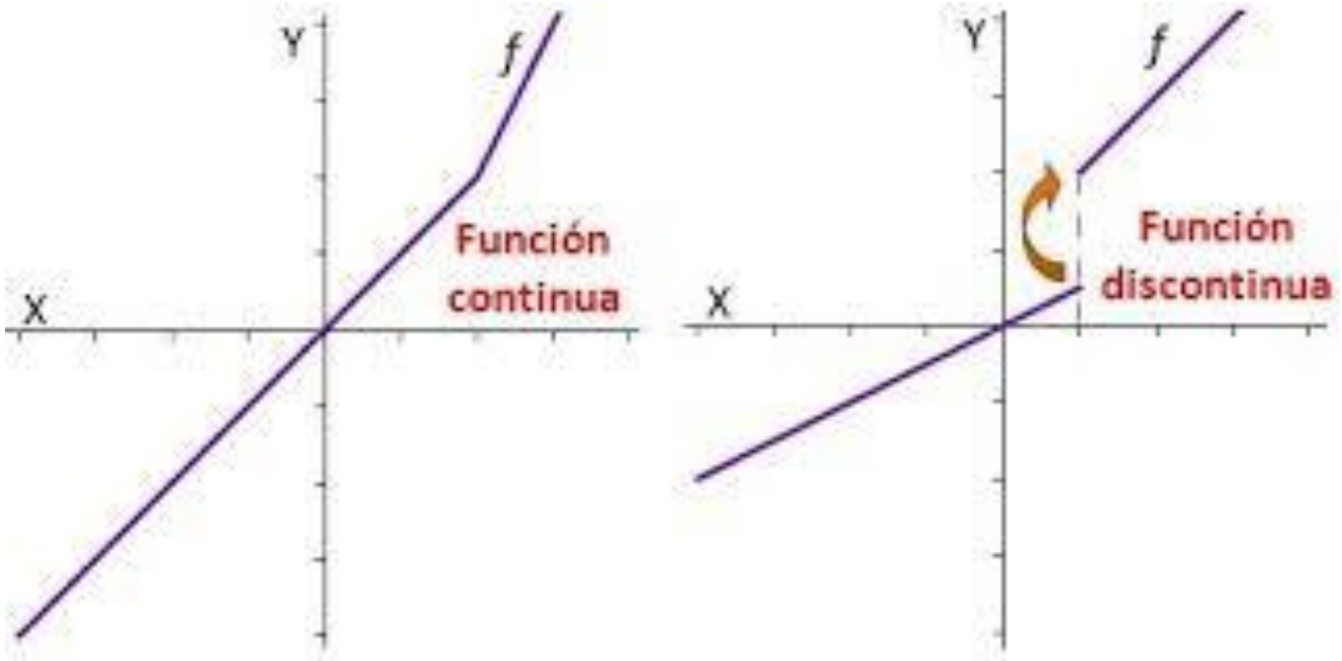
Función – Por Su Comportamiento

Continuas

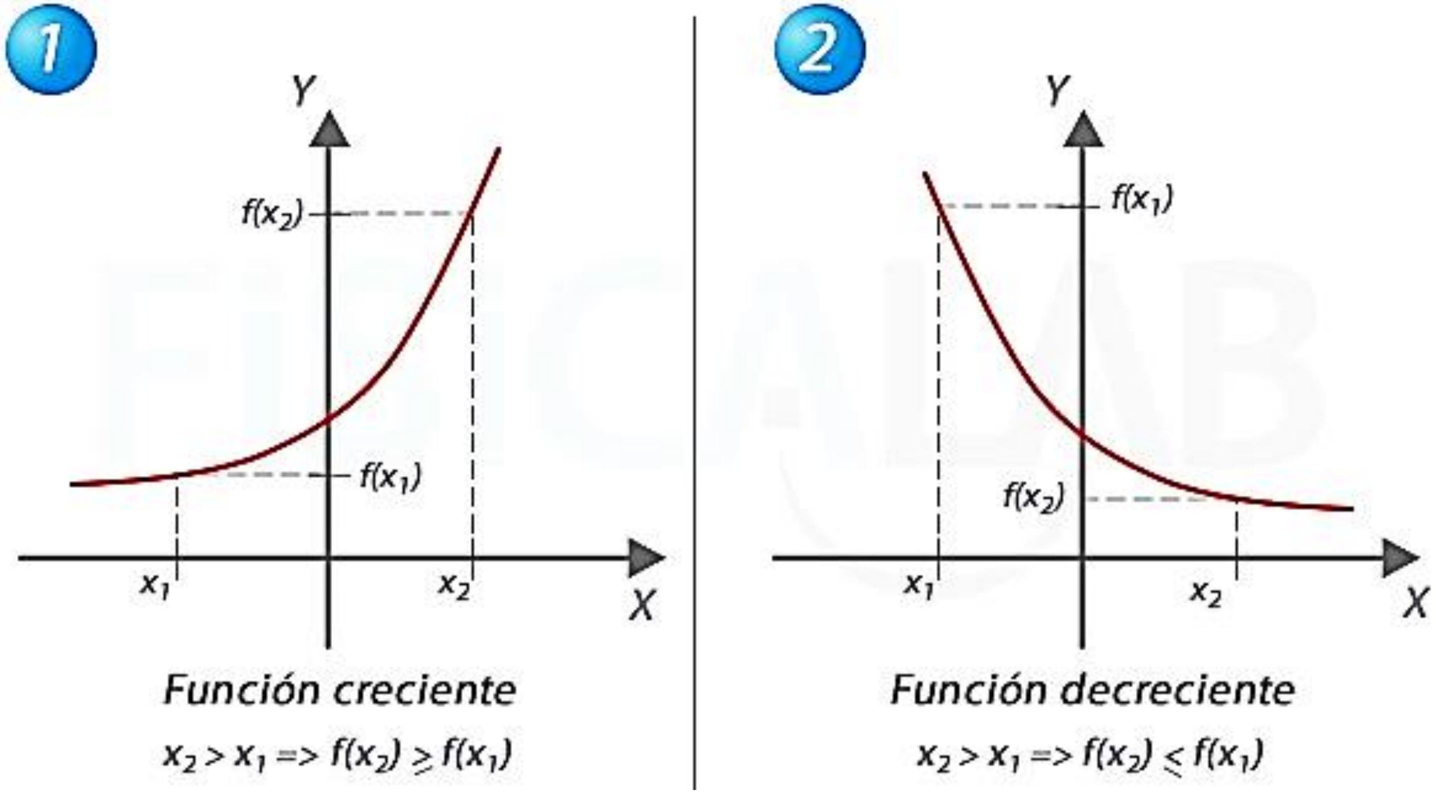
Discontinuas

Crecientes / Decrecientes

Función – Por Su Comportamiento –Continuas-Discontinuas



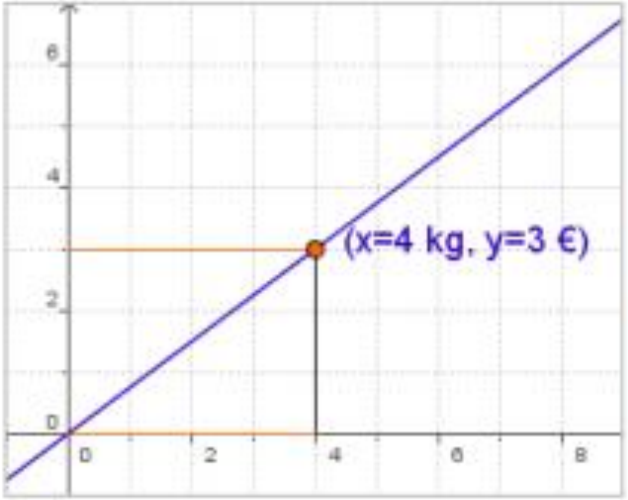
Función – Por Su Comportamiento –Crecientes-Decrecientes



Aplicaciones de funciones algebraicas polinómicas de primer grado $f(x) = ax + b$

1) Funciones de proporcionalidad directa

Las funciones polinómicas de primer grado con término independiente cero, representan la relación entre dos variables directamente proporcionales.



y=constante·x

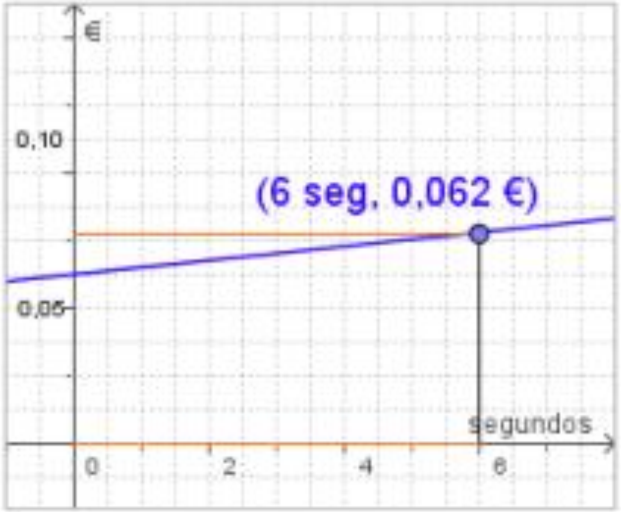
La gráfica de la función de proporcionalidad directa es una recta que pasa por el origen, y su pendiente es la constante de proporcionalidad

Aplicaciones de funciones algebraicas polinómicas de primer grado $f(x) = ax + b$

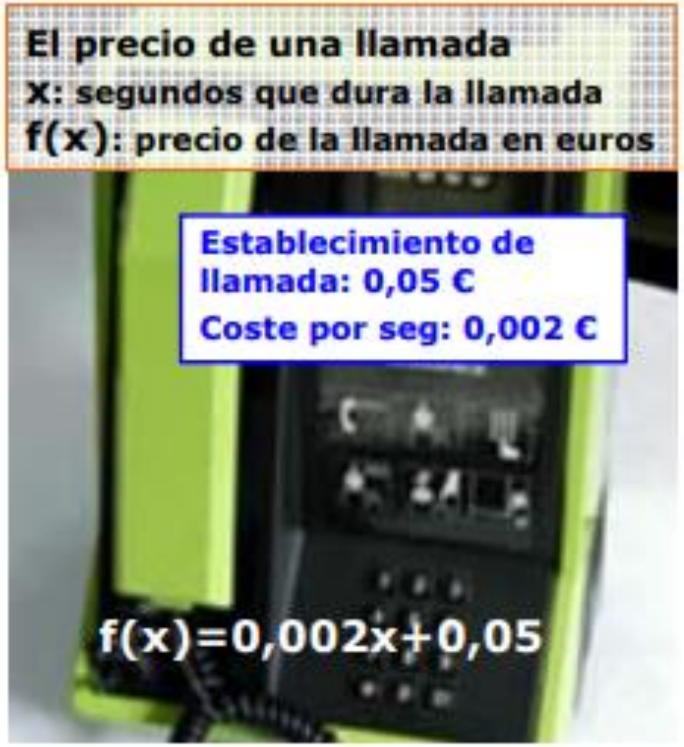
2) Tarificación telefónica por segundos

Para calcular el precio de una llamada telefónica se utilizan funciones polinómicas de primer grado.

y=precio por segundo·x+establecimiento de llamada



x seg	f(x) €
0	0,05
1	0.052
10	0,07
60	0,17

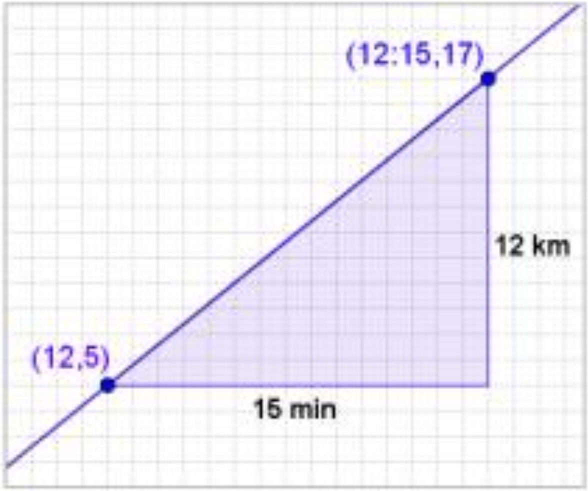


Aplicaciones de funciones algebraicas polinómicas de primer grado $f(x) = ax + b$

3) Recorrido con velocidad constante

Si a las 12 estoy en el km 5 de una carretera y manteniendo una velocidad constante a las 12:15 estoy en el km 15, ¿qué velocidad llevo?.

Punto kilométrico=velocidad·t+pto. kilométrico inicial



La velocidad es la **pendiente** de la recta que pasa por los puntos (12,5) y (12:15,17)

$$\text{vel} = \frac{17-5}{15} = \frac{12}{15}\,\frac{\text{km}}{\text{min}} = \frac{12\cdot 60}{15}\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 48\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

¿A qué velocidad?
t: tiempo transcurrido
f(t): punto kilométrico

Ejercicios

- Funciones algebraicas polinomiales

En cada caso haz una tabla de valores y comprueba que los puntos obtenidos son de la gráfica.

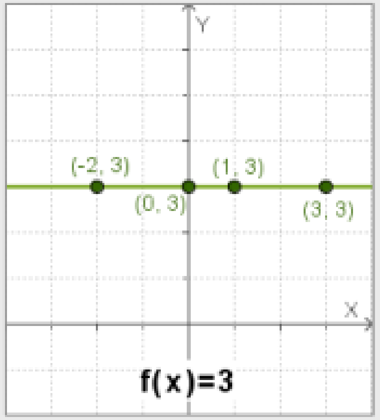
a) $f(x)=3$ b) $f(x)=-2x+3$ c) $f(x)=x^2-x+2$

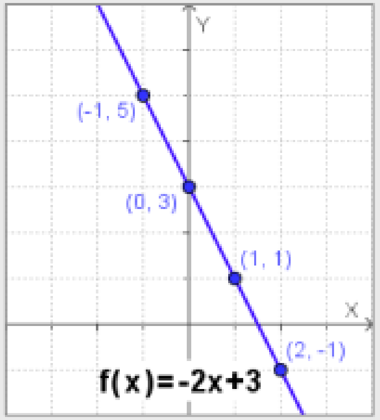
Solución

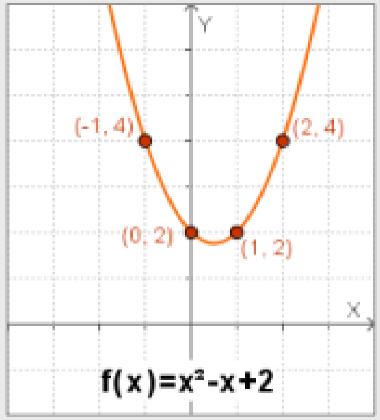
x	f(x)
0	3
1	3
2	3
-2	3

x	f(x)
0	3
1	1
2	-1
-1	5

x	f(x)
0	2
1	2
2	4
-1	4

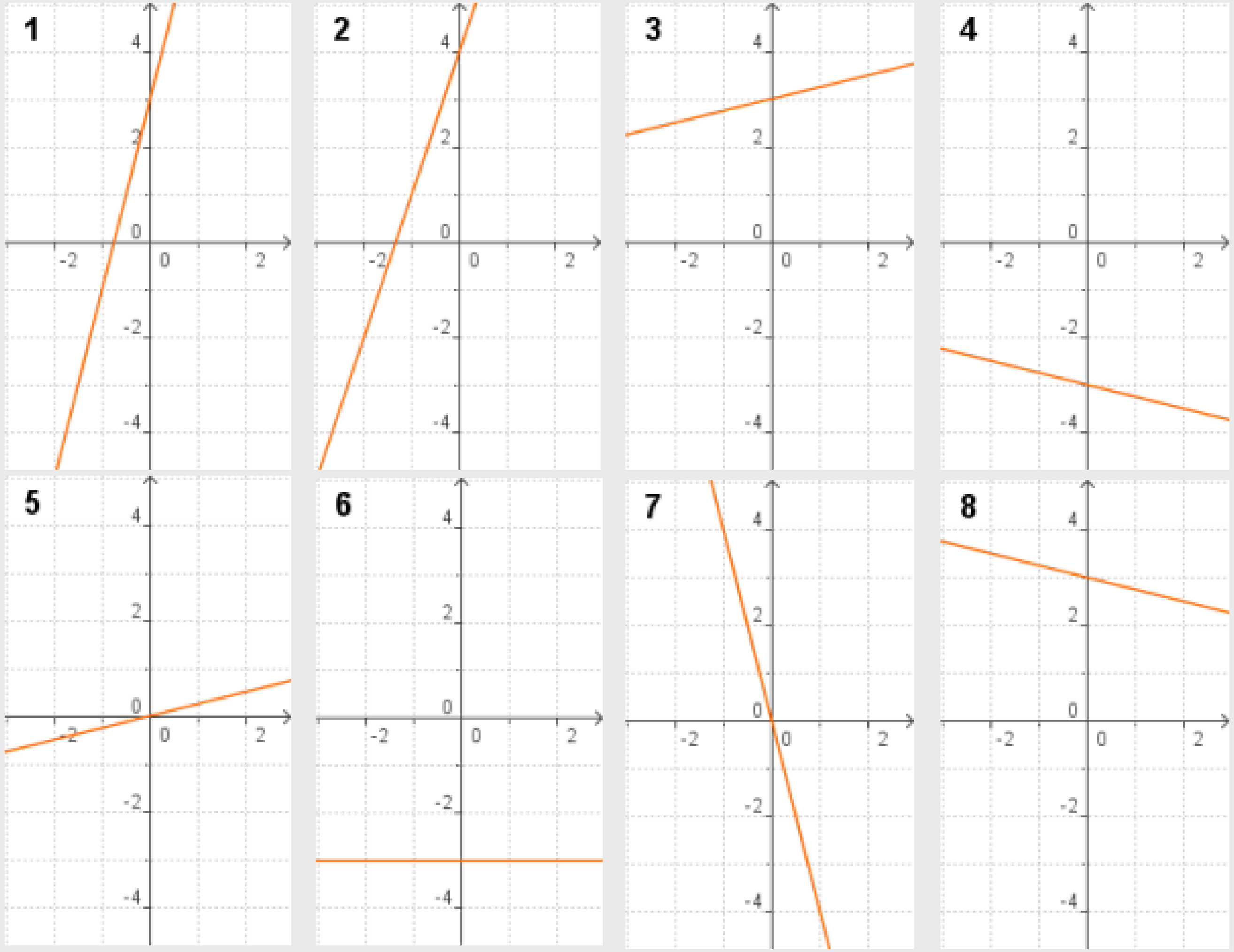






Ejercicios

¿Qué gráfica corresponde a cada ecuación?



a) $y=x/4 +3$

b) $y=4x+3$

c) $y=-x/4-3$

d) $y=-x/4 +3$

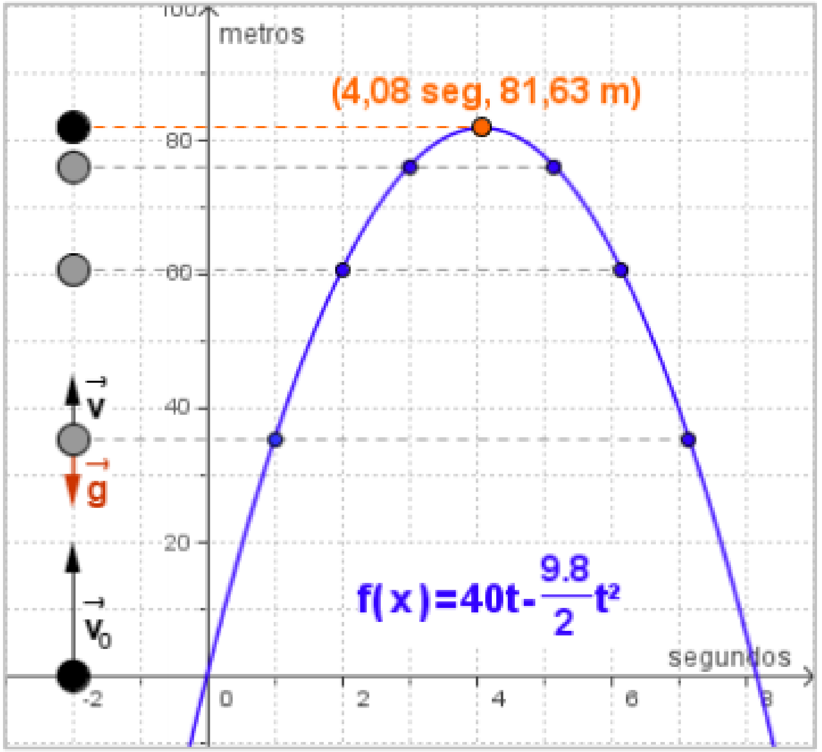
e) $y=-3$

f) $y=3x+4$

g) $y=x/4$

h) $y=-4x$

Aplicaciones de funciones algebraicas polinómicas de segundo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$



1) Movimiento uniformemente acelerado

Un ejemplo de movimiento uniformemente acelerado o de aceleración constante, es el de **caída libre** en el que interviene la aceleración de la gravedad.
Las ecuaciones de este movimiento son:

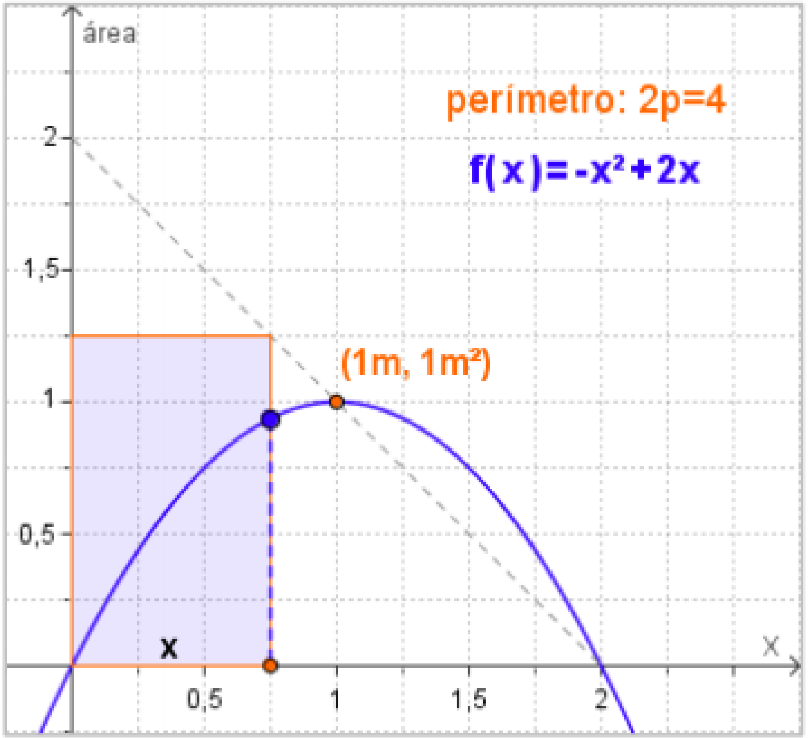
$v=v_0+gt$ $\quad e=v_0t+\frac{1}{2}gt^2$ $\quad$ $\mathbf{v_0}$: vel. inicial $\quad$ $\mathbf{g}\cong 9.8$ m/seg^2

- ***Se lanza desde el suelo hacia arriba un objeto con velocidad inicial 40 m/seg, ¿qué altura alcanza?.***

  $\mathbf{f(x)=v_0x-4,9x^2}$ $\quad$ **x**:tiempo $\quad$ $\mathbf{g}\cong -9.8$ m/seg^2

  Es una parábola de vértice (v_0/g, $\mathbf{f(v_0/g)}$), luego la altura máxima que alcanza es $f(v_0/g)$ m.

Aplicaciones de funciones algebraicas polinómicas de segundo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$



2) Rectángulo de área máxima

Con un mismo perímetro se pueden construir distintos rectángulos, entre todos ellos deseamos encontrar el de área máxima.

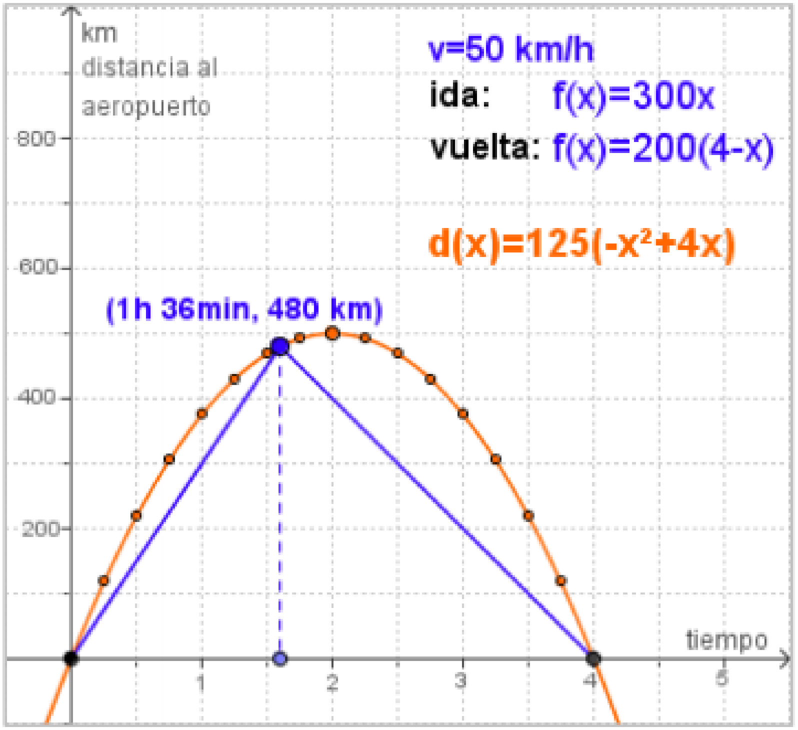
- ***Entre todos los rectángulos cuyo perímetro es 2p m., ¿qué dimensiones tiene el de área máxima?.***

  Perímetro=2p base=x altura=2-x

  Área=base·altura f(x)=x·(p-x) **f(x)=-x^2+px**

  Es una parábola de vértice (**p/2**, $(p/2)^2$), luego se trata de un cuadrado de lado p/2 m.

Aplicaciones de funciones algebraicas polinómicas de segundo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$



3) Punto de no retorno

Un avión tiene combustible para 4 horas, viajando a velocidad constante de 250 km/h sin viento. Al despegar el piloto observa que lleva viento a favor de v km/h, ¿cuál es la máxima distancia a que puede viajar con la seguridad de tener suficiente combustible para volver?.

Velocidad ida: 250+v Distancia al aeropuerto: f(x)=(250+v)x

Vel. vuelta: 250-v Distancia al aeropuerto: f(x)=(250-v)(4-x)

El punto en que se cortan las dos rectas es el punto de no retorno, si el piloto va más allá no tendrá combustible suficiente para volver.

Al variar la velocidad del viento los puntos de no retorno obtenidos están sobre la parábola: **d(x)=125x(4-x)**

Ejercicios

Dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

a) $f(x)= 1,5x^2$ b) $f(x)=-0,5x^2$

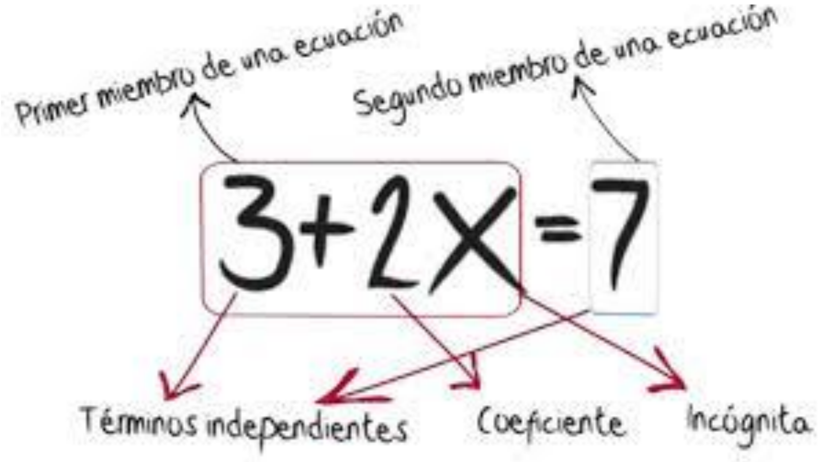
Representa gráficamente las parábolas siguientes:

a) $f(x)=2x^2-8x+2$ b) $f(x)=-x^2+4x+3$

ECUACIONES

Igualdades - Definición

- Se puede definir a una igualdad como dos expresiones matemáticas (primer y segundo miembro), que pueden contener número y letras, separadas por el signo igual (=)



Igualdades - Clasificación

Identidad
es

Se
cumple
SIEMPRE

$\forall x \in \mathbb{R}$

Ecuacione
s

Se
cumple
PARA

Encontrar
incógnita(
s)

Igualdades - Ejemplos

- $x + 1 = 5$
- $2(x + 3) = 6 + 2x$
- $x^2 + 1 = 10$
- $x + y = 5$

Igualdades - Propiedades

1. Propiedad reflexiva o Carácter idéntico: todo número es igual a sí mismo
   - $1 = 1$
   - $12 = 12$
   - $a = a$
2. Propiedad simétrica o Carácter recíproco: si un número es igual a otro, éste es igual al primero
   - $a = b \leftrightarrow b = a$
   - $2 + 2 = 4 \leftrightarrow 4 = 2 + 2$

Igualdades - Propiedades

3. Propiedad transitiva o Carácter transitivo: si un número es igual a otro y éste es igual a un tercer, entonces el primero es igual al tercero. Es decir, relaciona 2 igualdades
   - $a = b \,; b = c \rightarrow a = c$
   - $2 \times 3 = 6 \,; 6 = 5 + 1 \rightarrow 2 \times 3 = 5 + 1$

4. Propiedad aditiva o propiedad de suma y resta: al tener una igualdad se puede sumar o restar a ambos miembros cualquier cantidad que sea la misma y la igualdad no altera
   - $a = b \qquad a + x = b + x \;\; ; \;\; a - x = b - x$
   - $1 + 1 = 2 \qquad 1 + 1 + 2 = 2 + 2 \;\; ; \;\; 1 + 1 - 1 = 2 - 1$

Igualdades - Propiedades

5. Propiedad multiplicativa o Propiedad de multiplicación o división : al tener una igualdad se puede multiplicar o dividir a ambos miembros cualquier cantidad que sea la misma y la igualdad no altera
    - $a = b \qquad ax = bx \; ; \; {}^{a}/_{x} = {}^{b}/_{x}$
    - $1 + 1 = 2 \qquad 3(1+1) = 2(3) \; ; \; {}^{1+1}/_{2} = {}^{2}/_{2}$
6. Cancelación de suma, resta, multiplicación y división: si en una igualdad se tiene un mismo valor sumando o restando se puede cancelar
    - $a = b \qquad a + x = b + x \; ; \; a - x = b - x$
    - $1 + 1 = 2 \qquad 1 + 1 + 2 = 2 + 2 \; ; \; 1 + 1 - 1 = 2 - 1$
    - $a = b \qquad ax = bx \;\; x \neq 0 \; ; \; {}^{a}/_{x} = {}^{b}/_{x} \;\; x \neq 0$
    - $1 + 1 = 2 \qquad 3(1+1) = 2(3) \; ; \; {}^{1+1}/_{2} = {}^{2}/_{2}$

Igualdades - Propiedades

7. <u>Sustitución:</u> se puede sustituir cualquier incógnita por su valor
   - $a + b = bc \qquad b = x \qquad \rightarrow \qquad a + x = xc$
   - $x + 2 = 5 \qquad x = 3 \qquad \rightarrow \qquad 3 + 2 = 5$

Igualdades – Productos Notables y Factoreo

- Para la resolución adecuada de igualdades y de ecuaciones es necesario tener claro los productos notables y las reglas de factoreo

RELACION ENTRE PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACION

PRODUCTOS NOTABLES	→	←	FACTORIZACION
1.- Multiplicación de un monomio por un polinomio	$a(b+c)$	$ab+ac$	1.- Factor común monomio
2.- Multiplicación de dos polinomios	$(a+b)(c+d)$	$ac+ad+bc+bd$	2.- Factor común por agrupación
3.- Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades iguales	$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2	3.- Diferencia de cuadrados perfectos
4.- Producto de la forma $(a+b)(a^2-ab+b^2)$	$(a+b)(a^2-ab+b^2)$	a^3+b^3	4.- Suma o diferencia de cubos perfectos
5.- Producto de la forma $(a-b)(a^2+ab+b^2)$	$(a-b)(a^2+ab+b^2)$	a^3-b^3	
6.- Cuadrado de la suma de dos cantidades	$(x+a)^2$	$x^2+2ax+a^2$	5.- Trinomio cuadrado perfecto
7.- Cuadrado de la diferencia de dos cantidades	$(x-a)^2$	$x^2-2ax+a^2$	
8.- Producto de binomios de la forma $(x+a)(x+b)$	$(x+a)(x+b)$	$x^2+(a+b)x+ab$	6.- Trinomio de la forma x^2+bx+c
9.- Productos de binomios de la forma $(mx+a)(nx+b)$	$(mx+a)(nx+b)$	$mnx^2+(bm+an)x+ab$	7.- Trinomio de la forma ax^2+bx+c
10.-Cubo de la suma de dos cantidades	$(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3a^2b+b^3$	8.- Cubo perfecto tetranomios
11.-Cubo de la diferencia de dos cantidades	$(a-b)^3$	$a^3-3a^2b+3a^2b-b^3$	
12.-Cuadrado de un trinomio	$(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$	$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\cdots+b^{n-1})$	9.- ***Suma o diferencia de potencias iguales

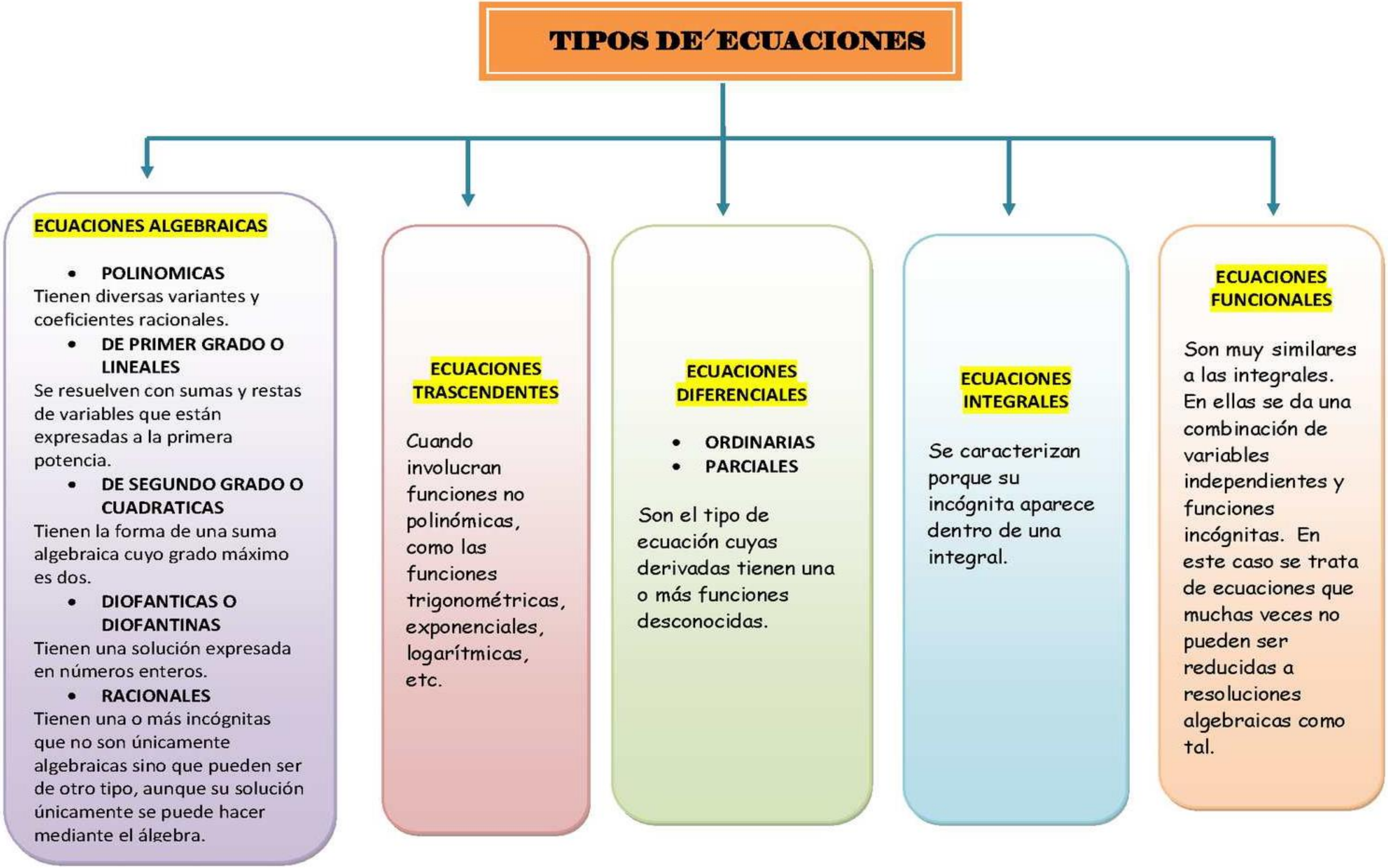
$$a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\cdots+b^{n-1})$$

***Cuando los exponentes son múltiplos de dos lo correcto es factorizar la diferencia de potencias iguales como una diferencia de cuadrados
Si los exponentes son múltiplos de tres, entonces se factoriza como diferencia de cubos perfectos

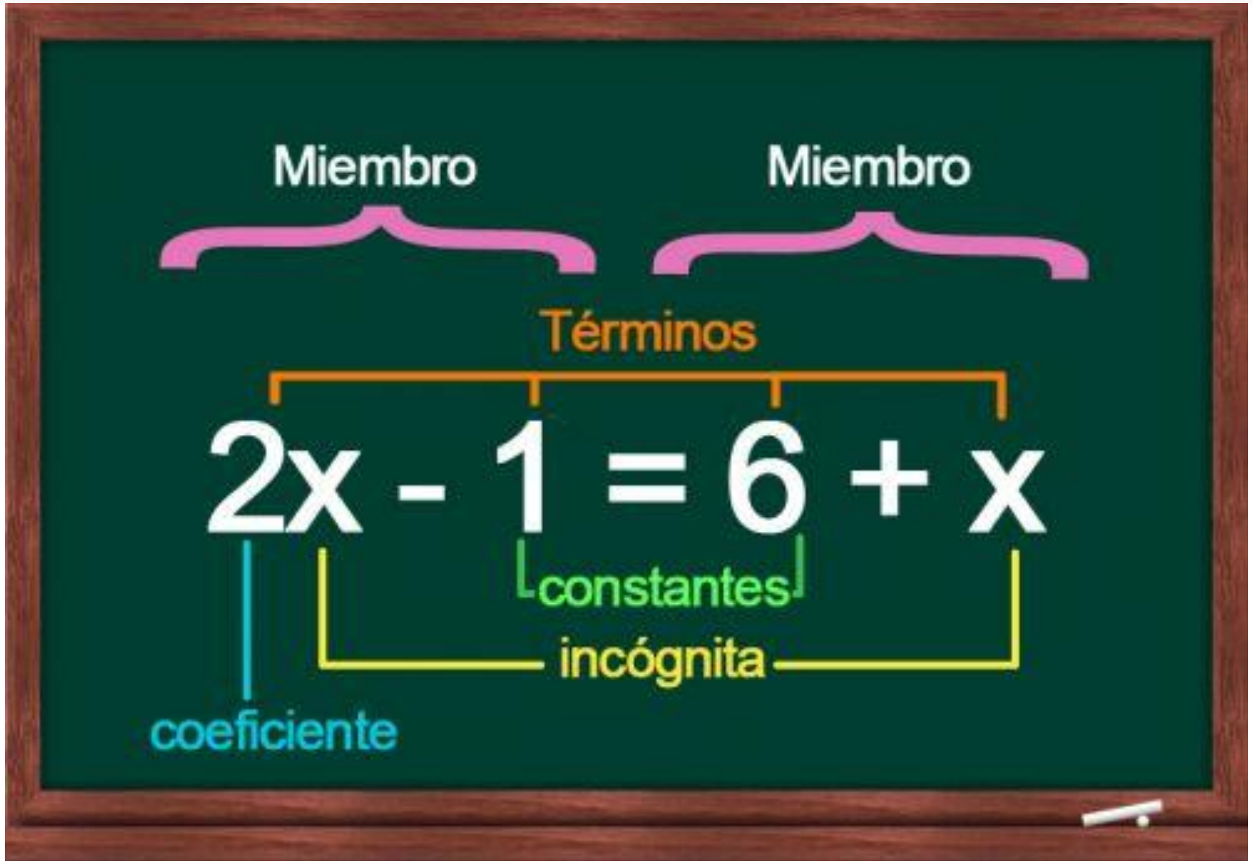
*****La suma de potencias de exponente par no es factorizable excepto si se puede ser reducida a suma de cubos**

ECUACIONES

- Es una igualdad en la que hay una o varias incógnitas, estas generalmente se representan con las últimas letras del alfabeto (x, y ,z), las incógnitas son variables, es decir, pueden tomar cualquier valor.
- Resolver, solucionar o encontrar las raíces de la ecuación, significa encontrar el valor desconocido que permita que la igualdad sea verdadera
- La ciencia utiliza ecuaciones para enunciar de forma precisa leyes; estas ecuaciones expresan relaciones entre variables.


TIPOS DE ECUACIONES
ECUACIONES ALGEBRAICAS
• POLINOMICAS
Tienen diversas variantes y coeficientes racionales.
• DE PRIMER GRADO O LINEALES
Se resuelven con sumas y restas de variables que están expresadas a la primera potencia.
• DE SEGUNDO GRADO O CUADRATICAS
Tienen la forma de una suma algebraica cuyo grado máximo es dos.
• DIOFANTICAS O DIOFANTINAS
Tienen una solución expresada en números enteros.
• RACIONALES
Tienen una o más incógnitas que no son únicamente algebraicas sino que pueden ser de otro tipo, aunque su solución únicamente se puede hacer mediante el álgebra.
ECUACIONES TRASCENDENTES
Cuando involucran funciones no polinómicas, como las funciones trigonométricas, exponenciales, logarítmicas, etc.
ECUACIONES DIFERENCIALES
• ORDINARIAS
• PARCIALES
Son el tipo de ecuación cuyas derivadas tienen una o más funciones desconocidas.
ECUACIONES INTEGRALES
Se caracterizan porque su incógnita aparece dentro de una integral.
ECUACIONES FUNCIONALES
Son muy similares a las integrales. En ellas se da una combinación de variables independientes y funciones incógnitas. En este caso se trata de ecuaciones que muchas veces no pueden ser reducidas a resoluciones algebraicas como tal.

Ecuaciones algebraicas



Ecuaciones algebraicas - Definición

- Las ecuaciones algebraicas se pueden dividir considerando su grado y la cantidad de incógnitas que se encuentran en el ejercicio, por tanto, se consideran algunos ejemplos:
  - Ecuación de primer grado con una incógnita $x + 2 = 0$
  - Ecuación de segundo grado con una incógnita $x^2 + 8x + 12 = 0$
  - Ecuación de tercer grado con una incógnita $z^3 + 12 = 0$
  - Ecuación de primer grado con 2 incógnitas$x + y = 0$
  - Ecuación de segundo grado con 2 incógnitas $x^2 + y^2 = 0$

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

- Para la resolución es necesario únicamente conocer las operaciones en el conjunto de números que se trabaje, por ejemplo el conjunto de números reales $\mathbb{R}$
- Una ecuación algebraica de grado n con una incógnita es x es una igualdad de la forma

  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x = b$ con algún $a_i \neq 0$

  $a_1, a_{2,\ldots} a_n \neq 0$ son los coeficientes y b es el término o constante de la ecuación

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Definición

Se llama solución de una ecuación algebraica a cualquier número α que satisface la ecuación.

Resolver una ecuación es encontrar todas sus soluciones o determinar que no tiene ninguna

Ejemplos

- La solución de la ecuación $2x - 7 = 0$ es $\alpha = \frac{7}{2}$ puesto que
$$2 \cdot \frac{7}{2} - 7 = 0$$
- La ecuación $x^2 + x - 2 = 0$ tiene dos soluciones: $\alpha_1 = 1$ y $\alpha_2 = -2$ pues
$$(1)^2 + 1 - 2 = 0 \qquad \text{y} \qquad (-2)^2 + (-2) - 2 = 0$$

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Ejemplos

- La ecuación $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$ tiene cuatro soluciones:

$$\alpha_1 = 2, \quad \alpha_2 = -2, \quad \alpha_3 = \sqrt{3} \quad \text{y} \quad \alpha_4 = -\sqrt{3}.$$

- La ecuación $x + 5 = x$ **no** tiene solución.

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Resolución de ecuaciones algebraicas

- **Ecuaciones de grado 1**: $ax + b = 0$ con $a \neq 0$.

  Su solución es de la forma: $x = -\dfrac{b}{a}$

  Ejemplo: Resuelve la ecuación $3x + 7 = 0$.

  La solución es: $x = -\dfrac{7}{3}$

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Resolución de ecuaciones algebraicas

- **Ecuaciones de grado 2**: $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$.

  Sus soluciones vienen dadas por: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

  - Si $b^2 - 4ac > 0$ se obtienen dos soluciones reales α_1 y α_2:

    $$\alpha_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{y} \quad \alpha_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

    y además se puede escribir $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)$.

  - Si $b^2 - 4ac = 0$ se obtiene una única solución real: $\alpha = \dfrac{-b}{2a}$

    y entonces $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2$

  - Si $b^2 - 4ac < 0$ se obtienen dos soluciones complejas α_1 y α_2:

    $$\alpha_1 = \boxed{\frac{-b}{2a}} + \boxed{\frac{\sqrt{-b^2 + 4ac}}{2a}}\, i \quad \text{y} \quad \alpha_2 = \boxed{\frac{-b}{2a}} - \boxed{\frac{\sqrt{-b^2 + 4ac}}{2a}}\, i$$

    y entonces $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) = a((x - p)^2 + q^2)$

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Ejemplos

- Resuelve la ecuación $x^2 + x - 6 = 0$.

  Sus soluciones son: $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \dfrac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$

  y entonces $x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$.

- Resuelve la ecuación $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

  Su solución es: $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \dfrac{1}{2}$ y entonces $4x^2 - 4x + 1 = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$.

- Resuelve la ecuación $x^2 - 6x + 13 = 0$.

  Sus soluciones son: $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36-52}}{2} = \dfrac{6 \pm 4i}{2} = \begin{cases} 3+2i \\ 3-2i \end{cases}$

  y entonces $x^2 - 6x + 13 = (x-3)^2 + 2^2$.

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Resolución de ecuaciones algebraicas

- **Ecuaciones bicuadradas:** $ax^4 + bx^2 + c = 0$ con $a \neq 0$.

  Se resuelven mediante el cambio $z = x^2$ con lo que

  $$az^2 + bz + c = 0 \implies z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

  luego basta aplicar $x = \pm\sqrt{z}$ a las dos soluciones anteriores.

  Ejemplo: Resuelve la ecuación $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

  Resolvemos primero $z^2 - 13z + 36 = 0$, y obtenemos:

  $$z = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} = \begin{cases} 9 \\ 4 \end{cases},$$

  así las soluciones de la ecuación son: $x = \begin{cases} \pm\sqrt{9} = \pm 3 \\ \pm\sqrt{4} = \pm 2 \end{cases}$.

  Entonces $x^4 - 13x^2 + 36 = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$.

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Resolución de ecuaciones algebraicas

- **Ecuaciones de grado superior a 2**: $a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$ con $a_n \neq 0$.

  La Regla de Ruffini nos permite comprobar si $\alpha \in \mathbb{R}$ es solución de la siguiente manera:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & a_0 \\
\alpha & \downarrow & a_n \cdot \alpha & b_{n-2} \cdot \alpha & \cdots & b_1 \cdot \alpha & b_0 \cdot \alpha \\
\hline
 & a_n & a_{n-1} + a_n \cdot \alpha & a_{n-2} + b_{n-2} \cdot \alpha & \cdots & a_1 + b_1 \cdot \alpha & \boxed{a_0 + b_0 \cdot \alpha} \\
 & = b_{n-1} & = b_{n-2} & = b_{n-3} & \cdots & = b_0 & = R
\end{array}
$$

  Si $R \neq 0$ entonces α **no** es solución de la ecuación.

  Ejemplo: Comprobar por Riffini si $\alpha = 3$ es solución de la ecuación $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$.

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 3 & -4 & -12 \\
3 & \downarrow & 3 & 18 & 42 \\
\hline
 & 1 & 6 & 14 & \boxed{30}
\end{array}
$$

  Luego $\alpha = 3$ **no** es solución de la ecuación.

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Resolución de ecuaciones algebraicas

- **Ecuaciones de grado superior a 2**: $a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$ con $a_n \neq 0$.

  La Regla de Ruffini nos permite comprobar si $\alpha \in \mathbb{R}$ es solución de la siguiente manera:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & a_0 \\
\alpha & \downarrow & a_n \cdot \alpha & b_{n-2} \cdot \alpha & \cdots & b_1 \cdot \alpha & b_0 \cdot \alpha \\
\hline
 & a_n & a_{n-1} + a_n \cdot \alpha & a_{n-2} + b_{n-2} \cdot \alpha & \cdots & a_1 + b_1 \cdot \alpha & \multicolumn{1}{|c}{a_0 + b_0 \cdot \alpha} \\
 & = b_{n-1} & = b_{n-2} & = b_{n-3} & \cdots & = b_0 & \multicolumn{1}{|c}{= R} \\
\cline{7-7}
\end{array}
$$

  Si $R \neq 0$ entonces α **no** es solución de la ecuación.

  Si $R = 0$ entonces α es solución de la ecuación y además

$$a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0 = (x - \alpha)(b_{n-1} x^{n-1} + \cdots + b_1 x + b_0)$$

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Ejemplo

- Resuelve la ecuación $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$.

  Como hemos visto $\alpha = 3$ no es solución de la ecuación, probemos con $\alpha = 2$:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 3 & -4 & -12 \\ 2 & \downarrow & 2 & 10 & 12 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

  luego $\alpha = 2$ es solución y entonces

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x-2)(x^2 + 5x + 6).$$

  Las otras soluciones las podemos calcular de resolver la ecuación cuadrática $x^2 + 5x + 6 = 0$

  Por tanto todas las soluciones de la ecuación son: 2, -2 y -3 y

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x-2)(x+2)(x+3).$$

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Ejemplo

- Resuelve la ecuación $x^4 + 2x^2 + 8x + 5 = 0$.

$$\begin{array}{r|rrrr|r}
 & 1 & 0 & 2 & 8 & 5 \\
-1 & \downarrow & -1 & 1 & -3 & -5 \\
\hline
 & 1 & -1 & 3 & 5 & \boxed{0}
\end{array}$$

luego $\alpha = -1$ es solución y entonces

$$x^4 + 2x^2 + 8x + 5 = (x+1)(x^3 - x^2 + 3x + 5).$$

Ecuaciones algebraicas con una incógnita

Ejemplo

- Resuelve la ecuación $x^4 + 2x^2 + 8x + 5 = 0$.

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & 0 & 2 & 8 & 5 \\
-1 & \downarrow & -1 & 1 & -3 & -5 \\
\hline
 & 1 & -1 & 3 & 5 & \boxed{0} \\
-1 & \downarrow & -1 & 2 & -5 & \\
\hline
 & 1 & -2 & 5 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

así queda que

$$x^4 + 2x^2 + 8x + 5 = (x+1)(x+1)(x^2 - 2x + 5).$$

Por lo tanto todas las soluciones de la ecuación son: -1, $1+2i$ y $1-2i$ y

$$x^4 + 2x^2 + 8x + 5 = (x+1)^2\left((x-1)^2 + 4\right).$$

EJERCICIOS

- $3x + 1 = 3 - (2 - 2x)$
- $\frac{3x}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{1+3x}{2}$
- $2(2 + x) - (6 - 7x) = 13x - (1 + 4x)$
- $5(x - 1) - (1 - x) = 2(x - 1) - 4(1 - x)$
- $2 - \big(3 - 2(x + 1)\big) = 3x + 2(x - (3 + 2x))$
- $x^2 + 2x + 1 = 0$
- $x^2 = 2 + x$
- $2x^2 - \frac{10}{3}x + \frac{4}{3} = 0$

Inecuaciones – Desigualdades – Intervalos

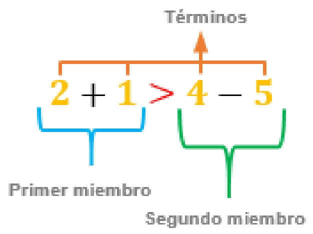
- Para entender las inecuaciones de una manera correcta se debe necesariamente conocer lo siguiente:
  - Desigualdades
  - Intervalos
- Ya que serán de fundamental uso para la resolución adecuada de inecuaciones

Desigualdades - Definición

- Las desigualdades son expresiones de la forma:

$Sea: a, b \in \mathbb{R}$

- $a > b \rightarrow a - b > 0, resultado\ positivo\ - Desigualdad\ estricta$
- $a < b \rightarrow a - b < 0, resultado\ negativo\ - Desigualdad\ estricta$
- $a \geq b \rightarrow a > b\ ;\ a = b\ \ Desigualdad\ no\ estricta$
- $a \leq b \rightarrow a < b\ ;\ a = b\ \ Desigualdad\ no\ estricta$



Desigualdades - Propiedades

Las propiedades de las desigualdades están cercanamente relacionadas con las propiedades de las igualdades, pero hay diferencias importantes. Dichas propiedades se usan para resolver inecuaciones

1. Propiedad aditiva de la desigualdad : si a los dos miembros de una desigualdad se adiciona un mismo número real, se obtiene otra desigualdad en el mismo sentido
   - $2 > 1$ $\quad$ $2 + 3 > 1 + 3$ $\quad$ $5 > 4$
   - $6 < 10$ $\quad$ $6 + (-2) < 10 + (-2)$ $\quad$ $4 < 8$

Desigualdades - PROPIEDADES

2. <u>Propiedad multiplicativo de la desigualdad</u> : si a una desigualdad se multiplica un número real positivo, se obtiene otra desigualdad en el mismo sentido
   - $7 > 2$ $\quad 7 * 8 > 2 * 8 \quad$ $56 > 16$
   - $5 < 9$ $\quad 5 * (6) < 9 * (6) \quad$ $30 < 54$

Si a una desigualdad se multiplica un número real negativo, se obtiene otra desigualdad en sentido contrario

   - $5 < 7$ $\quad 5 * (-5) \ ? \ 7 * (-5) \quad$ $-25 > -35$

Desigualdades - Propiedades

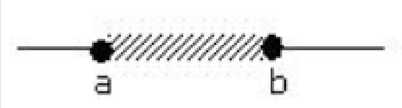
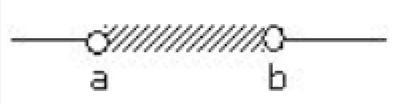
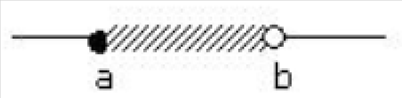
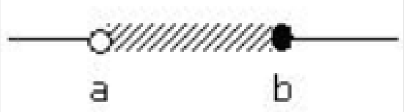
3. Si los dos miembros de la desigualdad son positivos y se elevan a un exponente par o impar, la desigualdad no cambia de sentido
    - $7 > 2$ $\qquad 7^2 > 2^2$ $\qquad 49 > 4$
4. Si los dos miembros de la desigualdad son negativos y se elevan a un exponente par, la desigualdad cambia de sentido
    - $-5 > -7$ $\qquad -5^2 \;?\; -7^2$ $\qquad 25 < 49$
5. Si los dos miembros de la desigualdad son negativos y se elevan a un exponente impar, la desigualdad no cambia de sentido
    - $-8 < -2$ $\qquad -8^3 \;?\; -2^3$ $\qquad -512 < -8$

Intervalos - Finitos

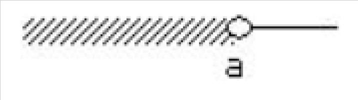
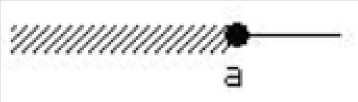
- Se conoce como intervalo al conjunto de números reales comprendidos entre 2 números determinados.
- Se clasifican en finitos e infinitos

Finitos	Cerrado de extremos a y b	Es el conjunto de números reales comprendidos entre a y b incluidos los extremos
	Abierto de extremos a y b	Es el conjunto de números reales comprendidos entre a y b excluidos los extremos
	Semiabierto de extremos a y b	Es el conjunto de números reales comprendidos entre a y b, donde se incluye un extremo y se excluye el otro

Intervalos - Finitos

INTERVALO	FORMA GRÁFICA	FORMA CONJUNTO	FORMA INTERVALO
Cerrado de extremos a y b		$\{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x \leq b\}$	$a \leq x \leq b$ $[a , b]$
Abierto de extremos a y b		$\{x \in \mathbb{R}/a < x < b\}$	$a < x < b$ $] a , b [$
Semiabierto de extremos a y b – semiabierto por la derecha		$\{x \in \mathbb{R}/a \leq x < b\}$	$a \leq x < b$ $[a , b [$
Semiabierto de extremos a y b – semiabierto por la izquierda		$\{x \in \mathbb{R}/a < x \leq b\}$	$a < x \leq b$ $] a , b]$

Intervalos - Infinitos

INTERVALO	FORMA GRÁFICA	FORMA CONJUNTO	FORMA INTERVALO
Infinito por la izquierda y abierto		$\{x \in \mathbb{R}/x < a\}$	$x < a$ $]-\infty, a[$
Infinito por la derecha y abierto		$\{x \in \mathbb{R}/x > a\}$	$x > a$ $]a, +\infty[$
Infinito por la izquierda y cerrado		$\{x \in \mathbb{R}/x \leq a\}$	$x \leq a$ $]-\infty, a]$
Infinito por la derecha y cerrado		$\{x \in \mathbb{R}/x \geq a\}$	$x \geq a$ $[a, +\infty[$

Inecuaciones - Definición

- Una inecuación es una desigualdad en la que aparecen números reales determinados y no determinados, siendo los últimos las incógnitas.
- Se tiene una clasificación similar a las ecuaciones, siendo la siguiente:
  - Inecuación de primer grado con una incógnita $x + 2 > 0$
  - Inecuación de segundo grado con una incógnita $x^2 + 8x + 12 > 0$
  - Inecuación de tercer grado con una incógnita $z^3 + 12 \leq 0$
  - Inecuación de primer grado con 2 incógnitas $x + y \geq 0$
  - Inecuación de segundo grado con 2 incógnitas $x^2 + y^2 < 0$

Inecuaciones - Resolución

- Resolver una inecuación es determinar el conjunto de valores reales de las incógnitas que satisfacen la desigualdad; a este conjunto se llama: CONJUNTO SOLUCIÓN o SOLUCIÓN
- Para resolver se aplican las propiedades de las desigualdades, ya aprendidas anteriormente, además se usan las operaciones de los números reales

INECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

RESOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN DE GRADO 1

- Para su resolución se despeja el valor de la incógnita y se analiza

Ejemplo

$$2(x+1)-3(x-2)<x+6$$

$$-2x<-2$$

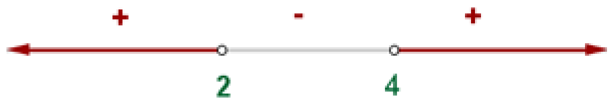
$$x \in \left]1,+\infty\right[$$

INECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

RESOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN DE GRADO 2

- Para resolver este tipo de inecuaciones se las debe tratar como ecuaciones y obtener las raíces, para posteriormente representar las raíces obtenidas en la recta real y evaluar el signo en cada intervalo. Se tienen 3 casos específicos que son
  1. Cuando el discriminante es mayor que cero, $b^2 - 4ac > 0$, se van a obtener dos raíces distintas en el conjunto de los números reales, a partir de ellos debemos evaluar el signo en cada intervalo para obtener la solución a la inecuación. Ejemplo

$$x^2 - 6x + 8 > 0$$

$x^2 - 6x + 8 = 0$ $x_1 = 4, x_2 = 2$  $P(0) = 0^2 - 6(0) + 8 > 0$ $P(3) = 3^2 - 6(3) + 8 < 0$ $P(5) = 5^2 - 6(5) + 8 > 0$	 $x \in]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$

INECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

RESOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN DE GRADO 2

2. Cuando el discriminante es igual a cero, $b^2 - 4ac = 0$, se van a obtener una raíz doble, y se analiza los factores, para determinar si se cumple la desigualdad, en ese caso la solución es los reales, caso contrario no tiene solución. Ejemplo

$$x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = -1 \rightarrow (x + 1)^2 \geq 0$$

Como todo número elevado al cuadrado es siempre positivo la solución es todos los números Reales

INECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

RESOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN DE GRADO 2

3. Cuando el discriminante es menor a cero, $b^2 - 4ac < 0$, se obtiene valores que no pertenecen al conjunto de los números reales. En ese caso se evalúa al polinomio con cualquier valor, de preferencia positivo y negativo, y si cumple la desigualdad la solución es los reales, caso contrario no tiene solución. Ejemplo

$$x^2 + x + 1 > 0$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

Cuando no tiene raíces reales, le damos al polinomio cualquier valor, por ejemplo $x = 0$

$$0^2 + 0 + 1 > 0$$

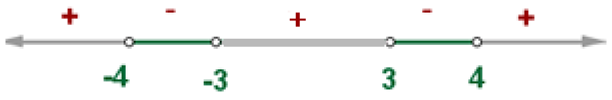
Como se cumple la desigualdad, la solución es el conjunto de los números Reales

INECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

RESOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN DE BICUADRADAS

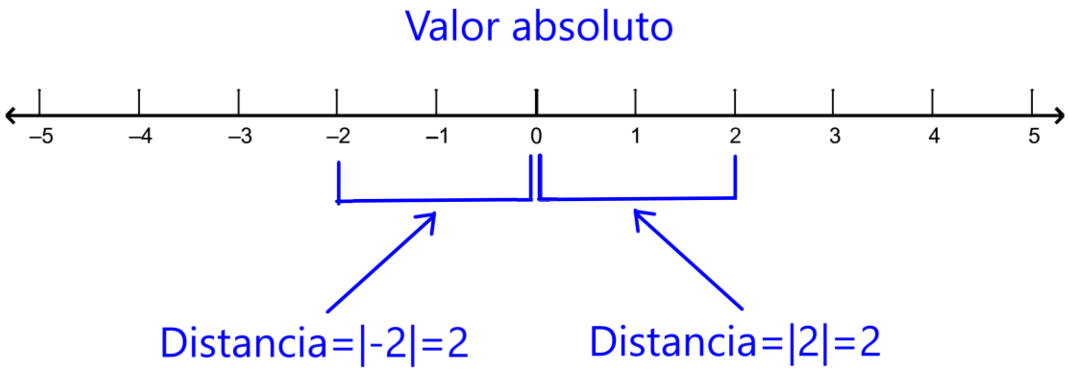
- Para resolver este tipo de inecuaciones se las debe tratar como ecuaciones y obtener las raíces, para posteriormente representar las raíces obtenidas en la recta real y evaluar el signo en cada intervalo.. Ejemplo

$$x^4 - 25x^2 + 144 < 0$$
$$x^2 = z$$

$z^2 - 25z + 144 = 0$ $z_1 = 16, z_2 = 9$ $z_1 = \pm\sqrt{16} \rightarrow x_1 = 4, x_2 = -4$ $z_2 = \pm\sqrt{9} \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3$ $P(-5) = -5^4 - 25(-5)^2 + 144 > 0$ $P(-3{,}5) = -3{,}5^4 - 25(-3{,}5)^2 + 144 < 0$ $P(0) = 0^4 - 250^2 + 144 > 0$ $P(3{,}5) = 3{,}5^4 - 25(3{,}5)^2 + 144 < 0$ $P(5) = 5^4 - 25(5)^2 + 144 > 0$	 $x \in]-4, -3[\cup]3,4[$

VALOR ABSOLUTO

- El valor absoluto es una función matemática que asigna a cada número real su distancia al origen (cero) en una recta numérica, independientemente de su signo.
- Representa la magnitud del número sin considerar si es positivo o negativo.
- Es decir, el valor absoluto de un número es siempre no negativo. Se denota comúnmente con barras verticales a ambos lados del número.
- Por ejemplo, el valor absoluto de -5 se escribe como $|-5|$ y es igual a 5.



INECUACIONES - VALOR ABSOLUTO

- Resolver inecuaciones con valor absoluto implica determinar los valores de una variable que satisfacen una desigualdad que contiene valores absolutos.
- Los pasos generales para resolver inecuaciones con valor absoluto son los siguientes:
  - **Definir los casos:** Dado que el valor absoluto puede tomar tanto el valor positivo como negativo de la expresión interna, dividimos la inecuación en dos casos sin el valor absoluto.
  - **Resolver cada caso:** Resolvemos las inecuaciones resultantes por separado.
  - **Combinar las soluciones:** Unimos las soluciones obtenidas de los diferentes casos.
- <u>Caso 1</u>

$$|x| > a$$
$$x < -a \ \cup x > a$$

- <u>Caso 2</u>

$$|x| < a$$
$$-a < x < a$$

INECUACIONES - VALOR ABSOLUTO

- Ejercicios

$$|x-3| < 5$$
$$-5 < x-3 < 5$$

$-5 < x-3$ $-2 < x$ $x > -2$	$x-3 < 5$ $x < 8$

$$-2 < x < 8$$

$$x \in]-2, 8[$$

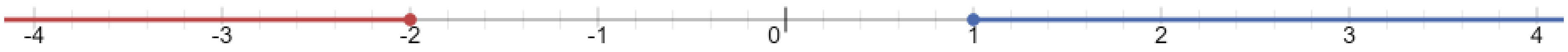
INECUACIONES - VALOR ABSOLUTO

- Ejercicios

$$|2x + 1| \geq 3$$

$2x + 1 \geq 3$ $2x \geq 2$ $x \geq 1$	$2x + 1 \leq -3$ $2x \leq -4$ $x \leq -2$

$$x \leq -2 \ \cup x \geq 1$$



$$x \ \in]-\infty, -2] \ \cup [1, +\infty[$$

GRACIAS