MATEMÁTICA APLICADA A LA ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA

Ing. Henry M. Villa Yánez, MsC.

PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA

- Denominación de la asignatura: Matemática aplicada a la administración y economía
- Área de conocimiento: Ciencias Físicas, Ciencias Naturales, Matemática y Estadística
- Carrera: Turismo
- Campo de formación: Ciencias básicas
- Nivel: Primer semestre
- Profesor: Ing. Henry Mauricio Villa Yánez, MsC.
  - Ingeniero en Sistemas Informáticos – ESPOCH
  - Magíster en Seguridad Telemática – ESPOCH
  - Máster Universitario en Ingeniería Matemática y Computación (Titulación) – UNIR

DESCRIPCIÓN E INTENCIÓN FORMATIVA DE LA ASIGNATURA

La asignatura aplica nociones de matemática para solucionar problemas de la realidad del turismo.

Contribuye en la formación del estudiante con conocimientos de álgebra, interés simple, interés compuesto y economía, las cuales podrá aplicar en su carrera para la solución de problemas

Permite al estudiante tener una concepción idónea del valor del dinero a través del tiempo, fundamentándose en el estudio del capital, tasa y tiempo,

CONTENIDO DE LA ASIGNATURA

1. Ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una incógnita

(50 horas)

- Igualdades
- Ecuaciones de primer grado con una incógnita
- Desigualdades
- Inecuaciones de primer grado con una incógnita

2. Funciones y logaritmos

(50 horas)

- Funciones
- Gráficas
- Logaritmos

3. Matemática financiera, economía y turismo

(60) Horas

- Fundamentos de la matemática financiera
- Interés simple
- Interés compuesto
- Fundamentos de economía

EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN

- De acuerdo al reglamento de régimen académico de la UNACH, en el capítulo II: Sistema de evaluación, establece la metodología para la evaluación del desempeño estudiantil a través de la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa.

CAPITULO II

SISTEMA DE EVALUACIÓN,

Art. 85.- Sistema de evaluación.-La evaluación del desempeño estudiantil tendrá el carácter de sistemática, permanente y continua. Se desarrollará durante el proceso de aprendizaje a través de la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa.

Art. 86.- Componentes del Sistema de Evaluación.- Tiene los siguientes componentes:

a) Actividades de aprendizajes evaluadas.- Serán evaluadas las actividades de aprendizaje agrupadas de la siguiente manera:

- Actividades de aprendizaje asistido por el profesor
- Actividades de aprendizajes colaborativos.
- Actividades de aprendizaje autónomo.
- Actividades de prácticas de aplicación y experimentación.

1) **Aprendizaje asistido por el profesor:** evaluado a través de pruebas, lecciones escritas u orales sobre los temas estudiados; que el profesor aplica para verificar el aprendizaje del estudiante sobre temas tratados en clase, deberes o consultas bibliográficas, debidamente planificada;
2) **Aprendizajes colaborativos:** prácticas de investigación-intervención, proyectos de integración de saberes, construcción de modelos y prototipos, proyectos de problematización y resolución de problemas o casos y otros.

EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN

3) **Prácticas de aplicación y experimentación de los aprendizajes:** actividades desarrolladas en escenarios experimentales o en laboratorios, prácticas de campo, trabajos de observación dirigida, resolución de problemas, talleres, manejo de bases de datos y acervos bibliográficos y otros.

4) **Aprendizaje autónomo**: deberes, trabajos, el análisis y comprensión de materiales bibliográficos y documentales, tanto analógicos como digitales; la generación de datos y búsqueda de información; la elaboración individual de ensayos y del portafolio estudiantil.

b) **Puntaje.-**Cada una de las actividades de aprendizaje referidas, serán calificadas con un puntaje mínimo de 1 y máximo de 10 puntos.

c) **Equivalencia.-**Las actividades de aprendizaje deberán ser promediadas de acuerdo al grupo al que pertenecen y tendrán las siguientes equivalencias:

Actividades de Aprendizaje	**Equivalencia**	**Puntaje máximo**
Asistido por el profesor y	40%	4 puntos
Colaborativos		
Prácticas de aplicación y Experimentación.	30%	3 puntos
Autónomo	30%	3 puntos
Calificación total obtenida	100%	10 puntos

EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN

Art. 87.- Evaluaciones parciales, finales y de suspensión.-

a) Primer parcial.- Representa el 50% de la evaluación total de la asignatura, y es el resultado de sumar los tres componentes de actividades de aprendizaje con sus respectivas equivalencias receptadas en el transcurso de la primera mitad del periodo académico y con una calificación máxima de 10 puntos. La fecha de entrega, registro y legalización del primer parcial, se establecerá en el calendario académico institucional.

b) Segundo parcial.- Representa el 50% de la evaluación de la asignatura, y es el resultado de sumar los tres componentes de actividades de aprendizaje con sus respectivas equivalencias receptadas en el transcurso de la segunda mitad del periodo académico y con una calificación máxima de 10 puntos.. La fecha de entrega, registro y legalización del primer parcial, se establecerá en el calendario académico institucional.

c) Calificación Final de la asignatura.- Será el promedio del primer y segundo parcial. El estudiante para aprobar la asignatura, deberá obtener un puntaje mínimo de 7 puntos y el 70% de asistencia a las actividades académicas programadas.

d) Evaluaciones de suspensión.- es una prueba escrita acumulativa semestral de los contenidos de la asignatura, siempre y cuando cumpla por lo menos el 70% de asistencia del total de clases en la asignatura y obtenga un promedio semestral entre 5 y 6 puntos. Con promedios menores al citado, el estudiante reprueba la asignatura.

Las calificaciones mínimas a obtener en el examen de suspensión, para aprobar la asignatura corresponderán a la siguiente escala:

7 para los estudiantes de promedio **6**

8 para los estudiantes de promedio **5**

JUSTIFICACIÓN DE INASISTENCIA

Art. 101.- De la justificación de inasistencia del estudiante.- El estudiante solicitará por escrito al Decano, la justificación de su inasistencia, dentro de los ocho días hábiles posteriores a la misma, adjuntando los documentos justificativos.

El estudiante podrá solicitar la justificación de su inasistencia, en los siguientes casos:

- Calamidad doméstica debidamente comprobada.
- Actividades por representación estudiantil de cogobierno e institucional, debidamente justificadas.
- Por enfermedad, con la presentación del certificado correspondiente. El certificado otorgado por entidades y consultorios privados, serán validados por la Dirección del Centro Médico de la Universidad Nacional de Chimborazo.

El Decano luego de analizar la documentación y en el caso de que amerite la justificación, comunicará por escrito al docente respectivo, para que proceda al registro correspondiente. Situación que deberá ser atendida, en forma obligatoria, por parte del profesor y una vez notificado, procederá a la recepción de los aportes y evaluaciones pendientes, las mismas que no podrán ser receptadas por un puntaje menor al establecido.

La asistencia del estudiante, para que sea válida, debe ser registrada en el acta respectiva a través del sistema SICOA, e informada a los estudiantes.

A la finalización del ciclo académico, el SICOA, automáticamente calculará y consignará el porcentaje global, con relación al total de clases laboradas por el docente. Lo cual establecerá la aprobación o no aprobación de la asignatura.

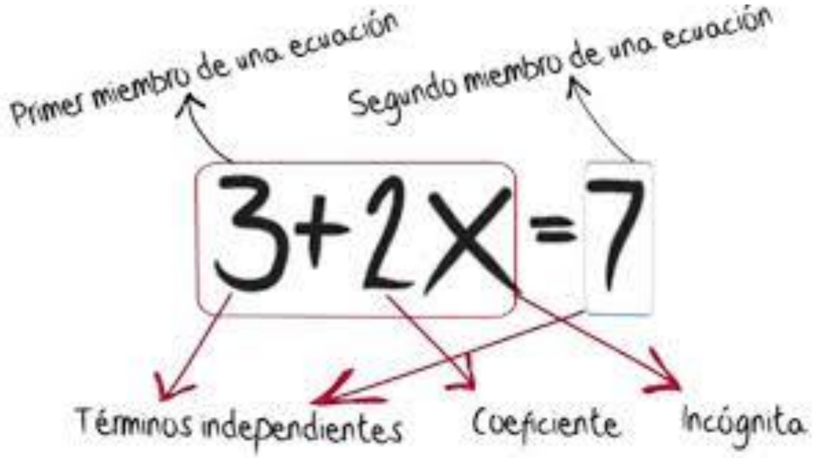
La inasistencia no justificada será registrada y no impedirá el ingreso del estudiante a las actividades académicas siguientes.

UNIDAD 1: ECUACIONES E INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Ing. Henry M. Villa Yánez, MsC.

IGUALDADES - DEFINICIÓN

- Se puede definir a una igualdad como dos expresiones matemáticas (primer y segundo miembro), que pueden contener número y letras, separadas por el signo igual (=)



IGUALDADES - CLASIFICACIÓN

Identidades

Se cumple SIEMPRE

$\forall x \in \mathbb{R}$

Ecuaciones

Se cumple PARA

Encontrar incógnita(s)

IGUALDADES - EJEMPLOS

- $x + 1 = 5$
- $2(x + 3) = 6 + 2x$
- $x^2 + 1 = 10$
- $x + y = 5$

IGUALDADES - PROPIEDADES

1. Propiedad reflexiva o Carácter idéntico: todo número es igual a sí mismo
   - $1 = 1$
   - $12 = 12$
   - $a = a$
2. Propiedad simétrica o Carácter recíproco: si un número es igual a otro, éste es igual al primero
   - $a = b \leftrightarrow b = a$
   - $2 + 2 = 4 \leftrightarrow 4 = 2 + 2$

IGUALDADES - PROPIEDADES

3. Propiedad transitiva o Carácter transitivo: si un número es igual a otro y éste es igual a un tercer, entonces el primero es igual al tercero. Es decir, relaciona 2 igualdades
   - $a = b\,; b = c \rightarrow a = c$
   - $2 \times 3 = 6\,; 6 = 5 + 1 \rightarrow 2 \times 3 = 5 + 1$

4. Propiedad aditiva o propiedad de suma y resta: al tener una igualdad se puede sumar o restar a ambos miembros cualquier cantidad que sea la misma y la igualdad no altera
   - $a = b \qquad a + x = b + x \;\; ; \;\; a - x = b - x$
   - $1 + 1 = 2 \qquad 1 + 1 + 2 = 2 + 2 \;\; ; \;\; 1 + 1 - 1 = 2 - 1$

IGUALDADES - PROPIEDADES

5. Propiedad multiplicativa o Propiedad de multiplicación o división : al tener una igualdad se puede multiplicar o dividir a ambos miembros cualquier cantidad que sea la misma y la igualdad no altera
   - $a = b \qquad ax = bx \;\; ; \;\; {}^{a}/_{x} = {}^{b}/_{x}$
   - $1 + 1 = 2 \qquad 3(1 + 1) = 2(3) \;\; ; \;\; {}^{1+1}/_{2} = {}^{2}/_{2}$
6. Cancelación de suma, resta, multiplicación y división: si en una igualdad se tiene un mismo valor sumando o restando se puede cancelar
   - $a = b \qquad a + x = b + x \;\; ; \;\; a - x = b - x$
   - $1 + 1 = 2 \qquad 1 + 1 + 2 = 2 + 2 \;\; ; \;\; 1 + 1 - 1 = 2 - 1$
   - $a = b \qquad ax = bx \;\; x \neq 0 \;\; ; \;\; {}^{a}/_{x} = {}^{b}/_{x} \quad x \neq 0$
   - $1 + 1 = 2 \qquad 3(1 + 1) = 2(3) \;\; ; \;\; {}^{1+1}/_{2} = {}^{2}/_{2}$

IGUALDADES - PROPIEDADES

7. <u>Sustitución:</u> se puede sustituir cualquier incógnita por su valor

- $a + b = bc$ $\quad b = x \quad \rightarrow \quad a + x = xc$
- $x + 2 = 5$ $\quad x = 3 \quad \rightarrow \quad 3 + 2 = 5$

IGUALDADES - PRODUCTOS NOTABLES Y FACTOREO

- Para la resolución adecuada de iqualdades y de ecuaciones es necesario tener claro los productos notables y las reglas de factoreo

RELACION ENTRE PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACION

PRODUCTOS NOTABLES	→	←	FACTORIZACION
1.- Multiplicación de un monomio por un polinomio	$a(b+c)$	$ab+ac$	1.- Factor común monomio
2.- Multiplicación de dos polinomios	$(a+b)(c+d)$	$ac+ad+bc+bd$	2.- Factor común por agrupación
3.- Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades iguales	$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2	3.- Diferencia de cuadrados perfectos
4.- Producto de la forma $(a+b)(a^2-ab+b^2)$	$(a+b)(a^2-ab+b^2)$	a^3+b^3	4.- Suma o diferencia de cubos perfectos
5.- Producto de la forma $(a-b)(a^2+ab+b^2)$	$(a-b)(a^2+ab+b^2)$	a^3-b^3	
6.- Cuadrado de la suma de dos cantidades	$(x+a)^2$	$x^2+2ax+a^2$	5.- Trinomio cuadrado perfecto
7.- Cuadrado de la diferencia de dos cantidades	$(x-a)^2$	$x^2-2ax+a^2$	
8.- Producto de binomios de la forma $(x+a)(x+b)$	$(x+a)(x+b)$	$x^2+(a+b)x+ab$	6.- Trinomio de la forma x^2+bx+c
9.- Productos de binomios de la forma $(mx+a)(nx+b)$	$(mx+a)(nx+b)$	$mnx^2+(bm+an)x+ab$	7.- Trinomio de la forma ax^2+bx+c
10.-Cubo de la suma de dos cantidades	$(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3a^2b+b^3$	8.- Cubo perfecto tetranomios
11.-Cubo de la diferencia de dos cantidades	$(a-b)^3$	$a^3-3a^2b+3a^2b-b^3$	
12.-Cuadrado de un trinomio	$(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$	$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\cdots+b^{n-1})$	9.- ***Suma o diferencia de potencias iguales

$$a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\cdots+b^{n-1})$$

***Cuando los exponentes son múltiplos de dos lo correcto es factorizar la diferencia de potencias iguales como una diferencia de cuadrados
Si los exponentes son múltiplos de tres, entonces se factoriza como diferencia de cubos perfectos

*****La suma de potencias de exponente par no es factorizable excepto si se puede ser reducida a suma de cubos**

ECUACIONES

- Es una igualdad en la que hay una o varias incógnitas, estas generalmente se representan con las últimas letras del alfabeto (x, y ,z), las incógnitas son variables, es decir, pueden tomar cualquier valor.
- Resolver, solucionar o encontrar las raíces de la ecuación, significa encontrar el valor desconocido que permita que la igualdad sea verdadera
- La ciencia utiliza ecuaciones para enunciar de forma precisa leyes; estas ecuaciones expresan relaciones entre variables.

TIPOS DE´ECUACIONES

ECUACIONES ALGEBRAICAS

- **POLINOMICAS**

Tienen diversas variantes y coeficientes racionales.

- **DE PRIMER GRADO O LINEALES**

Se resuelven con sumas y restas de variables que están expresadas a la primera potencia.

- **DE SEGUNDO GRADO O CUADRATICAS**

Tienen la forma de una suma algebraica cuyo grado máximo es dos.

- **DIOFANTICAS O DIOFANTINAS**

Tienen una solución expresada en números enteros.

- **RACIONALES**

Tienen una o más incógnitas que no son únicamente algebraicas sino que pueden ser de otro tipo, aunque su solución únicamente se puede hacer mediante el álgebra.

ECUACIONES TRASCENDENTES

Cuando involucran funciones no polinómicas, como las funciones trigonométricas, exponenciales, logarítmicas, etc.

ECUACIONES DIFERENCIALES

- **ORDINARIAS**
- **PARCIALES**

Son el tipo de ecuación cuyas derivadas tienen una o más funciones desconocidas.

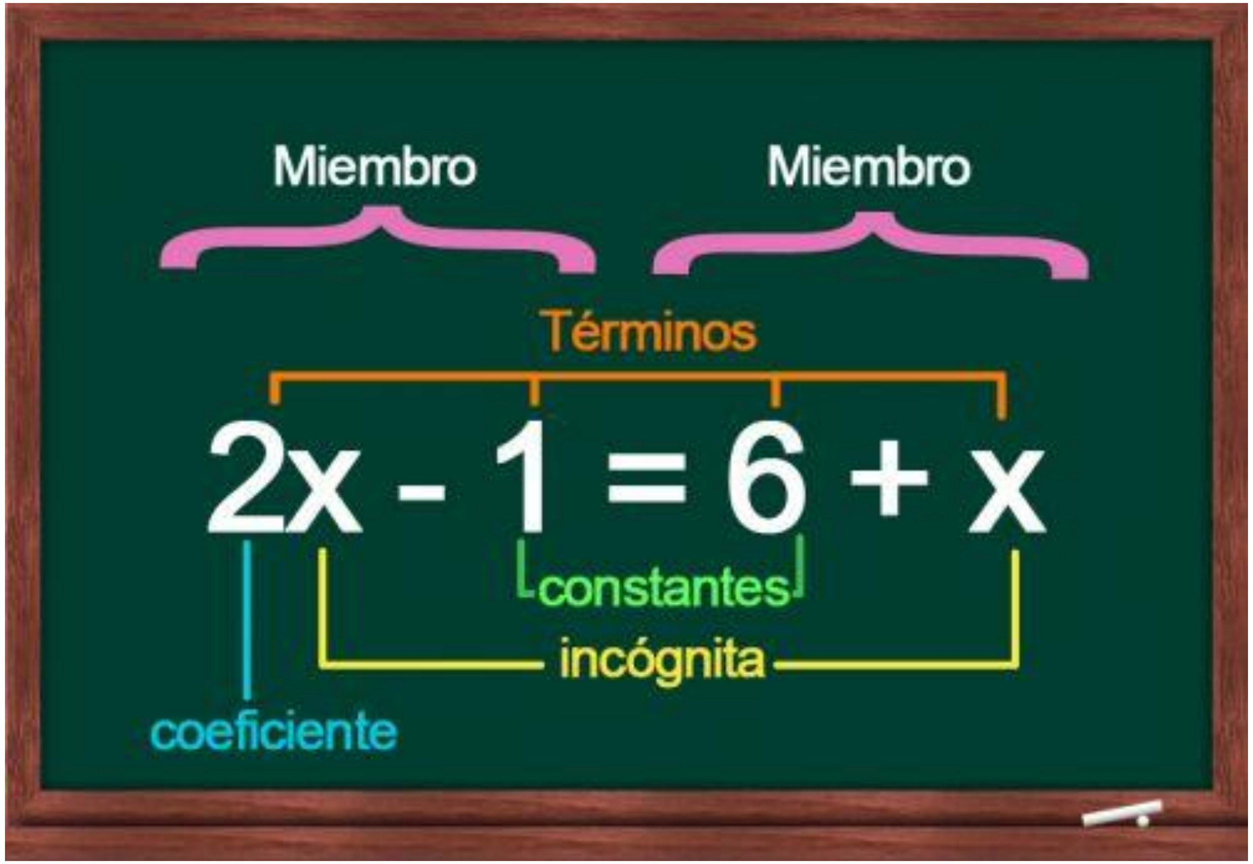
ECUACIONES INTEGRALES

Se caracterizan porque su incógnita aparece dentro de una integral.

ECUACIONES FUNCIONALES

Son muy similares a las integrales. En ellas se da una combinación de variables independientes y funciones incógnitas. En este caso se trata de ecuaciones que muchas veces no pueden ser reducidas a resoluciones algebraicas como tal.

ECUACIONES ALGEBRAICAS



ECUACIONES ALGEBRAICAS - DEFINICIÓN

- Las ecuaciones algebraicas se pueden dividir considerando su grado y la cantidad de incógnitas que se encuentran en el ejercicio, por tanto, se consideran algunos ejemplos:
  - Ecuación de primer grado con una incógnita $x + 2 = 0$
  - Ecuación de segundo grado con una incógnita $x^2 + 8x + 12 = 0$
  - Ecuación de tercer grado con una incógnita $z^3 + 12 = 0$
  - Ecuación de primer grado con 2 incógnitas $x + y = 0$
  - Ecuación de segundo grado con 2 incógnitas $x^2 + y^2 = 0$

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

- Para la resolución es necesario únicamente conocer las operaciones en el conjunto de números que se trabaje, por ejemplo el conjunto de números reales $\mathbb{R}$
- Una ecuación algebraica de grado n con una incógnita es x es una igualdad de la forma

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x = b \quad \text{con algún } a_i \neq 0$$

$a_1, a_{2,\ldots} a_n \neq 0$ son los coeficientes y b es el término o constante de la ecuación

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Definición

Se llama solución de una ecuación algebraica a cualquier número α que satisface la ecuación.

Resolver una ecuación es encontrar todas sus soluciones o determinar que no tiene ninguna

Ejemplos

- La solución de la ecuación $2x - 7 = 0$ es $\alpha = \frac{7}{2}$ puesto que

$$2 \cdot \frac{7}{2} - 7 = 0$$

- La ecuación $x^2 + x - 2 = 0$ tiene dos soluciones: $\alpha_1 = 1$ y $\alpha_2 = -2$ pues

$$(1)^2 + 1 - 2 = 0 \qquad \text{y} \qquad (-2)^2 + (-2) - 2 = 0$$

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Ejemplos

- La ecuación $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$ tiene cuatro soluciones:

$$\alpha_1 = 2, \quad \alpha_2 = -2, \quad \alpha_3 = \sqrt{3} \quad \text{y} \quad \alpha_4 = -\sqrt{3}.$$

- La ecuación $x + 5 = x$ **no** tiene solución.

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Resolución de ecuaciones algebraicas

- **Ecuaciones de grado 1**: $ax + b = 0$ con $a \neq 0$.

  Su solución es de la forma: $x = -\dfrac{b}{a}$

  Ejemplo: Resuelve la ecuación $3x + 7 = 0$.

  La solución es: $x = -\dfrac{7}{3}$

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Resolución de ecuaciones algebraicas

- **Ecuaciones de grado 2**: $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$.

  Sus soluciones vienen dadas por: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

  - Si $b^2 - 4ac > 0$ se obtienen dos soluciones reales α_1 y α_2:

    $$\alpha_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{y} \quad \alpha_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

    y además se puede escribir $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)$.

  - Si $b^2 - 4ac = 0$ se obtiene una única solución real: $\alpha = \dfrac{-b}{2a}$

    y entonces $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2$

  - Si $b^2 - 4ac < 0$ se obtienen dos soluciones complejas α_1 y α_2:

    $$\alpha_1 = \boxed{\frac{-b}{2a}} + \boxed{\frac{\sqrt{-b^2 + 4ac}}{2a}}\, i \quad \text{y} \quad \alpha_2 = \boxed{\frac{-b}{2a}} - \boxed{\frac{\sqrt{-b^2 + 4ac}}{2a}}\, i$$

    y entonces $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) = a((x - p)^2 + q^2)$

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Ejemplos

- Resuelve la ecuación $x^2 + x - 6 = 0$.

  Sus soluciones son: $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \dfrac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$

  y entonces $x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$.

- Resuelve la ecuación $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

  Su solución es: $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \dfrac{1}{2}$ y entonces $4x^2 - 4x + 1 = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$.

- Resuelve la ecuación $x^2 - 6x + 13 = 0$.

  Sus soluciones son: $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36-52}}{2} = \dfrac{6 \pm 4i}{2} = \begin{cases} 3+2i \\ 3-2i \end{cases}$

  y entonces $x^2 - 6x + 13 = (x-3)^2 + 2^2$.

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Resolución de ecuaciones algebraicas

- **Ecuaciones bicuadradas**: $ax^4 + bx^2 + c = 0$ con $a \neq 0$.

  Se resuelven mediante el cambio $z = x^2$ con lo que

  $$az^2 + bz + c = 0 \implies z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

  luego basta aplicar $x = \pm\sqrt{z}$ a las dos soluciones anteriores.

  Ejemplo: Resuelve la ecuación $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

  Resolvemos primero $z^2 - 13z + 36 = 0$, y obtenemos:

  $$z = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} = \left\{ \begin{array}{l} 9 \\ 4 \end{array} \right. ,$$

  así las soluciones de la ecuación son: $x = \left\{ \begin{array}{l} \pm\sqrt{9} = \pm 3 \\ \pm\sqrt{4} = \pm 2 \end{array} \right. .$

  Entonces $x^4 - 13x^2 + 36 = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$.

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Resolución de ecuaciones algebraicas

- **Ecuaciones de grado superior a 2**: $a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$ con $a_n \neq 0$.

  La Regla de Ruffini nos permite comprobar si $\alpha \in \mathbb{R}$ es solución de la siguiente manera:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & a_0 \\
\alpha & \downarrow & a_n \cdot \alpha & b_{n-2} \cdot \alpha & \cdots & b_1 \cdot \alpha & b_0 \cdot \alpha \\
\hline
 & a_n & a_{n-1} + a_n \cdot \alpha & a_{n-2} + b_{n-2} \cdot \alpha & \cdots & a_1 + b_1 \cdot \alpha & \multicolumn{1}{|c}{a_0 + b_0 \cdot \alpha} \\
 & = b_{n-1} & = b_{n-2} & = b_{n-3} & \cdots & = b_0 & \multicolumn{1}{|c}{= R}
\end{array}
$$

  Si $R \neq 0$ entonces α **no es solución** de la ecuación.

  Ejemplo: Comprobar por Riffini si $\alpha = 3$ es solución de la ecuación $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$.

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 3 & -4 & -12 \\
3 & \downarrow & 3 & 18 & 42 \\
\hline
 & 1 & 6 & 14 & \multicolumn{1}{|c}{30}
\end{array}
$$

  Luego $\alpha = 3$ **no** es solución de la ecuación.

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Resolución de ecuaciones algebraicas

- **Ecuaciones de grado superior a 2**: $a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$ con $a_n \neq 0$.

  La Regla de Ruffini nos permite comprobar si $\alpha \in \mathbb{R}$ es solución de la siguiente manera:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & a_0 \\
\alpha & \downarrow & a_n \cdot \alpha & b_{n-2} \cdot \alpha & \cdots & b_1 \cdot \alpha & b_0 \cdot \alpha \\
\hline
 & a_n & a_{n-1} + a_n \cdot \alpha & a_{n-2} + b_{n-2} \cdot \alpha & \cdots & a_1 + b_1 \cdot \alpha & \boxed{a_0 + b_0 \cdot \alpha} \\
 & = b_{n-1} & = b_{n-2} & = b_{n-3} & \cdots & = b_0 & \boxed{= R}
\end{array}
$$

  Si $R \neq 0$ entonces α **no** es solución de la ecuación.

  Si $R = 0$ entonces α es solución de la ecuación y además

$$a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0 = (x - \alpha)(b_{n-1} x^{n-1} + \cdots + b_1 x + b_0)$$

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Ejemplo

- Resuelve la ecuación $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$.

  Como hemos visto $\alpha = 3$ no es solución de la ecuación, probemos con $\alpha = 2$:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 3 & -4 & -12 \\ 2 & \downarrow & 2 & 10 & 12 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

  luego $\alpha = 2$ es solución y entonces

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x-2)(x^2 + 5x + 6).$$

  Las otras soluciones las podemos calcular de resolver la ecuación cuadrática $x^2 + 5x + 6 = 0$

  Por tanto todas las soluciones de la ecuación son: 2, -2 y -3 y

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x-2)(x+2)(x+3).$$

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Ejemplo

- Resuelve la ecuación $x^4 + 2x^2 + 8x + 5 = 0$.

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & 0 & 2 & 8 & 5 \\
-1 & \downarrow & -1 & 1 & -3 & -5 \\
\hline
 & 1 & -1 & 3 & 5 & \boxed{0}
\end{array}
$$

luego $\alpha = -1$ es solución y entonces

$$x^4 + 2x^2 + 8x + 5 = (x+1)(x^3 - x^2 + 3x + 5).$$

ECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

Ejemplo

- Resuelve la ecuación $x^4 + 2x^2 + 8x + 5 = 0.$

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & 0 & 2 & 8 & 5 \\
-1 & \downarrow & -1 & 1 & -3 & -5 \\
\hline
 & 1 & -1 & 3 & 5 & \boxed{0} \\
-1 & \downarrow & -1 & 2 & -5 & \\
\hline
 & 1 & -2 & 5 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

así queda que

$$x^4 + 2x^2 + 8x + 5 = (x+1)(x+1)(x^2 - 2x + 5).$$

Por lo tanto todas las soluciones de la ecuación son: -1, $1+2i$ y $1-2i$ y

$$x^4 + 2x^2 + 8x + 5 = (x+1)^2\Big((x-1)^2 + 4\Big).$$

EJERCICIOS

- $3x + 1 = 3 - (2 - 2x)$
- $\frac{3x}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{1+3x}{2}$
- $2(2 + x) - (6 - 7x) = 13x - (1 + 4x)$
- $5(x - 1) - (1 - x) = 2(x - 1) - 4(1 - x)$
- $2 - \big(3 - 2(x + 1)\big) = 3x + 2(x - (3 + 2x))$
- $x^2 + 2x + 1 = 0$
- $x^2 = 2 + x$
- $2x^2 - \frac{10}{3}x + \frac{4}{3} = 0$

INECUACIONES - DESIGUALDADES - INTERVALOS

- Para entender las inecuaciones de una manera correcta se debe necesariamente conocer lo siguiente:
  - Desigualdades
  - Intervalos
- Ya que serán de fundamental uso para la resolución adecuada de inecuaciones

DESIGUALDADES - DEFINICIÓN

- Las desigualdades son expresiones de la forma:

$Sea: a, b \in \mathbb{R}$

- $a > b \rightarrow a - b > 0, resultado\ positivo\ - Desigualdad\ estricta$
- $a < b \rightarrow a - b < 0, resultado\ negativo\ - Desigualdad\ estricta$
- $a \geq b \rightarrow a > b\ ;\ a = b\ \ Desigualdad\ no\ estricta$
- $a \leq b \rightarrow a < b\ ;\ a = b\ \ Desigualdad\ no\ estricta$

$$\overbrace{\underbrace{2 + 1}_{\text{Primer miembro}} > \underbrace{4 - 5}_{\text{Segundo miembro}}}^{\text{Términos}}$$

DESIGUALDADES - PROPIEDADES

Las propiedades de las desigualdades están cercanamente relacionadas con las propiedades de las igualdades, pero hay diferencias importantes. Dichas propiedades se usan para resolver inecuaciones

1. Propiedad aditiva de la desigualdad : si a los dos miembros de una desigualdad se adiciona un mismo número real, se obtiene otra desigualdad en el mismo sentido

- $2 > 1$ $\qquad 2 + 3 > 1 + 3 \qquad 5 > 4$
- $6 < 10$ $\qquad 6 + (-2) < 10 + (-2) \qquad 4 < 8$

DESIGUALDADES - PROPIEDADES

2. Propiedad multiplicativo de la desigualdad : si a una desigualdad se multiplica un número real positivo, se obtiene otra desigualdad en el mismo sentido

- $7 > 2$ $\qquad 7 * 8 > 2 * 8 \qquad 56 > 16$
- $5 < 9$ $\qquad 5 * (6) < 9 * (6) \qquad 30 < 54$

Si a una desigualdad se multiplica un número real negativo, se obtiene otra desigualdad en sentido contrario

- $3 < 7$ $\qquad 5 * (-5) \ ? \ 7 * (-5) \qquad -25 > -35$

DESIGUALDADES - PROPIEDADES

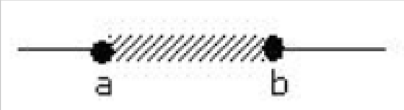
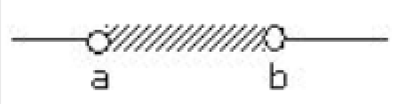
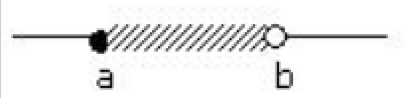
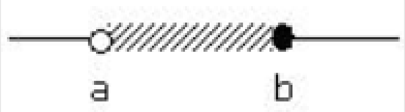
3. Si los dos miembros de la desigualdad son positivos y se elevan a un exponente par o impar, la desigualdad no cambia de sentido
   - $7 > 2$ $\quad 7^2 > 2^2$ $\quad 49 > 4$
4. Si los dos miembros de la desigualdad son negativos y se elevan a un exponente par, la desigualdad cambia de sentido
   - $-5 > -7$ $\quad -5^2 \ ? \ -7^2$ $\quad 25 < 49$
5. Si los dos miembros de la desigualdad son negativos y se elevan a un exponente impar, la desigualdad no cambia de sentido
   - $-8 < -2$ $\quad -8^3 \ ? \ -2^3$ $\quad -512 < -8$

INTERVALOS - FINITOS

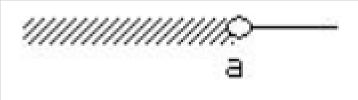
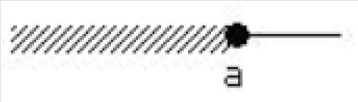
- Se conoce como intervalo al conjunto de números reales comprendidos entre 2 números determinados.
- Se clasifican en finitos e infinitos

Finitos	Cerrado de extremos a y b	Es el conjunto de números reales comprendidos entre a y b incluidos los extremos
	Abierto de extremos a y b	Es el conjunto de números reales comprendidos entre a y b excluidos los extremos
	Semiabierto de extremos a y b	Es el conjunto de números reales comprendidos entre a y b, donde se incluye un extremo y se excluye el otro

INTERVALOS - FINITOS

INTERVALO	FORMA GRÁFICA	FORMA CONJUNTO	FORMA INTERVALO
Cerrado de extremos a y b		$\{x \in \mathbb{R} \;/\; a \leq x \leq b\}$	a ≤ x ≤ b [a , b]
Abierto de extremos a y b		$\{x \in \mathbb{R}/a < x < b\}$	a < x < b] a , b [
Semiabierto de extremos a y b - semiabierto por la derecha		$\{x \in \mathbb{R}/a \leq x < b\}$	a ≤ x < b [a , b [
Semiabierto de extremos a y b - semiabierto por la izquierda		$\{x \in \mathbb{R}/a < x \leq b\}$	a < x ≤ b] a , b]

INTERVALOS - INFINITOS

INTERVALO	FORMA GRÁFICA	FORMA CONJUNTO	FORMA INTERVALO
Infinito por la izquierda y abierto		$\{x \in \mathbb{R}/x < a\}$	$x < a$ $]-\infty, a[$
Infinito por la derecha y abierto		$\{x \in \mathbb{R}/x > a\}$	$x > a$ $]a, +\infty[$
Infinito por la izquierda y cerrado		$\{x \in \mathbb{R}/x \leq a\}$	$x \leq a$ $]-\infty, a]$
Infinito por la derecha y cerrado		$\{x \in \mathbb{R}/x \geq a\}$	$x \geq a$ $[a, +\infty[$

INECUACIONES - DEFINICIÓN

- Una inecuación es una desigualdad en la que aparecen números reales determinados y no determinados, siendo los últimos las incógnitas.
- Se tiene una clasificación similar a las ecuaciones, siendo la siguiente:
  - Inecuación de primer grado con una incógnita $x + 2 > 0$
  - Inecuación de segundo grado con una incógnita $x^2 + 8x + 12 > 0$
  - Inecuación de tercer grado con una incógnita $z^3 + 12 \leq 0$
  - Inecuación de primer grado con 2 incógnitas $x + y \geq 0$
  - Inecuación de segundo grado con 2 incógnitas $x^2 + y^2 < 0$

INECUACIONES - RESOLUCIÓN

- Resolver una inecuación es determinar el conjunto de valores reales de las incógnitas que satisfacen la desigualdad; a este conjunto se llama: CONJUNTO SOLUCIÓN o SOLUCIÓN
- Para resolver se aplican las propiedades de las desigualdades, ya aprendidas anteriormente, además se usan las operaciones de los número reales

INECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

RESOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN DE GRADO 1

- Para su resolución se despeja el valor de la incógnita y se analiza

Ejemplo

$$2(x+1)-3(x-2)<x+6$$
$$-2x<-2$$
$$x>1$$
$$x\in\,]1,+\infty[$$

INECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

RESOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN DE GRADO 2

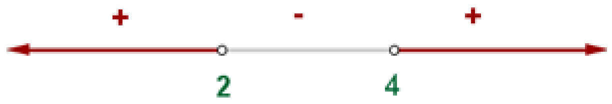
- Para resolver este tipo de inecuaciones se las debe tratar como ecuaciones y obtener las raíces, para posteriormente representar las raíces obtenidas en la recta real y evaluar el signo en cada intervalo. Se tienen 3 casos específicos que son

  1. Cuando el discriminante es mayor que cero, $b^2 - 4ac > 0$, se van a obtener dos raíces distintas en el conjunto de los números reales, a partir de ellos debemos evaluar el signo en cada intervalo para obtener la solución a la inecuación. Ejemplo

$$x^2 - 6x + 8 > 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$
$$x_1 = 4, x_2 = 2$$

$$P(0) = 0^2 - 6(0) + 8 > 0$$
$$P(3) = 3^2 - 6(3) + 8 < 0$$
$$P(5) = 5^2 - 6(5) + 8 > 0$$



$$x \in]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$$

INECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

RESOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN DE GRADO 2

2. Cuando el discriminante es igual a cero, $\boldsymbol{b^2 - 4ac = 0}$, se van a obtener una raíz doble, y se analiza los factores, para determinar si se cumple la desigualdad, en ese caso la solución es los reales, caso contrario no tiene solución. Ejemplo

$$x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = -1 \rightarrow (x + 1)^2 \geq 0$$

Como todo número elevado al cuadrado es siempre positivo la solución es todos los números Reales

INECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

RESOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN DE GRADO 2

3. Cuando el discriminante es menor a cero, $b^2 - 4ac < 0$, se obtiene valores que no pertenecen al conjunto de los números reales. En ese caso se evalúa al polinomio con cualquier valor, de preferencia positivo y negativo, y si cumple la desigualdad la solución es los reales, caso contrario no tiene solución. Ejemplo

$$x^2 + x + 1 > 0$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

Cuando no tiene raíces reales, le damos al polinomio cualquier valor, por ejemplo $x = 0$

$$0^2 + 0 + 1 > 0$$

Como se cumple la desigualdad, la solución es el conjunto de los números Reales

INECUACIONES ALGEBRAICAS CON UNA INCÓGNITA

RESOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN DE BICUADRADAS

- Para resolver este tipo de inecuaciones se las debe tratar como ecuaciones y obtener las raíces, para posteriormente representar las raíces obtenidas en la recta real y evaluar el signo en cada intervalo.. Ejemplo

$$x^4 - 25x^2 + 144 < 0$$

$$x^2 = z$$

$$z^2 - 25z + 144 = 0$$

$$z_1 = 16, z_2 = 9$$

$$z_1 = \pm\sqrt{16} \rightarrow x_1 = 4, x_2 = -4$$

$$z_2 = \pm\sqrt{9} \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3$$

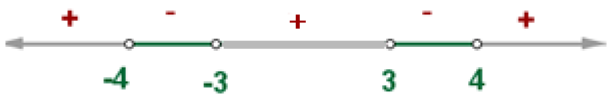
$$P(-5) = -5^4 - 25(-5)^2 + 144 > 0$$

$$P(-3{,}5) = -3{,}5^4 - 25(-3{,}5)^2 + 144 < 0$$

$$P(0) = 0^4 - 250^2 + 144 > 0$$

$$P(3{,}5) = 3{,}5^4 - 25(3{,}5)^2 + 144 < 0$$

$$P(5) = 5^4 - 25(5)^2 + 144 > 0$$



$$x \in \,]-4, -3[\, \cup \,]3,4[$$