

Ejercicios propuestos - Cadenas de Markov

Modelado y evaluación de redes de comunicaciones

Noviembre 2023

a) Considerando las matrices que se muestran a continuación; para aquellas que son matrices de transición, dibuje la cadena de Markov asociada y obtenga las probabilidades de estado estacionario si existen, caso contrario explique: por qué no existen?

$$1. \begin{bmatrix} -8 & 0 & 8 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ b & -(a+b) & a \\ 0 & b & -b \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$4. \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

b) Se tiene un juego con cinco vasos boca abajo en fila y una canica en el vaso central. En cada jugada, la canica se pasa al vaso de su izquierda o al de su derecha con igual probabilidad. Cuando llega a uno de los vasos del extremo, se termina el juego. Cuánto vale la probabilidad de que se termine el juego en dos jugadas?

c) Para las siguientes matrices estocásticas, dibuje la cadena de Markov asociada y obtenga las probabilidades de estado estacionario.

1.
$$\begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.5 \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 \\ 0.7 & 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}$$

2.
$$\begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0 & 0.3 & 0.7 & 0 \\ 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.9 \end{bmatrix}$$