4.6.4.2 t-student

Cuando no se conoce la varianza poblacional y se conoce la varianza muestral s, el mejor estadístico de prueba a utilizarse es *t-student*.

DEF. La prueba *t-student* sirve para comparar (sobre una variable, por ejemplo rendimiento) la media de una muestra con la media de una población; o evaluar si dos grupos difieren entre sí de manera significativa respecto a sus medias.

- En el caso de una muestra A (con una distribución muestral normal de la población), se conocen $\bar{x}$ y s que es la desviación estándar de la muestra. El valor calculado de t se obtiene con la fórmula:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n-1}} \qquad (3)$$

donde n-1 son los grados de libertad.

EJEMPLO: En un curso de 20 estudiantes se ha obtenido un promedio $\bar{x}$ = 7.4 y una desviación típica s = 1.2. Pruebe con un nivel de significación del 1% que este promedio no es significativamente diferente al promedio poblacional μ = 7.1

1) Planteamiento de la hipótesis

H_o: μ = 7.1 (El promedio de rendimiento del grupo no es significativamente diferente a 7.1)

H_i: $\mu \neq$ 7.1 (El promedio de rendimiento del grupo es diferente a 7.1)

2) Nivel de significación

α = 0.01

3) Criterio. Rechace H_o si t_c < -2.86 o t_c >2.86

Donde 2.86 es el valor teórico de t con 19 grados de libertad (ver APÉNDICE B), y t_c es el valor calculado de t que se obtiene aplicando la fórmula:

$$t_c = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n-1}}$$

4) Cálculos

Reemplazando los datos

$\bar{x} = 7.4 \quad s = 1.2$

$\mu = 7.1 \quad n = 20$

en la fórmula correspondiente, se obtiene:

$$t_c = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n-1}} = \frac{7.4 - 7.1}{1.2/\sqrt{19}} = \frac{0.3}{0.2752} = 1.09$$

5) Decisión

Como el valor calculado de t es 1.09 se encuentra a la izquierda del valor teórico que es 2.86, no se puede rechazar H_o ;

No existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula.

En el caso de dos muestras A y B de las que se conocen las medias $\bar{x}_A$ y $\bar{x}_B$ respectivamente, las varianzas muestrales s_A^2 y s_B^2 y con la hipótesis nula H_o: $\mu_A = \mu_B$. Se utiliza el estadístico t- student, cuyo valor se calcula con la siguiente fórmula:

$$t_c = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{(n_A - 1)s_A^2 + (n_B - 1)s_B^2}{n_A + n_B - 2}\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}} \qquad (4)$$

donde $n_A + n_B - 2$ son los grados de libertad; n_A número de elementos de A, n_B número de elementos de B. Mientras mayor sea el número de grados de libertad, la distribución t se acerca más a ser una distribución normal.

EJEMPLO. En una prueba de rendimiento aplicada a dos grupos A de 20 alumnos que ha utilizado una nueva metodología, y B de 17 alumnos que ha utilizado una metodología tradicional, se han obtenido los siguientes resultados: $\bar{x}_A = 7.8$, $\bar{x}_B = 7.2$, $s_A = 1$, $s_B = 1.2$. **Pruebe con un nivel de significación** $\propto = 0.05$ **que los promedios son significativamente diferentes.**

1) Planteamiento de las hipótesis

H_o: $\mu_A = \mu_B$ **(El promedio de rendimiento del grupo A que ha utilizado una nueva metodología no es diferente al promedio de rendimiento del grupo B que ha utilizado la metodología tradicional)**

H_i: $\mu_A \neq \mu_B$ **(El promedio de rendimiento del grupo A que ha utilizado una nueva metodología es significativamente diferente al promedio de rendimiento del grupo B que ha utilizado la metodología tradicional)**

2) Nivel de significancia

$\alpha = 0.05$

3) Criterio

Rechace la hipótesis nula si $t_c < -t_t = -2.03$ o bien $t_c > t_t = 2.03$

donde t_t es el valor teórico de t con 35 grados de libertad y $\alpha = 0.05$ (ensayo a dos colas, ver APÉNDICE B), caso contrario acepte la de investigación. t_c es el valor calculado de t que se obtiene aplicando la fórmula:

$$t_c = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{(n_A - 1)s_A^2 + (n_B - 1)s_B^2}{n_A + n_B - 2}\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}}$$

4) Cálculos

Los datos son: $\bar{x}_A = 7.8$, $\bar{x}_B = 7.2$, $s_A^2 = (1)^2 = 1$, $s_B^2 = (1.2)^2 = 1.44$, $n_A = 20$, $n_B = 17$

estos datos se reemplazan en la fórmula correspondiente del t-student

4) Cálculos

Los datos son: $\bar{x}_A$ **= 7.8,** $\bar{x}_B$ **= 7.2,** $s_A^2 = (1)^2 = 1$, $s_B^2 = (1.2)^2 = 1.44$, n_A **= 20,** n_B **= 17**

estos datos se reemplazan en la fórmula correspondiente del t-student

$$t_c = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{(n_A - 1)s_A^2 + (n_B - 1)s_B^2}{n_A + n_B - 2}\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}}$$

donde

$\bar{X}_A$ **= promedio de rendimiento del grupo cuasiexperimental A**

$\bar{X}_B$ **= promedio de rendimiento del grupo de control B**

s_A^2 **= varianza del grupo cuasiexperimental A**

s_B^2 **= varianza del grupo de control B**

n_A **= número de elementos del grupo cuasiexperimental A**

n_B **= número de elementos del grupo de control B**

y se obtiene :

$$\boldsymbol{t_c} = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{(n_A - 1)s_A^2 + (n_B - 1)s_B^2}{n_A + n_B - 2}\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}} = \frac{7.8 - 7.2}{\sqrt{\frac{(19)1 + (16)1.44}{35}\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{17}\right)}}$$

$$= \frac{0.6}{0.36} = 1.66$$

5) Decisión

Como $t_c = 1{,}66 < t_t = 2.03$, no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula

Prueba de Levene

https://www.socscistatistics.com/tests/levene/default.aspx