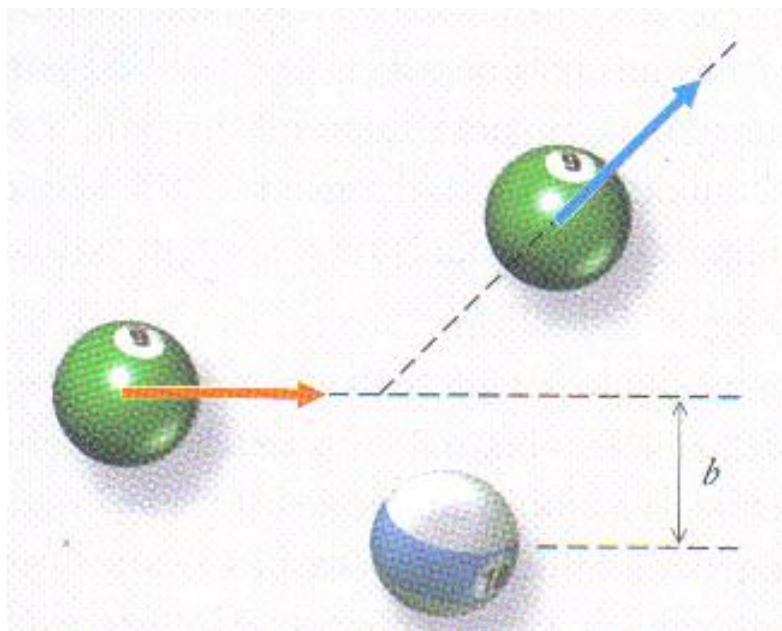
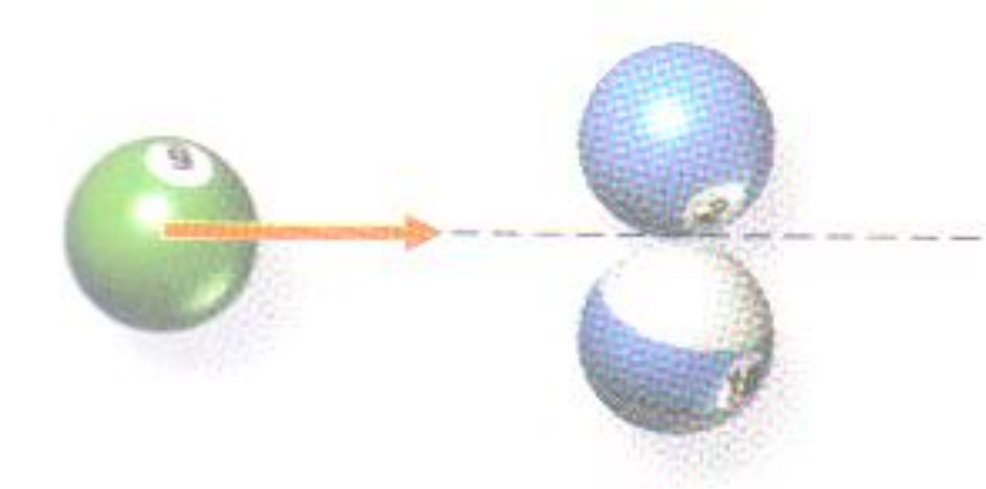
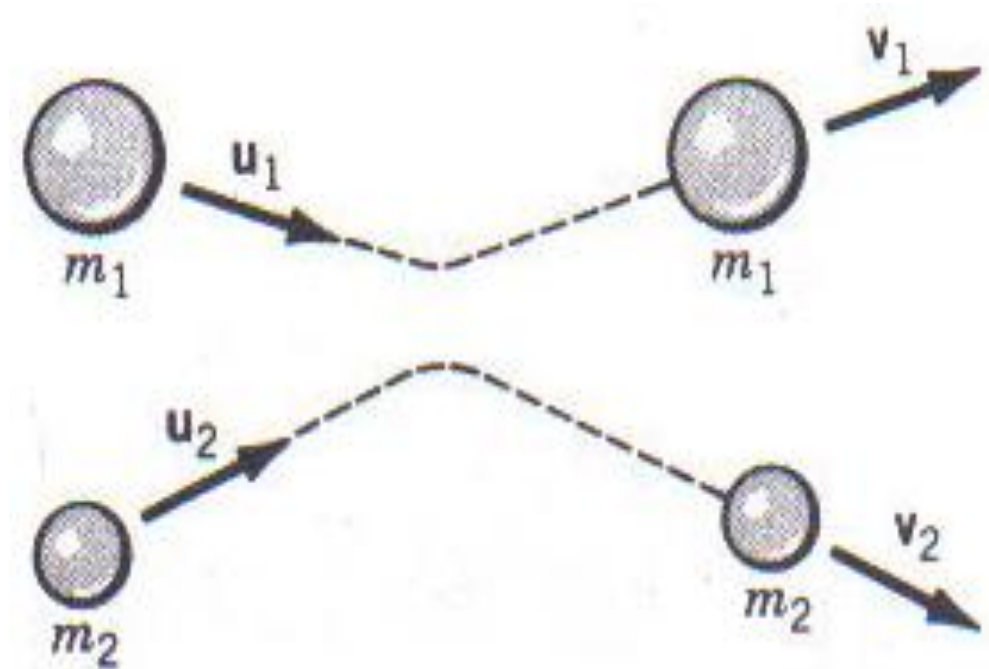






Colisiones

La figura ilustra una colisión entre dos partículas de masas m_1 y m_2 con velocidades iniciales u_1 y u_2 , y velocidades finales v_1 y v_2



Cuando estas interactúan, se pueden **tocar físicamente**, como lo hacen dos bolas de billar, o **simplemente repelerse**, como lo hacen dos cargas eléctricas del mismo signo o una nave y un planeta ...

Las velocidades inicial y final se relacionan de acuerdo con el principio de **conservación de momentum lineal**

$$\overline{F}_{ext} = 0 \rightarrow \overline{P} = \sum \overline{p}_i = cte$$

$$m_1 \overline{u}_1 + m_2 \overline{u}_2 = m_1 \overline{v}_1 + m_2 \overline{v}_2$$

La conservación del momentum lineal puede aplicarse como una primera aproximación, incluso en situaciones donde la fuerza externa neta no es cero

Esto es posible si las fuerzas internas, tales como las que se dan en una explosión o en una colisión, son muchos mayores que la fuerza externa, por ejemplo, la fuerza de la gravedad.

Si la duración del suceso es corta, la fuerza externa no actúa durante el tiempo suficiente como para alterar significativamente el momentum sistema.

El momentum de las partículas justo después del suceso está determinado, principalmente, por las fuerzas internas.



Tipos de colisiones

"colisión" usualmente es interacción breve y fuerte entre dos cuerpos.

La duración de la interacción es *corta*, lo suficiente como para que se limite la discusión sólo a tiempos *antes y después del suceso*.

Sin embargo, la duración de una colisión depende de la escala de tiempo que interese. Una colisión entre partículas elementales ocurre en 10^{-23} s, mientras que una entre galaxias dura millones de años

Las colisiones pueden ser *elásticas* o *inelásticas*.

El momentum lineal se conserva en ambos casos

En una colisión *perfectamente elástica* se conserva la energía cinética total de las partículas

$$K_i = K_f \rightarrow \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

En una colisión *inelástica* parte de la energía cinética se almacena como energía potencial asociada con un cambio en la estructura interna o de estado, y no se recupera de inmediato.

Se puede convertir en otra forma de energía (térmica, luz, sonido...)

Los dos cuerpos se acoplan o permanecen juntos

¿Existe la superelástica?

Receta

1. Haz un esquema que incluya las direcciones de las velocidades antes y después. Establezca ejes coordenados

2. Escriba la conservación del momentum para cada componente y las de la energía cinética

Los signos en las ecuaciones deben ser compatibles con las direcciones dibujadas

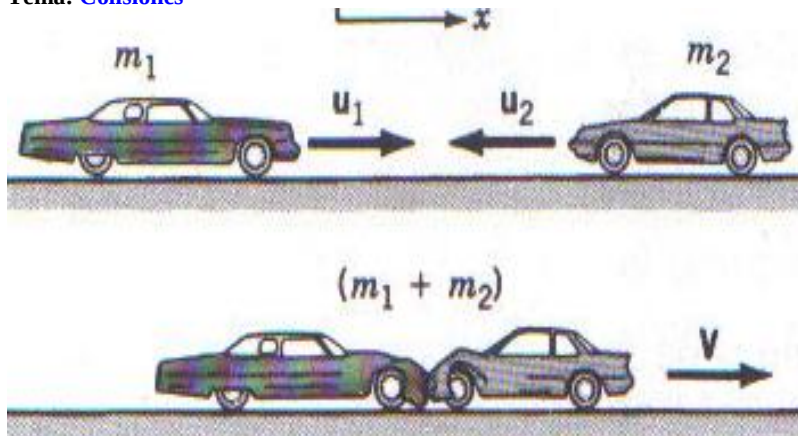
Una velocidad desconocida se escribe $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$ los signos de las componentes salen de la solución.

- Un auto de 200kg que se mueve hacia el este a 10m/s choca con otro de 1000kg que viaja hacia el oeste a 26m/s

La colisión es inelástica y ocurre en un tramo congelado

a) Halle la velocidad común

b) ¿Cuál es la pérdida fraccional de energía K?



$$\sum p_x : m_1 u_1 - m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$v = -2m/s$$

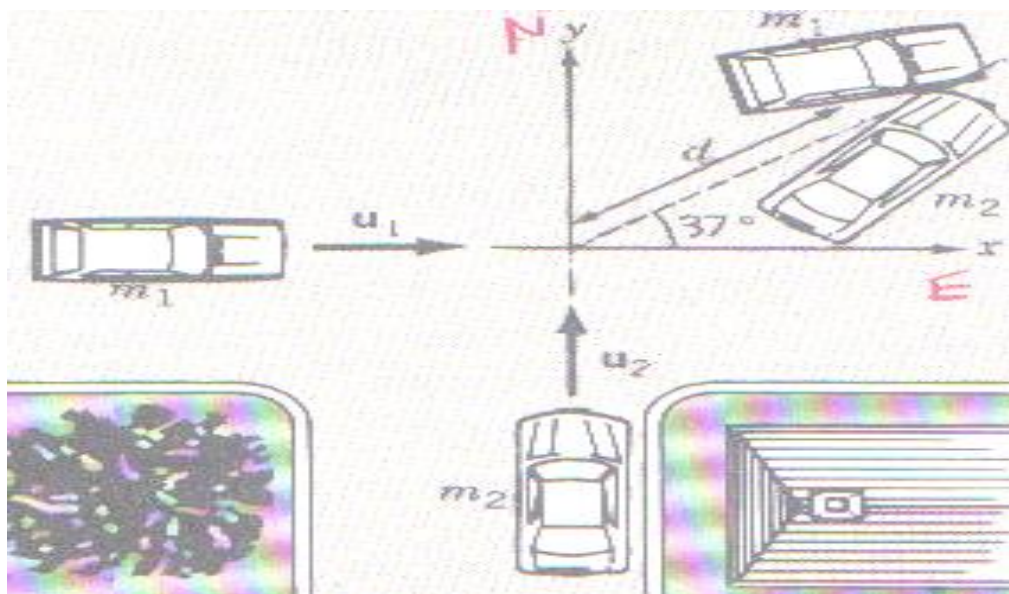
$$K_i = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2, \quad K_f = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$$

$$\frac{\Delta K}{K_i} = -0.99$$

Aplicación a accidentes de tránsito

* De acuerdo con un reporte policial, un auto de 950kg se movía hacia el este y otro de 1350kg se movía hacia el norte. Aunque los frenos se accionaron, los autos chocaron y quedaron pegados. Las marcas de las ruedas después de la colisión fueron rectas y de 6m de largo apuntando en la dirección 37° NE. El coeficiente de fricción cinética se calculó en 0.6 Halle

- la aceleración después del impacto
- la velocidad después del impacto
- ¿Habían excedido alguno de los autos la velocidad límite de 15 m/s?





a)

Con la marca y el coeficiente hallamos la aceleración

$$f_k = ma, \quad f_k = \mu_k N, \quad N = (m_1 + m_2)g$$

$$\mu_k (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \rightarrow a = \mu_k g$$

b)

La velocidad después del impacto

$$v^2 = v_0^2 - 2ad \rightarrow 0 = v_0^2 - 2\mu_k g d \rightarrow v_0 = \sqrt{2\mu_k g d} = 8.5 \text{ m/s}$$

c)

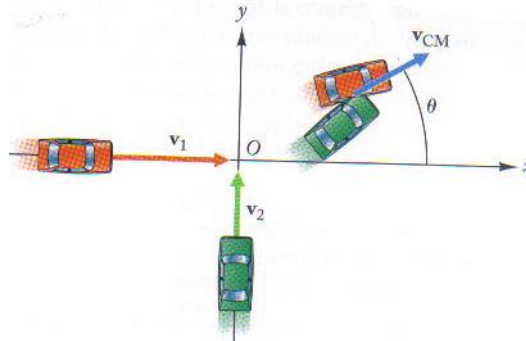
Velocidades antes del impacto. Conservación de momentum

$$\sum p_x : m_1 u_1 + 0 = (m_1 + m_2) v_0 \cos 37^\circ$$

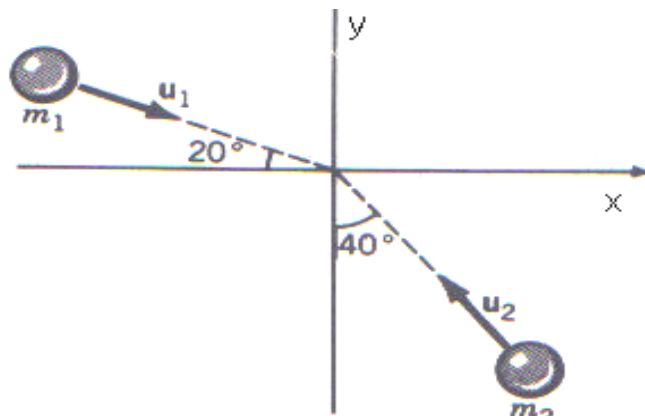
$$\sum p_y : 0 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v_0 \sin 37^\circ$$

$$\bar{u} = 16.4i + 8.7j \text{ m/s}$$

El auto que se movía al este iba con exceso de velocidad



* Un bola de 3kg con velocidad 10m/s a 20°SE y otra bola de 5kg con velocidad 5m/s a 40°NO chocan y se pegan. Halla la velocidad final



$$\sum p_x : m_1 u_1 \cos 20^\circ - m_2 u_2 \sin 40^\circ = (m_1 + m_2) v_x$$

$$\sum p_y : -m_1 u_1 \sin 20^\circ + m_2 u_2 \cos 40^\circ = (m_1 + m_2) v_y$$

$$\bar{v} = 1.52i + 1.11j \text{ m/s}$$



Colisiones elásticas en una dimensión

Buscando el coeficiente de restitución e

Se conserva el momentum lineal al sustituir su valor se consideran los signos

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (1)$$

Si la colisión es perfectamente elástica la energía K se conserva

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2)$$

Manipulando para buscar razones de velocidades relativas (diferencias)

$$(1) \rightarrow m_1 (u_1 - v_1) = m_2 (v_2 - u_2)$$

$$(2) \rightarrow m_1 (u_1 - v_1)(u_1 + v_1) = m_2 (v_2 - u_2)(v_2 + u_2)$$

Observando bien

$$u_1 + v_1 = v_2 + u_2 \rightarrow \frac{v_2 - v_1}{u_2 - u_1} = -1$$

Observe la razón: “finales” sobre “iniciales”

Si fuese completamente plástico

$$v_1 = v_2 \rightarrow v_2 - v_1 = 0 \rightarrow \frac{v_2 - v_1}{u_2 - u_1} = 0$$

Lo que implica que hay un intervalo que va del 0 hasta 1 para e

Finalmente

$$\boxed{\frac{v_2 - v_1}{u_2 - u_1} = -e}$$

Tareas:

Halla c/u de las velocidades finales en función de las iniciales y e

Analiza las diferentes posibilidades. Por ejemplo si $m_1 = m_2$ o $m_1 = 2m_2$

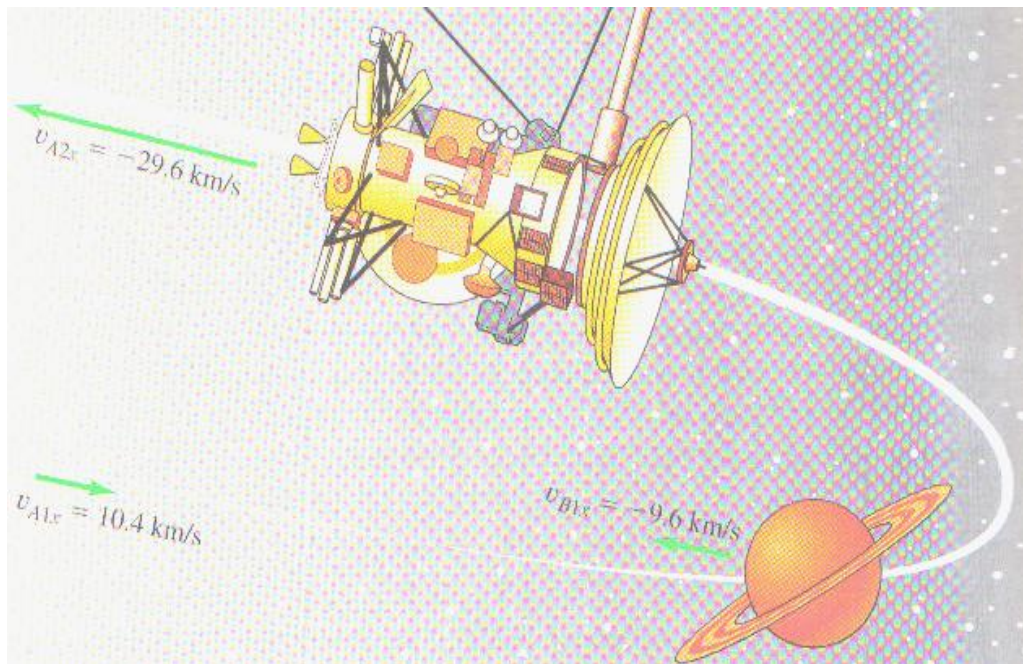
Una de ellas en reposo (“el blanco”), etc.



La figura muestra a Saturno moviéndose en la dirección $-x$ con su rapidez orbital (respecto al Sol) de 9.6 km/s su masa es $5.69 \times 10^{26} \text{ kg}$. Una nave de 2150 kg se acerca, moviéndose inicialmente en la dirección $+x$ a 10.4 km/s .

La atracción gravitacional de Saturno hace que la nave le dé vuelta y se dirija en la dirección opuesta.

Calcule la rapidez final de la nave una vez que se ha alejado lo suficiente para estar casi libre de la atracción gravitacional de Saturno.



u_N, v_N velocidad de nave, u_S, v_S velocidad de Saturno

$$u_N = V_{A1x} = 10.4 \text{ km/s}, \quad v_N = V_{A2x} = ?$$

$$u_S = v_S = -9.6 \text{ km/s}$$

Choque elástico **asumiendo choque unidimensional**

$$\frac{v_N - v_S}{u_N - u_S} = -1 \rightarrow v_N - v_S = -u_N + u_S$$

$$v_N = v_S - u_N + u_S = -9.6 - 10.4 - 9.6$$

$$v_N = -29.6 \text{ km/s}$$

Analogías.

Una piedra impulsada por una honda (huaraca)

Una pelota de béisbol (nave) al rebotar de un bate (saturno)

Esta es la versión simplificada del **efecto honda gravitacional** que es utilizado en los viajes interplanetarios

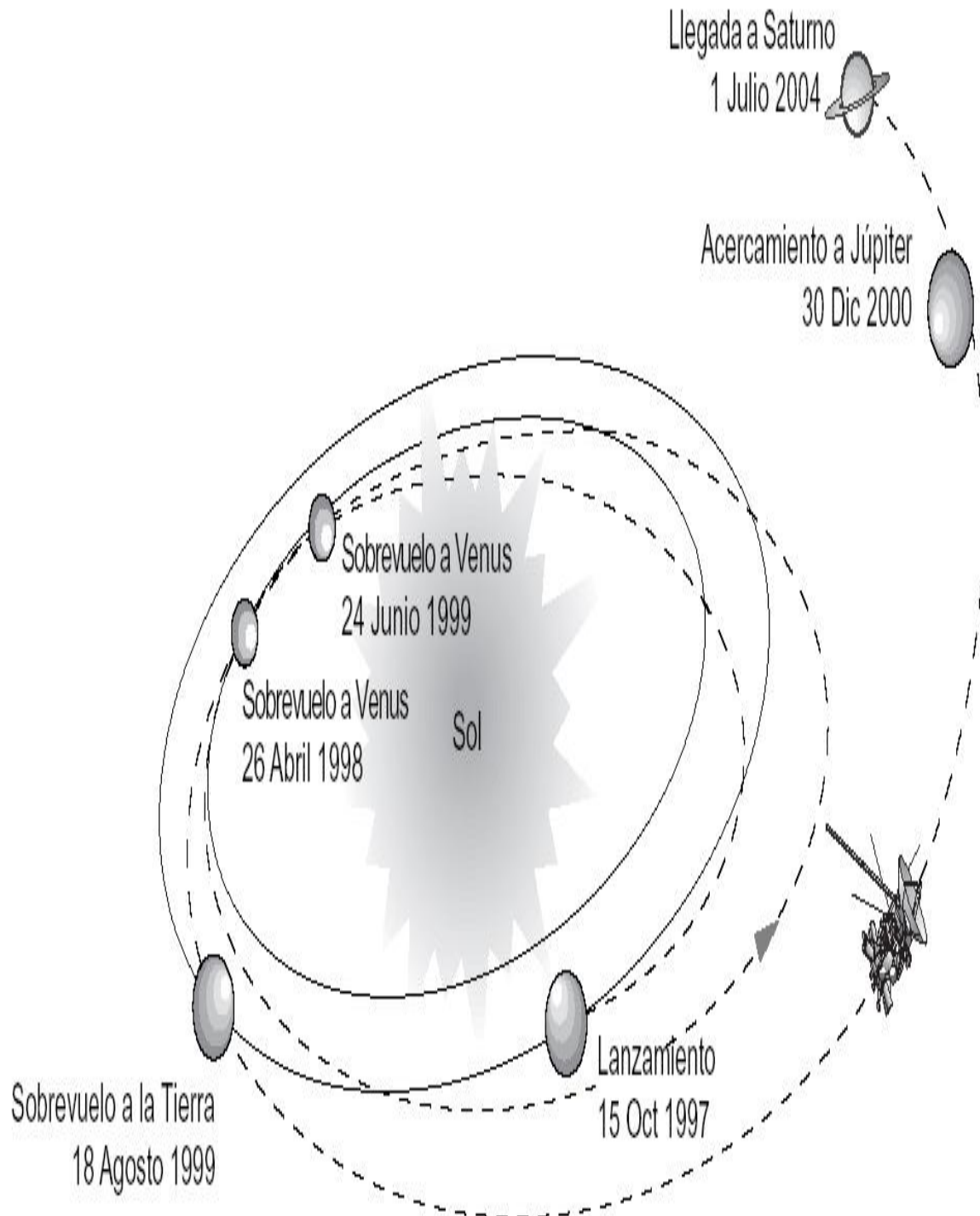
La nave Cassini usó a Venus, la Tierra y Júpiter para llegar a su destino



Visita obligatoria

<http://www.esa.int/SPECIALS/Cassini-Huygens/index.html>

<http://www.astroenlazador.com/saturno/mision.htm>



Tarea: investigar más al respecto



* La masa del disco de 0.5Kg, luego de ser impactado por el bloque de 2kg a 10m/s comprime al resorte 1cm. Si $e=0.2$ Halle la constante del resorte



Asumiendo que el choque es sobre una superficie lisa
 u velocidad inicial del bloque, v_m , v_M velocidades del disco y el bloque después

Conservación de momentum

$$Mu = mv_m + Mv_M \rightarrow v_M = u + \frac{m}{M} v_m$$

Coeficiente de restitución

$$\frac{v_M - v_m}{u - 0} = -e \rightarrow v_m = v_M + eu \rightarrow v_m = \frac{u(1+e)}{1 - \frac{m}{M}}$$

Conservación de energía

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv_m^2 \rightarrow k = m \left(\frac{v_m}{x} \right)^2 = \dots$$

*Un protón de masa 1.01u a 3.6×10^4 m/s colisiona elástica y frontalmente con núcleo de helio (4u) inicialmente en reposo.
 Halle sus velocidades después de la colisión



Conservación de momentum

$$m_p u_p = m_p v_p + m_{He} v_{He}$$

Coeficiente de restitución

$$\frac{v_{He} - v_p}{0 - u_p} = -1 \rightarrow u_p = v_{He} - v_p$$

Un poco de algebra



$$v_{He} = \frac{2m_p u_p}{m_p + m_{He}} = 1.45 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$$v_p = v_{He} - u_p = -2.15 \times 10^4 \text{ m/s}$$

Usualmente en **física nuclear elástica = perfectamente elástica** y $e=1$
 El signo menos del protón indica que “rebota” aunque con menor velocidad

En un reactor nuclear se producen neutrones de alta rapidez durante procesos de fisión nuclear. Para que un neutrón pueda provocar fisiones adicionales debe ser frenado por choques con núcleos en el moderador del reactor
 Un neutrón (masa = 1.0 u) que viaja a $2.6 \times 10^7 \text{ m/s}$ sufre un choque elástico de frente con un núcleo de carbono (masa=12u) que inicialmente está en reposo.
 Las fuerzas externas durante el choque son despreciables.
 Calcule las velocidades después del choque

Fuerzas externas despreciables → conservación de momentum
Choque elástico → conservación de energía

Datos m_n masa del neutrón, u_n, v_n velocidad del neutrón, m_C masa del carbón

$$m_n = 1, \quad m_C = 12, \quad u_n = 2.6 \times 10^7 \text{ m/s}$$

Verifica que

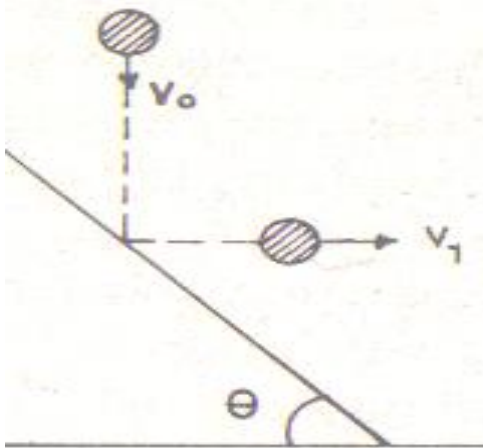
$$v_n = 2.2 \times 10^7 \text{ m/s}, v_C = 0.4 \times 10^7 \text{ m/s}$$

Analiza la relación $\frac{v_n}{u_n}$

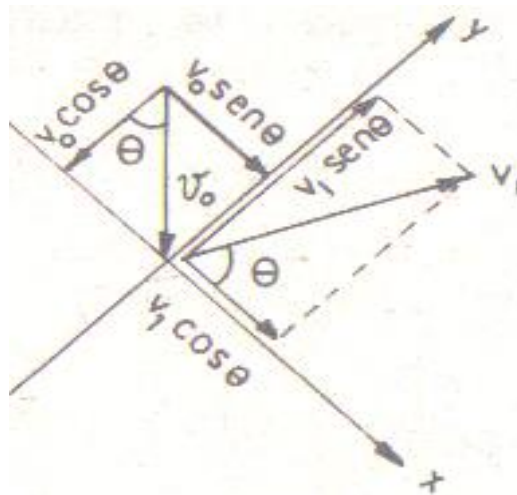
Haz lo mismo con $\frac{K_{fn}}{K_{in}}$

Si la colisión no es lineal se debe tomar la componente apropiada ¿perpendicular la punto de contacto?

Una pelota cae sobre un plano inclinado. Halle el ángulo de inclinación en función del coeficiente de restitución e



Da ejes paralelo y perpendicular al plano. Descompone las velocidades



El plano inclinado no se mueve

Usando la definición de e en el eje y

$$e = -\frac{v_{2y} - v_{1y}}{u_{2y} - u_{1y}} = -\frac{v_1 \sin \theta - 0}{-v_0 \cos \theta - 0} = \frac{v_1}{v_0} \tan \theta \quad (1)$$

Conservación de momentum lineal en el eje x

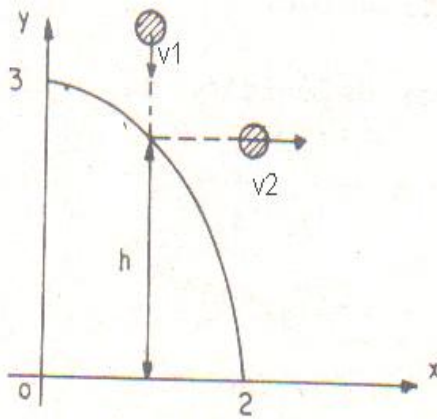
$$p_{ix} = p_{fx} \rightarrow mv_0 \sin \theta = mv_1 \cos \theta \rightarrow \frac{v_1}{v_0} = \tan \theta \quad (2)$$

De (1) y (2)

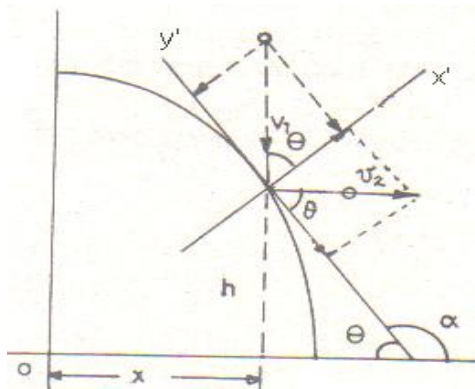
$$e = \frac{v_1}{v_0} \tan \theta = \tan^2 \theta \rightarrow \theta = \arctan \sqrt{e}$$



* Una esfera cae verticalmente sobre una masa rígida y de forma elíptica, cuya ecuación es $9x^2 + 4y^2 = 36$
 Halla el valor de la distancia vertical h para que la esferita rebote horizontalmente $e = 0.5$



Da ejes tangente y perpendicular al punto de contacto.



Usando la definición de e en el eje y'

$$e = -\frac{v_{2y'} - v_{1y'}}{u_{2y'} - u_{1y'}} = -\frac{v_2 \sin \theta - 0}{-v_1 \cos \theta - 0} = \frac{v_2}{v_1} \tan \theta \quad (1)$$

Conservación de momentum lineal en el eje x'

$$p_{ix'} = p_{fx'} \rightarrow mv_1 \sin \theta = mv_2 \cos \theta \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \tan \theta \quad (2)$$

De (1) y (2)

$$e = \frac{v_1}{v_0} \tan \theta = \tan^2 \theta \rightarrow \tan \theta = \sqrt{e}$$

Aplicando cálculo diferencial



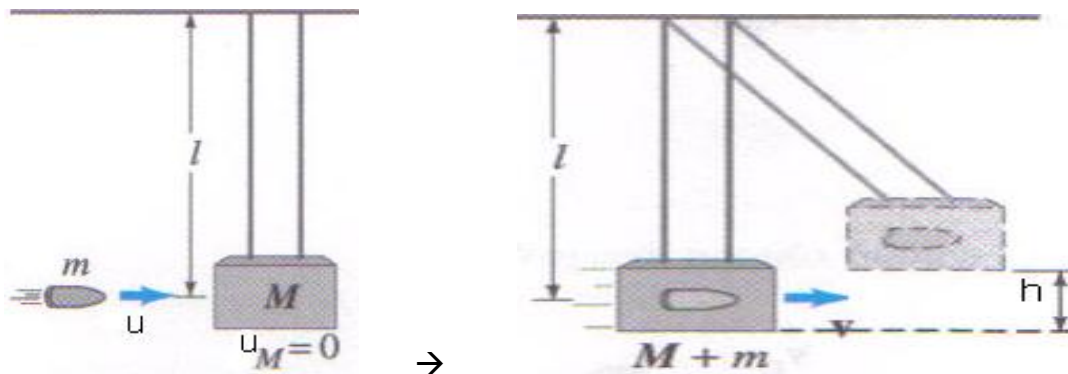
$$\tan \theta = -\frac{dy}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} \sqrt{36 - 9x^2} \right) = \frac{4.5x}{\sqrt{36 - 9x^2}}$$

$$\sqrt{e} = \tan \theta = \frac{4.5x}{\sqrt{36 - 9x^2}} \rightarrow x = 0.85$$

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{36 - 9(0.85)^2} = 2.71m$$

El **péndulo balístico** es un dispositivo para medir la rapidez de una bala. La bala de masa m , es disparado hacia un bloque (madera u otro material) que está suspendido como un péndulo. Luego de la colisión, el sistema bala-péndulo asciende hasta una altura máxima h .

Halle la rapidez de la bala en función de la altura h



Asumiendo que el tiempo de colisión es muy corto
 v rapidez del bloque-bala justo después de la colisión

Conservación de momentum lineal

$$mu = (m + M)v \quad (1)$$

Conservación de energía. Entre el instante de la incrustación y el punto más alto

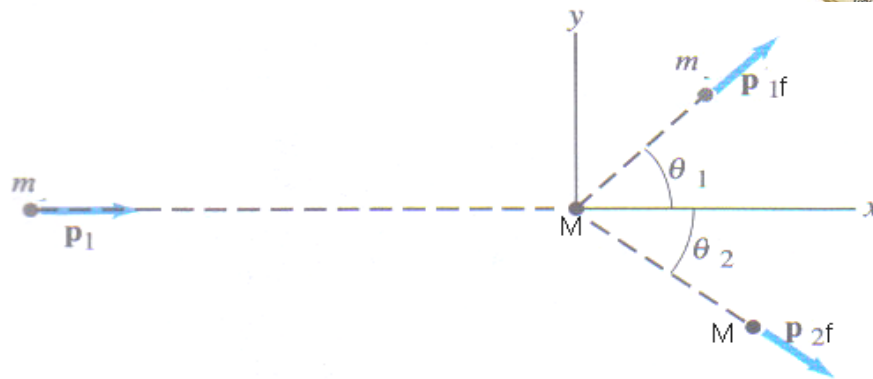
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow (m + M)v^2 + 0 = 0 + (m + M)gh \quad (2)$$

De estas ecuaciones

$$u = \frac{m + M}{m} \sqrt{2gh}$$

Un tipo común de colisión no frontal es aquella en que un objeto en movimiento ("proyectil") golpea un segundo objeto inicialmente en reposo ("blanco")

- billar
- experimentos de física nuclear (de decaimientos radiactivos o de aceleradores)



Conservación de momentum lineal

$$\vec{p}_{1i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$$

$$\sum p_x \rightarrow mu = mv_1 \cos \theta_1 + Mv_2 \cos \theta_2 \quad (1)$$

$$\sum p_y \rightarrow 0 = mv_1 \sin \theta_1 + Mv_2 \sin \theta_2 \quad (2)$$

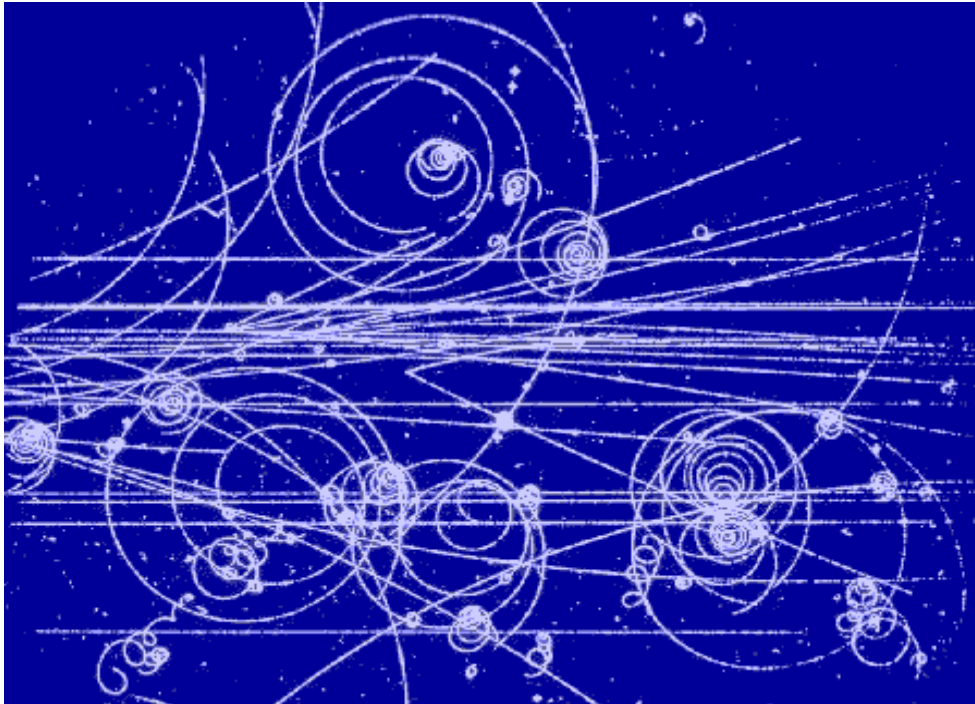
Conservación de energía.

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2} mu^2 + 0 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} Mv_2^2 \quad (3)$$

Tenemos 3 ecuaciones y 4 incógnitas se puede medir al menos una de ellas θ_1
 Para esto es muy importante la cámara de niebla o cámara de burbuja o ...
 (investigar)





Visita:

<http://palmera.pntic.mec.es/~fbarrada/profesores/prof331.html>

Un protón a $8.2 \times 10^5 \text{ m/s}$ colisiona elásticamente con otro estacionario en un blanco hidrógeno. Se observa que uno se dispersa según un ángulo de 60° .
¿Con qué ángulo de dispersión es dispersado el otro y cuáles son las velocidades de los dos protones?

Verifique

$$\theta_1 = 60^\circ \rightarrow \theta_2 = -30^\circ, \quad v_1 = 4.1 \times 10^5 \text{ m/s}, \quad v_2 = 7.1 \times 10^5 \text{ m/s}$$

¿Siempre $\theta_1 + |\theta_2| = 90^\circ$?

Can you show me?