

PERMUTACIONES Y COMBINACIONES

ARREGLO DE ELEMENTOS **CON**
UN ORDEN ESTABLECIDO

ARREGLO DE ELEMENTOS
SIN UN ORDEN ESTABLECIDO

De n tomada la n $nPn = n!$	Con repetición iguales $nPr = n^r$	No se permiten repetición $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$
Con repetición consecutivas ${}^n P_{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$	Permutaciones circulares ${}^{n-1} P_{n-1} = (n-1)!$	
Combinaciones $nCr = \frac{nPr}{Pr} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$		Combinaciones con repetición $CR_m^n = \binom{m+n-1}{n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$

PERMUTACIONES

1.- Si de n opciones se tomas todas las n .

$${}_n P_n = n!$$

EJEMPLO

¿Cuántas maneras diferentes hay de asignar las posiciones de salida de 8 autos que participan en una carrera de fórmula uno?

$$n = 8, \quad r = 8 \quad (r = n)$$

$${}_n P_n = n!$$

$${}_8 P_8 = 8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \dots \times 1 = 40\,320$$

Por principio multiplicativo:

$$8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40\,320$$

Existen entonces 40 320 maneras de asignar las posiciones de salida de los autos participantes en la carrera

PERMUTACIONES

2.- No se permite repeticiones

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

EJEMPLO

¿Cuántas maneras hay de asignar las 5 posiciones de juego de un equipo de básquetbol, si el equipo consta de 12 integrantes?,

$$n = 12, \quad r = 5$$

$${}_{12} P_5 = \frac{12!}{(12-5)!} = 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 = 95\,040$$

Entonces se dice que existen 95040 maneras de asignar las cinco posiciones de juego

PERMUTACIONES

3.- Con repeticiones consecutivas

$${}_n P_{n_1, n_2, n_3, \dots, n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_k!}$$

EJEMPLO

Obtenga todas las señales posibles que se pueden diseñar con seis banderines, dos de los cuales son rojos, tres son verdes y uno morado.

$$n = 6$$

$$n_1 = 2$$

$$n_2 = 3$$

$$n_3 = 1$$

$${}_6 P_{2,3,1} = \frac{6!}{2! 3! 1!} = 60$$

Existen entonces 60 maneras de obtener señales; con 6 banderines.

PERMUTACIONES

4.- Permutaciones circulares

$${}^{n-1}P_{n-1} = (n - 1)!$$

EJEMPLO

¿De cuántas maneras se pueden sentar 5 amigos alrededor de una mesa circular?

Ahora calculamos el número de permutaciones circulares:

$${}^{5-1}P_{5-1} = (5 - 1)! = 4! = 24$$

Los 5 amigos, se pueden sentar de 24 formas diferentes

COMBINACIONES

1.- De n tomadas r

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \binom{n}{r}$$

EJEMPLO

Si se cuenta con 14 alumnos que desean colaborar en una campaña pro limpieza. a) cuantos grupos de limpieza podrán formarse si se desea que consten de 5 alumnos cada uno de ellos. b) si entre los 14 alumnos hay 8 mujeres, ¿cuantos de los grupos de limpieza tendrán a 3 mujeres y 2 hombres?

Solución:

a) $n = 14$, $r = 5$

$${}_{14}C_5 = \frac{14!}{(14-5)!5!} = \frac{14!}{9!5!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9!5!} = 2002$$

Se cuenta entonces con 2002 grupos de limpieza .

b) si entre los 14 alumnos hay 8 mujeres, ¿cuantos de los grupos de limpieza tendrán a 3 mujeres y 2 hombres?

Solucion:

b. $n = 14$ (8 mujeres y 6 hombres), $r = 5$ tomando ($r_1=3$ y $r_2 =2$) puesto que existen hombres y mujeres entre el total de los 14 alumnos

$${}_8C_3 * {}_6C_2 = \frac{8!}{(8! - 3!)3!} * \frac{6!}{(6 - 2)!2!} = \frac{8!}{5!3!} * \frac{6!}{4!2!} = 840$$

Existen 840 grupos con 3 mujeres y 2 hombres, puesto que cada grupo debe constar de 5 personas

COMBINACIONES

2.- Combinaciones con repetición

$$CR_m^n = \binom{m+n-1}{n} = \frac{(m+n-1)!}{(m-1)!n!}$$

EJEMPLO

En una pastelería hay 6 tipos distintos de pasteles. ¿De cuántas formas se pueden elegir 4 pasteles?. Si nos gusta un pastel lo podemos pedir hasta cuatro veces.

Solución:

Estamos en el caso en el que no nos importa el orden en que elijamos los pasteles y podemos repetir, son combinaciones con repetición.

$m=6$ $n=4$ (de los 6 pasteles escogemos 4)

$$CR_6^4 = \binom{6+4-1}{4} = \frac{9!}{4!5!} = 126$$

Podremos escoger de 126 formas