Taller de ejercitación: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Orden Superior

Asignatura: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

June 18, 2025

Objetivo del Taller

Preparar a los estudiantes para la prueba mediante la resolución de problemas relacionados con:

1. Ecuaciones diferenciales de Cauchy-Euler .
2. Método de variación de parámetros para EDO lineales de orden superior.
3. Modelos lineales aplicados a ingeniería civil: flexión de vigas.

Instrucciones Generales

- Resolver cada problema en hojas de papel cuadriculado.
- Justificar cada paso del procedimiento.
- Representar gráficamente las soluciones cuando sea aplicable.
- Subir el taller completo en formato PDF al aula virtual.

Ejercicios

Tema 1: Resolución de ecuaciones diferenciales de Cauchy-Euler

1. Resolver la siguiente ecuación diferencial de segundo orden:
$$x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$$
Encuentre la solución general.
2. Resolver la ecuación diferencial de tercer orden:
$$x^3y''' - 6x^2y'' + 11xy' - 6y = 0$$
Determinar las raíces de la ecuación característica y plantear la solución general.
3. Resolver la ecuación diferencial de tercer orden:
$$x^3y''' - 4x^2y'' + 6xy' - 4y = 0$$
Encuentre la solución general distinguiendo entre raíces reales y complejas.

Tema 2: Método de Variación de Parámetros

1. Resolver la ecuación diferencial lineal no homogénea de segundo orden:

$$y'' + 4y = \cos(2x)$$

   Utilizar el método de variación de parámetros para encontrar la solución general.

2. Resolver la ecuación diferencial de tercer orden:

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = e^x$$

   Determinar primero la solución general de la ecuación homogénea asociada y luego encontrar la solución particular mediante variación de parámetros.

3. Resolver:

$$y'' - 3y' + 2y = e^{2x}$$

   Determinar la solución general.

4. Resolver la ecuación diferencial de tercer orden:

$$y''' + 2y'' - y' - 2y = x^2$$

   Utilizar el método de variación de parámetros para obtener la solución general.

Tema 3: Modelos Lineales: Flexión de Vigas

1. Una viga simplemente apoyada tiene una longitud de 10 m. Está sometida a una carga uniformemente distribuida de $q = 500\,\text{N/m}$. La ecuación de la curva elástica es:

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} = q$$

   Donde EI es el producto del módulo de elasticidad y el momento de inercia de la sección transversal. Determine:

   - La ecuación de la curva elástica.
   - La posición de la deflexión máxima.
   - La deflexión máxima si $EI = 5 \times 10^6\,\text{N·m}^2$.

2. Una viga en voladizo de longitud $L = 1$ está empotrada en su extremo izquierdo y libre en su extremo derecho y soporta una carga en toda la viga $w(x) = 24EI$. Determine:

   - La ecuación de la curva elástica.
   - Use un programa de graficación para trazar la curva de la deflexión.

3. Una viga simplemente apoyada de longitud $L = 12\,\text{m}$ está sometida a una carga linealmente creciente desde $q_0 = 0$ en $x = 0$ hasta $q_L = 800\,\text{N/m}$ en $x = L$. La ecuación de la curva elástica está dada por:

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} = q(x), \quad q(x) = \frac{q_L}{L}x$$

   Donde $EI = 7 \times 10^6\,\text{N·m}^2$. Determine:

- La ecuación de la curva elástica.
- La posición de la deflexión máxima.
- La deflexión máxima.

Entrega y Evaluación

- Valor total del taller: **10 puntos**.
- Cada problema tiene un valor de **1 punto**.
- **Criterios de evaluación**: precisión en el cálculo, claridad en la justificación de pasos, y corrección de las gráficas.