PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Evaluación 1 Segundo Parcial

Docente: Lidia Castro Cepeda

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
CARRERA DE TECNOLOGÍAS DE INFORMACIÓN

Evaluación 1 - Segundo Parcial de Probabilidad y Estadística

Docente: Lidia Castro Cepeda

Nombre:		Pao :	2do
Fecha:	26/06/2025	Paralelo:	A

Cuestionario Teórico

Consta de 10 preguntas de elección múltiple, se debe responder con bolígrafo de cualquier color, no se permiten respuestas tachadas, borradas o anuladas, es por eso que debe estar seguro antes de contestar. Tiempo máximo para la sección 10 minutos. (10 %).

Pregunta 1 *Una función cuyo dominio es el espacio muestral y cuyo rango es el conjunto de números reales.*

a. *Distribución continua*

b. *Variable Aleatoria* ←

c. *Distribución discreta*

d. *Variable cualitativa*

Pregunta 2 *Para que una función $f(x)$, sea una densidad de probabilidad legítima debe ser siempre positiva y además:*

a. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) = area$

b. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 0$

c. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ ←

d. $\int_{\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

Pregunta 3 *Si se conoce la función de distribución acumulativa $F(x)$ entonces, ¿cual ítem no es verdadero?:*

a. $P(X > a) = 1 - F(a)$

b. $P(b < X < a) = F(a) - F(b)$

c. $P(X \leq x) = F(a)$ ←

d. $P(X \geq a) = 1 - F(a)$

Pregunta 4 *Una distribución normal estándar, se caracteriza por:*

a. $\mu = 1$, $\sigma = 0$

b. $\mu = 0$, $\sigma = 1$ ←

c. $\mu = x$, $\sigma = 0$

d. $\mu \neq 0$, $\sigma = 1$

Pregunta 5 *Si se tiene una probabilidad $\alpha = 0{,}05$ para una muestra $n = 17$, ¿cuál es el valor del estadístico t?*

a. *2.898*

b. *2.921*

c. *1.740*

d. *1.746* ←

Pregunta 6 *Si se tiene una probabilidad $\alpha = 0{,}05$ para dos muestras de $n_1 = 9$, $n_2 = 11$, $\sigma_1 = 0{,}17$, $\sigma_2 = 0{,}25$ ¿cuál es el valor del estadístico F?*

a. *3.020*

b. *3.072* ←

c. *2.896*

d. *2.978*

Pregunta 7 *En una distribución de probabilidad discreta se cumple que:*

a. $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a-1)$ ←

b. $P(a < X < b) = F(b) - F(a-1)$

c. $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$

d. $P(a \leq X \leq b) = F(a) - F(b)$

Pregunta 8 *¿Qué es una muestra aleatoria simple?*

a. *Una muestra tomada solo de un grupo específico.*

b. *Una muestra en la que todos los elementos tienen la misma probabilidad de ser seleccionados.* ←

c. *Una muestra tomada según la conveniencia del investigador.*

d. *Una muestra en la que se agrupan las unidades antes de seleccionar.*

Pregunta 9 *¿Cuál de las siguientes opciones es una ventaja del muestreo probabilístico?*

a. *Menor costo siempre.*

b. *Resultados más precisos sin necesidad de análisis.*

c. *Permite realizar inferencias estadísticas válidas.* ←

d. *No requiere lista de población.*

Pregunta 10 *En el muestreo sistemático, si se desea seleccionar cada k-ésimo elemento, ¿cómo se elige el primero?*

a. *Siempre se toma el primero de la lista.*

b. *Se calcula con base en la desviación estándar.*

c. *Se selecciona aleatoriamente entre los primeros k elementos.* ←

d. *Se escoge el de mayor valor.*

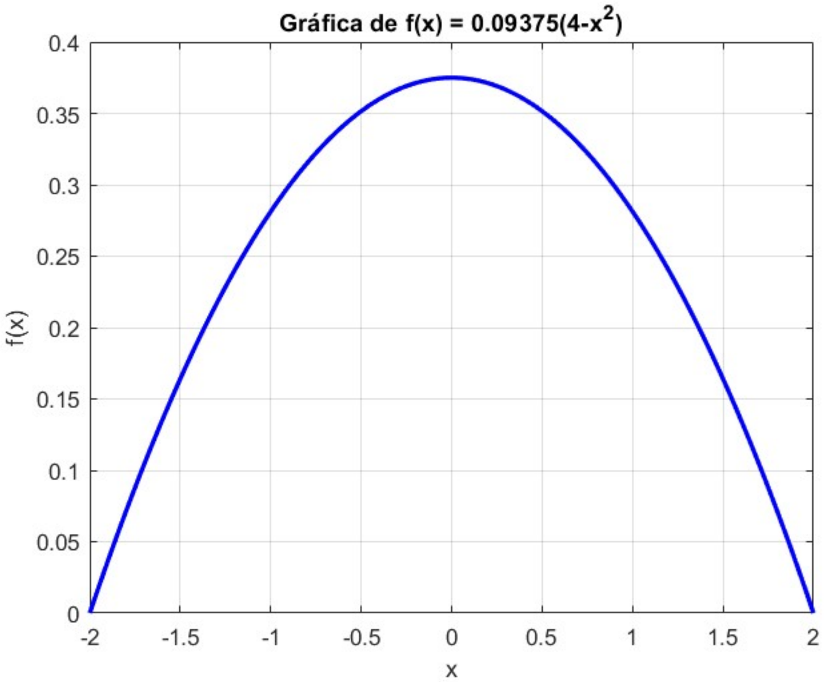
Cuestionario Práctico

Consta de 3 problemas. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas. No se permite el uso de formularios. Si se permite el uso de tablas. Tiempo máximo para la sección 50 minutos. (90 %)

Ejercicio 1 *(30 %) El error implicado al hacer una medición es una variable aleatoria continua X con función de densidad de probabilidad*

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}09375(4 - x^2) & para \quad -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & de \quad otra \quad forma \end{cases}$$

a. Grafique $f(x)$



b. Calcule $P(-1 < X < 1)$

$$b)\ P(-1<X<1) = \int_{-1}^{1} 0{,}09375\,(4-x^2)\,dx$$

$$= 0{,}09375 \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_{-1}^{1}$$

$$= 0{,}09375 \left[\left(4 - \frac{1}{3}\right) - \left(-4 + \frac{1}{3}\right)\right] = \frac{11}{16} = 0{,}6875$$

c. Calcule $P(X < -0{,}5 \quad o \quad X > 0{,}5)$

c) $p(X<-0{,}5) + p(X>0{,}5)$

$$\int_{-2}^{-0{,}5} 0{,}09375(4-x^2)\,dx + \int_{0{,}5}^{2} 0{,}09375(4-x^2)\,dx$$

$$0{,}09375\left\{\left[4x-\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{-0{,}5} + \left[4x-\frac{x^3}{3}\right]_{0{,}5}^{2}\right\}$$

$$0{,}09375\left\{\left[\left(-2+\frac{1}{24}\right)-\left(-8+\frac{8}{3}\right)\right]+\left[\left(8-\frac{8}{3}\right)-\left(2-\frac{1}{24}\right)\right]\right\}$$

$$0{,}09375\left(\frac{27}{8}+\frac{27}{8}\right) = \frac{81}{128} = 0{,}6328 \,//$$

Ejercicio 2 *(30 %) Una organización de protección al consumidor que habitualmente evalúa automóviles nuevos reporta el número de defectos importantes encontrados en cada carro examinado. Sea X el número de defectos importantes en un carro seleccionado al azar de cierto tipo. La función de distribución acumulativa de X es la siguiente:*

$$F(x) = \begin{cases} 0 & para \quad x < 0 \\ 0{,}06 & para \quad 0 \le x < 1 \\ 0{,}19 & para \quad 1 \le x < 2 \\ 0{,}39 & para \quad 2 \le x < 3 \\ 0{,}67 & para \quad 3 \le x < 4 \\ 0{,}92 & para \quad 4 \le x < 5 \\ 0{,}97 & para \quad 5 \le x < 6 \\ 1{,}00 & para \quad x \ge 6 \end{cases}$$

a. $P(X = 2)$

a) $p(X=2) = F(2) - F(1)$
$= 0{,}39 - 0{,}19 = 0{,}20$

b. $P(X > 3)$

c) $p(X>3) = 1 - F(3)$
$1 - 0{,}67 = 0{,}33$

c. $P(2 < X < 5)$

d) $p(2<X<5) = F(4) - F(2)$

$0{,}92 - 0{,}39 = 0{,}53$

Ejercicio 3 *(30 %) En una ciudad dada, 6 % de todos los conductores reciben al menos una multa por estacionarse mal por año. Determine las probabilidades de que, entre 80 conductores (elegidos al azar en esta ciudad)*

a. *4 recibirán al menos una multa por estacionarse mal en algún año dado.*

$n = 80$

$p = 0{,}06$

$\lambda = 80(0{,}06)$

$\lambda = 4{,}8$

a) $p(X=4) = P(4;\, 4{,}8) = \dfrac{e^{-4{,}8}(4{,}8)^4}{4!} = 0{,}1820$

b. *Al menos 3 recibirán al menos una multa por estacionarse mal en algún año dado.*

b) $p(X \geq 3) = 1 - p(X<3) = 1 - [\, p(0) + p(1) + p(2)\,]$

$= 1 - \left[e^{-4{,}8} \left(\dfrac{4{,}8^0}{0!} + \dfrac{4{,}8^1}{1!} + \dfrac{4{,}8^2}{2!} \right) \right]$

$= 1 - 0{,}1425$

$= 0{,}8575$

$p(X \geq 3) = 1 - P(2;\, 4{,}8) = 1 - 0{,}1476 = 0{,}8524$

λ	P
4	0,238
4,8	P
5	0,125

$\dfrac{4 - 4{,}8}{4 - 5} = \dfrac{0{,}238 - P}{0{,}238 - 0{,}125}$

$-\dfrac{4}{5}(0{,}113) + 0{,}238 = P$

$P = 0{,}1476$

c. *Algunos entre 3 y 6, incluyendo ambos valores, recibirán al menos una multa por estacionarse mal en algún año dado.*

c) $p(3 \leq X \leq 6) = p(3)+p(4)+p(5)+p(6)$

$$= e^{-4,8}\left(\frac{4,8^3}{3!}+\frac{4,8^4}{4!}+\frac{4,8^5}{5!}+\frac{4,8^6}{6!}\right)$$

$$= 0,6482$$

$p(3 \leq X \leq 6) = F(6) - F(2)$

$= p(6; 4,8) - p(2; 4,8) = 0,7874 - 0,1476 = 0,6398$

$X=6$

λ	P
4	0,889
4,8	P
5	0,762

$X=2$

λ	P
4	0,238
4,8	$P = 0,1476$
5	0,125

$$\frac{4-4,8}{4-5} = \frac{0,889-P}{0,889-0,762}$$

$P = 0,7874$