

5

OBJETIVOS

Al concluir el capítulo, será capaz de:

1. Definir el término *probabilidad*.
2. Describir los enfoques *clásico*, *empírico* y *subjetivo* de la probabilidad.
3. Explicar los términos *experimento*, *evento*, *resultado*, *permutaciones* y *combinaciones*.
4. Definir los términos *probabilidad condicional* y *probabilidad conjunta*.
5. Calcular probabilidades utilizando las *reglas de la adición* y las *reglas de la multiplicación*.
6. Aplicar un *diagrama de árbol* para organizar y calcular probabilidades.
7. Calcular una probabilidad utilizando el *teorema de Bayes*.

Estudio de los conceptos de la probabilidad



En el Willowbrook Farm Development viven 20 familias. De éstas, 10 elaboran su declaración del impuesto sobre la renta del año pasado, 7 encargan la elaboración de su declaración a un profesional de la localidad y a los 3 restantes se las prepara H&R Block. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una familia que elabora su propia declaración de impuestos? (Ejercicio 64a y objetivo 5.)

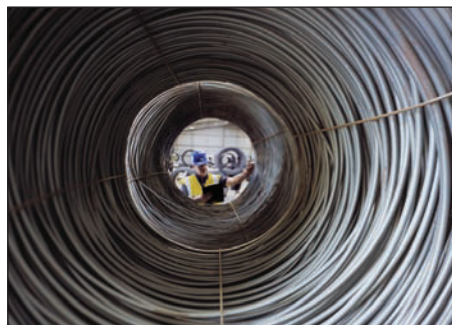
Introducción

Los capítulos 2, 3 y 4 se enfocan en la estadística descriptiva. En el capítulo 2 se organizaron los precios de 80 vehículos vendidos el mes pasado en el local de AutoUSA de Whitner Autoplex en una distribución de frecuencias. Esta distribución de frecuencias muestra los precios de venta más bajo y más alto y el punto donde la concentración de datos se presenta. En el capítulo 3, mediante medidas numéricas de ubicación y dispersión, se ubicó un precio de venta típico y analizó la dispersión de los datos. Se describió la dispersión en los precios de venta con medidas de dispersión como el rango y la desviación estándar. En el capítulo 4 se diseñaron diagramas y gráficas, tales como el diagrama de dispersión, con el fin de describir más a fondo los datos de manera gráfica.

A la estadística descriptiva le concierne el resumen de datos recogidos de eventos pasados. Por ejemplo, los precios de venta de vehículos el mes pasado en Whitner Autoplex. Ahora se presenta la segunda faceta de la estadística, a saber, *el cálculo de la probabilidad de que algo ocurra en el futuro*. Esta faceta de la estadística recibe el nombre de **inferencia estadística** o **estadística inferencial**.

Quien toma decisiones, pocas veces cuenta con la información completa para hacerlo. Por ejemplo:

- Toys and Things, un fabricante de juguetes y rompecabezas, recién creó un nuevo juego basado en una trivia deportiva. Pretende saber si los fanáticos del deporte comprarán el juego. *Slam Dunk* y *Home Run* son dos de los nombres que se consideran. Una forma de reducir al mínimo el riesgo de tomar una decisión incorrecta consiste en contratar a una empresa de investigación de mercado para que tome una muestra de, por ejemplo, 2 000 consumidores de la población y pregunte a cada entrevistado su opinión del nuevo juego y los nombres que propone. De acuerdo con los resultados de la muestra, la compañía calculará la proporción de la población que comprará el juego.
- El departamento de control de calidad de la fundidora Bethlehem Steel debe asegurar a la gerencia que el cable de un cuarto de pulgada que se fabrica tiene una fuerza de tensión aceptable. Es obvio que no todo el cable que se fabrica es probado en cuanto a la fuerza de tensión, ya que la prueba requiere que el cable se tense hasta que se rompa, lo destruye. De modo que se selecciona una muestra de 10 piezas y se prueban. A partir de los resultados de la prueba, todo el cable que se fabrica se califica de aceptable o inaceptable.
- Otras preguntas que implican incertidumbre son: ¿debe suspenderse de inmediato la telenovela *Days of Our Lives*? ¿Será redituable un nuevo cereal con sabor a menta si se comercializa? ¿Charles Linden, auditor del condado en Batavia County, será elegido?



Ejemplos anteriores son: todos los consumidores aficionados a las trivias deportivas; todos los cables de acero de un cuarto de pulgada fabricados; todos los televidentes que ven telenovelas; toda la gente que compra cereal para el desayuno, etcétera.)

Dada la incertidumbre existente en la toma de decisiones, es importante que se evalúen científicamente todos los riesgos implicados. La *teoría de la probabilidad*, a menudo conocida como la ciencia de la incertidumbre, resulta útil en esta evaluación. La aplicación de la teoría de la probabilidad permite a quien toma decisiones y posee información limitada analizar los riesgos y reducir al mínimo el peligro que existe, por ejemplo, al lanzar al mercado un nuevo producto o aceptar un envío que quizá contenga partes defectuosas.

Puesto que los conceptos de la probabilidad son importantes en el campo de la inferencia estadística (lo cual se analiza en el capítulo 8), en este capítulo se introduce el lenguaje básico de la probabilidad, incluyendo términos como *experimento*, *evento*, *probabilidad subjetiva* y *reglas de la adición y de la multiplicación*.

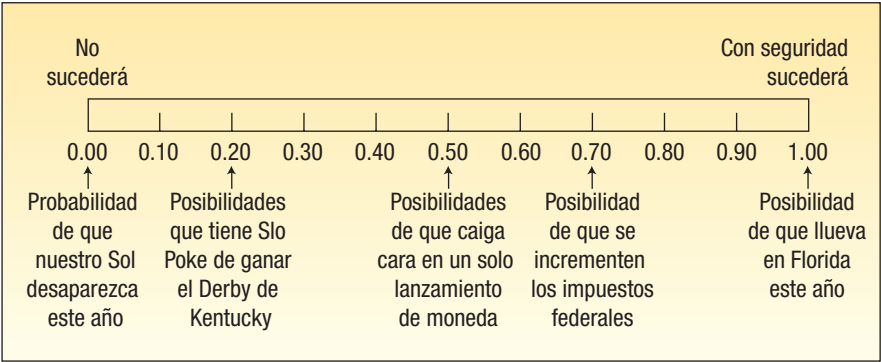
¿Qué es la probabilidad?

Sin duda usted se encuentra familiarizado con términos como *probabilidad*, *azar* y *posibilidad*. Con frecuencia se les emplea de manera indistinta. El meteorólogo anuncia que hay 70% de probabilidad de lluvia para el domingo del Súper Tazón. Con base en una encuesta de consumidores que degustaron un pepinillo recién elaborado con sabor a plátano, la probabilidad de que sea un éxito financiero si se le comercializa es de 0.03. (Esto significa que la probabilidad de que el pepinillo sabor a plátano sea aceptado por el público es muy remota.) ¿Qué es la probabilidad? En general es un número que describe la posibilidad de que algo suceda.

PROBABILIDAD Valor entre cero y uno, inclusive, que describe la posibilidad relativa (oportunidad o casualidad) de que ocurra un evento.

Es común que una probabilidad sea expresada en forma decimal, como 0.70, 0.27 o 0.50. No obstante, también se da en forma de fracción, como 7/10, 27/100 o 1/2. Se puede suponer cualquier número de 0 a 1, inclusive. Si una compañía sólo tiene cinco regiones de ventas, y el nombre o número de cada región se escribe en un trozo de papel, que se coloca en un sombrero, la probabilidad de seleccionar una de las cinco regiones es de 1. La probabilidad de sacar del sombrero un trozo de papel rotulado con Pittsburgh Steelers es 0. Por consiguiente, la probabilidad de 1 representa algo que seguramente sucederá, y la probabilidad de 0 representa algo que no sucederá.

Cuanto más próxima se encuentre una probabilidad a 0, más improbable es que el evento suceda. Cuanto más próxima se encuentre la probabilidad a 1, más seguro es que suceda. El siguiente diagrama muestra la relación e incluye algunas conjeturas personales. Sin embargo, usted podría seleccionar una probabilidad distinta de que Slo Poke gane el Derby de Kentucky o de que se incrementen los impuestos federales.



En el estudio de la probabilidad se utilizan tres palabras clave: **experimento**, **resultado** y **evento**. Dichos términos son empleados en el lenguaje de la vida cotidiana, pero en estadística adquieren significados específicos.

EXPERIMENTO Proceso que induce a que ocurra una y sólo una de varias posibles observaciones.

Esta definición es más general que la empleada en las ciencias físicas, en las que es imaginable a alguien que manipula tubos de ensayo o microscopios. Respecto de la probabilidad, un experimento tiene dos o más posibles resultados y no se sabe cuál ocurrirá.

RESULTADO Un resultado particular de un experimento.

Por ejemplo, el lanzamiento de una moneda constituye un experimento. Usted puede observar el lanzamiento de una moneda, pero no está seguro si caerán *caras* o *cruces*. De manera similar, preguntar a 500 estudiantes universitarios si comprarían un nuevo sistema de cómputo Dell a cierto precio, constituye un experimento. Si se lanza una moneda, un resultado particular es *cara*. El otro posible resultado es *cruz*. En el experimento de la compra de la computadora, un posible resultado es que a 273 estudiantes indiquen que les gustaría comprar la computadora. Otro es que 317 estudiantes la compren. Todavía hay otro resultado, que 432 estudiantes indiquen que la comprarían. Cuando se observan uno o más resultados en los experimentos, constituyen un evento.

EVENTO Conjunto de uno o más resultados de un experimento.

En la siguiente figura se presentan ejemplos para aclarar las definiciones de los términos *experimento*, *resultado* y *evento*.
En el caso del experimento del lanzamiento de un dado, hay seis posibles resultados, pero existen varios posibles eventos. Cuando se cuenta el número de miembros de la junta directiva de las compañías *Fortune 500* que tienen más de 60 años de edad, el número posible de resultados varía de cero al total de miembros. Hay un número aún mayor de eventos posibles en este experimento.

		
Experimento	Lanzamiento de un dado	Listado del número de miembros de la junta directiva de las compañías Fortune 500, mayores de 60 años
Todos los posibles resultados	Se observa un 1 Se observa un 2 Se observa un 3 Se observa un 4 Se observa un 5 Se observa un 6	Ninguno tiene más de 60 Uno tiene más de 60 Dos tienen más de 60 ... 29 tienen más de 60 48 tienen más de 60 ...
Algunos posibles eventos	Se observa un número par Se observa un número mayor que 4 Se observa un 3 o un número menor	Más de 13 tienen más de 60 Menos de 20 tienen más de 60

Autoevaluación 5.1



- Video Games, Inc. recién creó un nuevo videojuego. Ochenta jugadores veteranos van a probar su facilidad de operabilidad.
- a) ¿En qué consiste el experimento?
 - b) ¿Cuál es uno de los posibles resultados?
 - c) Suponga que 65 jugadores intentaron jugar el nuevo juego y dicen que les gustó. ¿Es 65 una probabilidad?
 - d) La probabilidad de que el nuevo juego sea un éxito es de -1.0 . Haga comentarios al respecto.
 - e) Especifique un posible evento.

Enfoques para asignar probabilidades

Conviene analizar dos perspectivas para asignar probabilidades: los enfoques *objetivo* y *subjetivo*. La **probabilidad objetiva** se subdivide en a) *probabilidad clásica* y b) *probabilidad empírica*.

Probabilidad clásica

La **probabilidad clásica** parte del supuesto de que los resultados de un experimento son *igualmente posibles*. De acuerdo con el punto de vista clásico, la probabilidad de un evento que se está llevando a cabo se calcula dividiendo el número de resultados favorables entre el número de posibles resultados:

$$\text{PROBABILIDAD CLÁSICA} \quad \text{Probabilidad de un evento} = \frac{\text{Número de resultados favorables}}{\text{Número total de posibles resultados}} \quad [5.1]$$

Ejemplo

Solución

Considere el experimento de lanzar un dado. ¿Cuál es la probabilidad del evento “cae un número par de puntos”?

Los posibles resultados son:

Un punto		Cuatro puntos	
Dos puntos		Cinco puntos	
Tres puntos		Seis puntos	

Hay tres resultados *favorables* (un dos, un cuatro y un seis) en el conjunto de seis resultados igualmente posibles. Por consiguiente,

$$\begin{aligned} \text{Probabilidad de un número par} &= \frac{3}{6} = \frac{\text{Número de resultados favorables}}{\text{Número total de posibles resultados}} \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

El concepto de conjuntos mutuamente excluyentes se presentó en el estudio de las distribuciones de frecuencias en el capítulo 2. Recordemos que creamos clases de tal manera que un evento particular se incluyera en una sola de las clases y que no hubiera superposición entre clases. Por tanto, sólo uno de varios eventos puede presentarse en cierto momento.

MUTUAMENTE EXCLUYENTE El hecho de que un evento se presente significa que ninguno de los demás eventos puede ocurrir al mismo tiempo.

La variable *género* da origen a resultados mutuamente excluyentes: hombre y mujer. Un empleado seleccionado al azar es hombre o mujer, pero no puede tener ambos géneros. Una pieza fabricada es aceptable o no lo es. La pieza no puede ser aceptable e inaceptable al mismo tiempo. En una muestra de piezas fabricadas, el evento de seleccionar una pieza no aceptable y el evento de seleccionar una pieza aceptable son mutuamente excluyentes.

Si un experimento incluye un conjunto de eventos con todo tipo de resultados posible, como los eventos “un número par” y “un número impar” en el experimento del lanzamiento del dado, entonces el conjunto de eventos es **colectivamente exhaustivo**. En el experimento del lanzamiento del dado, cada resultado será o par o impar. Por consiguiente, el conjunto es colectivamente exhaustivo.

COLECTIVAMENTE EXHAUSTIVO Por lo menos uno de los eventos debe ocurrir cuando se lleva a cabo un experimento.

Suma de probabilidades = 1

Si el conjunto de eventos es colectivamente exhaustivo y los eventos son mutuamente excluyentes, la suma de las probabilidades es 1. En términos históricos, el enfoque clásico de la probabilidad fue creado y aplicado en los siglos XVII y XVIII a los juegos de azar, como las cartas y los dados. Resulta innecesario llevar a cabo un experimento para determinar la probabilidad de un evento utilizando el enfoque clásico, ya que el número total de resultados se sabe antes de realizar el experimento. Lanzar una moneda tiene dos posibles resultados; el arrojar un dado tiene seis posibles resultados. Por lógica, es posible determinar la probabilidad de sacar una cruz al lanzar una moneda o tres caras al lanzar tres monedas.

El enfoque clásico de la probabilidad también puede aplicarse a la lotería. En Carolina del Sur, uno de los juegos de la Lotería Educativa es Pick 3. Para concursar, una persona compra un billete de lotería y selecciona tres números entre 0 y 9. Una vez a la semana, tres números son seleccionados en forma aleatoria de una máquina que gira tres contenedores, cada uno de los cuales contiene bolas numeradas de 0 a 9. Una forma de ganar consiste en atinar los números, así como el orden de éstos. Dado que hay 1 000 posibles resultados (000 a 999), la probabilidad de ganar con un número de tres dígitos es de 0.001, o 1 en 1 000.

Probabilidad empírica

La **probabilidad empírica** o **frecuencia relativa** es el segundo tipo de probabilidad. Ésta se basa en el número de veces que ocurre el evento como proporción del número de intentos conocidos.

PROBABILIDAD EMPÍRICA La probabilidad de que un evento ocurra representa una fracción de los eventos similares que sucedieron en el pasado.

En términos de una fórmula:

$$\text{Probabilidad empírica} = \frac{\text{Número de veces que el evento ocurre}}{\text{Número total de observaciones}}$$

El enfoque empírico de la probabilidad se basa en la llamada *ley de los grandes números*. La clave para determinar probabilidades de forma empírica consiste en que una mayor cantidad de observaciones proporcionarán un cálculo más preciso de la probabilidad.

LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS En una gran cantidad de intentos, la probabilidad empírica de un evento se aproximará a su probabilidad real.

Para explicar la ley de los grandes números, supongamos que lanzamos una moneda común. El resultado de cada lanzamiento es cara o cruz. Si lanza la moneda una sola vez, la probabilidad empírica de las caras es cero o uno. Si lanzamos la moneda una gran cantidad de veces, la probabilidad del resultado de las caras se aproximará a 0.5. La siguiente tabla muestra los resultados de un experimento en el que se lanza una moneda 1, 10, 50, 100, 500, 1 000 y 10 000 veces y, enseguida, se calcula la frecuencia relativa de las caras. Note que conforme incrementamos el número de intentos, la probabilidad empírica de que salga una cara se aproxima a 0.5, que es su valor de acuerdo con el enfoque clásico de la probabilidad.

Número de ensayos	Número de caras	Frecuencia relativa de las caras
1	0	.00
10	3	.30
50	26	.52
100	52	.52
500	236	.472
1 000	494	.494
10 000	5 027	.5027

¿Qué ha demostrado? A partir de la definición clásica de probabilidad, la posibilidad de obtener una cara en un solo lanzamiento de una moneda común es de 0.5. Desde el enfoque empírico de la frecuencia relativa de la probabilidad, la probabilidad del evento se aproxima al mismo valor determinado de acuerdo con la definición clásica de probabilidad.

Este razonamiento permite emplear el enfoque empírico y de la frecuencia relativa para determinar una probabilidad. He aquí algunos ejemplos.

- El semestre anterior 80 estudiantes se registraron para Estadística administrativa 101 en la Scandia University. Doce estudiantes obtuvieron A. Con base en dicha información y de acuerdo con la regla empírica de la probabilidad, la posibilidad calculada de que un estudiante obtenga una A es de 0.15.
- Shaquille O'Neal, jugador de Miami Heat, hizo 353 de 765 intentos de tiro libre durante la temporada 2004-2005 de la NBA. De acuerdo con la regla empírica de la probabilidad, las posibilidades de que haga su siguiente intento de tiro son de 0.461. Reggie Miller, de Indiana Pacers, hizo 250 de 268 intentos. Calculamos que la probabilidad de que haga su próximo tiro libre es de 0.933.

Las compañías de seguros de vida confían en datos similares a los anteriores para determinar la aceptabilidad de un solicitante, así como la prima que se le va a cobrar. Las tablas de mortalidad incluyen una lista de las posibilidades de que una persona de determinada edad fallezca el siguiente un año. Por ejemplo, la probabilidad de que una mujer de 20 años de edad fallezca el siguiente año es del 0.0015.

El concepto empírico se ilustra con el siguiente ejemplo.

Ejemplo

El 1 de febrero de 2003, el transbordador espacial Columbia explotó. Éste fue el segundo desastre en 113 misiones espaciales de la NASA. Con base en esta información, ¿cuál es la probabilidad de que una futura misión concluya con éxito?

Solución

Para simplificar, utilice letras o números. P representa a la probabilidad y, en este caso, $P(A)$ representa la probabilidad de que una futura misión concluya con éxito.

$$\text{Probabilidad de un vuelo exitoso} = \frac{\text{Número de vuelos exitosos}}{\text{Número total de vuelos}}$$

$$P(A) = \frac{111}{113} = .98$$

Este resultado sirve como aproximación de la probabilidad. En otras palabras, por experiencia, la probabilidad de que una futura misión del transbordador espacial concluya con éxito es de 0.98.

Probabilidad subjetiva

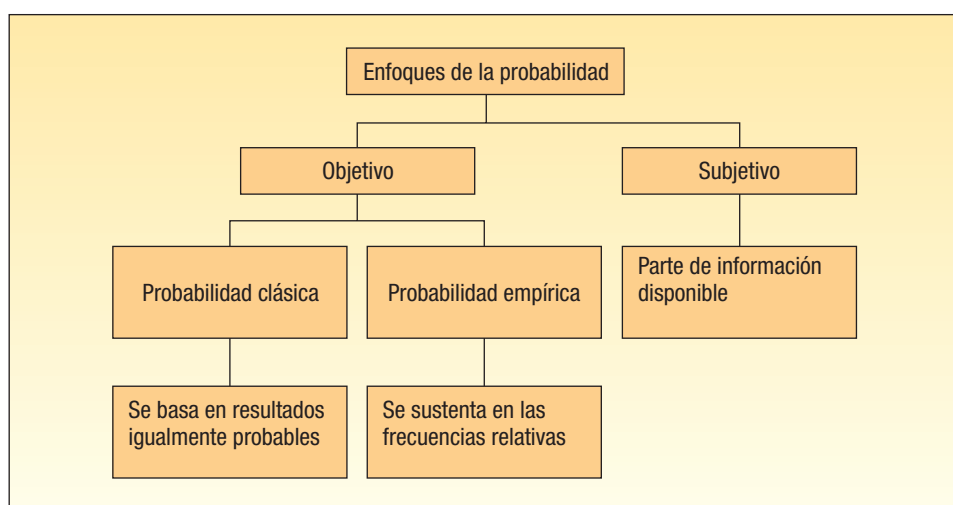
Si se cuenta con poca o ninguna experiencia o información con la cual sustentar la probabilidad, es posible aproximarla en forma subjetiva. En esencia, esto significa que un individuo evalúa las opiniones e información disponibles y enseguida calcula o asigna la probabilidad. Esta probabilidad se denomina adecuadamente **probabilidad subjetiva**.

CONCEPTO SUBJETIVO DE PROBABILIDAD Posibilidad (probabilidad) de un evento en particular que asigna un individuo a partir de cualquier información que encuentre disponible.

Algunos ejemplos de probabilidad subjetiva son los siguientes:

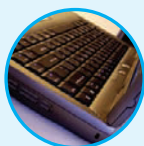
1. Calcular la posibilidad de que los Patriots de Nueva Inglaterra jueguen en el Súper Tazón el año que viene.
2. Calcular la posibilidad de que usted contraiga matrimonio antes de los 30 años.
3. Calcular la posibilidad de que el déficit presupuestario de Estados Unidos se reduzca a la mitad en los siguientes 10 años.

En la gráfica 5.1 se resumen los diferentes tipos de probabilidad. Un enunciado probabilístico siempre asigna una posibilidad a un evento que no ha ocurrido aún. Por supuesto, hay un amplio grado de incertidumbre en este tipo de probabilidad, la cual se basa, principalmente, en el conocimiento que posee el individuo del proceso que estudia. Dado el amplio conocimiento que el individuo tiene acerca del lanzamiento de dados, puede establecer que la probabilidad de que aparezca un punto en el lanzamiento de un dado no cargado es de un sexto. Sin embargo, es escasa la experiencia respecto de la aceptación del mercado de un nuevo producto que no ha sido probado. Por ejemplo, aun cuando la directora de investigación de mercado prueba un producto recién creado en 40 tiendas minoristas y establece que existe 70% de posibilidades de que el producto genere ventas por más de un millón de unidades, posee un conocimiento limitado de cómo reaccionarán los consumidores cuando se comercialice en todo el país. En ambos casos (el de la persona que lanza un dado y en el que se prueba un nuevo producto), el individuo asigna un valor probabilístico a un evento de interés, y sólo existe una diferencia, la confianza del pronosticador en la precisión de la aproximación. No obstante, prescindiendo del punto de vista, se aplicarán las mismas leyes de la probabilidad (que se exponen en las siguientes secciones).



GRÁFICA 5.1 Resumen de enfoques de la probabilidad

Autoevaluación 5.2



1. Se selecciona al azar una carta de una baraja convencional de 52 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que la carta resulte reina? ¿Qué enfoque de la probabilidad empleó para responder la pregunta?
2. El Center for Child Care publica información sobre 539 niños, así como el estado civil de sus padres. Hay 333 casados, 182 divorciados y 24 viudos. ¿Cuál es la probabilidad de que un niño elegido al azar tenga un padre divorciado? ¿Qué enfoque utilizó?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que el Índice Industrial Dow Jones sea mayor que 12 000 durante los próximos 12 meses? ¿Qué enfoque de la probabilidad utilizó para responder la pregunta?

Ejercicios

- Hay personas que apoyan la reducción de los impuestos federales con el fin de incrementar los gastos del consumidor, aunque otros están en contra. Se seleccionan dos personas y se registran sus opiniones. Si ninguna está indecisa, elabore una lista de los posibles resultados.
- Un inspector de control de calidad selecciona una pieza para probarla. Enseguida, la pieza se declara aceptable, reparable o chatarra. Entonces se prueba otra pieza. Elabore una lista de los posibles resultados de este experimento relacionado con dos piezas.
- Una encuesta de 34 estudiantes en la Wall College of Business mostró que éstos tienen las siguientes especialidades:

Contabilidad	10
Finanzas	5
Economía	3
Administración	6
Marketing	10

Suponga que elige a un estudiante y observa su especialidad.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante tenga una especialidad en administración?
 - ¿Qué concepto de probabilidad utilizó para hacer este cálculo?
- Una compañía grande que debe contratar un nuevo presidente, prepara una lista final de cinco candidatos, todos los cuales tienen las mismas cualidades. Dos de los candidatos son miembros de un grupo minoritario. Para evitar que el prejuicio influya al momento de elegir al candidato, la compañía decide elegir al presidente por sorteo.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que uno de los candidatos que pertenece a un grupo minoritario sea contratado?
 - ¿Qué concepto de probabilidad utilizó para hacer este cálculo?
 - En cada uno de los siguientes casos, indique si se utilizó la probabilidad clásica, empírica o subjetiva.
 - Un jugador de béisbol consigue 30 hits en 100 turnos al bate. La probabilidad de que consiga un hit en su siguiente turno al bate es de 0.3.
 - Un comité de estudiantes con siete miembros se forma para estudiar problemas ambientales. ¿Cuál es la probabilidad de que cualquiera de los siete sea elegido vocero del equipo?
 - Usted compra uno de 5 millones de boletos vendidos por el Lotto Canada. ¿Cuáles son las posibilidades de que gane un millón de dólares?
 - La probabilidad de un terremoto al norte de California en los próximos 10 años es de 0.80.
 - Una empresa promoverá a dos empleados de un grupo de seis hombres y tres mujeres.
 - Elabore una lista de los resultados de este experimento, si existe un interés particular con la igualdad de género.
 - ¿Qué concepto de probabilidad utilizaría para calcular estas probabilidades?
 - Una muestra de 40 ejecutivos de la industria del petróleo se eligió para someter a prueba un cuestionario. Una pregunta relacionada con cuestiones ambientales requería un sí o un no.
 - ¿En qué consiste el experimento?
 - Indique un posible evento.
 - Diez de los 40 ejecutivos respondieron que sí. Con base en estas respuestas de la muestra, ¿cuál es la probabilidad de que un ejecutivo de la industria del petróleo responda que sí?
 - ¿Qué concepto de probabilidad se ilustra?
 - ¿Los posibles resultados tienen la misma probabilidad y son mutuamente excluyentes?
 - Una muestra de 2 000 conductores con licencia reveló la siguiente cantidad de violaciones al límite de velocidad.

Cantidad de violaciones	Cantidad de conductores
0	1 910
1	46
2	18
3	12
4	9
5 o más	5
Total	2 000

- ¿En qué consiste el experimento?
- Indique un posible evento.

- c) ¿Cuál es la probabilidad de que un conductor haya cometido dos violaciones al límite de velocidad?
- d) ¿Qué concepto de probabilidad se ilustra?
9. Los clientes del Bank of America seleccionan su propio número de identificación personal de tres dígitos (NIP), para emplearlo en los cajeros automáticos.
- a) Considere esto un experimento y haga una lista de cuatro posibles resultados.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el señor Jones y la señora Smith seleccionen el mismo NIP?
- c) ¿Qué concepto de probabilidad utilizó en la respuesta b?
10. Un inversionista compra 100 acciones de AT&T y registra los cambios de precio diariamente.
- a) Elabore una lista de los posibles eventos para este experimento.
- b) Calcule la probabilidad de cada evento descrito en el inciso a.
- c) ¿Qué concepto de probabilidad utilizó en b?

Algunas reglas para calcular probabilidades

Ahora, una vez definida la probabilidad y descrito sus diferentes enfoques, cabe atender al cálculo de la probabilidad de dos o más eventos aplicando las reglas de la adición y la multiplicación.

Reglas de la adición

Existen dos reglas de la adición, la regla especial de la adición y la regla general de la adición. Primero la regla especial de la adición.

Los eventos mutuamente excluyentes no pueden ocurrir al mismo tiempo.

Regla especial de la adición Para aplicar la **regla especial de la adición**, los eventos deben ser mutuamente excluyentes. Recuerde que *mutuamente excluyentes* significa que cuando un evento ocurre, ninguno de los demás eventos puede ocurrir al mismo tiempo. Un ejemplo de eventos mutuamente excluyentes en el experimento del lanzamiento del dado son los eventos “un número 4 o mayor” y “un número 2 o menor”. Si el resultado se encuentra en el primer grupo {4, 5 y 6}, entonces no puede estar en el segundo grupo {1 y 2}. Otro ejemplo consiste en que un producto proveniente de la línea de montaje no puede estar defectuoso y en buen estado al mismo tiempo.

Si dos eventos A y B son mutuamente excluyentes, la regla especial de la adición establece que la probabilidad de que ocurra uno u otro es igual a la suma de sus probabilidades. Esta regla se expresa mediante la siguiente fórmula:

REGLA ESPECIAL DE LA ADICIÓN

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$$

[5.2]

En el caso de los tres eventos mutuamente excluyentes designados A , B y C , la regla se expresa de la siguiente manera:

$$P(A \text{ o } B \text{ o } C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

Un ejemplo ayudará a entender los detalles.

Ejemplo



Una máquina automática Shaw llena bolsas de plástico con una combinación de frijoles, brócoli y otras verduras. La mayoría de las bolsas contienen el peso correcto, aunque, como consecuencia de la variación del tamaño del frijol y de otras verduras, un paquete podría pesar menos o más. Una revisión de 4 000 paquetes que se llenaron el mes pasado arrojó los siguientes datos:

Peso	Evento	Número de paquetes	Probabilidad de que ocurra el evento	
Menos peso	A	100	.025	← 100 4 000
Peso satisfactorio	B	3 600	.900	
Más peso	C	300	.075	
		4 000	1.000	

Solución

¿Cuál es la probabilidad de que un paquete en particular pese menos o pese más?

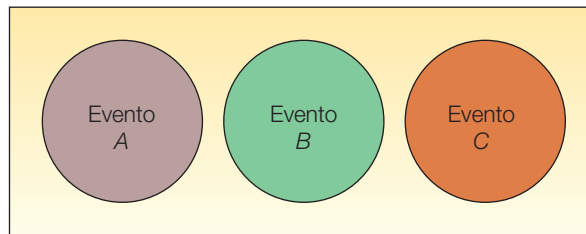
El resultado “pesa menos” es el evento A . El resultado “pesa más” es el evento C . Al aplicar la regla especial de la adición se tiene:

$$P(A \text{ o } C) = P(A) + P(C) = .025 + .075 = .10$$

Note que los eventos son mutuamente excluyentes, lo cual significa que un paquete de verduras mixtas no puede pesar menos, tener el peso satisfactorio y pesar más al mismo tiempo. Éstos también son colectivamente exhaustivos; es decir, que un paquete seleccionado debe pesar menos, tener un peso satisfactorio o pesar más.

Un diagrama de Venn es una herramienta útil para representar las reglas de adición o multiplicación.

El lógico inglés J. Venn (1834-1923) creó un diagrama para observar una representación gráfica del resultado de un experimento. El concepto de *eventos mutuamente excluyentes*, así como de otras reglas para combinar probabilidades, se ilustra mediante este dispositivo. Para construir un diagrama de Venn, primero se encierra un espacio, el cual representa el total de posibles resultados. Este espacio es de forma rectangular. Así, un evento se representa por medio de un área circular, que se dibuja dentro del rectángulo, la cual corresponde a la probabilidad del evento. El siguiente diagrama de Venn ilustra el concepto de *eventos mutuamente excluyentes*. Los eventos no se superponen, lo cual significa que los eventos son mutuamente excluyentes. En el siguiente diagrama suponga que los eventos A , B y C son igualmente probables.



Regla del complemento La probabilidad de que una bolsa de verduras mixtas seleccionadas pese menos, $P(A)$, más la probabilidad de que no sea una bolsa con menos peso, $P(\sim A)$, que se lee *no A*, deber ser por lógica igual a 1. Esto se escribe:

$$P(A) + P(\sim A) = 1$$

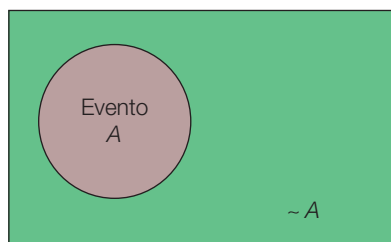
Esto puede reformularse:

REGLA DEL COMPLEMENTO

$$P(A) = 1 - P(\sim A)$$

[5.3]

Tal es la **regla del complemento**. Se emplea para determinar la probabilidad de que un evento ocurra restando de 1 la probabilidad de un evento que no ha ocurrido. Esta regla es útil porque a veces es más fácil calcular la probabilidad de que un evento suceda determinando la probabilidad de que no suceda y restando el resultado de 1. Note que los eventos A y $\sim A$ son mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos. Por consiguiente, las probabilidades de A y $\sim A$ suman 1. Un diagrama de Venn ilustra la regla del complemento de la siguiente manera:

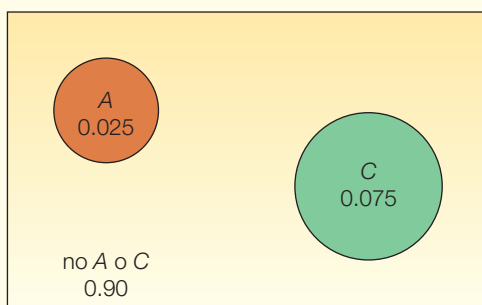
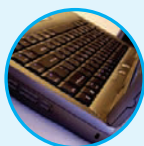


Ejemplo

Recuerde que la probabilidad de que una bolsa de verduras mixtas pese menos es de 0.025 y la probabilidad de que una bolsa pese más es de 0.075. Aplique la regla del complemento para demostrar que la probabilidad de una bolsa con un peso satisfactorio es de 0.900. Muestre la solución en un diagrama de Venn.

Solución

La probabilidad de que la bolsa no tenga un peso satisfactorio es igual a la probabilidad de que la bolsa tenga mayor peso más la probabilidad de que la bolsa pese menos. Es decir, que $P(A \text{ o } C) = P(A) + P(C) = .025 + .075 = .100$. La bolsa tiene un peso satisfactorio si no tiene menos peso ni más peso; así que $P(B) = 1 - [P(A) + P(C)] = 1 - [.025 + .075] = 0.900$. El diagrama de Venn que representa este caso es el siguiente:

**Autoevaluación 5.3**

Una muestra de empleados de Worldwide Enterprises se va a encuestar en cuanto a un nuevo plan de cuidado de la salud. Los empleados se clasifican de la siguiente manera:

Clasificación	Evento	Número de empleados
Supervisores	<i>A</i>	120
Mantenimiento	<i>B</i>	50
Producción	<i>C</i>	1 460
Administración	<i>D</i>	302
Secretarias	<i>E</i>	68

- ¿Cuál es la probabilidad de que la primera persona elegida sea:
 - de mantenimiento o secretaria?
 - que no sea de mantenimiento?
- Dibuje un diagrama de Venn que ilustre sus respuestas del inciso a).
- ¿Los eventos del inciso a) i) son complementarios, mutuamente excluyentes o ambos?

Regla general de la adición Los resultados de un experimento pueden no ser mutuamente excluyentes. Como ilustración, supongamos que Florida Tourist Commission seleccionó una muestra de 200 turistas que visitaron el estado durante el año. La encuesta reveló que 120 turistas fueron a Disney World y 100 a Busch Gardens, cerca de Tampa. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada haya visitado Disney World o Busch Gardens? Si se emplea la regla especial de la adición, la probabilidad de seleccionar un turista que haya ido a Disney World es de 0.60, que se determina mediante la división $120/200$. De manera similar, la probabilidad de que un turista vaya a Busch Gardens es de 0.50. La suma de estas probabilidades es de 1.10. Sin embargo, sabemos que esta probabilidad no puede ser mayor que 1. La explicación es que muchos turistas visitaron ambas atracciones turísticas y se les está contando dos veces. Una revisión de las respuestas de la encuesta reveló que 60 de los 200 encuestados visitó, en realidad, ambas atracciones turísticas.

Para responder la pregunta, ¿cuál es la probabilidad de elegir a una persona que haya visitado Disney World o Busch Gardens?, 1) sume la probabilidad de que un turista



Estadística en acción

Si usted desea llamar la atención en la siguiente reunión a la que asista, diga que usted cree que por lo menos dos personas presentes nacieron en la misma fecha; es decir, el mismo día, pero no necesariamente el mismo año. Si hay 30 personas en la sala, la probabilidad de que las fechas se dupliquen es de 0.706. Si hay 60 personas en la sala, la probabilidad de que por lo menos dos personas compartan la misma fecha de cumpleaños es de 0.994. Si sólo hay 23 personas, las probabilidades son iguales, es decir, 0.50, de que por lo menos dos personas cumplan años la misma fecha. Sugerencia: para calcularlo, determine la probabilidad de que todos hayan nacido en distintos días y aplique la regla del complemento.

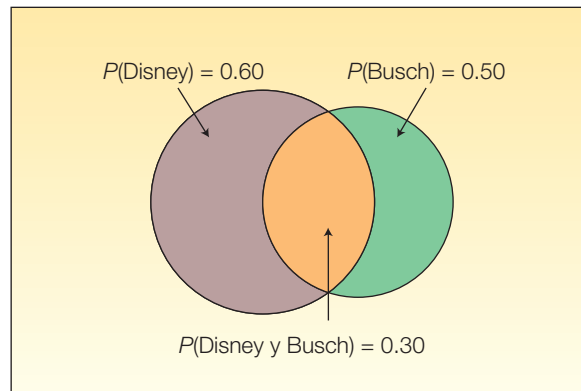


haya visitado Disney World y la probabilidad de que él o ella haya visitado Busch Gardens y 2) reste la probabilidad de visitar ambas atracciones turísticas. Por consiguiente:

$$P(\text{Disney o Busch}) = P(\text{Disney}) + P(\text{Busch}) - P(\text{tanto Disney como Busch}) \\ = 0.60 + 0.50 - 0.30 = 0.80$$

Cuando dos eventos ocurren al mismo tiempo, la probabilidad se denomina **probabilidad conjunta**. La probabilidad de que un turista visite ambas atracciones turísticas (0.30) es un ejemplo de probabilidad conjunta.

El siguiente diagrama de Venn muestra dos eventos que no son mutuamente excluyentes. Ambos se superponen para ilustrar el evento conjunto de que algunas personas hayan visitado ambas atracciones.



PROBABILIDAD CONJUNTA Probabilidad que mide la posibilidad de que dos o más eventos sucedan simultáneamente.

Esta regla para dos eventos designados A y B se escribe:

REGLA GENERAL DE LA ADICIÓN

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$$

[5.4]

En el caso de la expresión $P(A \text{ o } B)$, la palabra *o* sugiere que puede ocurrir A o puede ocurrir B . Esto también incluye la posibilidad de que A y B ocurran. Tal uso de *o* a veces se denomina **inclusivo**. También es posible escribir $P(A \text{ o } B \text{ o ambos})$ para hacer hincapié en el hecho de que la unión de dos eventos incluye la intersección de A y B .

Si comparamos las reglas general y especial de la adición, la diferencia que importa consiste en determinar si los eventos son mutuamente excluyentes. Si los eventos *son* mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad conjunta $P(A \text{ y } B)$ es 0 y podríamos aplicar la regla especial de la adición. De lo contrario, debemos tomar en cuenta la probabilidad conjunta y aplicar la regla general de la adición.

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de que una carta, escogida al azar, de una baraja convencional sea rey o corazón?

Solución

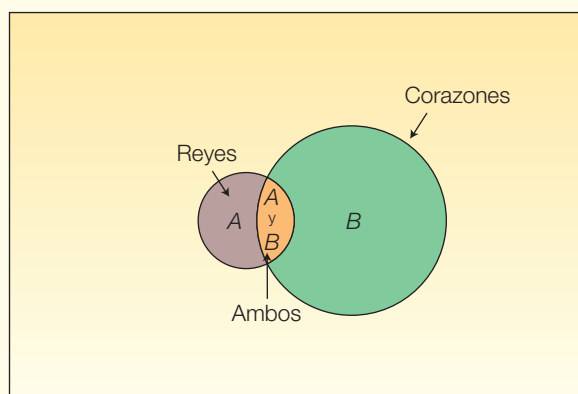
Quizá se sienta tentado a sumar la probabilidad de sacar un rey y la probabilidad de sacar un corazón. Sin embargo, esto crea problemas. Al hacerlo así, cuenta al rey de corazones con los reyes y lo mismo sucede con los corazones. De esta manera, si suma la probabilidad de sacar un rey (hay 4 en una baraja de 52 cartas) a la probabilidad de sacar un corazón (hay 13 en una baraja de 52 cartas) 17 de 52 cartas cumplen con el requisito, pero, ha contado dos veces el rey de corazones. Necesita restar una carta de las 17, de tal manera que el rey de corazones sólo se cuente una vez. Por tanto, hay 16 cartas que son corazones o reyes. Así que la probabilidad es de $16/52 = 0.3077$.

Carta	Probabilidad	Explicación
Rey	$P(A) = 4/52$	4 reyes en una baraja de 52 cartas
Corazón	$P(B) = 13/52$	13 corazones en una baraja de 52 cartas
Rey de corazones	$P(A \text{ y } B) = 1/52$	1 rey de corazones en una baraja de 52 cartas

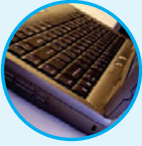
De acuerdo con la fórmula (5.4):

$$\begin{aligned}
 P(A \text{ o } B) &= P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B) \\
 &= 4/52 + 13/52 - 1/52 \\
 &= 16/52 \text{ o } 0.3077
 \end{aligned}$$

Un diagrama de Venn representa estos resultados, que no son mutuamente excluyentes.



Autoevaluación 5.4



Cada año se llevan a cabo exámenes físicos de rutina como parte de un programa de servicios de salud para los empleados de General Concrete, Inc. Se descubrió que 8% de los empleados requieren calzado ortopédico; 15% requieren tratamiento dental mayor y 3% requieren tanto zapatos ortopédicos como tratamiento dental mayor.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido de forma aleatoria requiera zapatos ortopédicos o tratamiento dental mayor?
- Muestre esta situación en forma de diagrama de Venn.

Ejercicios

- Los eventos A y B son mutuamente excluyentes. Suponga que $P(A) = 0.30$ y $P(B) = 0.20$. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran ya sea A o B ? ¿Cuál es la probabilidad de que ni A ni B sucedan?
- Los eventos X y Y son mutuamente excluyentes. Si $P(X) = 0.05$ y $P(Y) = 0.02$. ¿Cuál es la probabilidad de que X o Y ocurran? ¿Cuál es la probabilidad de que ni X ni Y sucedan?
- Un estudio de 200 empresas de publicidad reveló los siguientes ingresos después de impuestos:

Ingreso después de impuestos	Número de empresas
Menos de \$1 millón	102
De \$1 millón a \$20 millones	61
\$20 millones o más	37

- ¿Cuál es la probabilidad de que una empresa de publicidad seleccionada al azar tenga un ingreso después de impuestos menor que \$1 millón?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que una empresa de publicidad seleccionada al azar tenga un ingreso después de impuestos entre \$1 millón y \$20 millones o un ingreso de \$20 millones o más? ¿Qué regla de la probabilidad aplicó?
- El presidente de la junta directiva afirma: "Hay 50% de posibilidades de que esta compañía obtenga utilidades; 30% de que termine sin pérdidas ni ganancias y 20% de que pierda dinero durante el próximo trimestre."
 - Aplice una de las reglas de la adición para determinar la probabilidad de que la compañía no pierda dinero el siguiente trimestre.
 - Aplice la regla del complemento para determinar la probabilidad de que no pierda dinero el próximo trimestre.
 - Suponga que la probabilidad de que saque una A en esta clase es de 0.25 y que la probabilidad de obtener una B es de 0.50. ¿Cuál es la probabilidad de que su calificación sea mayor que C ?
 - Se lanzan al aire dos monedas. Si A es el evento "dos caras" y B es el evento "dos cruces", ¿ A y B son mutuamente excluyentes? ¿Son complementos?
 - Las probabilidades de los eventos A y B son 0.20 y 0.30, respectivamente. La probabilidad de que A y B ocurran es de 0.15. ¿Cuál es la probabilidad de que A o B ocurran?
 - Sean $P(X) = 0.55$ y $P(Y) = 0.35$. Suponga que la probabilidad de que ambos ocurran es de 0.20. ¿Cuál es la probabilidad de que X o Y ocurran?
 - Suponga que los dos eventos A y B son mutuamente excluyentes. ¿Cuál es la probabilidad de que se presenten de forma conjunta?
 - Un estudiante toma dos cursos, historia y matemáticas. La probabilidad de que el estudiante pase el curso de historia es de 0.60 y la probabilidad de que pase el curso de matemáticas es de 0.70. La probabilidad de pasar ambos es de 0.50. ¿Cuál es la probabilidad de pasar por lo menos uno?
 - Una encuesta sobre tiendas de comestibles del sureste de Estados Unidos reveló que 40% tenían farmacia, 50% tenían florería y 70% tenían salchichonería. Suponga que 10% de las tiendas cuentan con los tres departamentos, 30% tienen tanto farmacia como salchichonería, 25% tienen florería y salchichonería y 20% tienen tanto farmacia como florería.
 - ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una tienda de manera aleatoria y hallar que cuenta con farmacia y florería?
 - ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una tienda de manera aleatoria y hallar que cuenta con farmacia y salchichonería?

- c) ¿Los eventos “seleccionar una tienda con salchichonería” y “seleccionar una tienda con farmacia” son mutuamente excluyentes?
 - d) ¿Qué nombre se da al evento “seleccionar una tienda con farmacia, florería y salchichonería”?
 - e) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar una tienda que *no* incluya los tres departamentos?
22. Un estudio llevado a cabo por el National Service Park reveló que 50% de los vacacionistas que se dirigen a la región de las Montañas Rocallosas visitan el parque de Yellowstone, 40% visitan los Tetons y 35% visitan ambos lugares.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un vacacionista visite por lo menos una de estas atracciones?
 - b) ¿Qué nombre recibe la probabilidad de 0.35?
 - c) ¿Los eventos son mutuamente excluyentes? Explique su respuesta.

Reglas de la multiplicación

Cuando empleamos las reglas de la adición en la sección anterior, determinamos la probabilidad de combinar dos eventos. En esta sección estimará la probabilidad de que la ocurrencia de dos eventos sea simultánea. Por ejemplo, una empresa de marketing desea calcular la probabilidad de que una persona de 21 años de edad o mayor compre un Hummer. Los diagramas de Venn ilustran este hecho como la intersección de dos eventos. Para determinar la probabilidad de dos eventos que se presentan simultáneamente emplee la regla de la multiplicación. Hay dos reglas de la multiplicación, la regla especial y la regla general.

Regla especial de la multiplicación La regla especial de la multiplicación requiere que dos eventos, A y B , sean independientes, y lo son si el hecho de que uno ocurra no altera la probabilidad de que el otro suceda.

INDEPENDENCIA Si un evento ocurre, no tiene ningún efecto sobre la probabilidad de que otro evento acontezca.

Una forma de entender la independencia consiste en suponer que los eventos A y B ocurren en diferentes tiempos. Por ejemplo, cuando el evento B ocurre después del evento A , ¿influye A en la probabilidad de que el evento B ocurra? Si la respuesta es no, entonces A y B son eventos independientes. Para ilustrar la independencia, supongamos que se lanzan al aire dos monedas. El resultado del lanzamiento de una moneda (cara o cruz) no se altera por el resultado de cualquier moneda lanzada previamente (cara o cruz).

En el caso de dos eventos independientes A y B , la probabilidad de que A y B ocurran se determina multiplicando las dos probabilidades, tal es la **regla especial de la multiplicación** y su escritura simbólica es la siguiente:

REGLA ESPECIAL DE LA MULTIPLICACIÓN

$$P(A \text{ y } B) = P(A)P(B)$$

[5.5]

En el caso de tres eventos independientes, A , B y C , la regla especial de la multiplicación utilizada para determinar la probabilidad de que los tres eventos ocurran es:

$$P(A \text{ y } B \text{ y } C) = P(A)P(B)P(C)$$

Ejemplo

Una encuesta llevada a cabo por la American Automobile Association (AAA) reveló que el año pasado 60% de sus miembros hicieron reservaciones en líneas aéreas. Dos de ellos fueron seleccionados al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos hicieran reservaciones el año pasado?

Solución

La probabilidad de que el primero haya hecho una reservación el año pasado es de 0.60, que se expresa como $P(R_1) = .60$, en la que R_1 representa el hecho de que el primer miembro hizo una reservación.

La probabilidad de que el segundo miembro elegido haya hecho una reservación es también de 0.60, así que $P(R_2) = .60$. Como el número de miembros de la AAA es muy grande, se supone que R_1 y R_2 son independientes. En consecuencia, de acuerdo con la fórmula (5.5), la probabilidad de que ambos hayan hecho una reservación es de 0.36, que se calcula de la siguiente manera:

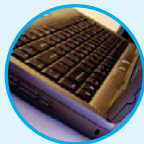
$$P(R_1 \text{ y } R_2) = P(R_1)P(R_2) = (.60)(.60) = .36$$

Todos los posibles resultados pueden representarse como se muestra a continuación. Aquí, R significa que se hizo la reservación y NR , que no se hizo la reservación.

Con las probabilidades y la regla del complemento se calcula la probabilidad conjunta de cada resultado. Por ejemplo, la probabilidad de que ningún miembro haga una reservación es de 0.16. Además, la probabilidad de que el primero y el segundo miembro (regla especial de la adición) hagan una reservación es de 0.48(0.24 + 0.24). También se puede observar que los resultados son mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos. Por tanto, las probabilidades suman 1.

Resultados		Probabilidad conjunta	
R_1	R_2	$(.60)(.60) =$	.36
R_1	NR	$(.60)(.40) =$	.24
NR	R_2	$(.40)(.60) =$	.24
NR	NR	$(.40)(.40) =$	.16
Total			1.00

Autoevaluación 5.5



Por experiencia, Teton Tire sabe que la probabilidad de que una llanta XB-70 rinda 60 000 millas antes de que quede lisa o falle es de 0.80. A cualquier llanta que no dure las 60 000 millas se le hacen arreglos. Usted adquiere cuatro llantas XB-70. ¿Cuál es la probabilidad de que las cuatro llantas tengan una duración de 60 000 millas?

Regla general de la multiplicación Si dos eventos no son independientes, se dice que son **dependientes**. Con el fin de ilustrar el concepto de dependencia, supongamos que hay 10 latas de refresco en un refrigerador, siete de los cuales son normales y 3 dietéticos. Se selecciona una lata del refrigerador. La probabilidad de seleccionar una lata de refresco dietético es de 3/10, y la probabilidad de seleccionar una lata de refresco normal es de 7/10. Entonces se elige una segunda lata del refrigerador sin devolver la primera. La probabilidad de que la segunda lata sea de refresco dietético depende de que la primera sí lo haya sido o no. La probabilidad de que la segunda lata sea de refresco dietético es:

- 2/9, si la primera bebida es dietética (sólo dos latas de refresco dietético quedan en el refrigerador).
- 3/9 si la primera lata elegida es normal (los tres refrescos aún están en el refrigerador).

La denominación adecuada de la fracción 2/9 (o 3/9) es **probabilidad condicional**, ya que su valor se encuentra condicionado (o depende) por el hecho de que un refresco regular o dietético haya sido el primero en ser seleccionado del refrigerador.

PROBABILIDAD CONDICIONAL Probabilidad de que un evento en particular ocurra, dado que otro evento haya acontecido.

La regla general de la multiplicación sirve para determinar la probabilidad conjunta de dos eventos cuando éstos no son independientes. Por ejemplo, cuando el evento B ocurre después del evento A , y A influye en la probabilidad de que el evento B suceda, entonces A y B no son independientes.

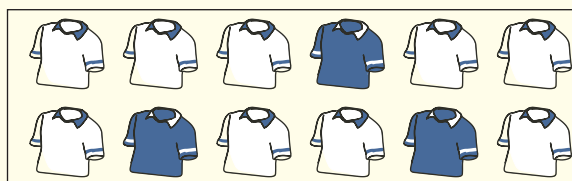
La regla general de la multiplicación establece que en caso de dos eventos, A y B , la probabilidad conjunta de que ambos eventos ocurran se determina multiplicando la probabilidad de que ocurra el evento A por la probabilidad condicional de que ocurra el evento B , dado que A ha ocurrido. Los símbolos de la probabilidad conjunta, $P(A \text{ y } B)$, se calcula de la siguiente manera:

REGLA GENERAL DE LA MULTIPLICACIÓN

$$P(A \text{ y } B) = P(A)P(B|A)$$

[5.6]**Ejemplo**

Un golfista tiene 12 camisas en su clóset. Suponga que 9 son blancas y las demás azules. Como se viste de noche, simplemente toma una camisa y se la pone. Juega golf dos veces seguidas y no las lava. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos camisas elegidas sean blancas?

Solución

El evento que tiene que ver con el hecho de que la primera camisa seleccionada sea blanca es W_1 . La probabilidad es $P(W_1) = 9/12$, porque 9 de cada 12 camisas son blancas. El evento de que la segunda camisa seleccionada sea blanca también se identifica con W_2 . La probabilidad condicional relacionada con el hecho de que la segunda camisa seleccionada sea blanca, dado que la primera camisa seleccionada es blanca también, es $P(W_2|W_1) = 8/11$. ¿A qué se debe esto? A que después de que se selecciona la primera camisa, quedan 11 camisas en el clóset y 8 de éstas son blancas. Para determinar la probabilidad de que se elijan 2 camisas blancas aplicamos la fórmula (5.6):

$$P(W_1 \text{ y } W_2) = P(W_1)P(W_2|W_1) = \left(\frac{9}{12}\right)\left(\frac{8}{11}\right) = .55$$

Por consiguiente, la probabilidad de seleccionar dos camisas, las cuales son de color blanco, es de 0.55.

A propósito, se supone que este experimento se llevó a cabo *sin reemplazo*. Es decir, que la primera camisa no se lavó y se colocó en el clóset antes de hacer la selección de la segunda. Así, el resultado del segundo evento es condicional o depende del resultado del primer evento.

Es posible ampliar la regla general de la multiplicación para que incluya más de dos eventos. En el caso de los tres eventos, A , B y C , la fórmula es:

$$P(A \text{ y } B \text{ y } C) = P(A)P(B|A)P(C|A \text{ y } B)$$

En el caso del ejemplo de la camisa de golf, la probabilidad de elegir tres camisas blancas sin reemplazo es:

$$P(W_1 \text{ y } W_2 \text{ y } W_3) = P(W_1)P(W_2|W_1)P(W_3|W_1 \text{ y } W_2) = \left(\frac{9}{12}\right)\left(\frac{8}{11}\right)\left(\frac{7}{10}\right) = .38$$

De esta manera, la probabilidad de seleccionar tres camisas sin reemplazo, todas las cuales sean blancas, es de 0.38.

Autoevaluación 5.6



La junta directiva de Tarbell Industries consta de ocho hombres y cuatro mujeres. Un comité de cuatro miembros será elegido al azar para llevar a cabo una búsqueda, en todo el país, del nuevo presidente para la compañía.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que los cuatro miembros del comité de búsqueda sean mujeres?

b) ¿De que los cuatro miembros del comité de búsqueda sean hombres?

c) ¿Las probabilidades de los eventos descritos en los incisos *a* y *b* suman 1? Explique su respuesta.



Estadística en acción

En 2000, George W. Bush ganó la presidencia de Estados Unidos por un mínimo margen. Surgieron muchas historias sobre las elecciones, algunas de las cuales hablaban de irregularidades en las votaciones y otras que dieron lugar a interesantes preguntas. En una elección local de Michigan, resultó un empate entre dos candidatos para un puesto de elección. Para resolver el empate, los candidatos sacaron una hoja de papel de una caja que contenía dos hojas, una rotulada *Ganador*, y otra sin marcar. Para determinar qué candidato sacaría primero el papel, los funcionarios electorales lanzaron una moneda al aire. El ganador del lanzamiento también sacó el papel del ganador. Ahora bien, ¿era realmente necesario lanzar una moneda al aire? No, porque los dos eventos son independientes. Ganar en el lanzamiento de la moneda no altera la probabilidad de que cualquiera de los candidatos saque la hoja con el nombre del ganador.

Tablas de contingencias

A menudo los resultados de una encuesta son registrados en una tabla de dos direcciones y utilizados para determinar diversas probabilidades. Ya se ha descrito esta idea a partir de la página 120 del capítulo 4. Para recordarlo: una tabla de dos direcciones es una tabla de contingencia.

TABLA DE CONTINGENCIAS Tabla utilizada para clasificar observaciones de una muestra, de acuerdo con dos o más características identificables.

Una tabla de contingencias consiste en una tabulación cruzada que resume simultáneamente dos variables de interés, así como la relación entre éstas. El nivel de medición puede ser nominal. A continuación algunos ejemplos.

- Una encuesta de 150 adultos clasificados según su género y la cantidad de películas que vieron en el cine el mes pasado. Cada entrevistado se clasifica de acuerdo con dos criterios: la cantidad de películas que ha visto y el género.

Películas vistas	Género		Total
	Hombres	Mujeres	
0	20	40	60
1	40	30	70
2 o más	10	10	20
Total	70	80	150

- La American Coffee Association proporciona la siguiente información sobre la edad y la cantidad de café que se consumió en un mes.

Edad (años)	Consumo de café			Total
	Bajo	Moderado	Alto	
Menos de 30	36	32	24	92
30 a 40	18	30	27	75
40 a 50	10	24	20	54
50 o más	26	24	29	79
Total	90	110	100	300

De acuerdo con esta tabla, cada uno de los 300 entrevistados se clasifica según dos criterios: 1) la edad; 2) la cantidad de café que consumen.

El siguiente ejemplo muestra la forma en que las reglas de adición y multiplicación se emplean en tablas de contingencias.

Ejemplo

Se entrevistó a una muestra de ejecutivos respecto de su lealtad a la compañía. Una de las preguntas fue: si otra compañía le hace una oferta igual o le ofrece un puesto un poco mejor del que tiene ahora, ¿permanecería con la compañía o aceptaría el otro puesto? A partir de las respuestas de los 200 ejecutivos que participaron en la encuesta se hizo una clasificación cruzada según el tiempo de servicio a la compañía.

TABLA 5.1 Lealtad de los ejecutivos y tiempo de servicio a la compañía

Lealtad	Tiempo de servicio				Total
	Menos de 1 año, B_1	1 a 5 años, B_2	6 a 10 años, B_3	Más de 10 años B_4	
Permanecería, A_1	10	30	5	75	120
No permanecería, A_2	25	15	10	30	80
	35	45	15	105	200

¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar a un ejecutivo leal a la compañía —que permanecería en ella— y cuál de ellos tiene más de 10 años de servicio?

Solución

Note que los dos eventos ocurren al mismo tiempo, el ejecutivo permanecería en la compañía y él o ella tiene más de 10 años de servicio.

1. El evento A_1 ocurre si un ejecutivo elegido de forma aleatoria permanece con la compañía a pesar de que otra compañía le haga una oferta igual o mejor. Para determinar la probabilidad de que el evento A_1 suceda, consulte la tabla 5.1. Note que hay 120 ejecutivos, de los 200 de la encuesta, que permanecerían en la compañía, de modo que $P(A_1) = 120/200$, o .60.
2. El evento B_4 sucede si un ejecutivo elegido al azar tiene más de 10 años de servicio en la compañía. Por consiguiente, $P(B_4|A_1)$ es la probabilidad condicional de que un ejecutivo con más de 10 años de servicio permanezca en la compañía a pesar de que otra compañía le haga una oferta igual o mejor. Respecto de la tabla de contingencias, tabla 5.1, 75 de los 120 ejecutivos que permanecerían tienen más de 10 años de servicio, así que $P(B_4|A_1) = 75/120$.

Al despejar la probabilidad de que un ejecutivo elegido al azar permanezca en la compañía y que tenga más de 10 años de servicio en la regla general de la multiplicación, incluida en la fórmula (5.6) se obtiene:

$$P(A_1 \text{ y } B_4) = P(A_1)P(B_4|A_1) = \left(\frac{120}{200}\right)\left(\frac{75}{120}\right) = \frac{9\,000}{24\,000} = .375$$

Para determinar la probabilidad de elegir un ejecutivo que permanezca o que tenga menos de 1 año de experiencia, aplique la regla general de la adición, la fórmula (5.4).

1. El evento A_1 se refiere a los ejecutivos que permanecería en la compañía. De este modo, $P(A_1) = 120/200 = .60$.
2. El evento B_1 se refiere a los ejecutivos que han laborado en la compañía menos de 1 año. La probabilidad de que ocurra B_1 es $P(B_1) = 35/200 = .175$.
3. Los eventos A_1 y B_1 no son mutuamente excluyentes. Es decir, que un ejecutivo puede querer permanecer en la compañía y tener menos de 1 año de experiencia.

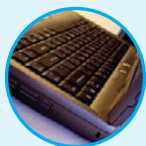
Esta probabilidad, que recibe el nombre de *probabilidad conjunta*, aparece como $P(A_1 \text{ y } B_1) = 10/200 = .05$. Hay 10 ejecutivos que permanecerían en la compañía y que cuentan con menos de 1 año de experiencia. En realidad se les están contando dos veces, así que es necesario restar este valor.

4. Sustituya estos valores en la fórmula (5.4) y el resultado es el siguiente:

$$\begin{aligned} P(A_1 \text{ o } B_1) &= P(A_1) + P(B_1) - P(A_1 \text{ y } B_1) \\ &= .60 + .175 - .05 = .725 \end{aligned}$$

Así que la probabilidad de que un ejecutivo elegido permanezca en la compañía o haya laborado para la compañía menos de 1 año es de 0.725.

Autoevaluación 5.7



Consulte la tabla 5.1 para calcular las siguientes probabilidades.

- ¿De seleccionar a un ejecutivo con más de 10 años de servicio?
- ¿De seleccionar a un ejecutivo que no permanezca en la compañía, dado que él o ella cuentan con más de 10 años de servicio?
- ¿De seleccionar a un ejecutivo con más de 10 años de servicio o a uno que no permanezca en la compañía?

Diagramas de árbol

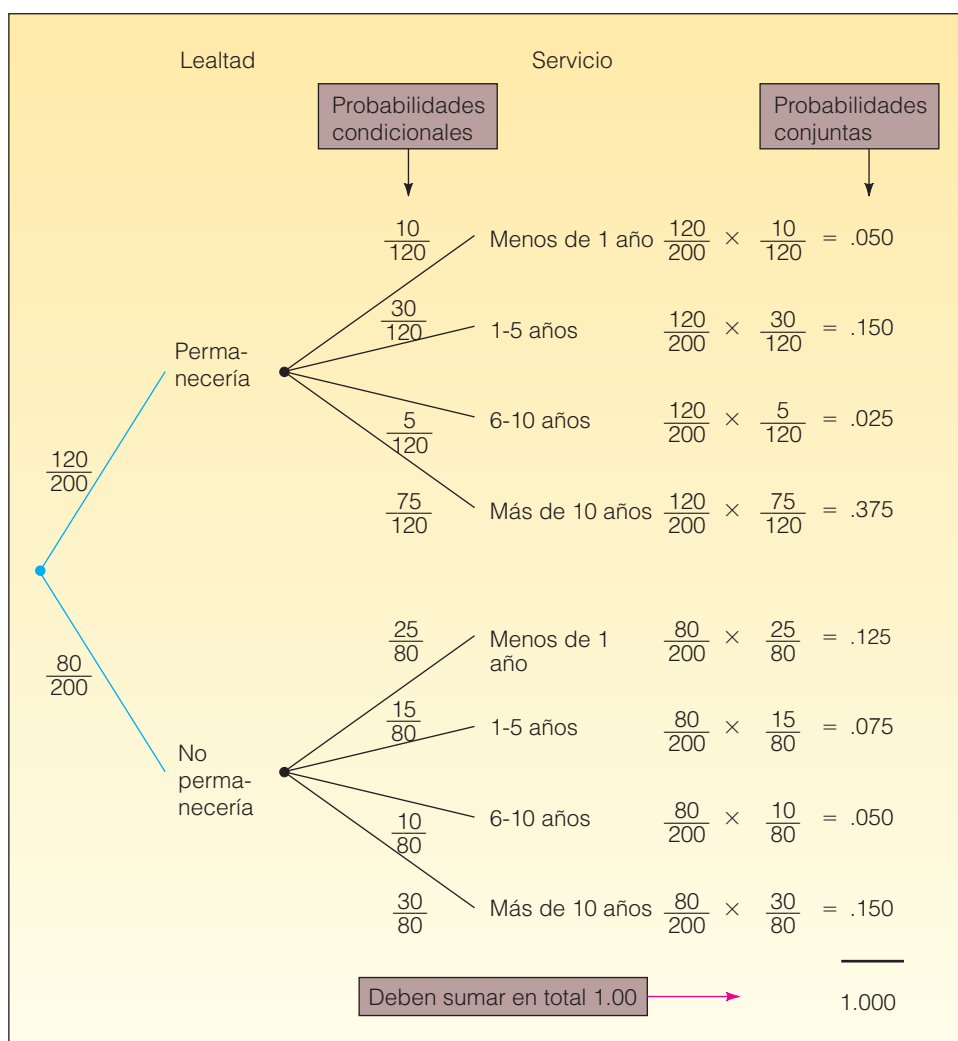
El **diagrama de árbol** es una gráfica útil para organizar cálculos que implican varias etapas. Cada segmento del árbol constituye una etapa del problema. Las ramas del árbol se ponderan por medio de probabilidades. Utilizaremos los datos de la tabla 5.1 para mostrar la construcción de un diagrama de árbol.

Pasos para la construcción de un diagrama de árbol.

- Para construir un diagrama de árbol, comenzamos dibujando un punto grueso a la izquierda para representar la raíz del árbol (véase gráfica 5.2).
- En este problema, dos ramas principales salen de la raíz, la rama superior representa el evento “permanecería” y la rama inferior el evento “no permanecería”. Sus probabilidades se escriben sobre las ramas, en este caso, $120/200$ y $80/200$. Estas probabilidades también se denotan $P(A_1)$ y $P(A_2)$.
- De cada una de las ramas principales *salen* cuatro ramas, las cuales representan el tiempo de servicio: menos de 1 año, 1 a 5 años, 6 a 10 años y más de 10 años. Las probabilidades condicionales para la rama superior del árbol, $10/120$, $30/120$, $5/120$, etc., se escriben en las ramas adecuadas. Éstas son $P(B_1|A_1)$, $P(B_2|A_1)$, $P(B_3|A_1)$ y $P(B_4|A_1)$, en las cuales B_1 se refiere a menos de 1 año de servicio; B_2 , a 1 a 5 años de servicio, B_3 , a 6 a 10 años de servicio y B_4 , a más de 10 años. Enseguida, escribimos las probabilidades condicionales para la rama inferior.
- Por último, las probabilidades conjuntas relativas al hecho de que los eventos A_1 y B_i o los eventos A_2 y B_i ocurrirán al mismo tiempo aparecen al lado derecho. Por ejemplo, de acuerdo con la fórmula (5.6), la probabilidad conjunta de seleccionar al azar a un ejecutivo que permanecería en la compañía y que tenga más de 1 año de servicio es:

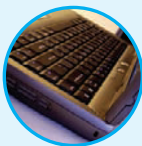
$$P(A_1 \text{ y } B_1) = P(A_1)P(B_1|A_1) = \left(\frac{120}{200}\right)\left(\frac{10}{120}\right) = .05$$

Como las probabilidades conjuntas representan todos los posibles resultados (permanecería, 6 a 10 años de servicio, no permanecería, más de 10 años de servicio, etc.), deben sumar 1.00 (véase gráfica 5.2).



GRÁFICA 5.2 Diagrama de árbol que muestra la lealtad y los años de servicio

Autoevaluación 5.8



Considere una encuesta a algunos consumidores relacionada con la cantidad relativa de visitas que hacen a una tienda Circuit City (con frecuencia, ocasionalmente o nunca) y con el hecho de si la tienda se ubicaba en un lugar conveniente (sí y no). Cuando las variables son de escala nominal, tal como estos datos, por lo general los resultados se resumen en una tabla de contingencias.

Visitas	Lugar conveniente		Total
	Sí	No	
Con frecuencia	60	20	80
Ocasionalmente	25	35	60
Nunca	5	50	55
	90	105	195

- ¿El número de visitas y la ubicación en un lugar conveniente, son variables independientes? ¿Por qué razón? Interprete su conclusión.
- Dibuje un diagrama de árbol y determine las probabilidades conjuntas.

Ejercicios

23. Suponga que $P(A) = .40$ y $P(B|A) = .30$. ¿Cuál es la probabilidad conjunta de A y B ?
24. Suponga que $P(X_1) = .75$ y $P(Y_2|X_1) = .40$. ¿Cuál es la probabilidad conjunta de X_1 y Y_2 ?
25. Un banco local informa que 80% de sus clientes tienen cuenta de cheques; 60% tiene cuenta de ahorros y 50% cuentan con ambas. Si se elige un cliente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el cliente tenga ya sea una cuenta de cheques o una cuenta de ahorros?
26. All Seasons Plumbing tiene dos camiones de servicio que se descomponen con frecuencia. Si la probabilidad de que el primer camión esté disponible es de 0.75, la probabilidad de que el segundo camión esté disponible es de 0.50 y la probabilidad de que ambos estén disponibles es de 0.30, ¿cuál es la probabilidad de que ningún camión se encuentre disponible?
27. Observe la siguiente tabla.

Segundo evento	Primer evento			Total
	A_1	A_2	A_3	
B_1	2	1	3	6
B_2	1	2	1	4
Total	3	3	4	10

- a) Determine $P(A_1)$.
- b) Estime $P(B_1|A_2)$.
- c) Aproxime $P(B_2 \text{ y } A_3)$.
28. Clean-brush Products envió por accidente tres cepillos dentales eléctricos defectuosos a una farmacia, además de 17 sin defectos.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que los primeros dos cepillos eléctricos vendidos no sean devueltos a la farmacia por estar defectuosos?
- b) ¿De que los primeros dos cepillos eléctricos vendidos no estén defectuosos?
29. Cada vendedor de Puchett, Sheets, and Hogan Insurance Agency recibe una calificación debajo del promedio, promedio y por encima del promedio en lo que se refiere a sus habilidades en ventas. A cada vendedor también se le califica por su potencial para progresar: regular, bueno o excelente. La siguiente tablea muestra una clasificación cruzada de estas características de personalidad a los 500 empleados.

Habilidades en ventas	Potencial para progresar		
	Regular	Bueno	Excelente
Debajo del promedio	16	12	22
Promedio	45	60	45
Por encima del promedio	93	72	135

- a) ¿Qué nombre recibe esta tabla?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar tenga una habilidad para las ventas con calificación por encima del promedio y un excelente potencial para progresar?
- c) Construya un diagrama de árbol que muestre las probabilidades, probabilidades condicionales y probabilidades conjuntas.
30. Un inversionista cuenta con tres acciones ordinarias. Cada acción, independiente de las demás, tiene la misma probabilidad de: 1) incrementar su valor; 2) bajar su valor; 3) permanecer con el mismo valor. Elabore una lista de los posibles resultados de este experimento. Calcule la probabilidad de que por lo menos dos de las acciones aumenten de valor.
31. La junta directiva de una pequeña compañía consta de cinco personas. Tres de ellas son *líderes fuertes*. Si compran una idea, toda la junta estará de acuerdo. El resto de los miembros *débiles* no tienen influencia alguna. Se programa a tres vendedores, uno tras otro, para que lleven a cabo una presentación frente a un miembro de la junta que el vendedor elija. Los vendedores son convincentes, aunque no saben quiénes son los *líderes fuertes*. Sin embargo, ellos se enterarán a quién le habló el vendedor anterior. El primer vendedor que encuentre a un líder fuerte ganará en la presentación. ¿Tienen los tres vendedores las mismas posibilidades de ganar en la presentación? Si no es así, determine las probabilidades respectivas de ganar.

32. Si pregunta a tres extraños las fechas de sus cumpleaños, ¿cuál es la probabilidad de que
a) todos haya nacido el miércoles; b) todos hayan nacido en diferentes días de la semana c) todos hayan nacido el sábado?

Teorema de Bayes

En el siglo XVIII, el reverendo Thomas Bayes, un ministro presbiteriano inglés, planteó esta pregunta: ¿Dios realmente existe? Dado su interés en las matemáticas, intentó crear una fórmula para llegar a la probabilidad de que Dios existiera sobre la base de la evidencia de que disponía en la Tierra. Más tarde, Pierre-Simon Laplace perfeccionó el trabajo de Bayes y le dio el nombre de teorema de Bayes. De una forma entendible, el **teorema de Bayes** es el siguiente:

TEOREMA DE BAYES

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)} \quad [5.7]$$



Estadística en acción

Un estudio reciente de la National Collegiate Athletic Association (NCAA) informó que de 150 000 muchachos de los últimos cursos de la escuela secundaria que juegan en su equipo de basquetbol, 64 formarían un equipo profesional. En otras palabras, las posibilidades de que un jugador de basquetbol de los últimos cursos de la escuela secundaria forme parte de un equipo profesional son de 1 en 2 344. De acuerdo con el mismo estudio:

- a) las posibilidades de que un jugador de basquetbol de los últimos cursos de la escuela secundaria juegue en alguna universidad son de alrededor de 1 en 40;
- b) las posibilidades de que un chico de los últimos cursos de la escuela secundaria juegue basquetbol universitario como estudiante de los últimos cursos de la universidad son de 1 en 60;
- c) si usted juega basquetbol como estudiante de los últimos cursos de la universidad, las posibilidades de formar parte de un equipo profesional son de alrededor de 1 en 37.5.

Si en la fórmula (5.7), los eventos A_1 y A_2 son mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos, y A_1 se refiere al evento A_1 o a A_2 . De ahí que en este caso A_1 y A_2 sea complementos. El significado de los símbolos utilizados se ilustra en el siguiente ejemplo.

Suponga que 5% de la población de Umen, un país ficticio del tercer mundo, tiene una enfermedad propia del país. Sea A_1 el evento “padece la enfermedad” y A_2 el evento “no padece la enfermedad”. Por tanto, si selecciona al azar a una persona de Umen, la probabilidad de que el individuo elegido padezca la enfermedad es de 0.05 o $P(A_1) = 0.05$. Esta probabilidad, $P(A_1) = P(\text{padece la enfermedad}) = 0.05$, recibe el nombre de **probabilidad a priori**. Se le da este nombre, porque la probabilidad se asigna antes de obtener los datos empíricos.

PROBABILIDAD A PRIORI Probabilidad basada en el nivel de información actual.

Por ende, la probabilidad *a priori* de que una persona no padezca la enfermedad es de 0.95, o $P(A_2) = 0.95$, que se calcula restando $1 - 0.05$.

Existe una técnica de diagnóstico para detectar la enfermedad, pero no es muy precisa. Sea B el evento “la prueba revela la presencia de la enfermedad”. Suponga que la evidencia histórica muestra que si una persona padece realmente la enfermedad, la probabilidad de que la prueba indique la presencia de ésta es de 0.90. De acuerdo con las definiciones de probabilidad condicional establecidas en el capítulo, dicho enunciado se expresa de la siguiente manera:

$$P(B|A_1) = .90$$

Si la probabilidad de que la prueba indique la presencia de la enfermedad en una persona que en realidad no la padece es de 0.15.

$$P(B|A_2) = .15$$

Elija al azar a una persona de Umen y aplique la prueba. Los resultados de la prueba indican que la enfermedad está presente. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona en realidad padezca la enfermedad? Lo que desea saber, en forma simbólica, es $P(A_1|B)$, que se interpreta de la siguiente manera: $P(\text{padece la enfermedad} | \text{la prueba resulta positiva})$. La probabilidad $P(A_1|B)$ recibe el nombre de **probabilidad a posteriori**.

PROBABILIDAD A POSTERIORI Probabilidad revisada a partir de información adicional.

Con la ayuda del teorema de Bayes, fórmula (5.7), determine la probabilidad *a posteriori*:

$$\begin{aligned} P(A_1|B) &= \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)} \\ &= \frac{(.05)(.90)}{(.05)(.90) + (.95)(.15)} = \frac{.0450}{.1875} = .24 \end{aligned}$$

Así, la probabilidad de que una persona padezca la enfermedad, dado que la prueba sale positiva, es de 0.24. ¿Cómo interpreta el resultado? Si selecciona al azar a una persona de la población, la probabilidad de que se encuentre enferma es de 0.05. Si se le somete a la prueba y resulta positiva, la probabilidad de que la persona padezca realmente la enfermedad se incrementa cinco veces, de 0.05 a 0.24.

En el problema anterior sólo había dos eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos A_1 y A_2 . Si hay n eventos $A_1, A_2, \dots, A_n$, el teorema de Bayes, fórmula (5.7), se transforma en

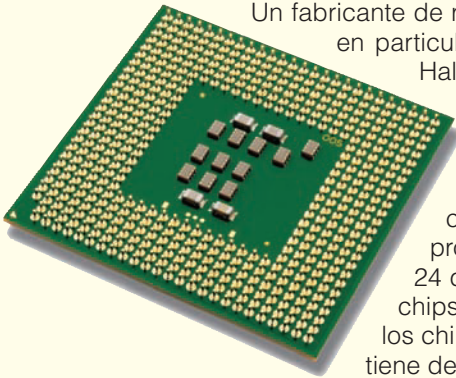
$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + \dots + P(A_n)P(B|A_n)}$$

Con la notación anterior, los cálculos del problema de Umen se resumen en la siguiente tabla:

Evento, A_i	Probabilidad a priori, $P(A_i)$	Probabilidad condicional, $P(B A_i)$	Probabilidad conjunta, $P(A_i \text{ y } B)$	Probabilidad a posteriori, $P(A_i B)$
Padece la enfermedad, A_1	.05	.90	.0450	$.0450/.1875 = .24$
No padece la enfermedad, A_2	.95	.15	.1425	$.1425/.1875 = .76$
			$P(B) = .1875$	1.00

A continuación otro ejemplo del teorema de Bayes.

Ejemplo



Un fabricante de reproductores de DVD compra un microchip en particular, denominado LS-24, a tres proveedores: Hall Electronics, Schuller Sales y Crawford Components. Treinta por ciento de los chips LS-24 se le compran a Hall Electronics; 20%, a Schuller Sales y el restante 50%, a Crawford Components. El fabricante cuenta con amplios historiales sobre los tres proveedores y sabe que 3% de los chips LS-24 de Hall Electronics tiene defectos, 5% de los chips de Schuller Sales tiene defectos y 4% de los chips que se compran a Crawford Components tiene defectos.

Cuando los chips LS-24 le llegan al fabricante, se les coloca directamente en un depósito y no se inspeccionan ni se identifican con el nombre del proveedor. Un trabajador selecciona un chip para instalarlo en un reproductor de DVD y lo encuentra defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que lo haya fabricado Schuller Sales?

Solución

Como primer paso, resume parte de la información incluida en el enunciado del problema.

- Hay tres eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos, es decir, tres proveedores:
 A_1 el LS-24 se le compró a Hall Electronics;
 A_2 el LS-24 se le compró a Schuller Sales;
 A_3 el LS-24 se le compró a Crawford Components.

- Las probabilidades *a priori* son:

$P(A_1) = .30$ La probabilidad de que Hall Electronics haya fabricado el LS-24.
 $P(A_2) = .20$ La probabilidad de que Schuller Sales haya fabricado el LS-24.
 $P(A_3) = .50$ La probabilidad de que Crawford Components haya fabricado el LS-24.

- La información adicional es la siguiente:

B_1 el LS-24 parece defectuoso;
 B_2 el LS-24 no parece defectuoso.

- Se dan las siguientes probabilidades condicionales.

$P(B_1|A_1) = .03$ La probabilidad de que un chip LS-24 fabricado por Hall Electronics se encuentre defectuoso.
 $P(B_1|A_2) = .05$ La probabilidad de que un chip LS-24 fabricado por Schuller Sales se encuentre defectuoso.
 $P(B_1|A_3) = .04$ La probabilidad de que un chip LS-24 fabricado por Crawford Components se encuentre defectuoso.

- Se selecciona un chip del depósito. Como el fabricante no identificó los chips, no está seguro de qué proveedor fabricó los chips. Desea determinar la probabilidad de que el chip defectuoso haya sido fabricado por Schuller Sales. La probabilidad se expresa como $P(A_2|B_1)$.

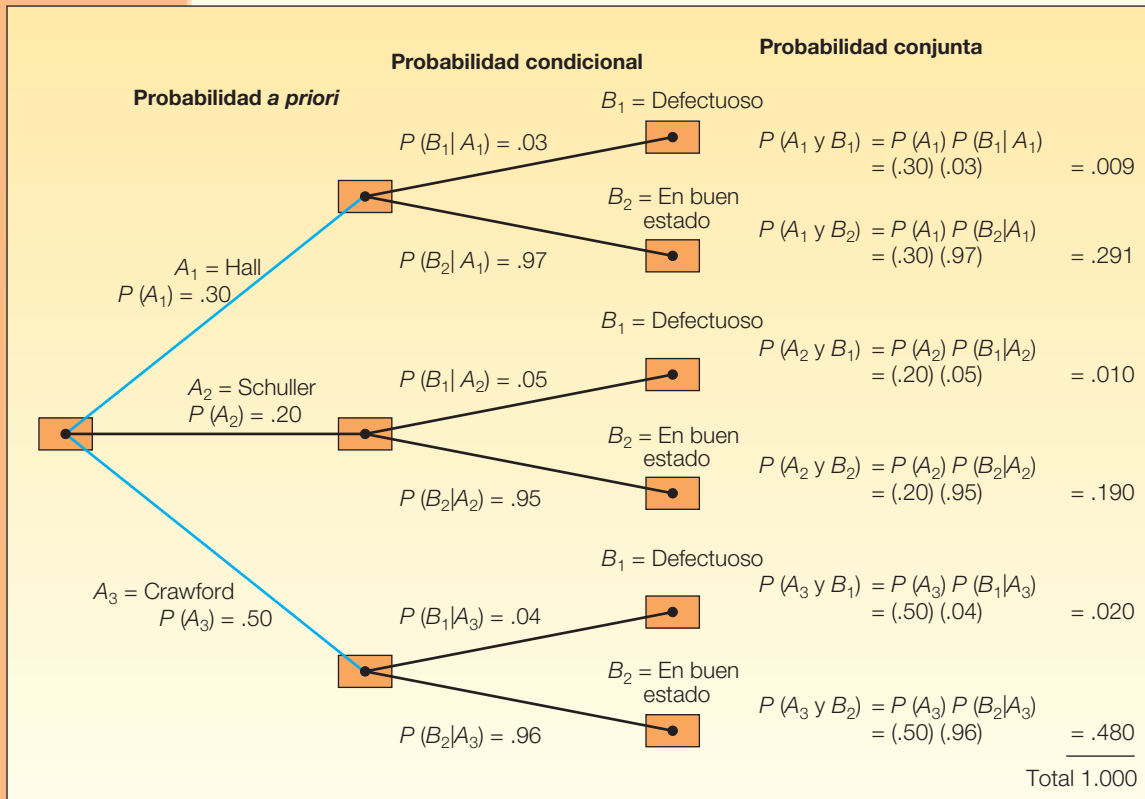
Observe el registro de calidad de Schuller. Es el peor de los tres proveedores. Ahora que ha encontrado un chip LS-24 defectuoso, sospecha que $P(A_2|B_1)$ es mayor que $P(A_2)$. Es decir, la probabilidad revisada es mayor que 0.20. Pero ¿cuán mayor? El teorema de Bayes ofrece la respuesta. Como primer paso considere el diagrama de árbol de la gráfica 5.3.

Los eventos son dependientes, así que la probabilidad *a priori* en la primera rama se multiplica por la probabilidad condicional en la segunda rama para obtener la probabilidad conjunta. La probabilidad conjunta figura en la última columna de la gráfica 5.3. Para construir el diagrama de árbol de la gráfica 5.3, se empleó una sucesión de etapas que iban del proveedor hacia la determinación de si el chip era o no aceptable.

Lo que necesita hacer es invertir el proceso. Esto es, en lugar de desplazarse de izquierda a derecha en la gráfica 5.3, necesita hacerlo de derecha a izquierda. Tiene un chip defectuoso, y quiere determinar la probabilidad de que se le haya comprado a Schuller Sales. ¿Cómo se consigue esto? Primero considere las probabilidades conjuntas como frecuencias relativas de entre 1 000 casos. Por ejemplo, la posibilidad de que Hall Electronics haya fabricado un chip LS-24 defectuoso es de 0.009. Así que de 1 000 casos es de esperar 9 chips defectuosos fabricados por Hall Electronics. Observe que en 39 de 1 000 casos el chip LS-24 seleccionado para montarlo será defectuoso, lo cual se calcula sumando $9 + 10 + 20$. De estos 39 chips defectuosos, 10 fueron fabricados por Schuller and Sales. Por consiguiente, la probabilidad de que se le haya comprado un chip LS-24 es de $10/39 = 0.2564$. Ha determinado la probabilidad revisada de $P(A_2|B_1)$. Antes de encontrar el chip defectuoso, la probabilidad de que se le haya comprado a Schuller Sales era de 0.20. Esta posibilidad se ha incrementado a 0.2564.

Esta información se resume en la siguiente tabla:

Evento, A_i	Probabilidad <i>a priori</i> , $P(A_i)$	Probabilidad condicional, $P(B_1 A_i)$	Probabilidad conjunta, $P(A_i \text{ y } B_1)$	Probabilidad <i>a posteriori</i> , $P(A_i B_1)$
Hall	.30	.03	.009	$.009/.039 = .2308$
Schuller	.20	.05	.010	$.010/.039 = .2564$
Crawford	.50	.04	.020	$.020/.039 = .5128$
			$P(B_1) = .039$	1.0000



GRÁFICA 5.3 Diagrama de árbol del problema de la fabricación de reproductores de DVD

La probabilidad de que el chip LS-24 defectuoso provenga de Schuller Sales puede determinarse formalmente mediante el teorema de Bayes. Calcule $P(A_2 | B_1)$, en la que A_2 se refiere a Schuller Sales y B_1 al hecho de que el chip LS-24 estaba defectuoso:

$$\begin{aligned}
 P(A_2|B_1) &= \frac{P(A_2)P(B_1|A_2)}{P(A_1)P(B_1|A_1) + P(A_2)P(B_1|A_2) + P(A_3)P(B_1|A_3)} \\
 &= \frac{(.20)(.05)}{(.30)(.03) + (.20)(.05) + (.50)(.04)} = \frac{.010}{.039} = .2564
 \end{aligned}$$

Es el mismo resultado que se obtuvo en la gráfica 5.3 y en la tabla de probabilidad condicional.

Autoevaluación 5.9



Considere el ejemplo anterior junto con la solución.

- Diseñe una fórmula para determinar la probabilidad de que la pieza seleccionada provenga de Crawford Components, dado que se trataba de un chip en buenas condiciones.
- Calcule la probabilidad con el teorema de Bayes.

Ejercicios

- $P(A_1) = .60$, $P(A_2) = .40$, $P(B_1|A_1) = .05$, y $P(B_1|A_2) = .10$. Aplique el teorema de Bayes para determinar $P(A_1|B_1)$.
- $P(A_1) = .20$, $P(A_2) = .40$ y $P(A_3) = .40$. $P(B_1|A_1) = .25$. $P(B_1|A_2) = .05$, y $P(B_1|A_3) = .10$. Aplique el teorema de Bayes para determinar $P(A_3|B_1)$.

35. El equipo de béisbol Ludlow Wildcats, un equipo de las ligas menores de la organización de los Indios de Cleveland, juega 70% de sus partidos por la noche y 30% de día. El equipo gana 50% de los juegos nocturnos y 90% de los juegos de día. De acuerdo con el periódico de hoy, ganaron el día de ayer. ¿Cuál es la probabilidad de que el partido se haya jugado de noche?
36. La doctora Stallter ha enseñado estadística básica por varios años. Ella sabe que 80% de los estudiantes terminará los problemas asignados. También determinó que entre quienes hacen sus tareas, 90% pasará el curso. Entre los que no hacen su tarea, 60% pasará el curso. Mike Fishbaugh cursó estadística el semestre pasado con la doctora Stallter y pasó. ¿Cuál es la probabilidad de que haya terminado sus tareas?
37. El departamento de crédito de Lion's Department Store en Anaheim, California, informó que 30% de las ventas se paga con efectivo o con cheque; 30% se paga con tarjeta de crédito y 40%, con tarjeta de débito. Veinte por ciento de las compras con efectivo o cheque, 90% de las compras con tarjeta de crédito y 60% de las compras con tarjeta de débito son por más de \$50. La señora Tina Stevens acaba de comprar un vestido nuevo que le costó \$120. ¿Cuál es la probabilidad de que haya pagado en efectivo o con cheque?
38. Una cuarta parte de los residentes de Burning Ridge Estates dejan las puertas de sus cocheras abiertas cuando salen de su hogar. El jefe de la policía de la localidad calcula que al 5% de las cocheras les robarán algo, pero sólo al 1% de las cocheras con puertas cerradas les robarán algo. Si roban una cochera, ¿cuál es la probabilidad de que se hayan dejado las puertas abiertas?

Principios de conteo

Si la cantidad de posibles resultados de un experimento es pequeña, resulta relativamente fácil contarlas. Por ejemplo, existen seis posibles resultados del lanzamiento de un dado, a saber:



Sin embargo, si hay un número muy grande de resultados, tal como el número de caras y cruces en un experimento con 10 lanzamientos de una moneda, sería tedioso contar todas las posibilidades. Todos podrían ser caras, una cruz y nueve caras, dos caras y ocho cruces, y así sucesivamente. Para facilitar la cuenta, se analizarán tres fórmulas para contar: la **fórmula de la multiplicación** (no se confunda con la *regla* de la multiplicación descrita en el capítulo), la **fórmula de las permutaciones** y la **fórmula de las combinaciones**.

Fórmula de la multiplicación

Primero la fórmula de la multiplicación.

FÓRMULA DE LA MULTIPLICACIÓN Si hay m formas de hacer una cosa y n formas de hacer otra cosa, hay $m \times n$ formas de hacer ambas cosas.

En términos de una fórmula:

FÓRMULA DE LA MULTIPLICACIÓN Número total de disposiciones = $(m)(n)$ [5.8]

Esta fórmula se puede generalizar para más de dos eventos. Para tres eventos m , n y o :

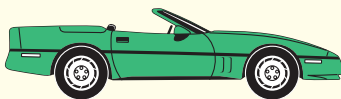
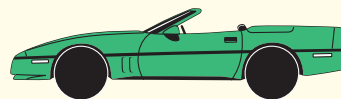
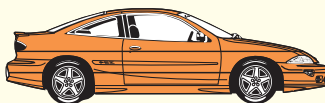
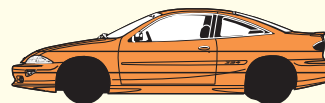
$$\text{Número total de disposiciones} = (m)(n)(o)$$

Ejemplo

Un distribuidor de automóviles quiere anunciar que por \$29 999 usted puede comprar un convertible, un sedán de dos puertas o un modelo de cuatro puertas y elegir entre rines de rayos o planos. ¿Cuántas disposiciones de modelos y rines puede ofrecer el distribuidor?

Solución

Por supuesto, el distribuidor podría determinar el número total de disposiciones haciendo un diagrama y contando. Hay seis.

Convertible con
rines de rayosConvertible con
rines planosDos puertas con
rines de rayosDos puertas con
rines planosCuatro puertas con
rines de rayosCuatro puertas con
rines planos

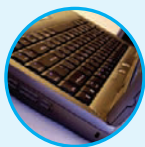
Mediante la fórmula de la multiplicación se verifica el resultado (en cuyo caso m es el número de modelos y n el tipo de rin). De acuerdo con la fórmula (5.8):

$$\text{Número total de posibles disposiciones} = (m)(n) = (3)(2) = 6$$

No resultó difícil contar todas las posibles combinaciones de modelos y rines en este ejemplo. Sin embargo, supongamos que el distribuidor decidió ofrecer ocho modelos y seis tipos de rines. Resultaría tedioso representar y contar todas las posibles alternativas. Más bien, se puede aplicar la fórmula de la multiplicación. En este caso, hay $(m)(n) = (8)(6) = 48$ posibles disposiciones.

Observe en el ejemplo que en la fórmula de la multiplicación había *dos o más agrupamientos de los cuales usted hizo selecciones*. El distribuidor, por ejemplo, ofreció una variedad de modelos y de rines para elegir. Si un constructor de casas le ofrece cuatro diferentes estilos de exteriores y tres modelos de interiores, se aplicaría la fórmula de la multiplicación para determinar cuántas combinaciones son posibles. Hay 12 posibilidades.

Autoevaluación 5.10



1. Women's Shopping Network ofrece suéteres y pantalones para dama por televisión de cable. Los suéteres y pantalones se ofrecen en colores coordinados. Si los suéteres se encuentran disponibles en cinco colores y los pantalones en cuatro colores, ¿cuántos diferentes conjuntos se pueden anunciar?
2. Pioneer fabrica tres modelos de receptores estereofónicos, dos reproductores MP3, cuatro bocinas y tres carruseles de CD. Cuando se venden juntos los cuatro tipos de componentes, forman un sistema. ¿Cuántos diferentes sistemas puede ofrecer la empresa de electrónica?

Fórmula de las permutaciones

Como se ve, la fórmula de la multiplicación se aplica para determinar el número de posibles disposiciones de dos o más grupos. La **fórmula de las permutaciones** se aplica para determinar el número posible de disposiciones cuando sólo hay *un grupo* de objetos. He aquí algunos ejemplos de esta clase de problemas.

- Tres piezas electrónicas se van a montar en una unidad conectable a un aparato de televisión. Las piezas se pueden montar en cualquier orden. La pregunta es: ¿de cuántas formas pueden montarse tres partes?
- Un operador de máquinas debe llevar a cabo cuatro verificaciones de seguridad antes de arrancar su máquina. No importa el orden en que realice las verificaciones. ¿De cuántas formas puede hacer las verificaciones?

Un orden para el primer ejemplo sería: primero el transistor, enseguida las LED y en tercer lugar el sintetizador. A esta distribución se le conoce como **permutación**.

PERMUTACIÓN Cualquier distribución de r objetos seleccionados de un solo grupo de n posibles objetos.

Observe que las distribuciones $a b c$ y $b a c$ son permutaciones diferentes. La fórmula para contar el número total de diferentes permutaciones es:

FÓRMULA DE LAS PERMUTACIONES

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

[5.9]

donde:

n representa el total de objetos;

r representa el total de objetos seleccionados.

Antes de resolver los dos problemas planteados, note que en las permutaciones y las combinaciones (que se plantean en breve) se emplea la notación denominada *n factorial*. Ésta se representa como $n!$ y significa el producto de $n(n-1)(n-2)(n-3) \cdots (1)$. Por ejemplo, $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$.

Muchas de las calculadoras tienen una tecla con $x!$, que ejecuta el cálculo. Ahorrará mucho tiempo. Por ejemplo, la calculadora Texas Instrument TI-36X tiene la siguiente tecla:



Es la *tercera función*, así que revise el manual del usuario o internet para leer las instrucciones.

La notación factorial se puede eliminar cuando los mismos números aparecen tanto en el numerador como en el denominador, como se muestra a continuación:

$$\frac{6!3!}{4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot 2 \cdot \cancel{1}(3 \cdot 2 \cdot 1)}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 180$$

Por definición, cero factorial, que se escribe $0!$, es 1. Es decir que $0! = 1$.

Ejemplo

Solución

Respecto del grupo de tres piezas electrónicas que se van a montar en cualquier orden, ¿de cuántas formas se pueden montar?

Hay tres piezas electrónicas que van a montarse, así que $n = 3$. Como las tres se van a insertar en la unidad conectable, $r = 3$. De acuerdo con la fórmula (5.9), el resultado es:

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = \frac{3!}{1!} = 6$$

Podemos verificar el número de permutaciones que obtuvimos con la fórmula de las permutaciones. Determinamos cuántos *espacios* hay que llenar y las posibilidades para cada *espacio*. En el problema de las tres piezas electrónicas, hay tres lugares en la unidad conectable para las tres piezas. Hay tres posibilidades para el primer lugar, dos para el segundo (una se ha agotado) y una para el tercero:

$$(3)(2)(1) = 6 \text{ permutaciones}$$

Las seis formas en que las tres piezas electrónicas, representadas con las letras A, B, C, se pueden ordenar es:

ABC	BAC	CAB	ACB	BCA	CBA
-----	-----	-----	-----	-----	-----

En el ejemplo anterior, seleccionamos y distribuimos todos los objetos, es decir que $n = r$. En muchos casos, sólo se seleccionan algunos objetos y se ordenan tomándolos de entre los n posibles objetos. En el siguiente ejemplo explicamos los detalles de este caso.

Ejemplo

Betts Machine Shop, Inc., cuenta con ocho tornos, aunque sólo hay tres espacios disponibles en el área de producción para las máquinas. ¿De cuántas maneras se pueden distribuir las ocho máquinas en los tres espacios disponibles?

Solución

Hay ocho posibilidades para el primer espacio disponible en el área de producción, siete para el segundo espacio (una se ha agotado) y seis para el tercer espacio. Por consiguiente:

$$(8)(7)(6) = 336,$$

es decir, hay un total de 336 diferentes distribuciones posibles. Este resultado también podría obtenerse aplicando la fórmula (5.9). Si $n = 8$ máquinas y $r = 3$ espacios disponibles, la fórmula da como resultado

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{(8)(7)(6)\cancel{5!}}{\cancel{5!}} = 336$$

Fórmula de las combinaciones

Si el orden de los objetos seleccionados *no* es importante, cualquier selección se denomina **combinación**. La fórmula para contar el número de r combinaciones de objetos de un conjunto de n objetos es:

FÓRMULA DE LAS COMBINACIONES

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

[5.10]

Por ejemplo, si los ejecutivos Able, Baker y Chauncy van a ser electos para formar un comité de negociación de una fusión, sólo existe una posible combinación con estos tres ejecutivos; el comité formado por Able, Baker y Chauncy es el mismo comité que el que forman Baker, Chauncy y Able. De acuerdo con la fórmula de las combinaciones:

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1(1)} = 1$$

Ejemplo

Se ha dado al departamento de marketing la tarea de designar códigos de colores para las 42 diferentes líneas de discos compactos vendidos por Goody Records. Tres colores se van a utilizar para cada CD; ahora bien, una combinación de tres colores para un CD no se puede reordenar para identificar un CD diferente. Esto significa que si se utilizaron el verde, amarillo y violeta para identificar una línea, entonces el amarillo, verde y violeta (o cualquier otra combinación de estos tres colores) no se puede emplear para identificar otra línea. ¿Serían adecuados siete colores tomados de tres en tres para codificar las 42 líneas?

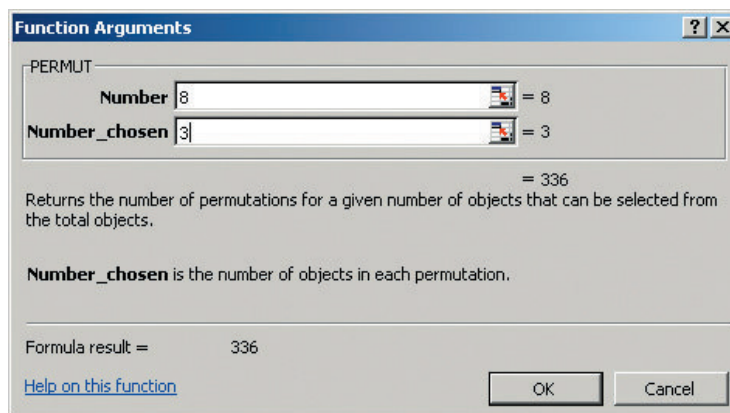
Solución

De acuerdo con la fórmula (5.10), hay 35 combinaciones, que se determinan mediante

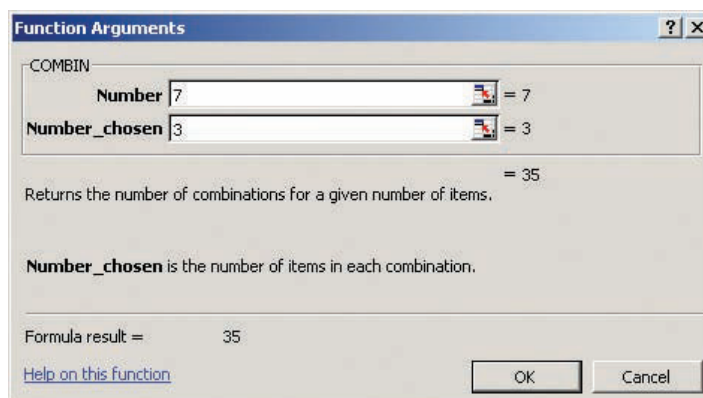
$${}_7C_3 = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = 35$$

Los siete colores tomados de tres en tres (es decir, tres colores para una línea) no serían adecuados para codificar las 42 líneas, ya que sólo proporcionarían 35 combinaciones. Ocho colores tomados de tres en tres darían 56 combinaciones. Esto sería más que suficiente para codificar las 42 diferentes líneas.

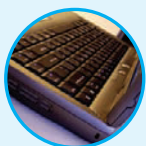
Cuando el número de permutaciones o combinaciones es grande, los cálculos son laboriosos. El software de las computadoras y las calculadoras de mano tienen *funciones* para calcular estos números. A continuación aparece una salida de Excel que contiene la ubicación de los ocho tornos en el área de producción de Betts Machine Shop, Inc. Hay un total de 336 distribuciones.



Enseguida aparece la salida de los cuatro códigos de colores de Goody Records. Tres colores son elegidos de entre siete posibles. El número de combinaciones posibles es de 35.



Autoevaluación 5.11



- Un músico piensa escribir una escala basada sólo en cinco cuerdas: B bemol, C, D, E y G. Sin embargo, sólo tres de las cinco cuerdas se van a utilizar en sucesión, por ejemplo: C, B bemol y E. No se permiten repeticiones como B bemol, B bemol y E.
 - ¿Cuántas permutaciones de las cinco cuerdas, tomadas de tres en tres, son posibles?
 - De acuerdo con la fórmula (5.9), ¿cuántas permutaciones son posibles?
- Un operador de máquinas debe hacer cuatro verificaciones antes de hacer una pieza. No importa en qué orden lleve a cabo las verificaciones. ¿De cuántas formas puede hacer las verificaciones?
- Los 10 números del 0 al 9 se van a emplear en grupos de códigos de cuatro dígitos para identificar una prenda. El código 1083 podría identificar una blusa azul, talla mediana; el grupo de código 2031 podría identificar unos pantalones talla 18, etc. No están permitidas las repeticiones de números. Es decir, el mismo número no se puede utilizar dos veces (o más) en una sucesión completa. Por ejemplo, 2256, 2562 o 5559 no estarían permitidos. ¿Cuántos diferentes grupos de códigos se pueden asignar?
- En el ejemplo relacionado con Goody Records, concluyó que ocho colores tomados de tres en tres darían un total de 56 diferentes combinaciones.
 - Aplique la fórmula (5.10) para demostrar que esto es verdadero.
 - Como alternativa para codificar con colores las 42 diferentes líneas, se ha sugerido que sólo dos colores se coloquen en un disco. ¿Diez colores serían adecuados para codificar las 42 diferentes líneas? (De nuevo, se podría utilizar una sola vez una combinación de

- dos colores, es decir, si rosa y azul se utilizaron para codificar una línea, el azul y el rosa no se pueden utilizar para identificar otra línea.)
5. En un juego de lotería se seleccionan al azar tres números de una tómbola de bolas numeradas del 1 al 50.
- ¿Cuántas permutaciones son posibles?
 - ¿Cuántas combinaciones son posibles?

Ejercicios

39. Resuelva las siguientes operaciones:
- $40!/35!$
 - ${}_7P_4$
 - ${}_5C_2$
40. Resuelva las siguientes operaciones:
- $20!/17!$
 - ${}_9P_3$
 - ${}_7C_2$
41. Un encuestador seleccionó en forma aleatoria a 4 de 10 personas disponibles. ¿Cuántos diferentes grupos de 4 es posible formar?
42. Un número telefónico consta de siete dígitos, los primeros tres representan el enlace. ¿Cuántos números telefónicos son posibles con el enlace 537?
43. Una compañía de entregas rápidas debe incluir cinco ciudades en su ruta. ¿Cuántas diferentes rutas se pueden formar suponiendo que no importa el orden en que se incluyen las ciudades en la ruta?
44. Una representante de la Environmental Protection Agency (EPA) piensa seleccionar muestras de 10 terrenos. El director tiene 15 terrenos de los cuales la representante puede recoger las muestras. ¿Cuántas diferentes muestras son posibles?
45. Un encuestador nacional ha formulado 15 preguntas diseñadas para medir el desempeño del presidente de Estados Unidos. El encuestador seleccionará 10 de las preguntas. ¿Cuántas distribuciones de las 10 preguntas se pueden formar tomando en cuenta el orden?
46. Una compañía va a crear tres nuevas divisiones, para dirigir una de las cuales hay siete gerentes elegibles. ¿De cuántas formas se podrían elegir a los tres nuevos directores?

Resumen del capítulo

- Una probabilidad es un valor entre 0 y 1, inclusive, que representa las posibilidades de que cierto evento ocurra.
 - Un experimento es la observación de alguna actividad o el acto de tomar una medida.
 - Un resultado es una consecuencia particular de un experimento.
 - Un evento es la colección de uno o más resultados de un experimento.
- Existen tres definiciones de probabilidad.
 - La definición clásica se aplica cuando hay n resultados igualmente posibles en un experimento.
 - La definición empírica se emplea cuando el número de veces que ocurre un evento se divide entre el número de observaciones.
 - Una probabilidad subjetiva se basa en cualquier información disponible.
- Dos eventos son mutuamente excluyentes si como consecuencia de que uno de los dos sucede, el otro no puede ocurrir.
- Los eventos son independientes si el hecho de que un evento suceda no influye en que el otro ocurra.
- Las reglas de la adición se refieren a la unión de eventos.



Estadística en acción

Las estadísticas gubernamentales muestran que hay alrededor de 1.7 muertes provocadas por accidentes automovilísticos por cada 100 000 000 de millas recorridas. Si usted maneja 1 milla a la tienda para comprar un billete de lotería y enseguida regresa a casa, usted ha recorrido 2 millas. Por consiguiente, la probabilidad de que usted se una a este grupo de estadísticas en sus siguientes 2 millas de viaje redondo es de $2 \times 1.7 / 100\,000\,000 = 0.00000034$. Esto también se expresa como una en 29 411 765. Por tanto, si usted maneja a la tienda a comprar su boleto, la probabilidad de morir (o matar a alguien) es más de 4 veces la probabilidad de que saque la lotería, una posibilidad en 120 526 770.

<http://www.durangobill.com/PowerballOdds.html>

- A. La regla especial de la adición se aplica cuando los eventos son mutuamente excluyentes.

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) \quad [5.2]$$

- B. La regla general de la adición se aplica cuando los eventos no son mutuamente excluyentes.

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B) \quad [5.4]$$

- C. La regla del complemento se utiliza para determinar la probabilidad de un evento restando de 1 la probabilidad de que el evento no suceda.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) \quad [5.3]$$

- VI. Las reglas de la multiplicación se refieren al producto de eventos.

- A. La regla especial de la multiplicación se refiere a eventos que son independientes.

$$P(A \text{ y } B) = P(A)P(B) \quad [5.5]$$

- B. La regla general de la multiplicación aplica en eventos que no son independientes.

$$P(A \text{ y } B) = P(A)P(B|A) \quad [5.6]$$

- C. Una probabilidad conjunta es la posibilidad de que dos o más eventos sucedan al mismo tiempo.

- D. Una probabilidad condicional es la posibilidad de que un evento suceda, dado que otro evento ha sucedido.

- E. El teorema de Bayes es un método que consiste en revisar una probabilidad, dado que se obtenga información adicional. En el caso de dos eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos,

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2)} \quad [5.7]$$

- VII. Existen tres reglas de conteo útiles para determinar el número de resultados de un experimento.

- A. La regla de la multiplicación establece que si hay m formas de que un evento suceda y n formas de que otro pueda suceder, entonces hay mn formas en que los dos eventos pueden suceder.

$$\text{Número de arreglos} = (m)(n) \quad [5.8]$$

- B. Una permutación es un arreglo en el que el orden de los objetos seleccionados de un conjunto específico es importante.

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad [5.9]$$

- C. Una combinación es un arreglo en el que el orden de los objetos seleccionados de un conjunto específico no es importante.

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad [5.10]$$

Clave de pronunciación

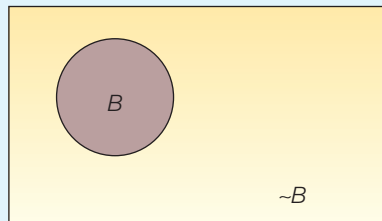
SÍMBOLO	SIGNIFICADO	PRONUNCIACIÓN
$P(A)$	Probabilidad de A	P de A
$P(\sim A)$	Probabilidad de no A	P de no A
$P(A \text{ y } B)$	Probabilidad de A y B	P de A y B
$P(A \text{ o } B)$	Probabilidad de A o B	P de A o B
$P(A B)$	Probabilidad de A dado que B ha ocurrido	P de A, dado B
${}_nP_r$	Permutación de n elementos seleccionados r a la vez	Pnr
${}_nC_r$	Combinación de n elementos seleccionados r a la vez	Cnr

Ejercicios del capítulo

47. El departamento de investigación de mercados de Vernos planea realizar una encuesta entre adolescentes sobre un refresco recién creado. A cada uno de ellos se le va a pedir que lo comparen con su refresco favorito.
- ¿En qué consiste el experimento?
 - ¿Cuál es uno de los eventos posibles?
48. El número de veces que ocurrió un evento en el pasado se divide entre el número de veces que ocurre. ¿Cómo se llama este enfoque de la probabilidad?
49. La probabilidad de que la causa y la cura de todo tipo de cáncer se descubran antes del año 2010 es de 0.20. ¿Qué enfoque de la probabilidad ilustra este enunciado?
50. Berdine's Chicken Factory posee varias tiendas en el área del Hilton Head, Carolina del Sur. Al entrevistar a los candidatos para el puesto de mesero, al propietario le gustaría incluir información referente a la propina que un mesero espera ganar por cuenta (o nota). Un estudio de 500 cuentas recientes indicó que el mesero ganaba las siguientes propinas por turno de 8 horas.

Propina	Número
\$0 a \$ 20	200
20 a 50	100
50 a 100	75
100 a 200	75
200 o más	50
Total	500

- ¿Cuál es la probabilidad de que una propina sea de \$200 o más?
 - ¿Las categorías \$0 a \$20, \$20 a \$50, etc., se consideran mutuamente excluyentes?
 - Si las probabilidades relacionadas con cada resultado se sumaran, ¿cuál sería el total?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que una propina sea de \$50?
 - ¿De que una propina sea inferior a \$200?
51. Defina cada uno de los siguientes conceptos:
- Probabilidad condicional.
 - Evento.
 - Probabilidad conjunta.
52. La primera carta de una baraja de 52 cartas es un rey.
- Si lo regresa a la baraja, ¿cuál es la probabilidad de sacar un rey en la segunda selección?
 - Si no lo regresa a la baraja, ¿cuál es la probabilidad de sacar un rey en la segunda selección?
 - ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar un rey en la primera carta que se toma de la baraja y otro rey en la segunda (suponiendo que el primer rey no fue reemplazado)?
53. Armco, un fabricante de sistemas de semáforos, descubrió que, en las pruebas de vida acelerada, 95% de los sistemas recién desarrollados duraban 3 años antes de descomponerse al cambiar de señal.
- Si una ciudad comprara cuatro de estos sistemas, ¿cuál es la probabilidad de que los cuatro sistemas funcionen adecuadamente durante 3 años por lo menos?
 - ¿Qué regla de la probabilidad se ejemplifica en este caso?
 - Representando los cuatro sistemas con letras, escriba una ecuación para demostrar cómo llegó a la respuesta a.
54. Observe el siguiente dibujo.



- ¿Qué nombre recibe el dibujo?
 - ¿Qué regla de la probabilidad se ilustra?
 - B representa el evento que se refiere a la selección de una familia que recibe prestaciones sociales. ¿A qué es igual $P(B) + P(\sim B)$?
55. En un programa de empleados que realizan prácticas de gerencia en Claremont Enterprises, 80% de los empleados son mujeres y 20% hombres. Noventa por ciento de las mujeres fue a la universidad y 78% de los hombres fue a la universidad.

- a) Al azar se elige a un empleado que realiza prácticas de gerencia. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada sea una mujer que no asistió a la universidad?
 - b) ¿El género y la asistencia a la universidad son independientes? ¿Por qué?
 - c) Construya un diagrama de árbol que muestre las probabilidades condicionales y probabilidades conjuntas.
 - d) ¿Las probabilidades conjuntas suman 1.00? ¿Por qué?
56. Suponga que la probabilidad de que cualquier vuelo de Northwest Airlines llegue 15 minutos después de la hora programada es de 0.90. Seleccione cuatro vuelos de ayer para estudiarlos.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que los cuatro vuelos seleccionados lleguen 15 minutos después de la hora programada?
 - b) ¿De que ninguno de los vuelos seleccionados llegue 15 minutos después de la hora programada?
 - c) ¿De que por lo menos uno de los vuelos seleccionados no llegue 15 minutos después de la hora programada?
57. Hay 100 empleados en Kiddie Carts International. Cincuenta y siete de los empleados son trabajadores de la producción, 40 son supervisores, 2 son secretarías y el empleado que queda es el presidente. Suponga que selecciona un empleado.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el empleado seleccionado sea un trabajador de producción?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que el empleado seleccionado sea un trabajador de producción o un supervisor?
 - c) Respecto del inciso b. ¿Estos eventos son mutuamente excluyentes?
 - d) ¿Cuál es la probabilidad de que el empleado seleccionado no sea trabajador de la construcción ni supervisor?
58. Derrek Lee, de los osos de Chicago, tuvo el promedio de bateo más alto en la temporada 2005 de la liga mayor de béisbol. Su promedio fue de 0.335. Así que suponga que la probabilidad de conectar un hit es de 0.335 en cada turno al bate. En cierto juego en particular, suponga que bateó tres veces.
- a) ¿De qué tipo de probabilidad constituye éste un ejemplo?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de conectar tres hits en un juego?
 - c) ¿De que no conecte ningún hit en un juego?
 - d) ¿De conectar por lo menos un hit?
59. La probabilidad de que un misil de crucero dé en el blanco en cierta misión es de 0.80. Cuatro misiles de crucero se envían hacia el mismo blanco. ¿Cuál es la probabilidad:
- a) de que todos den en el blanco?
 - b) de que ninguno dé en el blanco?
 - c) de que por lo menos uno dé en el blanco?
60. Noventa y nueve estudiantes se graduarán de Lima Shawnee High School esta primavera. De los 90 estudiantes, 50 están haciendo planes para ir a la universidad. Se van a elegir dos estudiantes al azar para que porten banderas en la graduación.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que los dos estudiantes seleccionados hagan planes para asistir a la universidad?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que uno de los estudiantes seleccionados haga planes para asistir a la universidad?
61. Brooks Insurance, Inc., pretende ofrecer seguros de vida a hombres de 60 años por internet. Las tablas de mortalidad indican que la probabilidad de que un hombre de 60 años de edad sobreviva otro año es de 0.98. Si el seguro se ofrece a cinco hombres de 60 años de edad:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que los cinco hombres sobrevivan el año?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos uno no sobreviva?
62. Cuarenta por ciento de las casas construidas en el área de Quail Creek incluyen un sistema de seguridad. Se seleccionan 3 casas al azar.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las tres casas seleccionadas cuenten con sistema de seguridad?
 - b) ¿De que ninguna de las tres casas seleccionadas cuente con sistema de seguridad?
 - c) ¿De que por lo menos una de las casas seleccionadas cuente con sistema de seguridad?
 - d) ¿Supone que los eventos son dependientes o independientes?
63. Repase el ejercicio 62, pero suponga que hay 10 casas en el área de Quail Creek y cuatro de ellas cuentan con sistema de seguridad. Se eligen tres casas al azar.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las tres casas seleccionadas cuenten con sistema de seguridad?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna de las tres casas seleccionadas cuenten con sistema de seguridad?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos una de las tres casas seleccionadas cuente con sistema de seguridad?
 - d) ¿Supone que los eventos son dependientes o independientes?
64. Veinte familias viven en el Willbrook Farms Development. De estas familias 10 elaboraron sus propias declaraciones de impuestos del año pasado, 7 encargaron la elaboración de sus declaraciones a un profesional de la localidad y los restantes 3 las encargaron a H&R Block.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar a una familia que haya preparado su propia declaración?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar a dos familias que hayan preparado sus propias declaraciones?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar a tres familias que hayan preparado sus propias declaraciones?
 - d) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar a dos familias, a ninguna de las cuales le elaboró sus declaraciones H&R Block?
65. La junta directiva de Saner Automatic Door Company consta de 12 miembros, 3 de los cuales son mujeres. Para redactar un nuevo manual relacionado con la política y procedimientos de la compañía, se elige al azar un comité de 3 miembros de la junta directiva para llevar a cabo la redacción.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los miembros del comité sean hombres?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos un miembro del comité sea mujer?
66. Una encuesta reciente publicada en *BusinessWeek* aborda el tema de los salarios de los directores ejecutivos de grandes compañías y si accionistas ganan o pierden dinero.

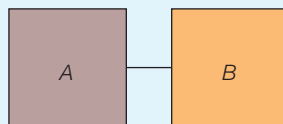
	Director ejecutivo con un salario mayor que \$1 000 000	Director ejecutivo con un salario menor que \$1 000 000	Total
Los accionistas ganan dinero	2	11	13
Los accionistas pierden dinero	4	3	7
Total	6	14	20

Si una compañía se selecciona al azar de la lista de 20 estudiadas, ¿cuál es la probabilidad de que:

- a) el director ejecutivo gane más de \$1 000 000?
 - b) gane más de \$1 000 000 o los accionistas pierdan dinero?
 - c) gane más de \$1 000 000 dado que los accionistas pierden dinero?
 - d) se seleccionen 2 directores ejecutivos y se descubra que ambos ganan más de \$1 000 000?
67. Althoff and Roll, una empresa de inversiones en Augusta, Georgia, se anuncia ampliamente en el *Augusta Morning Gazette*, el periódico que ofrece sus servicios en la región. El personal de marketing del *Gazette* calcula que 60% del mercado potencial de Althoff and Roll leyó el periódico; calcula, además, que 85% de quienes leyeron el *Gazette* recuerdan la publicidad de Althoff and Roll.
- a) ¿Qué porcentaje del mercado potencial de la compañía inversionista ve y recuerda el anuncio?
 - b) ¿Qué porcentaje del mercado potencial de la compañía inversionista ve, pero no recuerda el anuncio?
68. Una compañía de internet localizada en Carolina del Sur tiene boletos de temporada para los juegos de basquetbol de Los Angeles Lakers. El presidente de la compañía siempre invita a uno de los cuatro vicepresidentes para que lo acompañe al juego, y afirma que selecciona a la persona al azar. Uno de los cuatro vicepresidentes no ha sido invitado para ir a alguno de los últimos cinco juegos en casa de los Lakers. ¿Cuál es la probabilidad de que esto pudiera deberse al azar?
69. Un proveedor minorista de computadoras compró un lote de 1 000 discos CD-R e intentó formatearlos para una aplicación particular. Había 857 discos compactos en perfectas condiciones, 112 se podían utilizar, aunque tenían sectores en malas condiciones y el resto no se podía emplear para nada.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un CD seleccionado no se encuentre en perfecto estado?
 - b) Si el disco no se encuentra en perfectas condiciones, ¿cuál es la probabilidad de que no se le pueda utilizar?
70. Un inversionista compró 100 acciones de Fifth Third Bank y 100 de Santee Electric Cooperative. La probabilidad de que las acciones del banco incrementen su valor en un año es de 0.70. La probabilidad de que las utilidades de la compañía eléctrica se incrementen en el mismo periodo es de 0.60.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos acciones aumenten de precio durante el periodo?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que las acciones del banco incrementen su precio, aunque las utilidades, no?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos una de las acciones aumente de precio?
71. Flashner Marketing Research, Inc. se especializa en la evaluación de las posibles tiendas de ropa para dama en centros comerciales. Al Flashner, el presidente, informa que evalúa las posibles tiendas como buenas, regulares y malas. Los registros de anteriores evaluaciones muestran que 60% de las veces los candidatos fueron evaluados como buenos; 30% de las veces regulares, y 10% de las ocasiones, malos. De los que fueron calificados como buenos, 80% hicieron mejoras el primer año; los que fueron calificados como regulares, 60% hicieron mejoras el primer año, y de los que fueron mal evaluados, 20% hicieron mejoras el primer año. Connie's Apparel fue uno de los clientes de Flashner. Connie's Apparel hizo mejoras el año pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que se le haya dado originalmente una mala calificación?

72. Se recibieron de la fábrica dos cajas de camisas para caballero Old Navy. La caja 1 contenía 25 camisas polo y 15 camisas Super-T. La caja 2 contenía 30 camisas polo y 10 camisas Super-T. Una de las cajas se seleccionó al azar y se eligió una camisa de dicha caja, también en forma aleatoria, para revisarla. La camisa era polo. Dada esta información, ¿cuál es la probabilidad de que la camisa polo provenga de la caja 1?
73. En la compra de una pizza grande en Tony's Pizza, el cliente recibe un cupón, que puede raspar para ver si tiene premio. Las posibilidades de ganar un refresco son de 1 en 10, y las posibilidades de ganar una pizza grande son de 1 en 50. Usted tiene planes de almorzar mañana en Tony's Pizza. ¿Cuál es la probabilidad de que usted:
- a) gane una pizza grande o un refresco?
 - b) no gane nada?
 - c) no gane nada en tres visitas consecutivas a Tony's?
 - d) gane por lo menos algo en sus siguientes tres visitas a Tony's?
74. Para el juego diario de la lotería en Illinois, los participantes seleccionan tres números entre 0 y 9. No pueden seleccionar un número más de una vez, así que, un billete ganador podría ser, por ejemplo, 307, pero no 337. La compra de un billete le permite seleccionar un conjunto de números. Los números ganadores se anuncian en televisión todas las noches.
- a) ¿Cuántos diferentes resultados (números de tres dígitos) es posible formar?
 - b) Si compra un billete para el juego de la noche, ¿cuál es la probabilidad de que gane?
 - c) Suponga que compra tres boletos para el juego de lotería de la noche y selecciona un número diferente para cada boleto. ¿Cuál es la probabilidad de que no gane con cualquiera de los boletos?
75. Hace varios años, Wendy's Hamburgers anunció que hay 256 diferentes formas de pedir una hamburguesa. Es posible elegir entre cualquiera de las siguientes combinaciones para la hamburguesa: mostaza, cátsup, cebolla, pepinillos, tomate, salsa, mayonesa y lechuga. ¿Es correcto el anuncio? Explique la forma en la que llegó a la respuesta.
76. Se descubrió que 60% de los turistas que fue a China visitaron la Ciudad Prohibida, el Templo del Cielo, la Gran Muralla y otros sitios históricos dentro o cerca de Beijing. Cuarenta por ciento visitó Xi'an, con sus magníficos soldados, caballos y carrozas de terracota, que yacen enterrados desde hace 2 000 años. Treinta por ciento de los turistas fueron tanto a Beijing como a Xi'an. ¿Cuál es la probabilidad de que un turista haya visitado por lo menos uno de estos lugares?
77. Considere una nueva goma de mascar que ayuda a quienes desean dejar de fumar. Si 60% de la gente que masca la goma tiene éxito en dejar de fumar, ¿cuál es la probabilidad de que en un grupo de cuatro fumadores que mascan la goma por lo menos uno deje el cigarro?
78. Reynolds Construction Company está de acuerdo en no construir casas *iguales* en una nueva subdivisión. Se ofrecen cinco diseños de exterior a los posibles compradores. La constructora ha uniformado tres planos de interior que pueden incorporarse a cualquiera de los cinco modelos de exteriores. ¿Cuántos planos de exterior e interior se pueden ofrecer a los posibles compradores?
79. A un nuevo modelo de automóvil deportivo le fallan los frenos 15% del tiempo y 5% un mecanismo de dirección defectuoso. Suponga —y espere— que estos problemas se presenten de manera independiente. Si uno u otro problema se presentan, el automóvil recibe el nombre de *limón*. Si ambos problemas se presentan, el automóvil se denomina *peligro*. Su profesor compró uno de estos automóviles el día de ayer. ¿Cuál es la probabilidad de que sea:
- a) un limón?
 - b) un peligro?
80. En el estado de Maryland, las placas tienen tres números seguidos de tres letras. ¿Cuántas diferentes placas son posibles?
81. Hay cuatro candidatos para el cargo de director ejecutivo de Dalton Enterprises. Tres de los solicitantes tiene más de 60 años de edad. Dos son mujeres, de las cuales sólo una rebasa los 60 años.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato tenga más de 60 años y sea mujer?
 - b) Si el candidato es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 60 años?
 - c) Si el individuo tiene más de 60 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
82. Tim Beckie es propietario de Bleckie Investment y Real Estate Company. La compañía recientemente compró cuatro terrenos en Holly Farms Estates y seis terrenos en Newburg Woods. Los terrenos eran igual de atractivos y se venden en el mismo precio aproximadamente.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que los siguientes dos terrenos vendidos se ubiquen en Newburg Woods?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos uno de los siguientes cuatro vendidos se ubique en Holly Farms?
 - c) ¿Estos eventos son independientes o dependientes?
83. La contraseña de una computadora consta de cuatro caracteres. Los caracteres pueden ser una de las 26 letras del alfabeto. Cada carácter se puede incluir más de una vez. ¿Cuántas diferentes contraseñas puede haber?
84. Una caja con 24 latas contiene 1 lata contaminada. Tres latas se van a elegir al azar para probarlas.
- a) ¿Cuántas diferentes combinaciones de 3 latas podrían seleccionarse?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que la lata contaminada se seleccione para la prueba?

85. El acertijo de un periódico presenta un problema de comparación. Los nombres de los 10 presidentes de Estados Unidos aparecen en una columna, y los vicepresidentes se colocan en la segunda columna en lista aleatoria. En el acertijo se pide al lector que ponga en correspondencia a cada presidente con su vicepresidente. Si usted realiza las correspondencias al azar, ¿cuántas correspondencias son posibles? ¿Cuál es la probabilidad de que las 10 correspondencias sean correctas?
86. El siguiente diagrama representa un sistema de dos componentes, *A* y *B*, en serie. (Dos componentes *A* y *B* están en serie si ambos deben trabajar para que el sistema funcione.) Suponga que los dos componentes son independientes. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema funcione en estas condiciones? La probabilidad de que *A* funcione es de 0.90 y la probabilidad de que *B* funcione es de 0.90 también.



87. Horwege Electronics, Inc., compra tubos de televisión a cuatro proveedores. Tyson Wholesale proporciona 20% de los tubos; Fuji Importers, 30%; Kirkpatricks, 25%, y Parts, Inc., 25%. Tyson Wholesale normalmente tiene la mejor calidad, ya que sólo 3% de sus tubos llegan defectuosos. Cuatro por ciento de los tubos de Fuji Importers están defectuosos; 7% de los tubos de Kirkpatricks y 6.5% de los tubos de Parts, Inc. se encuentran defectuosos.
- a) ¿Cuál es el porcentaje total de tubos defectuosos?
- b) Un tubo de televisión defectuoso fue descubierto en el último envío. ¿Cuál es la probabilidad de que proviniera de Tyson Wholesale?
88. ABC Auto Insurance clasifica a los conductores en buenos, de riesgo medio o malos. Los conductores que solicitan un seguro caen dentro de estos tres grupos en porcentajes de 30%, 50% y 20%, respectivamente. La probabilidad de que un *buen* conductor tenga un accidente es de 0.01; la probabilidad de un conductor de riesgo *medio* es de 0.03, y la probabilidad de que un *mal* conductor tenga un accidente es de 0.10. La compañía le vende al señor Brophy una póliza de seguro y él tiene un accidente. ¿Cuál es la probabilidad de que el señor Brophy sea:
- a) un *buen* conductor?
- b) un conductor de riesgo medio?
- c) un mal conductor?

ejercicios.com



89. Durante la década de los setenta, el programa de juegos *Let's Make a Deal* tuvo mucho éxito en televisión. En el programa a un concursante se le daba a elegir entre tres puertas, detrás de una de las cuales había un premio. Las otras dos contenían una broma. Después de que el concursante había elegido una puerta, el presentador del programa les preguntaba si deseaban cambiar la puerta por alguna de las que no habían elegido. ¿El concursante debería cambiar? ¿Las posibilidades de ganar aumentan el cambio de puertas?

Entre al siguiente sitio web, que se encuentra administrado por el Departamento de Estadística de la Universidad de Carolina del Sur, y ponga a prueba su estrategia: <http://www.stat.sc.edu/~west/applets/LetsMakeDeal.html>; diríjase al siguiente sitio web y lea respecto de las posibilidades en el juego: <http://www.stat.sc.edu/~west/javahtml/LetsMakeaDeal.html>. ¿Su estrategia fue correcta?

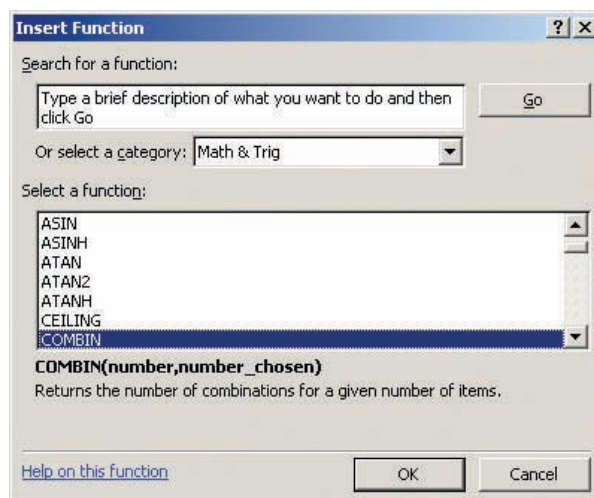
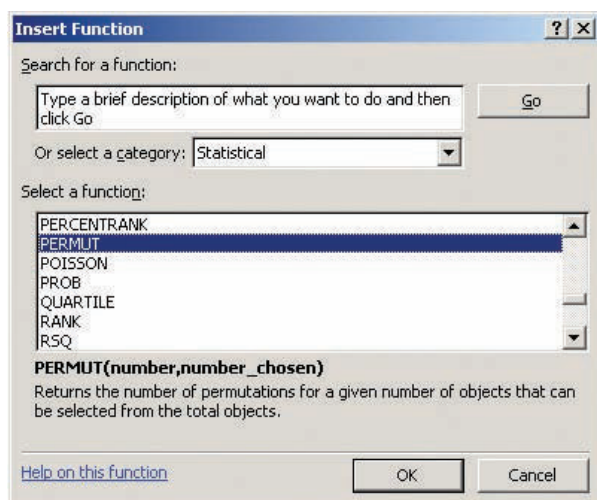
Ejercicios de la base de datos

90. Consulte los datos Real Estate, que contienen información sobre casas vendidas en el área de Denver, Colorado, durante el año pasado.
- a) Distribuya los datos en una tabla que muestre el número de casas con alberca frente al número de casas sin alberca en cada uno de los cinco municipios. Si selecciona una casa al azar, calcule las siguientes probabilidades:
1. La casa se localiza en Township 1 o tiene alberca.
 2. Dado que la casa se encuentra en Township 3, que tenga alberca.
 3. Tiene alberca y se localiza en Township 3.
- b) Distribuya los datos en una tabla que muestre el número de casas con cochera frente a las que no la tienen en cada uno de los cinco municipios. Se elige una casa al azar y calcule las siguientes probabilidades.
1. La casa tiene cochera.
 2. Si la casa se localiza en Township 5, que no tenga cochera.
 3. La casa tiene cochera y se localiza en Township 3.
 4. No tiene cochera o se localiza en Township 2.

91. Consulte los datos Baseball 2005, que contienen información sobre los 30 equipos de la Liga Mayor de Béisbol para la temporada 2005. Establezca una variable que divida a los equipos en dos grupos, los que ganaron en la temporada y los que no lo hicieron. Es decir, cree una variable para contar los equipos que ganaron 81 juegos o más y los que ganaron 80 juegos o menos. Enseguida cree una nueva variable para la asistencia, con tres categorías: una asistencia inferior a 2.0 millones; una asistencia de 2.0 millones a 3.0 millones y una asistencia de 3.0 millones o más.
- Elabore una tabla que muestre el número de equipos que ganaron en la temporada frente a los que perdieron de acuerdo con las tres categorías de asistencia. Si selecciona un equipo al azar, calcule las siguientes probabilidades:
 - Tener una temporada de victorias.
 - Tener una temporada de victorias o contar con una asistencia de 3.0 millones.
 - Dada una asistencia de más de 3.0 millones, tener una temporada de victorias.
 - Tener una temporada de derrotas y contar con una asistencia de menos de 2.0 millones.
 - Elabore una tabla que muestre el número de equipos que juegan en superficies artificiales y naturales de acuerdo con sus marcas de triunfos y derrotas. Si elige un equipo al azar, calcule las siguientes probabilidades:
 - Seleccionar un equipo cuya cancha tenga una superficie natural.
 - ¿Es mayor la probabilidad de seleccionar un equipo con un registro de victorias cuya cancha tenga una superficie natural o artificial?
 - Tener un registro de victorias o una superficie artificial.
92. Consulte los datos Wages, que contienen información relacionada con los salarios anuales de una muestra de 100 trabajadores. También incluyen variables relacionadas con la industria en la que labora, los años de educación y género de cada trabajador. Diseñe una tabla que muestre la industria en que labora cada trabajador según su género. Seleccione un trabajador en forma aleatoria; calcule la probabilidad de que la persona elegida sea:
- mujer;
 - mujer o persona que trabaje en la industria manufacturera;
 - mujer, dado que la persona seleccionada trabaja en la industria manufacturera;
 - mujer que trabaja en la industria manufacturera.

Comandos de software

- Enseguida se enumeran los comandos de Excel para determinar el número de permutaciones de la página 169.
 - Haga clic en **Insert** en la barra de herramientas; enseguida seleccione **Function**.
 - En cuadro **Insert Function**, seleccione **Statistical** como categoría; enseguida vaya al recuadro **PERMUT** en la lista **Select a function**. Haga clic en **OK**.
 - En el cuadro **PERMUT**, introduzca 8 en **Number** y en el cuadro de **Number_chosen**, 3. La respuesta correcta, 336, aparece dos veces en el cuadro.
- Los comandos de Excel para determinar el número de combinaciones de la página 169 son los siguientes.
 - Haga clic en **Insert** en la barra de herramientas y, enseguida, seleccione **Function**.
 - En el cuadro **Insert function**, seleccione **Math & Trig** como categoría y, enseguida, vaya a **COMBIN** en la lista **Select a function**. Haga clic en **OK**.
 - En el cuadro **COMBIN**, escriba 7 en **Number** y 3, en **Number_chosen**. La respuesta correcta, 35, aparece dos veces en el cuadro.





Capítulo 5 Respuestas a las autoevaluaciones

- 5.1 a) Prueba de un nuevo juego de computadora.
 b) A 73 jugadores les gustó el juego. Hay muchas otras respuestas posibles.
 c) No. La probabilidad no puede ser mayor que 1. La probabilidad de que el juego sea un éxito si se comercializa es de $65/80$, o 0.8125 .
 d) No puede ser menor que 0. Tal vez un error aritmético.
 e) A más de la mitad de los jugadores que probaron el juego, les gustó. (Por supuesto, hay otras posibles respuestas.)

5.2 1. $\frac{4 \text{ reinas en una baraja}}{52 \text{ cartas en total}} = \frac{4}{52} = .0769$

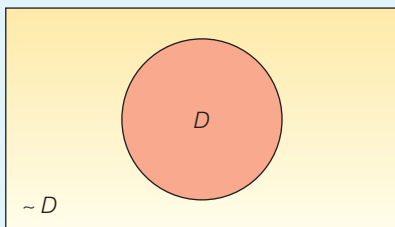
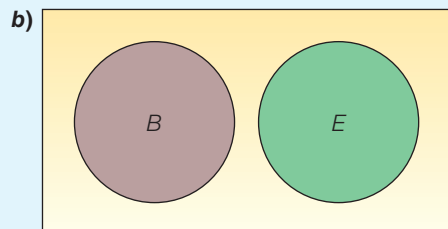
Clásico.

2. $\frac{182}{539} = .338$ Empírico.

3. El punto de vista del autor al escribir el libro es que la probabilidad de que el DJIA aumente a 12 000 es de 0.25. Usted podría ser más o menos optimista. Subjetivo.

5.3 a) i. $\frac{(50+68)}{2\,000} = .059$

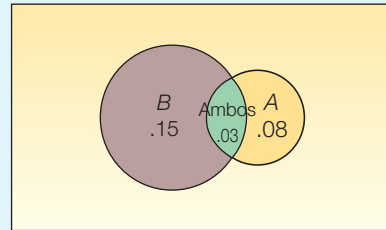
ii. $1 - \frac{302}{2\,000} = .849$



- c) No son complementarios, pero son mutuamente excluyentes.
- 5.4 a) El evento A se refiere a la necesidad de zapatos ortopédicos. El evento B se refiere a la necesidad de un tratamiento dental.

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B) \\ &= .08 + .15 - .03 \\ &= .20 \end{aligned}$$

- b) Una posibilidad es:



5.5 $(.80)(.80)(.80)(.80) = .4096$.

- 5.6 a) .002, que se determina mediante:

$$\left(\frac{4}{12}\right)\left(\frac{3}{11}\right)\left(\frac{2}{10}\right)\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{24}{11\,880} = .002$$

- b) 0.14, que se determina de la siguiente manera:

$$\left(\frac{8}{12}\right)\left(\frac{7}{11}\right)\left(\frac{6}{10}\right)\left(\frac{5}{9}\right) = \frac{1\,680}{11\,880} = .1414$$

- c) No, porque existen otras posibilidades, como tres mujeres y un hombre.

5.7 a) $P(B_4) = \frac{105}{200} = .525$

b) $P(A_2 | B_4) = \frac{30}{105} = .286$

c) $P(A_2 \cup B_4) = \frac{80}{200} + \frac{105}{200} - \frac{30}{200} = \frac{155}{200} = .775$

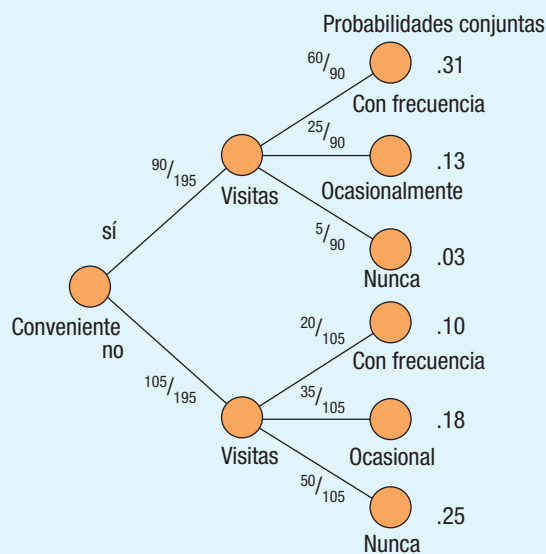
- 5.8 a) La independencia requiere que $P(A|B) = P(A)$. Una posibilidad es:

$$\frac{P(\text{visitas frecuentes} \mid \text{sí, ubicación conveniente})}{P(\text{visitas frecuentes})} =$$

$\frac{60}{90} = 80/195$? No, las dos variables *no* son independientes.

Por consiguiente, cualquier probabilidad en la tabla debe calcularse aplicando la regla general de la multiplicación.

b)



$$\begin{aligned}
 5.9 \quad a) \quad P(A_3 | B_2) &= \frac{P(A_3)P(B_2 | A_3)}{P(A_1)P(B_2 | A_1) + P(A_2)P(B_2 | A_2) + P(A_3)P(B_2 | A_3)} \\
 b) \quad &= \frac{(.50) + (.96)}{(.30)(.97) + (.20)(.95) + (.50)(.96)} \\
 &= \frac{.480}{.961} = .499
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5.10 \quad a) \quad &(5)(4) = 20 \\
 b) \quad &(3)(2)(4)(3) = 72
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5.11 \quad 1. \quad a) \quad &60, \text{ que se calcula multiplicando } (5)(4)(3). \\
 b) \quad &60, \text{ que se calcula mediante la operación:}
 \end{aligned}$$

$$\frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2 \cdot 1}}{\cancel{2 \cdot 1}}$$

$$2. \quad 24, \text{ que se calcula mediante la operación:}$$

$$\frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4!}{1} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1}$$

$$3. \quad 5\,040 \text{ que se calcula mediante la operación:}$$

$$\frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}$$

$$4. \quad a) \quad 56 \text{ es correcto, el cual se calcula mediante la operación:}$$

$${}_8C_3 = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

$$b) \quad \text{Sí. Hay 45 combinaciones, que se calculan de la siguiente manera:}$$

$${}_{10}C_2 = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = 45$$

$$5. \quad a) \quad {}_{50}P_3 = \frac{50!}{(50-3)!} = 117\,600$$

$$b) \quad {}_{50}P_3 = \frac{50!}{3!(50-3)!} = 19\,600$$