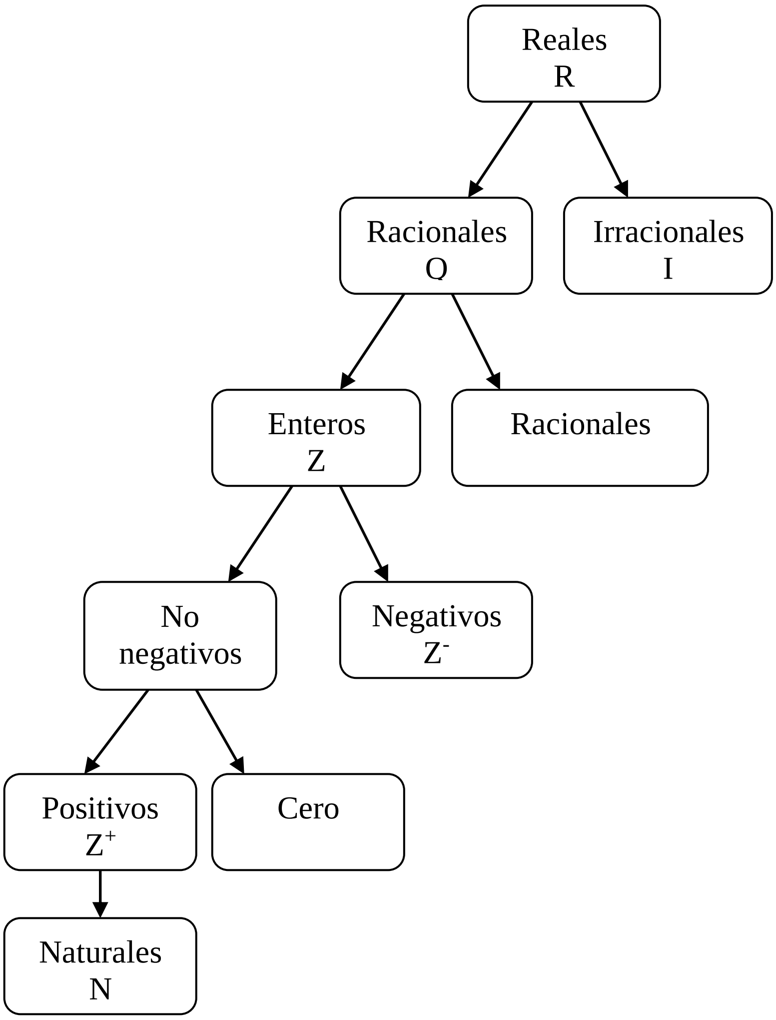
EL SISTEMA DE LOS NÚMEROS REALES



<u>Leyes de la adición y la multiplicación</u>

Si a, b y c son números reales cualesquiera entonces se cumple que:

1.- Ley conmutativa

$a + b = b + a$

$a\,b = b\,a$

2.-Ley asociativa

$a + (b + c) = (a + b) + c$

$a\,(b\,c) = (a\,b)\,c$

3.- Ley distributiva

a (b +c) = a b +a c

Existencia del elemento idéntico, el negativo y el recíproco

Existen dos números reales 0 y 1 tales que para todo numero real **a** se cumple **a +0 = a** y **a.1= a .**

El cero (0) es el elemento idéntico para la suma y el 1 es el elemento idéntico de la multiplicación.

- Todo número real **a** tiene un negativo, denotado por **–a**, tal que **a +(-a) =0**
- Todo número real **a** $\neq$ **0 t**iene un recíproco, denotado por $\frac{1}{a}$, tal que $a\frac{1}{a} = 1$

Diferencia y cociente

Si **a y b** son dos números reales cualesquiera, la diferencia entre **a y b**, denotado por **a-b** , esta definida por : **a – b = a + (-b)**

El signo menos (-) se utiliza con dos significados diferentes:

Para todos los números reales se cumple:

- (-a) = a

1.- Para representar un número negativo. Ejemplo –5

2.- Para representar la operación de sustracción. **a- b**

Si **a, b** son números reales cualesquiera y **b** es diferente de cero, cociente de **a y b** está definida por:

$$\frac{a}{b} = a\frac{1}{b}$$

El símbolo (——) de $\frac{a}{b}$ tiene dos significados:

1) el reciproco o inverso de **a** es $\frac{1}{a}$
2) El cociente de a y b , es decir $\frac{a}{b}$

Se presentan 3 casos:

1) Si a = 0 y b$\neq 0$ entonces $\frac{a}{b}=\frac{0}{b}=0$
2) Si a$\neq 0 y b=0, entonces \frac{a}{b}$ no está definido.
3) Si a =0 y b =0 , entonces $\frac{a}{b}=\frac{0}{0}$ es indeterminado.

Si $\frac{0}{0}$ = c. 0 : Como cualquier valor de c satisface esta ecuación , c es indeterminado; por tanto; NO SE PUEDE DIVIDIR PARA CERO (0)

POTENCIAS Y RAICES DE UN NÚMERO

Definición: El producto de varios factores iguales entre si se denomina POTENCIA:

$$a^n = a.a.a.a....$$

El factor a que se repite se denomina base de la potencia; el número n que indica el número de veces que se repite la base como factor se denomina exponente.

Potencia nula. - todo número real a, distinto de cero, al exponente cero (excepto nulo) es igual a la unidad.

$$a^0 = 1$$

Potencia negativa. - Por potencia de un número real a con exponente negativo se sobreentiende que representa a un número racional cuyo numerador es igual a 1 , y el denominador es una potencia sobre la misma base pero de exponente opuesto:

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n} \text{ Con } a\neq 0$$

Las potencias tienen las siguientes propiedades:

1.- $a^1 = a$

2.- $a^k a^n = a^{k+n}$

3.- $\left(a^k\right)^n = a^{kn}$

4.- $a^n b^n = \left(ab\right)^n$

5.- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ si b $\neq$ 0

6.- $a^k a^{-n} = a^{k-n}$

7.- $\frac{a^0}{a^{-n}} = a^n$

8.- $\left(a^{-k}\right)^{-n} = a^{kn}$

Ejemplos:

La raíz.- Un número no negativo b tal que la n-ésima potencia suya es el número dado a , es decir $b^n = a$, se denomina raíz de n-ésimo grado del número a y se designa

$$b = \sqrt[n]{a}$$

Las raíces pueden ser números racionales e irracionales.

Las raíces tienen las siguientes propiedades:

1.- $\sqrt[1]{a} = a$

2.- $\sqrt[n]{a} = \sqrt[kn]{a^k}$

3.- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$

4.- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\ si$ b$\neq$ 0

5.- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$

6.- $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[kn]{a}$

7.- $\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$

Ejemplos: