

UNIDAD I: RELACIONES Y FUNCIONES

PRODUCTO CARTESIANO.

Definición. Sean A y B conjuntos. Al conjunto formado por todos los pares ordenados de primera componente en A y segunda componente en B, se le denota $A \times B$ y se le llama *producto cartesiano* de A y B. Simbólicamente:

$$A \times B = \{(x, y) / x \in A \wedge y \in B\}.$$

En consecuencia: $(x, y) \in A \times B \Leftrightarrow x \in A \wedge y \in B$ Y $(x, y) \notin A \times B \Leftrightarrow x \notin A \vee y \notin B$

REPRESENTACION.

EXTENSIÓN

DIAGRAMA SAGITAL

TABLA CARTESIANA

DIAGRAMA CARTESIANO

DIAGRAMA DE ARBOL

EJEMPLO 1. Si $A=\{3,4\}$ y $B=\{1,3,8\}$ y $C=\{3,8,9\}$, hallar $(A \times B) \cap (B \times C)$.

Hallamos el producto cartesiano de $A \times B = \{(3,1), (3,3), (3,8), (4,1), (4,3), (4,8)\}$

Hallamos el producto cartesiano de $B \times C = \{(1,3), (1,8), (1,9), (3,3), (3,8), (3,9), (8,3), (8,8), (8,9)\}$

Ahora hallamos la intersección de $(A \times B) \cap (B \times C) = \{(3,3), (3,8)\}$

EXTENSION

EJEMPLO 2. Sea $A=\{3,4\}$ y $B=\{5,6,7\}$, hallar y representar gráficamente el producto cartesiano de $A \times B$, con un diagrama de sagital, una tabla cartesiana, diagrama cartesiano y un diagrama de árbol.

$A \times B = \{(3,5), (3,6), (3,7), (4,5), (4,6), (4,7)\}$

EXTENSIÓN

DIAGRAMA SAGITAL

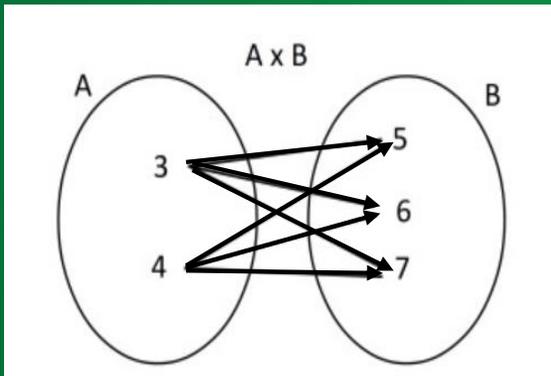


TABLA CARTESIANA

3	(3,5)	(3,6)	(3,7)
4	(4,5)	(4,6)	(4,7)
$A \times B$	5	6	7

DIAGRAMA CARTESIANO

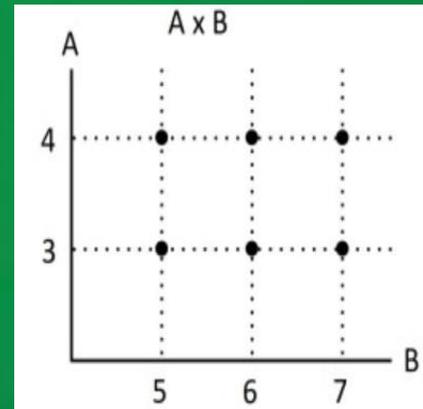
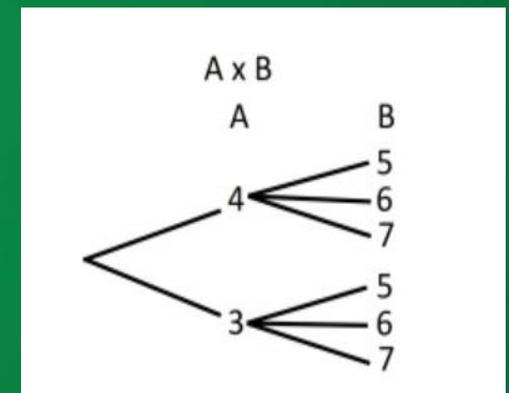


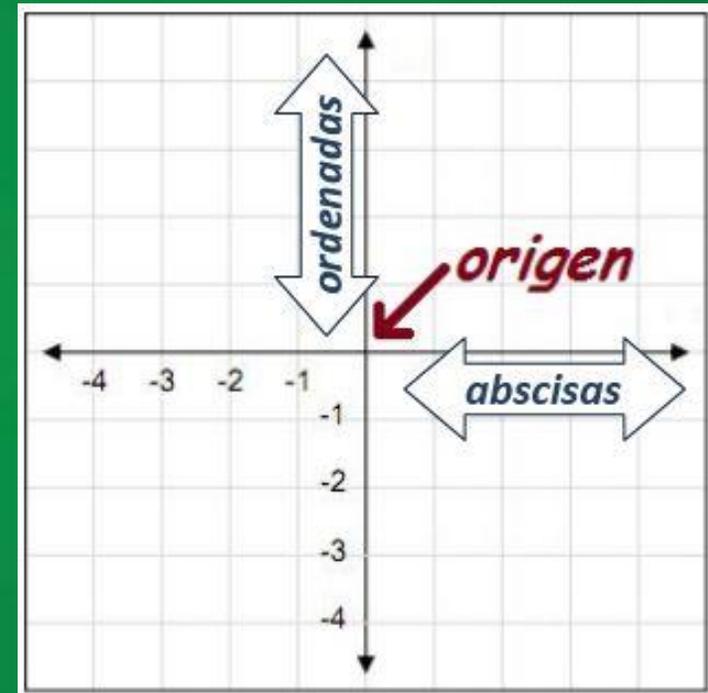
DIAGRAMA DE ARBOL



En particular, siendo \mathbb{R} el conjunto de los números reales, se tiene:

$$\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y) / x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R}\}.$$

$\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ es el conjunto de todas las parejas de números reales. La representación geométrica de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ es el **plano cartesiano** llamado también **plano numérico**.



TALLER 1.-

PARTE 1: ESCRIBIR CINCO EJEMPLOS DE PRODUCTOS CARTESIANOS Y SUS DIFERENTES FORMAS DE REPRESENTAR

RELACION BINARIA/RELACION

Definición. Sean A y B conjuntos no vacíos, llamaremos Relación Binaria (Relación) de A en B o relación entre elementos de A y B todo subconjunto R del Producto cartesiano $A \times B$. Simbólicamente:

$$R \text{ es una relación de A en B} \Leftrightarrow R \subseteq A \times B$$

Su representación puede ser por.

COMPREENCION O DESCRPCION

EXTENCION O TABULACION

DIAGRAMA SAGITAL

OBSERVACIÓN:

- Si $A = B$, entonces R es una relación en A ó, R es una relación entre elementos de A.
- **Si R es una relación entre elementos de A y B, al conjunto A le llamaremos conjunto de partida y al conjunto B le llamaremos conjunto de llegada.**
- Generalizando: una relación R, entre los elementos del conjunto de los números reales R, está determinado por una función proposicional $P(x,y)$; esto es: $E = \{(x,y) \mid x \in R \times R / P(x,y)\}$
- Cuando el par ordenado (a,b) satisface a la función proposicional $P(x,y)$ de la relación R, diremos que $(a,b) \in R$ en caso contrario $(a,b) \notin R$.
- Si A tiene p elementos y B tiene q elementos entonces $\exists 2^{pq}$ relaciones entre A y B donde $n = pq$.

EJEMPLO 3.

Sean $A = \{2,4\}$ y $B = \{1,3,5\}$ entonces

$$A \times B = \{(2,1), (2,3), (2,5), (4,1), (4,3), (4,5)\}$$

Los siguientes conjuntos de pares ordenados son relaciones de A a B:

$$R_1 = \{(2,1), (2,5)\},$$

$$R_2 = \{(2,3), (4,1), (4,5)\},$$

$$R_3 = \{(2,1), (4,3), (2,3)\},$$

$$R_4 = A \times B$$

Pero los siguientes conjuntos de pares ordenados no son relaciones de A en B:

$$R_5 = \{(1,2), (4,1), (4,5)\}, \text{ puesto que } (1,2) \notin A \times B$$

$$R_6 = \{(2,1), (4,1), (3,4)\} \text{ puesto que } (3,4) \notin A \times B \text{ por lo tanto } R \notin A \times B, R_6 \notin A \times B.$$

EJEMPLO 4. Dados los conjuntos $M=\{2,3,4\}$ y $N=\{1,4,6\}$, determinar la relación definida por la regla : “LOS ELEMENTOS DE M SON LA MITAD DE LOS ELEMENTOS DE N”.

1.- CONSTRUIMOS EL PRODUCTO CARTESIANO (de acuerdo a la regla)

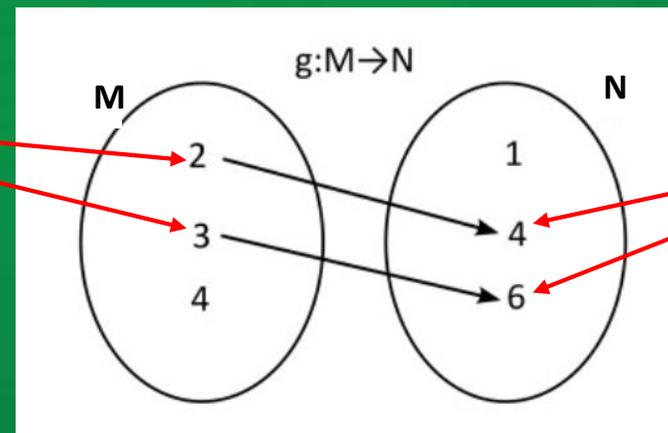
$$M \times N = \{(2,1),(2,4),(2,6),(3,1),(3,4),(3,6),(4,1),(4,4),(4,6)\}$$

2.- Del producto cartesiano se toman los pares ordenados que cumplen con la regla.

$$g:M \rightarrow N = \{(2,4),(3,6)\}$$

3.- Con un diagrama de flechas o diagrama SAGITAL se tendría:

**DOMINIO /
CONJUNTO
DE SALIDA**



**CODOMINIO/
RECORRIDO/
RANGO/
CONJUNTO
DE LLEGADA**

PRACTICA EXPERIMENTAL

TALLER 1.-

PARTE 1: ESCRIBIR CINCO EJEMPLOS DE PRODUCTOS CARTESIANOS Y SUS DIFERENTES FORMAS DE REPRESENTAR

PARTE 2.- SEAN $A = \{1,2,3,4,5\}$ y $B = \{2,4,6,8,10\}$ CONSTRUYA EL PRODUCTO CARTESIANO $A \times B$, Y ENCUENTRE 10 RELACIONES LAS CUALES DEBEN SER REPRESENTADAS EN SUS TRES FORMAS (DESCRIPCION, EXTENSION, DIAGRAMA SAGITAL.) ENCUENTRE EL DOMINIO Y RECORRIDO DE CADA UNA DE LAS RELACIONES

PARTE 3.- DEL PRODUCTO CARTESIANO DE LA PARTE 2 ENCUENTRE 5 SUBCONJUNTOS DE PARES ORDENADOS QUE NO SEAN RELACIONES Y JUSTIFIQUE EL PORQUE.