



UNIDAD 2  
2.1. Tasa de cambio y elasticidad (Toma de decisiones)



Objetivo de aprendizaje:

Comprender la derivada como una herramienta para medir la **tasa de cambio (razón de cambio)** de una variable respecto a otra, y aplicar este concepto en contextos económicos y administrativos.



| DIVISA    | Lira    | Rand  | Yen  | Doblo  | Baht  | Peso  | Real |
|-----------|---------|-------|------|--------|-------|-------|------|
| Fecha     | TRY     | ZAR   | JPY  | GBP    | THB   | MXN   | BRL  |
| 09-may-00 | 552,964 |       |      |        | 34,61 | 8,5   | 1,62 |
| 26-oct-00 | 570,387 |       |      |        | 36,37 | 8,01  | 1,59 |
| 09-may-01 | 1.021,6 |       |      |        | 37,14 | 8,14  | 1,98 |
| 09-may-02 | 1.255,5 |       |      |        | 37,99 | 8,53  | 2,21 |
| 09-may-03 | 1.719,9 |       |      |        | 38,22 | 11,59 | 3,32 |
| 10-may-04 | 1.822,5 |       |      |        | 38,41 | 13,83 | 3,62 |
| 09-may-05 | 1.822,5 |       |      |        | 38,41 | 14,07 | 3,18 |
| 09-may-06 | 1.822,5 |       |      |        | 38,41 | 13,91 | 2,64 |
| 09-may-07 | 1.822,5 |       |      |        | 38,41 | 14,68 | 2,75 |
| 09-may-08 | 1,9     |       |      |        | 38,38 | 16,34 | 2,63 |
| 15-jul-08 | 1,95    |       |      |        | 38,38 | 16,51 | 2,56 |
| 11-may-09 | 2,1136  |       |      |        | 38,98 | 17,86 | 2,82 |
| 10-may-10 | 1,9690  |       |      |        | 41,88 | 16,21 | 2,31 |
| 09-may-11 | 2,2202  | 9,0   |      | 1,2996 | 43,48 | 16,71 | 2,32 |
| 09-may-12 | 2,3236  | 10,40 | 1,48 | 1,06   | 39,30 | 17,5  | 2,53 |

¿Qué es una tasa de cambio?

# Una tasa de cambio mide cuánto cambia una variable en relación con otra.



Por ejemplo:

- El precio de un producto puede cambiar respecto al tiempo.
- La cantidad vendida puede cambiar respecto al precio.



Indica cuánto varía una cantidad respecto a otra.

Es una comparación entre dos magnitudes que cambian.

$$\text{Tasa de cambio} = \frac{\text{Cambio en la variable dependiente}}{\text{Cambio en la variable independiente}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

# Tasa de cambio en matemáticas



- La tasa de cambio entre dos valores de entrada se calcula dividiendo el cambio total de los valores de la función por el cambio en los valores de entrada
- La tasa de cambio se utiliza para calcular la razón de cambio entre datos recolectados.
- Se obtienen curvas gráficas que representan las proyecciones económicas y financieras.
- Se pueden identificar tendencias económicas y financieras.
- Se pueden analizar funciones de costos, ingresos y beneficios.
- Se pueden determinar tasas de variación, puntos críticos y raíces de ecuaciones

# Ejemplo 1: Cambios en ventas



- Una empresa reporta las siguientes ventas semanales:

| SEMANA | VENTAS |
|--------|--------|
| 1      | 1000   |
| 3      | 1400   |
|        |        |

$$\frac{1400 - 1000}{3 - 1} = \frac{400}{2} = 200$$

**Interpretación:** Las ventas aumentaron en promedio **200 dólares por semana** entre la semana 1 y la 3.

# Ejemplo 2: Costo promedio por unidad producida



- Una empresa reporta las siguientes ventas semanales:

| Unidades producidas | Costo total (USD) |
|---------------------|-------------------|
| 10                  | 800               |
| 15                  | 950               |
|                     |                   |

$$\text{Tasa de cambio} = \frac{950 - 800}{15 - 10} = \frac{150}{5} = 30$$

**Interpretación:** Por cada unidad adicional producida entre 10 y 15, el costo aumentó en promedio **30 dólares** por unidad.

# Ejemplo 3: Aumento de sueldos



- Una empresa reporta las siguientes valores relacionados a sueldos

| AÑO  | Ventas totales (USD) |
|------|----------------------|
| 2021 | 500                  |
| 2023 | 580                  |
|      |                      |

$$\frac{580 - 500}{2023 - 2021} = \frac{80}{2} = 40$$

Interpretación: El sueldo ha aumentado en promedio 40 dólares por año en ese periodo.

# Diferencia entre tasa promedio y tasa instantánea

| Concepto                   | Ejemplo                                                      | Herramienta matemática |
|----------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------|
| Tasa de cambio promedio    | Ventas entre semana 1 y semana 4                             | Razón de cambio        |
| Tasa de cambio instantánea | Qué tan rápido cambian las ventas exactamente en la semana 3 | Derivada               |

# Derivada como tasa de cambio

- La derivada de una función en un punto nos indica la **tasa instantánea de cambio** de la variable dependiente (por ejemplo, utilidad, ingreso, costo) con respecto a la variable independiente (por ejemplo, tiempo, cantidad producida o vendida).

# Derivada como tasa de cambio

- Se puede introducir la necesidad de una herramienta más precisa cuando queremos saber el cambio **en un instante exacto**, lo cual da paso al **concepto de derivada**.

# Idea básica detrás de la derivada

- Imagina que tienes una función que representa algún fenómeno económico o administrativo, como:
- $f(x)$  = Ventas en dólares según la semana  $x$

Queremos saber:

¿Qué tanto aumentan las ventas **en ese instante**, no en un intervalo?

Para eso usamos **la derivada**.

# La fórmula de la derivada: Definición formal

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- $f(x)$ : valor de la función en un punto.
- $f(x+h)$ : valor de la función en otro punto cercano (un poco más adelante).
- $h$ : un número muy pequeño (un incremento muy chiquito en  $x$ ).
- $f(x+h) - f(x)$ : cuánto cambió la función.
- $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ : **tasa de cambio promedio.**
- $\lim_{h \rightarrow 0}$ : acercamos  $h$  a 0, es decir, buscamos el cambio **instantáneo.**

# Interpretación práctica en administración

| Contexto  | Función $f(x)$                       | $f'(x)$ : la derivada representa...         |
|-----------|--------------------------------------|---------------------------------------------|
| Ventas    | Ventas en función del tiempo         | Cambio de ventas en un instante             |
| Costos    | Costo total según producción ( $x$ ) | Costo marginal (costo por unidad adicional) |
| Ingresos  | Ingreso según número de clientes     | Ingreso adicional por cliente nuevo         |
| Beneficio | Ganancia según precio del producto   | Cómo varía la ganancia al cambiar el precio |

# PRINCIPALES CASOS EN QUE USAS DERIVADAS EN ADMINISTRACIÓN:

- 1. Costo Marginal
- Función: Costo total  $C(x)$   
Derivada:  $C'(x)$
- Sirve para saber cuánto aumenta el costo total al producir una unidad más.  
Ejemplo: ¿Cuánto me cuesta producir la camiseta número 101?

# PRINCIPALES CASOS EN QUE USAS DERIVADAS EN ADMINISTRACIÓN:

- Ingreso Marginal
- Función: Ingreso total  $I(x)$   
Derivada:  $I'(x)$
- Sirve para saber cuánto ingreso adicional obtengo al vender una unidad más.  
Ejemplo: ¿Cuánto ingreso obtendré por vender una hamburguesa adicional?

# PRINCIPALES CASOS EN QUE USAS DERIVADAS EN ADMINISTRACIÓN:

- Ganancia Marginal
- Función: Ganancia total  $G(x)$
- Derivada:  $G'(x)=$
- Sirve para evaluar si conviene o no aumentar la producción.  
Ejemplo: ¿Sigo ganando si produzco más? ¿En qué punto dejo de ganar?

# PRINCIPALES CASOS EN QUE USAS DERIVADAS EN ADMINISTRACIÓN:

- Análisis de Tasa de Cambio
- Función: Puede ser precio, población, capital, inflación, etc.  
Derivada:  $f'(x)$
- Sirve para saber cómo cambia una variable con respecto al tiempo o a otra variable.  
Ejemplo: ¿Cómo cambia la demanda si aumento el precio?

# PRINCIPALES CASOS EN QUE USAS DERIVADAS EN ADMINISTRACIÓN:

- Maximizar o Minimizar Funciones
- Se aplica para encontrar el **valor óptimo** (máximo beneficio o mínimo costo).
- **Técnica:**
- Sacas la derivada.
- Igualas a cero  $f'(x)=0$ .
- Verificas si es un máximo o mínimo.
- **Ejemplo:** ¿Cuál es el nivel de producción que maximiza la ganancia?

# PRINCIPALES CASOS EN QUE USAS DERIVADAS EN ADMINISTRACIÓN:

- Elasticidad (Demanda y Oferta)
- Se usa la derivada para calcular la elasticidad-precio de la demanda:

$$E(p) = \left( \frac{dD}{dp} \cdot \frac{p}{D(p)} \right)$$

- Ejemplo: ¿Cómo cambia la demanda si subo el precio un 1%?

# PRINCIPALES CASOS EN QUE USAS DERIVADAS EN ADMINISTRACIÓN:

- Crecimiento o decrecimiento en el tiempo
- **Función:** Crecimiento de ventas, inversiones, cartera de clientes.

**Derivada:** Muestra la **velocidad de crecimiento o decrecimiento.**

# Ejemplo básico explicado paso a paso

