

Administración de Proyectos

PERT y CPM

3 Administración de Proyectos (PERT y CPM)

Todo proyecto debe ser comprobado y controlado, dado que éste tiene involucrado numerosas tareas interrelacionadas.

A través de algunas técnicas se puede responder a preguntas como:

1. ¿Cuándo sería lo más pronto que el proyecto pudiera estar terminado?
2. Para cumplir con este tiempo de conclusión, ¿qué tareas son críticas, en el sentido de que un retraso en cualquiera de esas tareas provoca un retraso en la conclusión del proyecto?
3. Es posible acelerar ciertas tareas para terminar todo el proyecto más pronto?. Si es así, ¿qué tareas serán éstas y cuál sería el costo adicional?

Método de la Ruta Crítica (CPM, *Critical Path Method*): Método utilizado para administrar proyectos en que los tiempos requeridos para terminar las tareas individuales se conocen con *relativa certeza* (determinísticos). Fue desarrollado en 1957

Técnica de Evaluación de Proyectos (PERT, *Program Evaluation and Review Technique*): Método utilizado para administrar proyectos en que los tiempos requeridos para terminar las tareas individuales son *incierto* (probabilísticos). Desarrollado a finales de los años cincuenta en el programa del misil Polaris que incluía 250 contratistas directos y más de 9.000 subcontratos

3.1 Desarrollo de la Red de Proyectos

Para determinar el tiempo de conclusión de un proyecto puede usar los siguientes pasos:

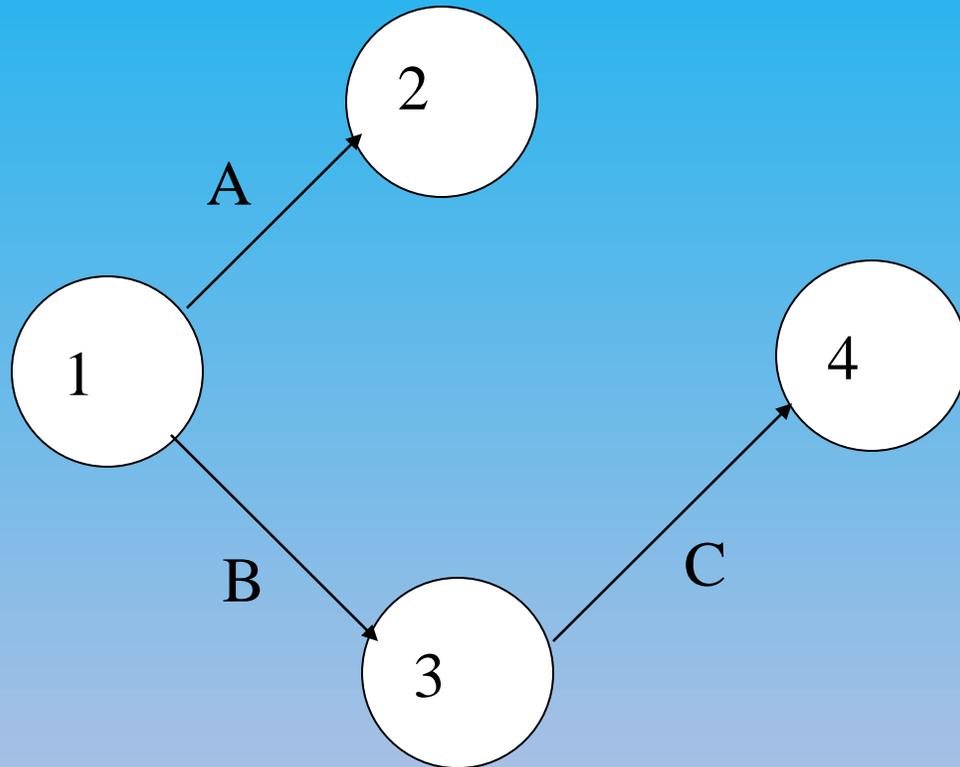
1. Identifique las tareas individuales que componen el proyecto
2. Obtenga una estimación del tiempo de conclusión de cada tarea.
3. Identifique las relaciones entre las tareas. ¿Qué tareas deben concluirse antes de que otras puedan iniciarse?
4. Dibuje un diagrama de red de proyecto para reflejar la información de los pasos 1 y 3

Traslado de las oficinas de una ciudad a otra

Ejemplo: El directorio ha fijado un plazo máximo de 22 semanas para la mudanza

Actividad	Descripción	Prdecesoras inmediatas	Tiempo	Recursos
A	Elegir local de oficinas	-		
B	Crear el plan financiero y de	-		
C	Determinar requerimientos de personal	B		
D	Diseño de local	A, C		
E	Construir el interior	D		
F	Elegir personal a mudar	C		
G	Contratar nuevos empleados	F		
H	Mudar registros, personal clave, etc.	F		
I	Hacer arreglos finacieros de la organización	B		
J	Entrenar personal nuevo	H, E, G		

Construcción del diagrama de Red:



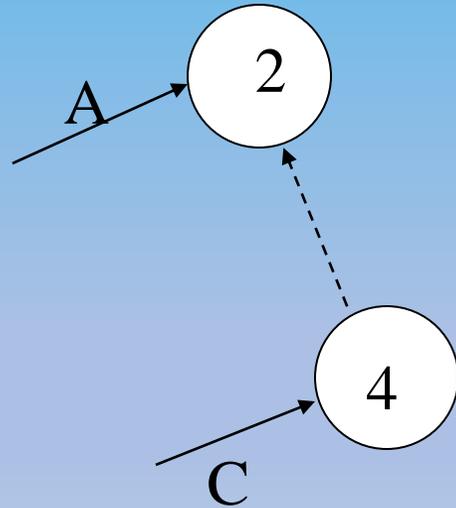
¿Cómo agregamos la actividad D?. Sus predecesoras inmediatas son A y C, además C es predecesora directa de F

Actividades Ficticias (figurada):

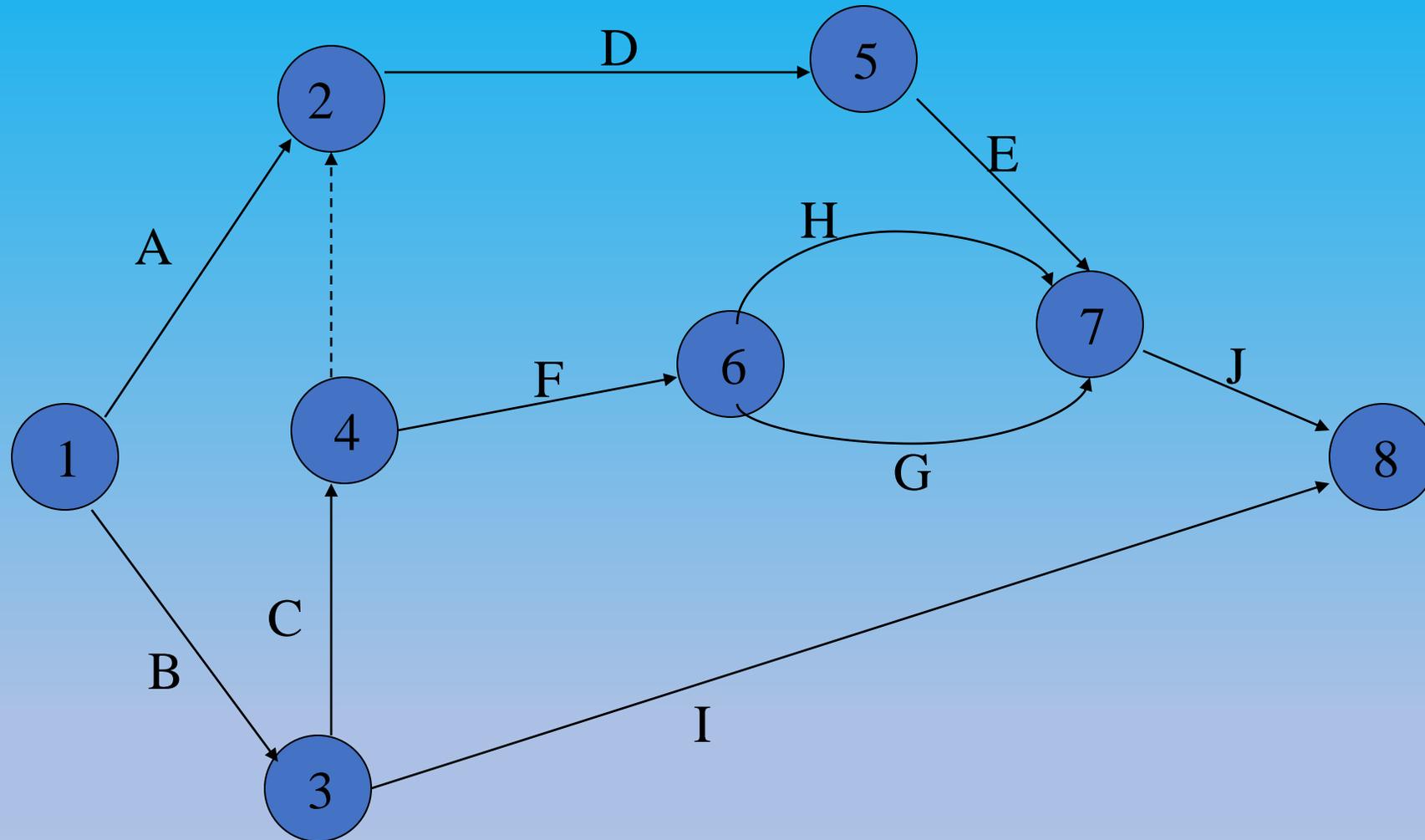
Es una actividad artificial que no requiere tiempo y que se incluye en una red de proyecto para asegurar la relación de precedencia correcta entre ciertas tareas.

Generalmente se representan por líneas segmentadas.

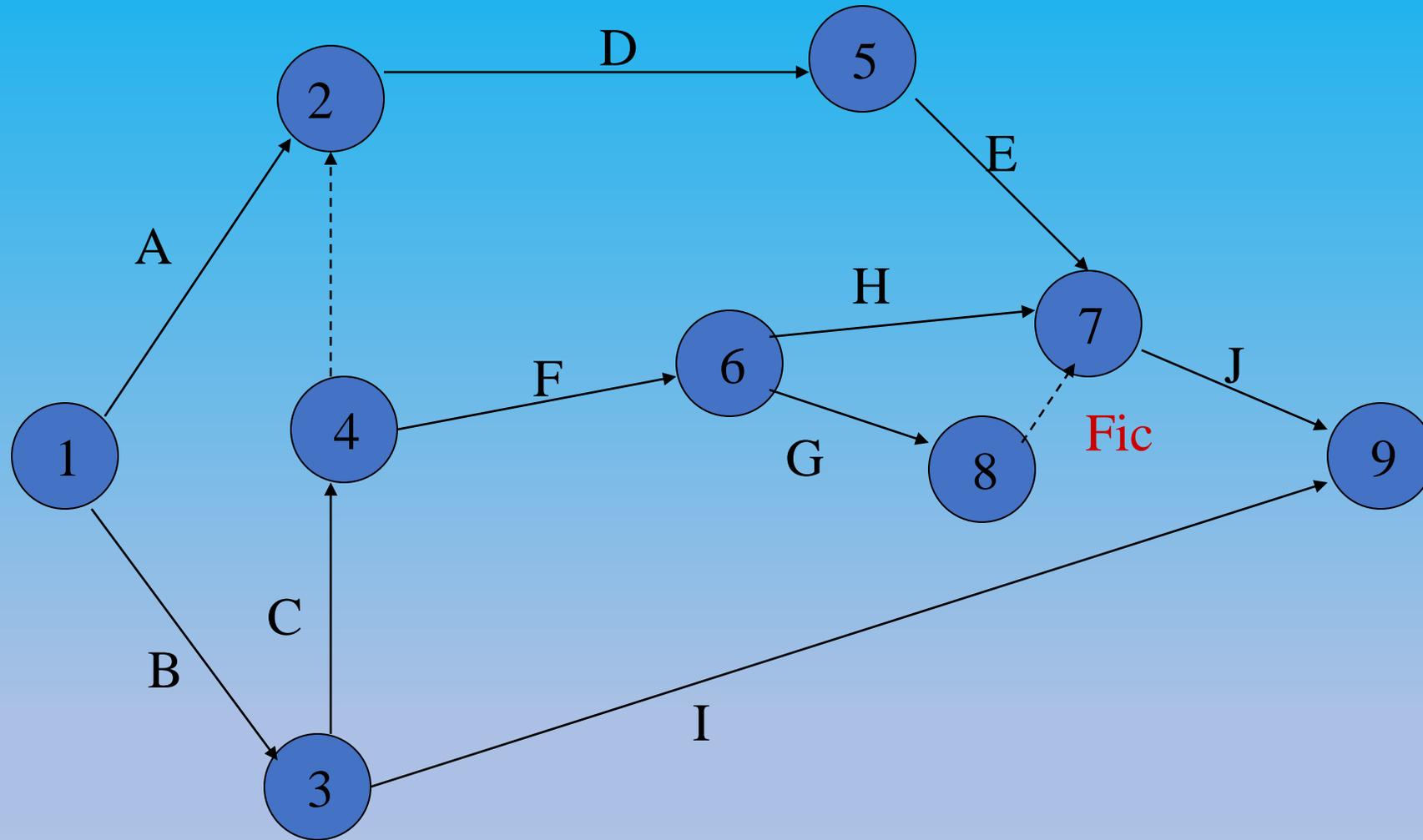
Se usan sólo para reflejar las relaciones de precedencia adecuadas



Volviendo al ejemplo: Agregando el resto de las actividades a la red finalmente se tiene



Siguiendo con el ejemplo: G y H tienen como predecesora inmediata F, además ambas son predecesoras de J, agregar actividad ficticia.

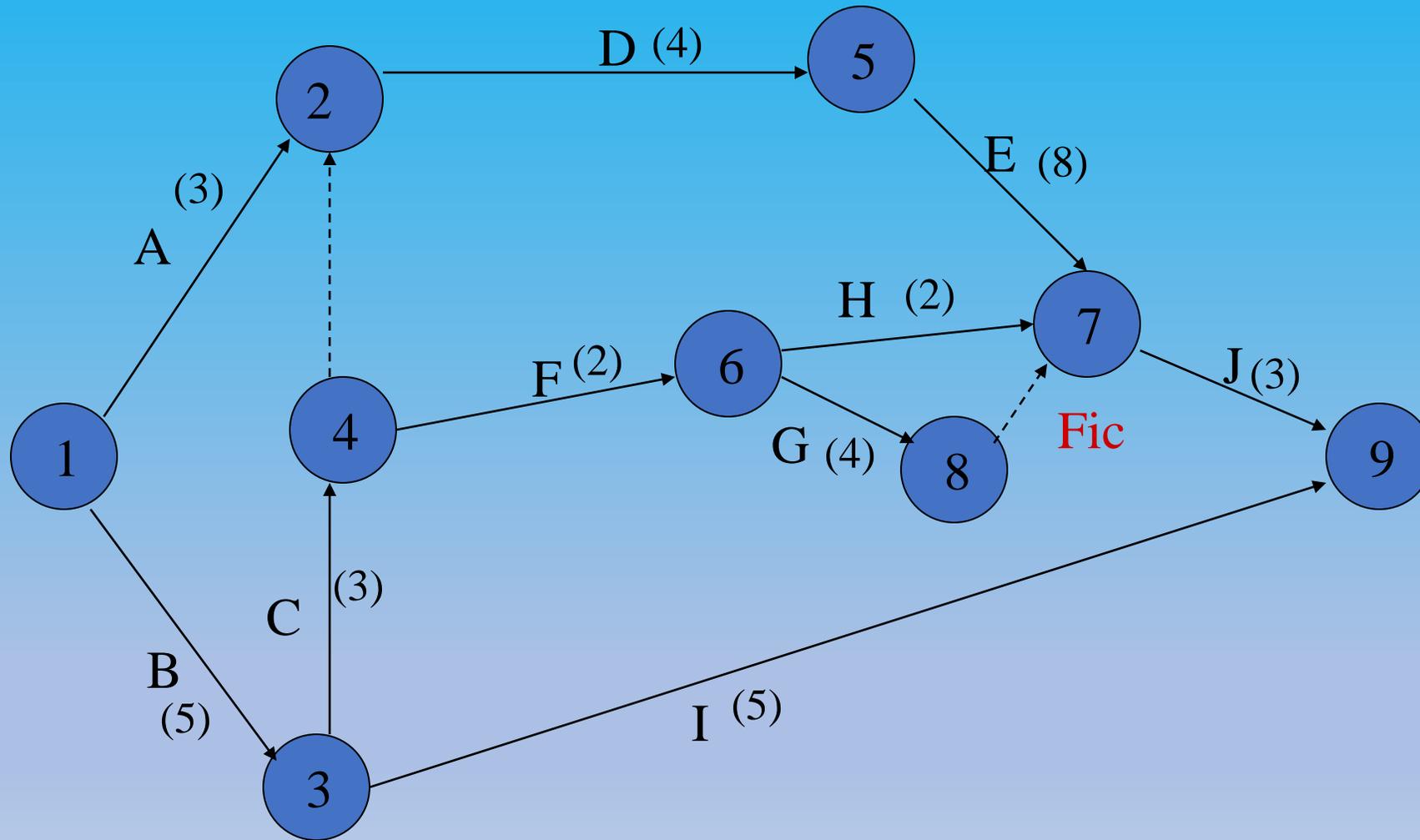


Red Final

Se requiere de las estimaciones de tiempo de cada actividad (supuestos)
 Ruta Crítica: Dar cumplimiento al plazo límite

Actividad	Descripción	Prdecesoras inmediatas	Tiempo	Recursos
A	Elegir local de oficinas	-	3	
B	Crear el plan financiero y de organización	-	5	
C	Determinar requerimientos de personal	B	3	
D	Diseño de local	A, C	4	
E	Construir el interior	D	8	
F	Elegir personal a mudar	C	2	
G	Contratar nuevos empleados	F	4	
H	Mudar registros, personal clave, etc.	F	2	
I	Hacer arreglos finacieros de la organización	B	5	
J	Entrenar personal nuevo	H, E, G	3	

Retomando el ejemplo: Agregando los tiempos a las actividades



Cálculo de la ruta crítica: Tiempo de término del proyecto

Definiciones

Tiempo de inicio más próximo: El tiempo más cercano en que una tarea posiblemente pueda iniciarse (TIP)

Tiempo de terminación más próximo: El tiempo más corto en el que una tarea posiblemente pueda concluir (TTT)

Reglas a cumplir: Dado que en el proyecto existen tareas predecesoras es necesario conocer cuando termina una y cuando empieza la otra:

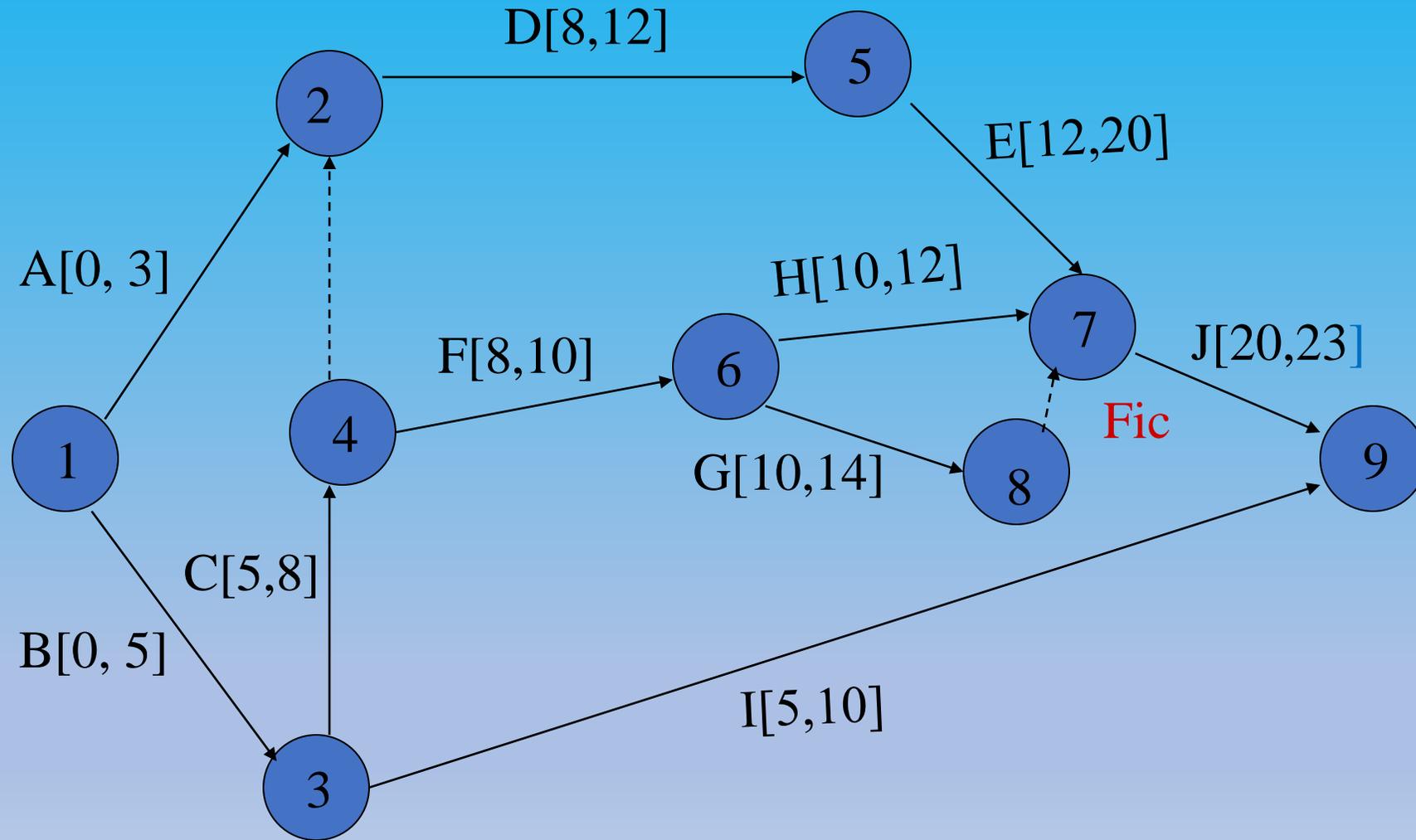
Regla

1. Para calcular el TIP de una tarea se debe conocer los TTP de cada tarea predecesora inmediata
2. El TIP para una actividad que sale de un nodo particular es el mayor de los TTP de todas las actividades que llegan a ese nodo.
3. Tiempo de terminación más próximo = (tiempo de inicio más próximo) + (tiempo de tarea(t))

$$\mathbf{TTP = TIP + t}$$

A este proceso se le conoce como paso hacia adelante

Cálculo de TI y TT:



Identificación de las actividades de la ruta crítica:

Para identificar las tareas críticas hay que realizar un recorrido hacia atrás hasta el inicio del proyecto, analizando cada tarea. A este proceso se le conoce **Paso hacia atrás**

- 1. Tiempo de Inicio más Lejano (TIL):** Lo más tarde que puede concluirse una tarea, en tanto permita que el proyecto se complete lo más pronto posible
- 2. Tiempo de Terminación más Lejano (TTL):** Lo más tarde que pueda iniciarse una tarea, pero finalizando dentro de su tiempo de término.
- 3. Tarea sucesora:** Una tarea para la que la tarea de interés es una predecesora

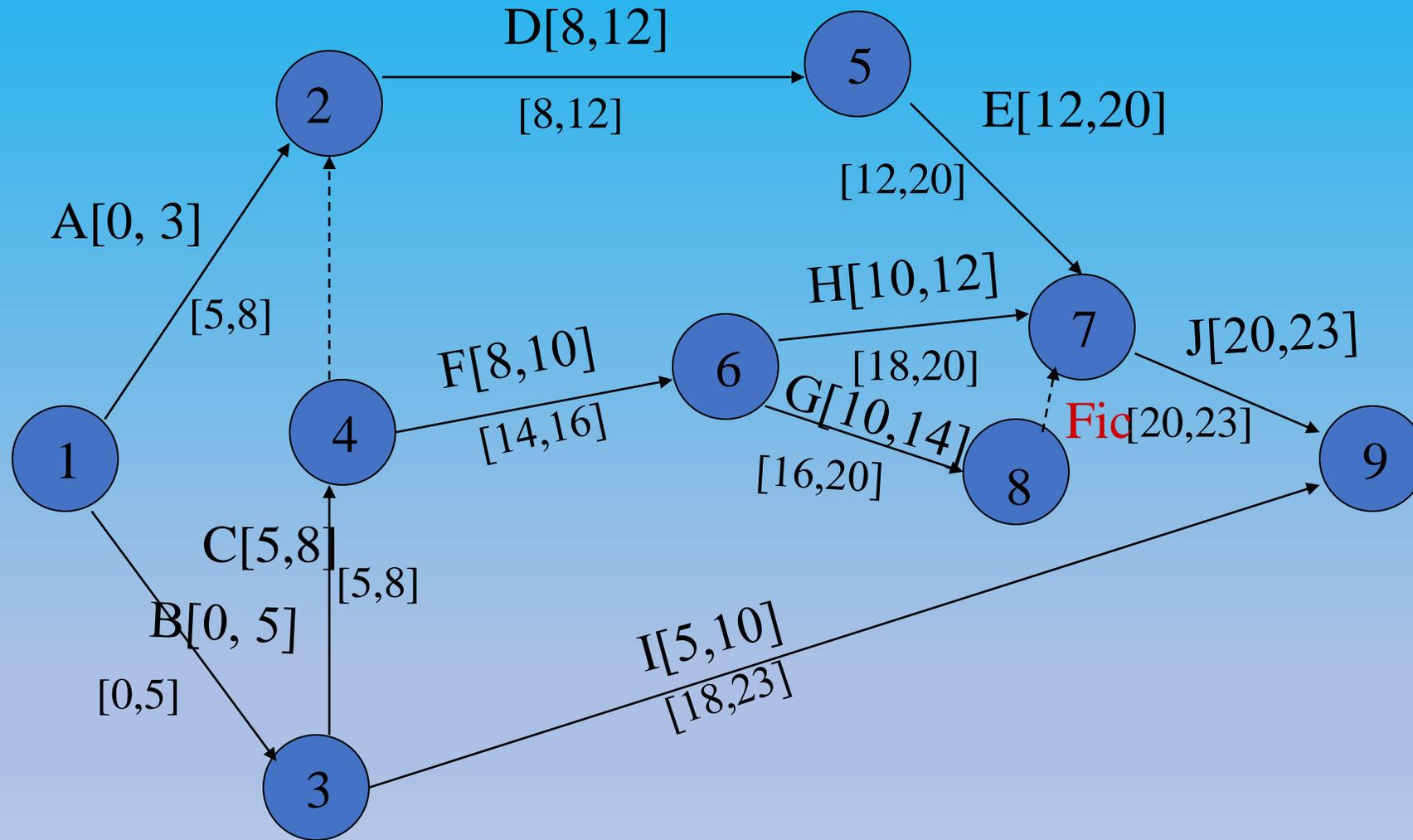
$$\mathbf{TIL = TTL - t}$$

Identificación de las tareas críticas: Cálculo de UTT y UTI para cada actividad

Iteración 1	Nodo 9 Actividad J	UTT = 23
		UTI = $23 - 3 = 20$
	Actividad I	UTT = 23
		UTI = $23 - 5 = 18$
Iteración 2	Nodo 7 Actividad E	UTT = 20
		UTI = $20 - 8 = 12$
	Actividad H	UTT = 20
		UTI = $20 - 2 = 18$
	Actividad ficticia	UTT = 20
		UTI = $20 - 0 = 20$

Identificación de las tareas críticas:

Cálculo de UTT y UTI para cada actividad . Finalmente se tiene



Identificación de las tareas críticas:

Holgura : Es la cantidad de tiempo que puede demorar una actividad sin afectar la fecha de término del proyecto.

El valor de la holgura para cada actividad está dada por:

$$\text{holgura} = \text{TI} - \text{UTI} = \text{TT} - \text{UTT}$$

Ejemplo:

$$\text{Actividad C: TI} = 5, \text{ UTI} = 5, \text{ TT} = 8, \text{ UTT} = 8$$

$$\text{Holgura} = 5 - 5 = 8 - 8 = 0$$

$$\text{Actividad I: TI} = 5, \text{ UTI} = 18, \text{ TT} = 10, \text{ UTT} = 23$$

La actividad C tiene holgura 0, por tanto no puede retrasarse, en cambio la actividad I tiene 13 semanas de holgura que permite retrasar su inicio.

Identificación de las tareas críticas:

Resumen de los tiempos de las actividades del proyecto:

Actividad	Tiempo	Tiempo más próximo de:		Tiempo más lejano de:		Holgura
		Inicio	Término	Inicio	Término	
A	3	0	3	5	8	5
B	5	0	5	0	5	0
C	3	5	8	5	8	0
D	4	8	12	8	12	0
E	8	12	20	12	20	0
F	2	8	10	14	16	6
G	4	10	14	16	20	6
H	2	10	12	18	20	8
I	5	5	10	18	23	13
J	3	20	23	20	23	0

Tiempo de ejecución del proyecto: 23 semanas

Identificación de las tareas críticas:

Actividad crítica es aquella que tiene holgura cero

Ruta crítica es una secuencia de tareas (actividades) críticas que conecta el principio del proyecto con el fin

En nuestro ejemplo:

Actividades críticas: B, C, D, E y J

Ruta crítica: Nodos **1-3-2-5-7-9**

 Actividades **B-C-D-E-J**

Formas de Reducir la duración del proyecto:

1. Análisis Estratégico

Aquí el analista se pregunta: “*¿Este proyecto tiene que desarrollarse en la forma programada actualmente?*”. En concreto, “*¿Todas las actividades de la ruta crítica tienen que realizarse en el orden especificado?*”. *¿Podemos hacer arreglos para efectuar algunas de estas actividades en forma distinta de cómo aparecen en la ruta crítica?*

2. Enfoque Táctico

El analista presupone que el diagrama en curso es adecuado y trabaja para reducir el tiempo de ciertas actividades de la ruta crítica asignando mayores recursos. Por ejemplo tiempo, aumento de mano de obra, etc.

Formas de Reducir la duración del proyecto:

Para el ejemplo en estudio, el directorio estimó un tiempo máximo de 22 semanas para realizar el proyecto, y según el estudio se ha determinado que se requieren 23 semanas, ¿Cómo soluciona Ud. el problema?. Realice distintos supuestos válidos para su solución. ¿Es única?.

Formas de Reducir la duración del proyecto:

Alternativa de solución

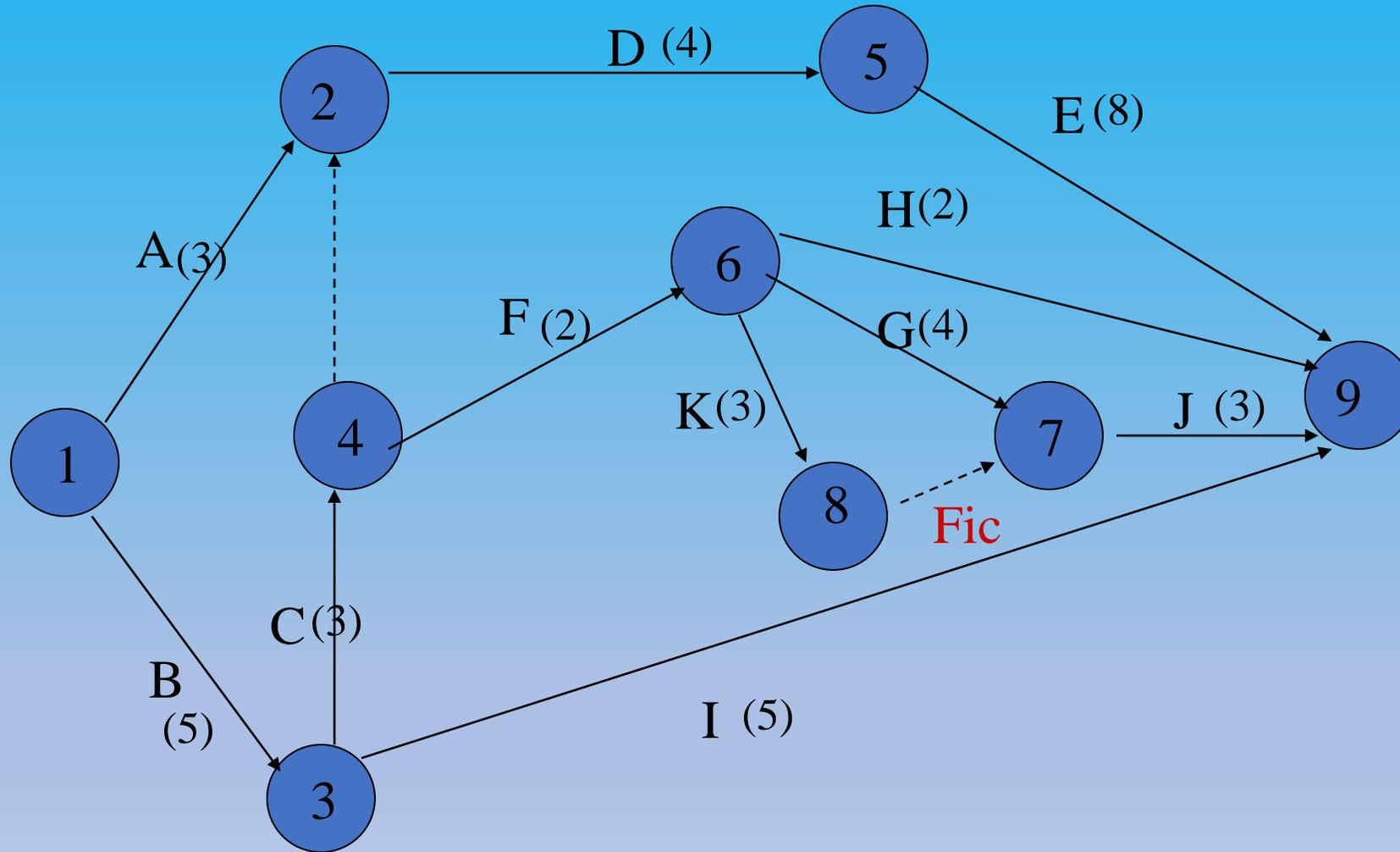
Realizados algunos estudios los responsables de la mudanza, se dan cuenta que la actividad J (entrenamiento de los nuevos empleados) debe realizarse en el nuevo edificio (después de completar la actividad E) y después de que el personal clave y de registros se haya mudado (al completar la actividad H). Estos requerimientos se podrían cambiar:

- Realizar J independientemente de H
- El entrenamiento realizarlo en otras dependencias a un costo reducido y que estén listos para cuando se termine la construcción. Esto requiere agregar otra actividad: Garantizar recursos de entrenamiento, actividad K

Formas de Reducir la duración del proyecto:

Con los cambios anteriores, es posible que la red redefinida tenga una nueva ruta crítica con un tiempo menor, aunque todavía insatisfactorio (mayor a las 22 semanas establecidas).

Diagrama de red para el proyecto redefinido



Actualización de los tiempos para el proyecto redefinido

Actividad	Tiempo	Tiempo más próximo de:		Tiempo más lejano de:		Holgura
		Inicio	Término	Inicio	Término	
A	3	0	3	5	8	5
B	5	0	5	0	5	0
C	3	5	8	5	8	0
D	4	8	12	8	12	0
E	8	12	20	12	20	0
F	2	8	10	11	13	3
G	4	10	14	13	17	3
H	2	10	12	18	20	8
I	5	5	10	15	20	10
J	3	14	17	17	20	3
K	3	10	13	14	17	4

Actividades ruta crítica: B-C-D-E

Duración del proyecto: 20 semanas

3.3 PERT: Variabilidad en los tiempos de Actividades

Hasta ahora hemos trabajado asumiendo que los tiempos de duración de las actividades eran determinísticos, en consecuencia TI, TT, UTI y UTT también fueron deducidos como deterministas. Como este supuesto no siempre es correcto, PERT emplea una fórmula especial para estimar los tiempos de las actividades.

PERT requiere de alguien que conozca bien una actividad en cuestión, para producir tres estimaciones del tiempo de ésta.

1. **Tiempo optimista** (denotado por a): el tiempo mínimo. Todo tiene que marchar a la perfección.
2. **Tiempo más probable** (denotado por m): el tiempo que se necesita en circunstancias ordinarias.
3. **Tiempo pesimista** (denotado por b): el tiempo máximo. Situación que se da en el peor caso.

Ejemplo: Para la actividad E (8 semanas). Al examinar en detalle el proyecto de construcción del interior se llegó a las siguientes estimaciones:

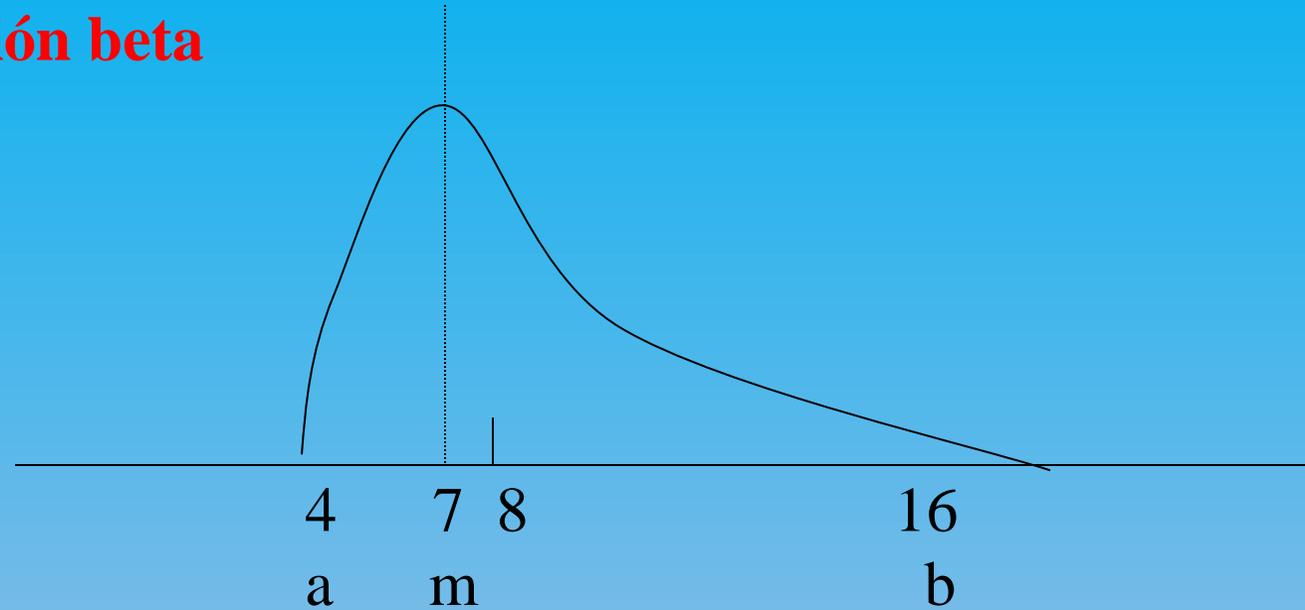
$$a = 4$$

$$m = 7$$

$$b = 16$$

Para estimar el valor esperado y la desviación estándar de los tiempos de la actividad, se asume que el tiempo de la actividad es una variable aleatoria que tiene una distribución de probabilidad unimodal beta.

Distribución beta



Estimación del tiempo esperado de actividad o tiempo promedio

$$t_e = \frac{a + 4m + b}{6}$$

Estimación de la desviación estándar del tiempo de la actividad

$$\sigma = \frac{b - a}{6}$$

Estimación de tiempo

Actividad	a	m	b	t_e	desv est	varianza
A	1,0	3,0	5,0	3,0	0,667	0,444
B	3,0	4,5	9,0	5,0	1,000	1,000
C	2,0	3,0	4,0	3,0	0,333	0,111
D	2,0	4,0	6,0	4,0	0,667	0,444
E	4,0	7,0	16,0	8,0	2,000	4,000
F	1,0	1,5	5,0	2,0	0,667	0,444
G	2,5	3,5	7,5	4,0	0,833	0,694
H	1,0	2,0	3,0	2,0	0,333	0,111
I	4,0	5,0	6,0	5,0	0,333	0,111
J	1,5	3,0	4,5	3,0	0,500	0,250
K	1,0	3,0	5,0	3,0	0,667	0,444

Cálculo del tiempo esperado de finalización de proyectos

Una vez determinado el tiempo promedio de cada actividad, se puede calcular el tiempo de finalización más temprano *esperado* para el proyecto completo.

Se determinan los tiempos de inicio y de término más cercano, como también los tiempos de término y de inicio más lejano. Con estos tiempos se determina la holgura en cada actividad, para finalmente determinar la ruta crítica, exactamente igual como se hizo para tiempo determinista.

Probabilidad de concluir el proyecto a tiempo

El análisis procede de la siguiente forma:

1. Sea T el tiempo total que durarán las actividades de la ruta crítica.
2. Encuéntrese la probabilidad de que el valor de T resulte menor o igual que cualquier valor específico de interés. Para el ejemplo en estudio buscaríamos $T \leq 22$ semanas.

Una buena aproximación de esta probabilidad se encuentra aceptando dos supuestos:

- a) Los tiempos de actividad son variables aleatorias independientes.
- b) La variable T tiene una distribución aproximadamente normal.

La meta es encontrar $P\{T \leq 22\}$, donde T es el tiempo a lo largo de la ruta crítica.

Estadísticas de la ruta crítica:

Desviación estándar $\sigma_T = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2}$

σ_i : Desviación estándar de i-ésima actividad de la ruta crítica

T : es el tiempo esperado (promedio)

Estimación de terminación del proyecto

Uso de la tabla de distribución normal, entonces debemos calcular Z para llegar a determinar la probabilidad.

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Cálculos caso en estudio

Ruta crítica: B- C- D y E

$T = 20$ (tiempo esperado, promedio calculado, μ)

$x = 22$ (tiempo exigido)

$$\sigma_T^2 = \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \sigma_D^2 + \sigma_E^2$$

$$\sigma_T^2 = 1 + 0,111 + 0,444 + 4$$

$$\sigma_T^2 = 5,555$$

$$\sigma_T = 2,357$$

Cálculos caso en estudio

$$Z = \frac{22 - 20}{2,357}$$

$$Z = 0,8485$$

En la tabla de Z

$$P(Z \leq 0,8485) = 0,80$$