

DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL. Describe los tiempos que ocurre un determinado evento. Modela tiempos de supervivencia (tiempo de fallas o tiempo de espera). Se utiliza para describir:

El tiempo necesario para cargar un camión

El tiempo de servicio a un cliente

El tiempo de vida de un artefacto eléctrico entre otros

Función de densidad de probabilidad Exponencial

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & ; \text{ si } x \geq 0 \\ 0 & ; \text{ Si } x < 0 \end{cases}$$

Función de distribución Acumulada

Recordemos que $P(X \leq x) = F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & ; \text{ Si } x \geq 0 \\ 0 & ; \text{ en otro caso (} x < 0 \text{)} \end{cases}$$

Para calcular las probabilidades se usa la función acumulada.

Esperanza y Varianza

Media

$$\mu = E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

$\lambda = \frac{1}{\mu}$; es decir lambda es el promedio de eventos que ocurre en una unidad de tiempo

Varianza

$$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

Desviación Estándar

$$\sigma = \frac{1}{\lambda}$$

El tiempo que dura una pila de 3 voltios tiene una distribución exponencial con una media de 2 días. Determine:

a). La desviación estándar

$$\mu = \frac{1}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{1}{\mu}$$

$$\lambda = \frac{1}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma = 2$$

b). La probabilidad de que la vida de la pila se encuentre entre 1 y 4 días

$$P(X \leq 1) = 1 - e^{-1/2}$$

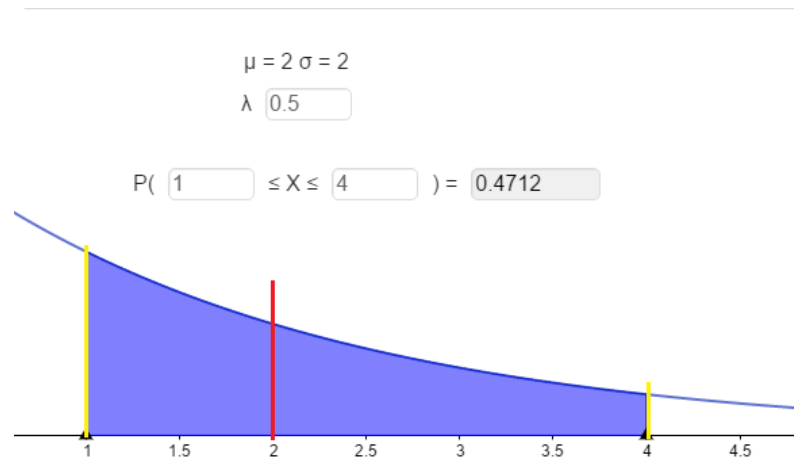
$$P(X \leq 1) = 0,3935$$

$$P(X \leq 4) = 1 - e^{-4/2}$$

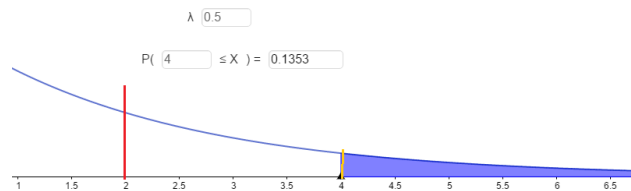
$$P(X \leq 4) = 0,8647$$

$$P(1 \leq X \leq 4) = 0,8647 - 0,3935$$

$$P(1 \leq X \leq 4) = 0,4712$$



- c). La probabilidad de que una pila tenga una vida más de 4 días
- $$P(X > 4) = 1 - (P(\leq 4))$$
- $$P(X > 4) = 1 - 0,8647$$
- $$P(X > 4) = 0,1353$$



La atención a un cliente tiene un tiempo promedio de 15 minutos, si su función de densidad es: $f(x) = 1/15 * e^{-x/15}$

- a). Halle la probabilidad de que la atención a un cliente este entre 7 y 20 minutos:
- $$P(X \leq 7) = 1 - e^{-7/15}$$
- $$P(X \leq 7) = 0,3729$$
- $$P(X \leq 20) = 1 - e^{-20/15}$$
- $$P(X \leq 20) = 0,7363$$
- $$P(7 \leq X \leq 20) = 0,7363 - 0,3729$$
- $$P(7 \leq X \leq 20) = 0,3634$$
- a) Que la probabilidad sea mayor a 20 minutos
- $$P(X > 20) = 1 - 0,7363$$
- $$P(X > 20) = 0,2637$$