

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Es una lista de todos los resultados de un experimento y la probabilidad asociada a cada uno de ellos.

VARIABLE ALEATORIA. Se llama también variable estocástica y es una función que relaciona un número real con cada elemento del espacio muestral, debemos tener presente que los eventos son fortuitos o aleatorios. Existen dos tipos de variables aleatorias que son: discretas y continuas.

- a. **Variable Aleatoria Discreta.** Cuando se puede contar su conjunto de resultados posibles o toma sólo un número finito o contablemente infinito (si los elementos del conjunto se pueden ubicar en correspondencia biunívoca con los enteros positivos) de valores distintos. Generalmente representan datos por conteo ejemplo: número de hijos, número de autos entre otros
- b. **Variable Aleatoria Continua.** Asume cualquier valor dentro de un intervalo dado, representa valores en una escala continua, provienen de datos medidos, ejemplo: la masa, la estatura, la temperatura entre otros.

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

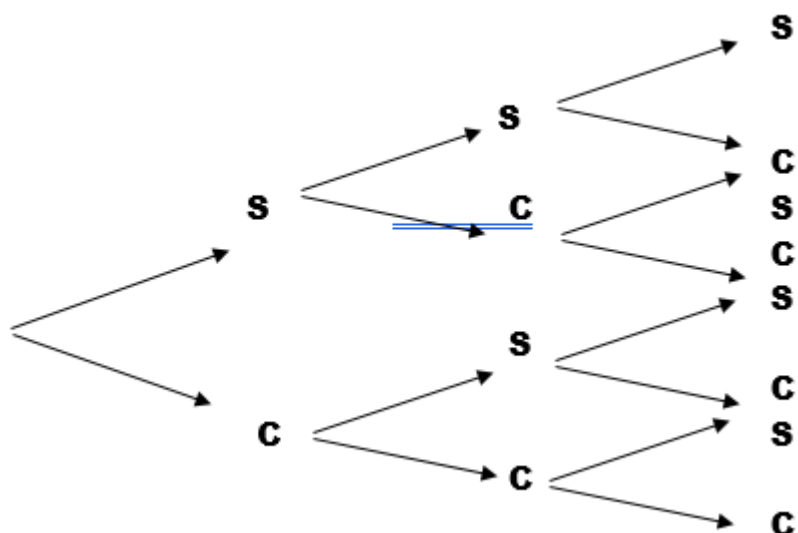
Es una tabla que representa el conjunto de los valores de la variable y sus respectivas probabilidades de ocurrencia obtenidos a través de una función $f(x_i)$.

Características de la distribución de probabilidad

- a. La probabilidad de un resultado está entre 0 y 1.
- b. Los resultados son eventos mutuamente excluyentes.
- c. La lista es exhaustiva. Por consiguiente, la suma de las probabilidades de los diversos eventos es 1.
- d. $X=x$, representa el evento "la variable aleatoria X toma el valor x ", y $f(x) = P(X=x)$ representa la probabilidad de dicho evento.

X	x_1	x_2	x_3
P_i	p_1	p_2	p_3

Ejemplo: Nos interesa el número de SELLOS que aparecen en tres lanzamientos de una moneda.



El espacio muestral es

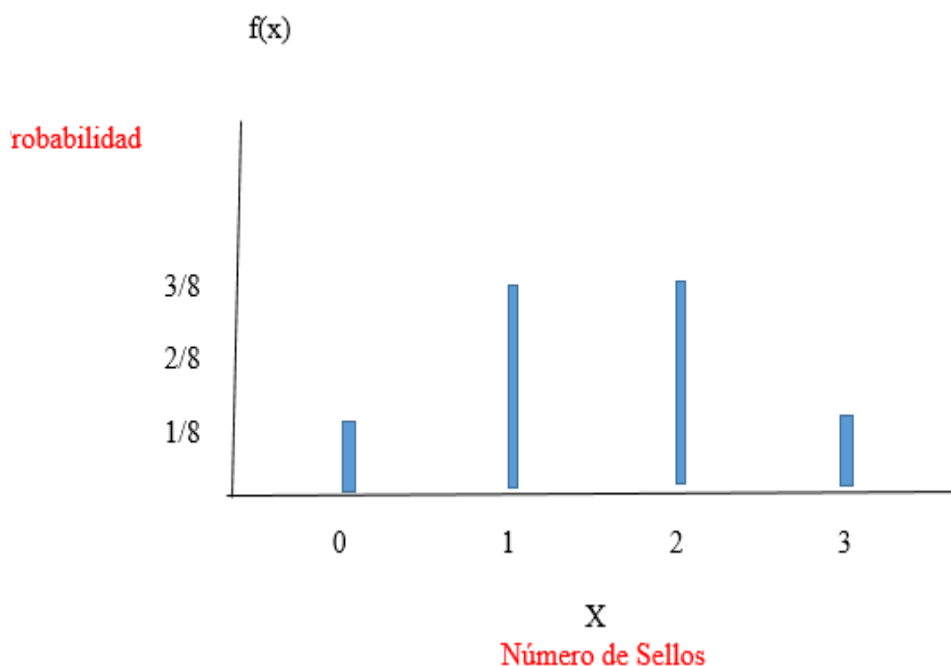
$$S = \{SSS, SSC, SCS, SCC, CSS, CSC, CCS, CCC\}$$

NÚMERO DE SELLOS (x)	PROBABILIDAD DEL RESULTADO f(x) o P(x)
0	$1/8 = 0,125$
1	$3/8 = 0,375$
2	$3/8 = 0,375$
3	$1/8 = 0,125$
TOTAL	$8/8 = 1$

La distribución de probabilidad es:

X	0	1	2	3
f(x)	1/8	3/8	3/8	1/8

Esta distribución de probabilidad se puede representar en una gráfica de probabilidad



Función de distribución acumulada para una variable aleatoria discreta. La función de distribución acumulada o simplemente función de distribución para una variable aleatoria discreta X , se define por: $F(x) = P(X \leq x)$.

Siendo x cualquier número real, es decir, $-\infty < x < \infty$.

Si X adopta sólo un número finito de valores $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ entonces la función de distribución queda definida:

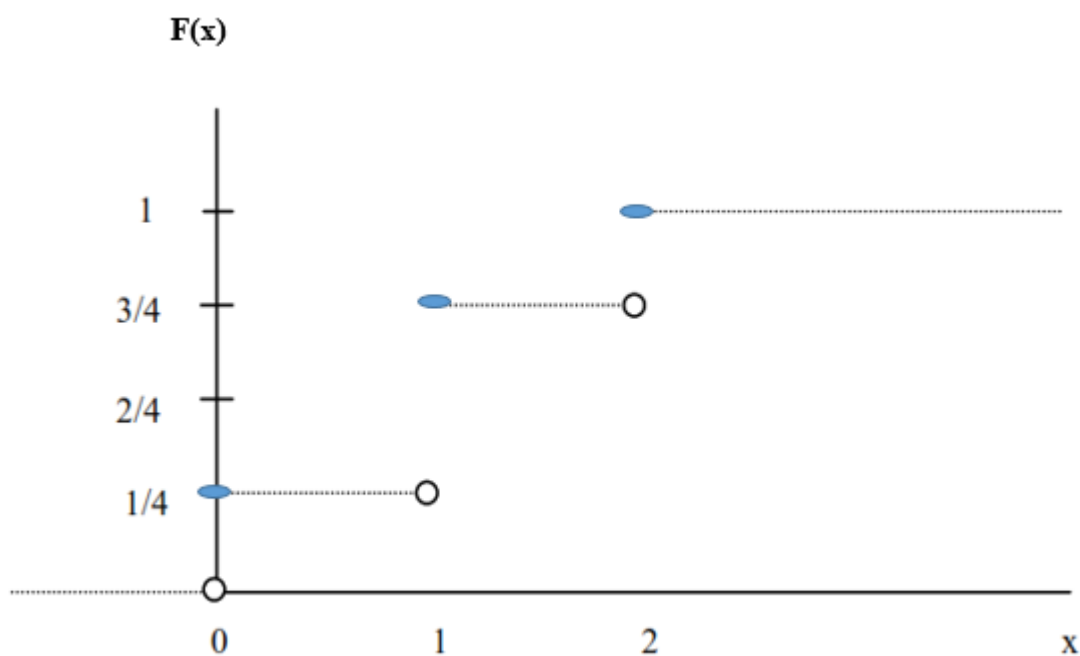
$$F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < x_1 \\ f(x_1) & x_1 \leq x < x_2 \\ f(x_1) + f(x_2) & x_2 \leq x < x_3 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n) & x_n \leq x < \infty \end{cases}$$

Ejemplo: Determine la función de distribución para el lanzamiento de una moneda dos veces para obtener sellos

Espacio Muestral S	Número de Sellos x	Función de Probabilidad f(x)	Función de Distribución Acumulativa F(x)
C, C	0	1 / 4	1 / 4
C, S; S, C	1	2/4	3 / 4
S, S	2	1/4	1

		1	
--	--	---	--

Representando gráficamente la función distribución de probabilidad



Establecemos la función

$$F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < 0 \\ \frac{1}{4} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{4} & 1 \leq x < 2 \\ 1 & 2 \leq x < \infty \end{cases}$$

Observación

$(X < x)$ representa el suceso "la variable aleatoria X toma un valor menor a x", y

$p(X < x)$ representa la probabilidad de que la v.a. X tome un valor menor a x.

$(X \leq x)$ representa el suceso "la variable aleatoria X toma un valor menor o igual a x", y

$p(X \leq x)$ representa la probabilidad de que la v.a. X tome un valor menor o igual a x.

RESUMEN:

X: Variable aleatoria (mayúscula)

x: Valor dado (minúscula)

f(x): función de probabilidad de la variable aleatoria discreta

F(x): Función de distribución de la variable aleatoria discreta

f(x) = $P(X=x)$

F(x) = $P(X \leq x)$.

$P(a < x \leq b)$ = $F(b) - F(a)$

$P(a \leq x < b)$ = $F(b-1) - F(a-1)$

$P(a \leq x \leq b)$ = $F(b) - F(a-1)$

Ejemplos

$P(2 < x \leq 8)$ = $F(8) - F(2)$

$P(2 \leq x < 8)$ = $F(7) - F(1)$

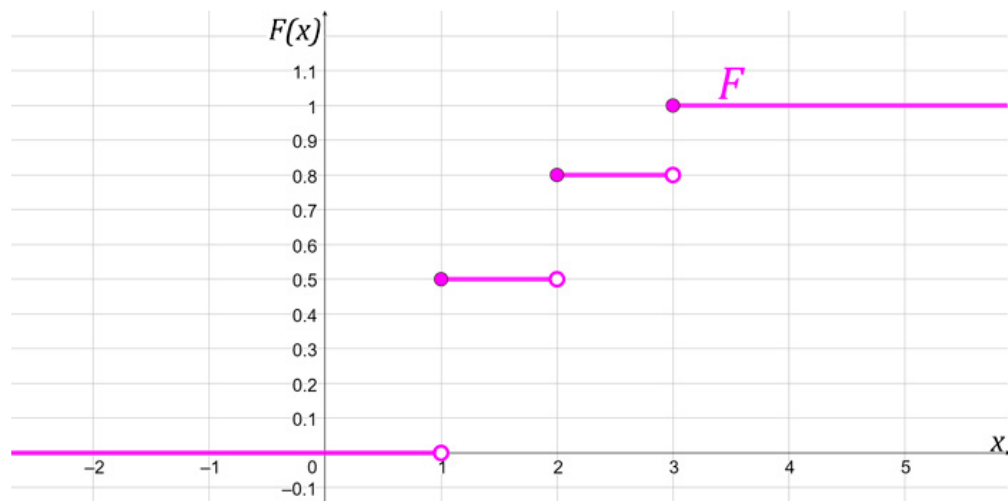
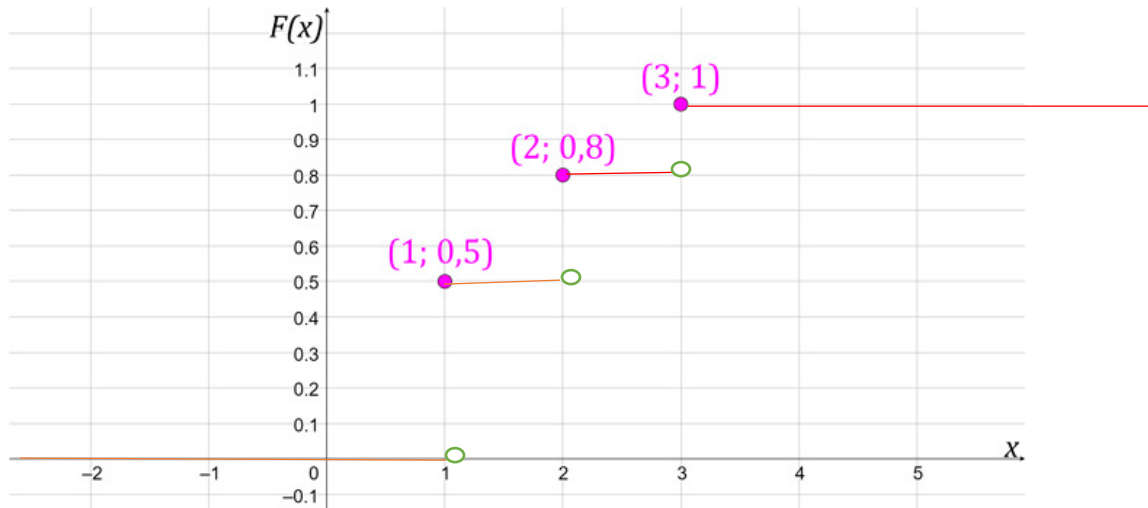
$P(2 \leq x \leq 8)$ = $F(8) - F(1)$

Marlon system vende discos duros de 1 TB, 2 TB y 3 TB de capacidad. Encontrar la función de distribución de acumulativa de X, sabiendo que X = la capacidad de memoria en un disco duro comprado:

x	$f(x)$
1	0,5
2	0,3
3	0,2

Solución:

X	f(x)	F(x)
1	0,5	0,5
2	0,3	0,8
3	0,2	1
	1	



$$F(x) = \begin{cases} 0; & x < 1 \\ 0,5; & 1 \leq x < 2 \\ 0,8; & 2 \leq x < 3 \\ 1; & x \geq 3 \end{cases}$$

Cuando nos dan primero la función de distribución y se solicita la función de probabilidad generalmente el 0 no se toma en consideración y hacemos todo lo contrario en este caso tenemos $F(x)$, x con sus valores y se debe calcular $f(x)$.

X	f(x)	F(x)
1	0,5	0,5
2	0,3	0,8
3	0,2	1
	1	

