Los datos pueden ser organizados de dos maneras: 1. Sin agrupar, 2. Agrupados (mediante intervalos)

DATOS NO AGRUPADOS.

TABLA DE FRECUENCIAS. Es la agrupación de datos cualitativos en clases mutuamente excluyentes que muestra el número de observaciones en cada clase. Los datos cualitativos se representan en un diagrama de barras, en una gráfica de pastel. Los elementos de una tabla de frecuencias son:

Xi: Observación. Representa cada uno de los valores observados de la variable X ordenados de menor a mayor.

fi: Frecuencia Absoluta. Números que se repite un elemento

Fi: Frecuencia Absoluta Acumulada. Es la suma de las frecuencias absolutas

hi: Frecuencia Relativa. Es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de datos

Hi: Frecuencia Relativa Acumulada. Es la suma de las frecuencias relativas

Frecuencia Porcentual. Es la frecuencia relativa expresada en porcentaje

1. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

La tendencia central consiste en indicar el punto medio de una distribución de datos. Estas medidas también se conocen como las medidas de posición o medidas de ubicación Las medidas de tendencia central utilizadas son: media, mediana, moda entre otras

a. Media Aritmética. Cuando nos referimos al "promedio" de algo, nos estamos refiriendo al valor de la media aritmética.

   Definición: Sean X_1, X_2, X_3, . . . , X_n los n valores observados para una variable cuantitativa X. Entonces la media aritmética de la variable X es dada:

Población	Muestra
$\mu = \frac{\sum Xi}{N}$ $\sum Xi$: Suma de X valores de la población N : Número de valores de la población μ: La media poblacional	$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{n}$ $\sum Xi$: Suma de X valores de la muestra n : Número de valores de la muestra $\bar{X}$: La media de la muestra

Las calificaciones obtenidas por un grupo de 26 estudiantes en un examen de Estadística fueron:

3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7,7, 8, 8, 8, 8, 8 , 9, 9, 9 , 9 , 10. ¿Calcular su promedio?

$$\mu = \frac{\sum Xi}{N}$$

$$\mu = \frac{3+3+4+4+5+5+5+5+6+6+6+6+7+7+7+7+8+8+8+8+8+9+9+9+9+10}{26}$$

$$\mu = 6{,}62$$

La media aritmética de la población es 6,62

Moviestar estudia la cantidad de minutos que consumen sus clientes que tienen un plan tarifario. Una muestra aleatoria de 15 clientes arroja la siguiente cantidad de minutos empleados en el mes de noviembre pasado.

90, 91, 93, 95, 97, 97, 97, 99, 99, 99, 103, 103, 120, 130, 145, ¿Calcule el promedio de minutos consumidos?

$$\bar{X} = \frac{90+91+93+95+97+97+97+99+99+99+103+103+120+130+145}{15}$$

$$\bar{X} = 103,87$$

La media aritmética de los minutos consumidos en el mes de noviembre pasado por los usuarios de la muestra es de 103, 87 minutos.

Propiedades de la media aritmética

1. Todo conjunto de datos de intervalo o de nivel de razón posee una media.
2. Todos los valores se encuentran incluidos en el cálculo de la media.
3. La media es única.

4. La suma de las desviaciones de cada valor de la media es cero

$\sum(X - \overline{X}) = 0$

Ejemplo dados los siguientes datos 4, 7, 9, 10, 13 compruebe la cuarta propiedad

$\overline{X} = \frac{4+7+9+10+13}{5}$

$\overline{X} = 8{,}6$

$\sum(X - \overline{X}) = (4-8{,}6) + (7-8{,}6) + (9-8{,}6) + (10-8{,}6) + (13-8{,}6)$

$\sum(X - \overline{X}) = 0$

b. Media Ponderada. Es un caso especial de la media aritmética, ocurre cuando hay varias observaciones con el mismo valor. Si los n valores observados para una variable cuantitativa están ponderados por los pesos $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$, entonces la media de variable X, también llamada media ponderada , es dada por:

$\overline{X}_p = \frac{p_1x_1+p_2x_2+p_3x_3+\cdots+p_nx_n}{p_1+p_2+p_3+\cdots+p_n}$, en notación sumatoria no queda así:

$\overline{X}_p = \frac{\sum p_i X_i}{\sum p_i}$

Una empresa utiliza tres niveles de trabajo: no calificado, semicalificado y calificado, para la producción de dos de sus productos finales. La empresa desea saber el promedio del costo de trabajo por hora para cada uno de los productos. Los datos son presentados en la siguiente tabla:

Nivel de Trabajo	Salario por hora	Horas de trabajo invertida por unidad producida	
		Producto 1	Producto 2
No Calificado	$ 4	1	2
Semicalificado	$ 7	3	6
Calificado	$ 15	7	9

Un simple promedio es:

$\overline{X} = \frac{4+7+15}{3}$

$\overline{X} = 8{,}67$ pero es incorrecto

El promedio es:

$$\overline{X} = \frac{4+7+7+7+15+15+15+15+15+15+15}{(1+3+7)}$$

$$\overline{X} = 11{,}82$$

Aplicando la media ponderada

$$\overline{X}_p = \frac{4+3(7)+7(15)}{11}$$

$$\overline{X}_p = 11{,}82$$

Para el producto 2

$$\overline{X}_p = \frac{2(4)+6(7)+9(15)}{17}$$

$$\overline{X}_p = 10{,}88$$

c. Media Geométrica. Si se trabaja con cantidades que cambian en un cierto período, se necesita conocer una tasa promedio de cambio. La media geométrica se utiliza para dos situaciones que son:

1. Promediar porcentajes, índices y cifras relativas
2. Determinar el incremento porcentual promedio en ventas, producción u otras actividades o series económicas de un periodo a otro.

Se aplica en las áreas de Administración y Economía. Se define como:

G= $\sqrt[n]{X_1.X_2.X_3 \dots X_n}$

Se deposita $ 200 inicialmente y se dejan acumular intereses a diferentes tasas durante cinco años. El crecimiento se resume en la siguiente tabla.

Año	Tasa de Interés	Factor de Crecimiento	Ahorros al final del Año
1	4	1,04	208
2	8	1,08	224,64
3	9	1,09	244,86
4	13	1,13	276,69
5	17	1,17	323,73

Si obtenemos el factor de crecimiento promedio es:

G= $\sqrt[n]{X_1.X_2.X_3 \dots X_n}$

G= $\sqrt[5]{1{,}04(1{,}08)(1{,}09)(1{,}13)(1{,}17)}$.

G = 1,101107

Comprobando: 200 (1.101107) (1.101107) (1.101107) (1.101107) (1.101107) = 323,73

Las utilidades obtenidas por una empresa constructora en cuatro proyectos fueron de 4, 6, 9, 13%, respectivamente. ¿Cuál es la media geométrica de las ganancias?

G= $(X1*X2*X3*...X_n)^{1/n}$

G = $(4X6X9X13)^{1/4}$

G= 7,28%

La media geométrica de las utilidades es 7,28%

Si desea determinar el cambio porcentual promedio durante cierto periodo

$$G = \sqrt[n]{\frac{Valor\ al\ final\ del\ periodo}{Valor\ al\ inicio\ del\ periodo}} - 1$$

Daniela ganó $400 en el año 2010 y $870 a principios del 2019, ¿cuál es la tasa anual de incremento durante el periodo?

$$G = \sqrt[9]{\frac{870}{400}} - 1$$

La tasa de incremento anual promedio es 9,017%

Riobamba tuvo 193.315 habitantes en el año 2001 esta se incrementó a 225.741 habitantes para el año 2010. ¿Cuál es el incremento anual promedio?

$$G = \sqrt[10]{\frac{225.741}{193.315}} - 1$$

El crecimiento anual promedio durante el periodo fue de 1,56%. Expresado, en otros términos, la población de Riobamba creció a una tasa de 1, 56% por año de 2001 a 2010.

d. Media Armónica. La media armónica es la recíproca de la media aritmética de los recíprocos del conjunto de datos.

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{X_i}}$$

Una familia realiza un viaje en automóvil de Riobamba a la ciudad de Quito y cubre los primeros 100 km a 70 km/h, los siguientes 100 km a 90 km/h y los últimos 100 km a 110 km/h. Calcular, en esas condiciones, la velocidad media realizada.

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{X_i}}$$

$$H = \frac{3}{\frac{1}{70}+\frac{1}{90}+\frac{1}{110}}$$

H= 86,98 km/h

La relación fundamental es: $H \leq G \leq \overline{X}$

Comprobar con los siguientes datos: 4, 6, 9, 13

$$\overline{X} = \frac{4+6+9+13}{4}$$

$\overline{X} = 8$

$$G = \sqrt[4]{4(6)(9)(13)}$$

G = 7,28

$$H = \frac{4}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{13}}$$

H = 6,61

6,61 < 7,28 < 8

e. La Mediana La mediana (Me), de un conjunto de n observaciones $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ es el valor que se encuentra en el centro del conjunto de datos, cuando están dispuestos en orden creciente o decreciente. El valor depende del n números de datos si es par o impar:

n es IMPAR	n es PAR
Me = $\mathbf{X}_{\frac{n+1}{2}}$	Me= $\frac{X_{\frac{n}{2}}+X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$

Dado: 5, 8, 9, 2, 10, 14, 10, 45, 89, 34, 43, 29, 25, 28 Hallar la mediana

i 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Xi 2, 5, 8, 9, 10, 10, 14, 25, 28, 29, 34, 43, 45, 89; n es 14 es par

Me= $\frac{X_{\frac{n}{2}}+X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$

Me= $\frac{X_{\frac{14}{2}}+X_{\frac{14}{2}+1}}{2}$

Me= $\frac{X_7+X_8}{2}$ Me= $\frac{14+25}{2}$ Me= 19, 5

Las notas de un examen de Estadística de 9 estudiantes que son: 6, 8, 5, 3, 10, 7, 9, 2, 4; Hallar la mediana

i 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Xi 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10; n es 9 es impar

Me = $\mathbf{X}_{\frac{n+1}{2}}$

Me = $\mathbf{X}_{\frac{9+1}{2}}$ Me = X_5 Me = 6 puntos

Propiedades: Las principales propiedades de la mediana son:

1. No influyen en ella valores extremadamente grandes o pequeños. Es decir la mediana es una valiosa medida de ubicación cuando dichos valores se presentan.
2. Se calcula en el caso de datos de nivel ordinal o más altos.

f. Moda La moda es una medida de tendencia central que se la define como el valor que más se repite en un conjunto de datos. Puede suceder que en ciertos casos no se presente un valor modal (entonces se trata de una distribución amodal), o se presente más de un valor modal (distribuciones multimodales). Es una medida puramente descriptiva y no muy empleada como medida de tendencia central

Los siguientes datos son los resultados de un examen de Estadística: 4, 7, 8, 3, 5, 7, 8, 10, 7

3, 4, 5, 7, 7, 7, 8, 8, 10

Mo = 7

Los siguientes datos son los resultados de un examen de Estadística: 4, 7, 8, 3, 5, 7, 8, 10, 7, 8

3, 4, 5, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 10

Mo = 7, 8 es **Bimodal**