Distribución t Student

Condiciones

- Se utiliza en muestras de 30 o menos elementos.
- La desviación estándar de la población no se conoce

Diferencias

- La distribución t student es menor en la media y mas alta en los extremos que una distribución normal.

- Tiene proporcionalmente mayor parte de su área en los extremos que la distribución normal.

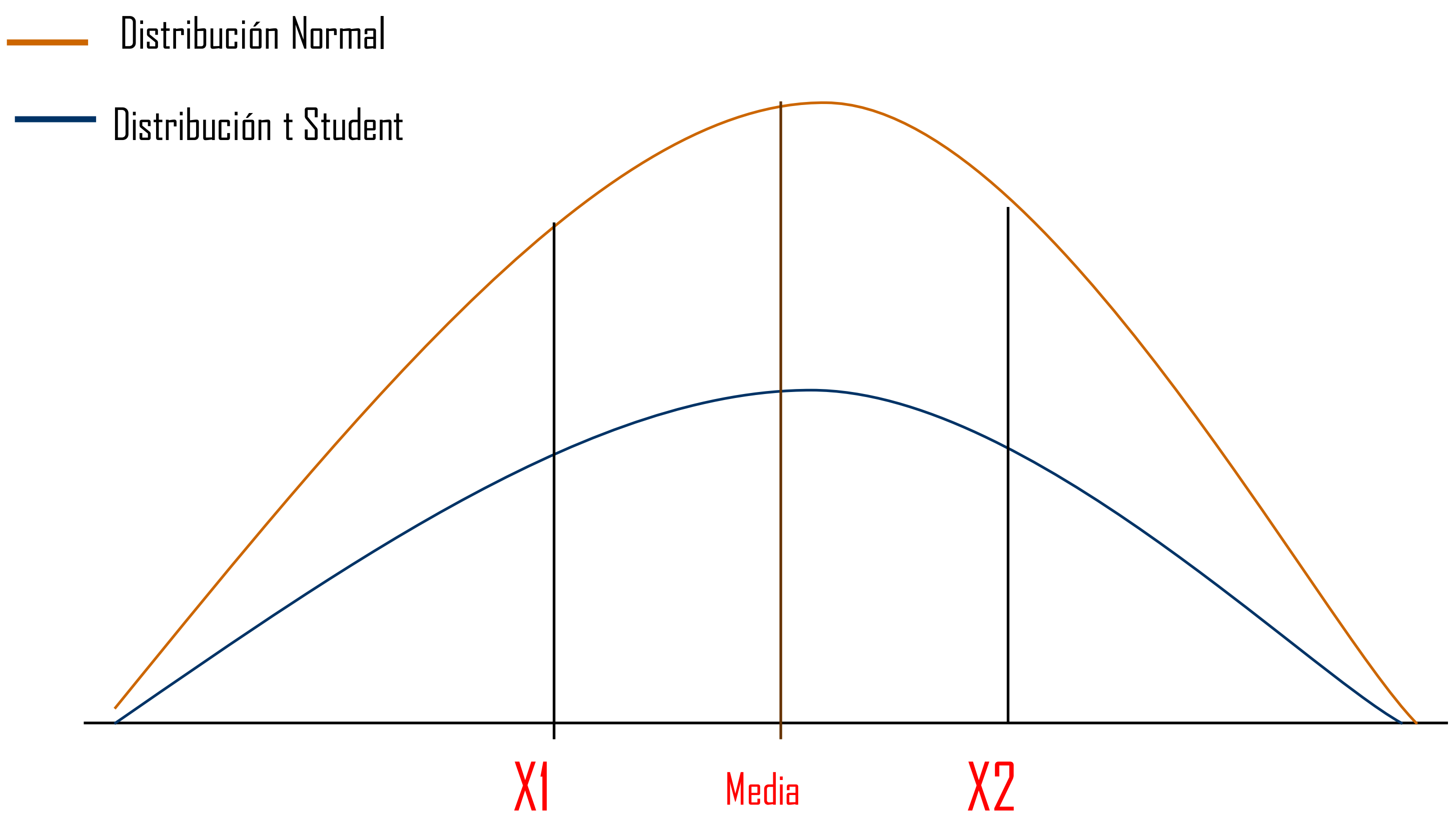
Prueba T de Student

La prueba de t Student, es un método de análisis estadístico, que compara las medias de dos grupos diferentes. Es una prueba paramétrica, o sea que solo sirve para comparar variables numéricas de distribución normal.

La prueba t Student, arroja el valor del estadístico t. Según sea el valor de t, corresponderá un valor de significación estadística determinado.

En definitiva la prueba de t Student contrasta la H_0 de que la media de la variable numérica “y”, no tiene diferencias para cada grupo de la variable categórica “x”.

Comparación



Formulario

Áreas	$t = \dfrac{x - \bar{x}}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$	$t = \dfrac{x - \bar{x}}{\dfrac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}}$
Intervalos	$x = \bar{x} \pm t \dfrac{s}{\sqrt{n}}$	$x = \bar{x} \pm t \dfrac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}$
Tipo de Población	Infinita	Finita

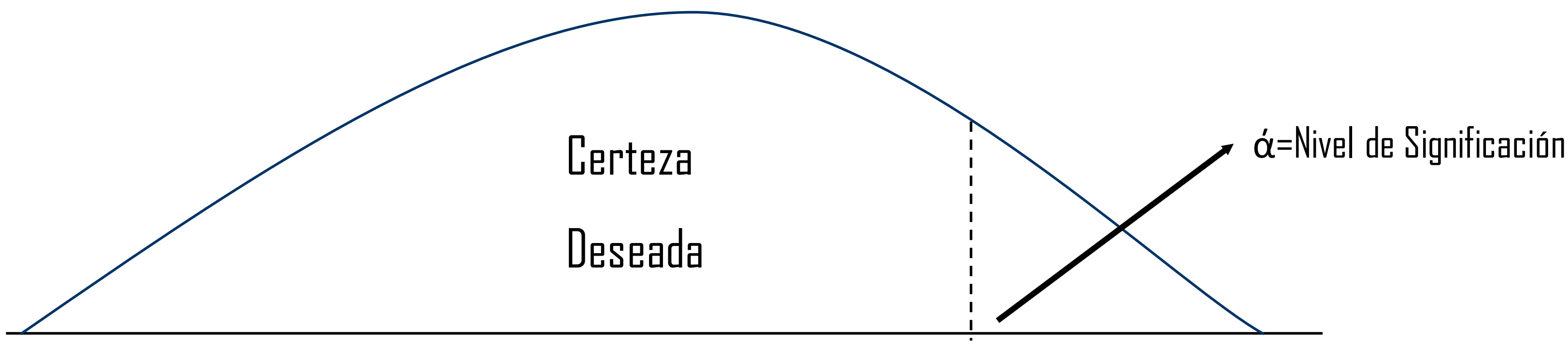
$$S^2 = \frac{\sum_i (Xi - \bar{X})^2}{n}$$

Desviación estándar

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (Xi - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

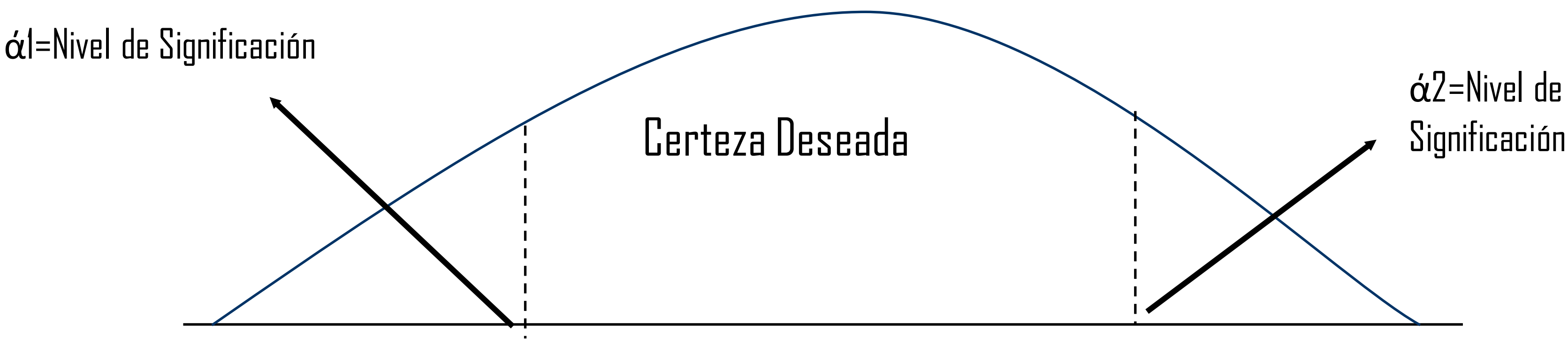
Varianza

Nivel de Significación



Nivel de Significación

ά=Nivel de Significación/2



ά= (1 – Certeza Deseada)

Grados de Libertad

- Existe una distribución t para cada tamaño de la muestra, por lo que "Existe una distribución para cada uno de los grados de libertad".

- Los grados de libertad son el numero de valores elegidos libremente.

Grados de Libertad

- Dentro de una muestra para distribución t student los grados de libertad se calculan de la siguiente manera:

- $GL = n - 1$

Ejemplo

- Se tiene una muestra de 7 elementos con una media de 16.
- n - 1

$$GL = \frac{a+b+c+d+e+f+g}{7} = 16$$

GL=n – 1 =7-1= 6

Uso de la Tabla de Distribución t

- La tabla de distribución t es mas compacta que z y muestra las áreas y valores de t para unos cuantos porcentajes exclusivamente (10%,5%,2% y 1%)

Levin,Richard, "Estadística para Administradores" segunda edición, edit, Prentice Hall,

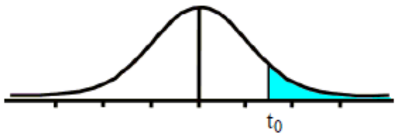
Uso de la Tabla de Distribución t

- Una segunda diferencia de la tabla es que *no se centra* en la probabilidad de que el parámetro de la población que esta siendo estimado caiga *dentro* del intervalo de confianza. Por el contrario, mide la probabilidad de que ese parámetro *no* caiga dentro del intervalo de confianza

Levin,Richard, “Estadística para Administradores” segunda edición, edit, Prentice Hall,

- Una tercera diferencia en el empleo de la tabla consiste en que hemos de especificar los grados de libertad con que estamos trabajando.

Levin,Richard, “Estadística para Administradores” segunda edición, edit, Prentice Hall, Tabla t-Student



Grados de libertad	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3137	12.7062	31.8210	63.6559
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9645	9.9250
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8408
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7765	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9979	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21	0.6864	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188
23	0.6853	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24	0.6848	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7970
25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26	0.6840	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27	0.6837	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28	0.6834	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29	0.6830	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
31	0.6825	1.3095	1.6955	2.0395	2.4528	2.7440
32	0.6822	1.3086	1.6939	2.0369	2.4487	2.7385
33	0.6820	1.3077	1.6924	2.0345	2.4448	2.7333
34	0.6818	1.3070	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284
35	0.6816	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238

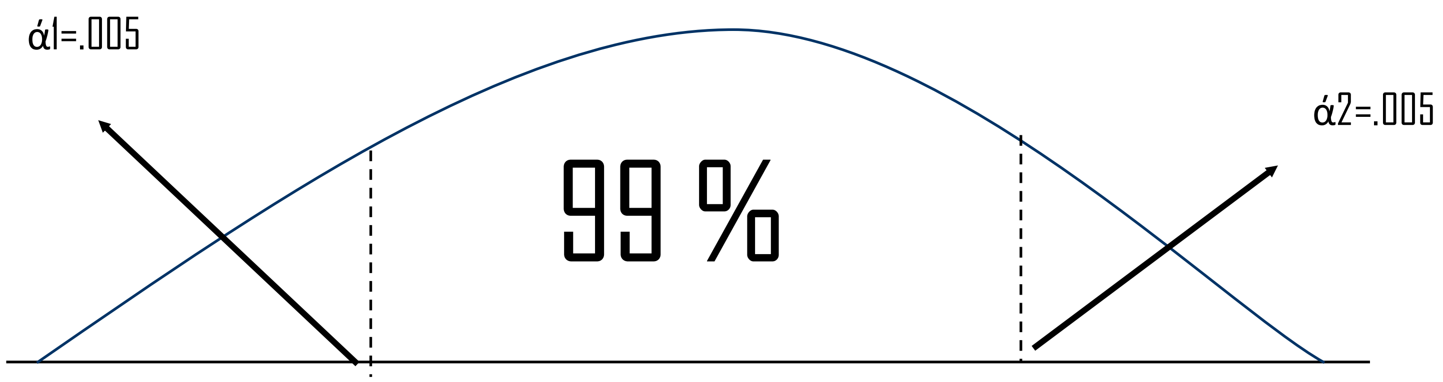
Ejercicio

- Se desea obtener un intervalo de confianza al 99% para el tiempo medio requerido para realizar un trabajo.

- Una muestra aleatoria de 16 mediciones produce una media y una desviación estándar de 13 y 5.6 minutos respectivamente

Encontrando t

- t= Una confianza del 99% con (n-1) grados de libertad.
- GL=16-1=**15**



ά= 1%

ά= .01

ά/2=.005

Datos

- $n = 16$
- $X = 13$ minutos
- $S = 5.6$ minutos
- $t = 2.947$

$$x = x \pm t\,\frac{s}{\sqrt{n}}$$

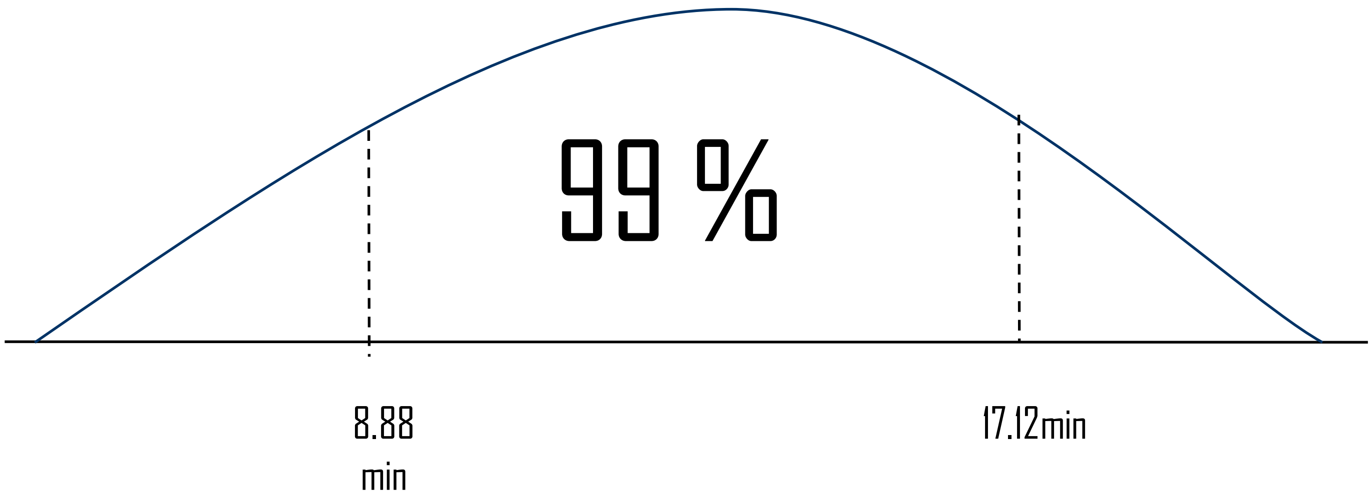
$\partial = 13 \pm 2.947(5.6/\sqrt{16})$

$\partial = 13 \pm 4.12$

$\partial 1 = 17.12$ minutos

$\partial 2 = 8.88$ minutos

Tiempo medio requerido para realizar el trabajo sera entre 8.88 y 17.12 minutos con una certeza del 99%


99 %
8.88
min
17.12min

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS INDEPENDIENTES (T)

ejemplo: Se desea saber si existen diferencias entre ambos grupos

GRUPO 1	6,2	6,3	5,4	4,5	5,0	4,7	5,7	3,3
GRUPO 2	5,8	6,6	6,8	5,9	5,4	5,0	6,5	6,7

$$n_1 = 8 \qquad M_1 = 5{,}14 \qquad DS_1 = 0{,}99$$

$$n_2 = 8 \qquad M_2 = 6{,}09 \qquad DS_2 = 0{,}66$$

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\dfrac{(n_1 - 1)DS_1^2 + (n_2 - 1)DS_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$$

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS INDEPENDIENTES (T)

$$n_1 = 8 \qquad M_1 = 5{,}14 \qquad DS_1 = 0{,}99$$

$$n_2 = 8 \qquad M_2 = 6{,}09 \qquad DS_2 = 0{,}66$$

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)DS_1^2 + (n_2 - 1)DS_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

CÁLCULO DEL VALOR T OBSERVADO

$$t = \frac{5{,}14 - 6{,}09}{\sqrt{\frac{(8-1)0{,}99^2 + (8-1)0{,}66^2}{(8-1) + (8-1)}\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right)}}$$

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS INDEPENDIENTES (T)

Valor calculado

$$t_o = -2.28$$

α = 0.05 bilateral

valor critico

$$t_{0.025;14} = 2.14$$

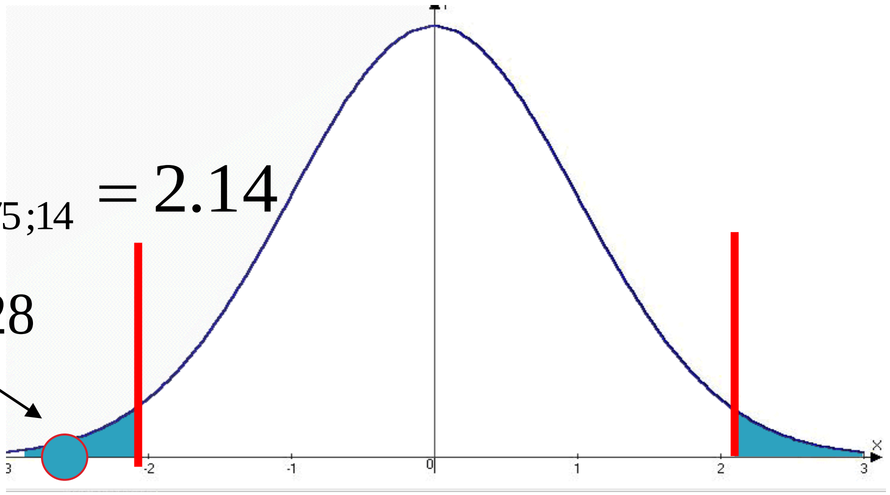
grados de libertad
$(n_1\text{-}1)+(n_2\text{-}1)$

Se Rechaza Ho

Existen diferencias de rend. favorables al grupo 2 (M=6,09) respecto del grupo 1 (M=5,14), t(14)=2,28, p<.05.

$$t_{0.975;14} = 2.14$$

$$t_o = -2.28$$



DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS INDEPENDIENTES (T)

ejemplo:

Se desea saber si el Grupo 2 tiene mejor rendimiento que el Grupo 1

GRUPO 1	6,2	6,3	5,4	4,5	5,0	4,7	5,7	3,3
GRUPO 2	5,8	6,6	6,8	5,9	5,4	5,0	6,5	6,7

$$n_1 = 8 \qquad M_1 = 5{,}14 \qquad DS_1 = 0{,}99$$

$$n_2 = 8 \qquad M_2 = 6{,}09 \qquad DS_2 = 0{,}66$$

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\dfrac{(n_1-1)DS_1^2 + (n_2-1)DS_2^2}{(n_1-1)+(n_2-1)}\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}}$$

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS INDEPENDIENTES (T)

$$n_1 = 8 \qquad M_1 = 5{,}14 \qquad DS_1 = 0{,}99$$

$$n_2 = 8 \qquad M_2 = 6{,}09 \qquad DS_2 = 0{,}66$$

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\dfrac{(n_1 - 1)DS_1^2 + (n_2 - 1)DS_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$$

CÁLCULO DEL VALOR T OBSERVADO

$$t = \frac{6{,}09 - 5{,}14}{\sqrt{\dfrac{(8-1)0{,}99^2 + (8-1)0{,}66^2}{(8-1) + (8-1)}\left(\dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{8}\right)}}$$

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS INDEPENDIENTES (T)

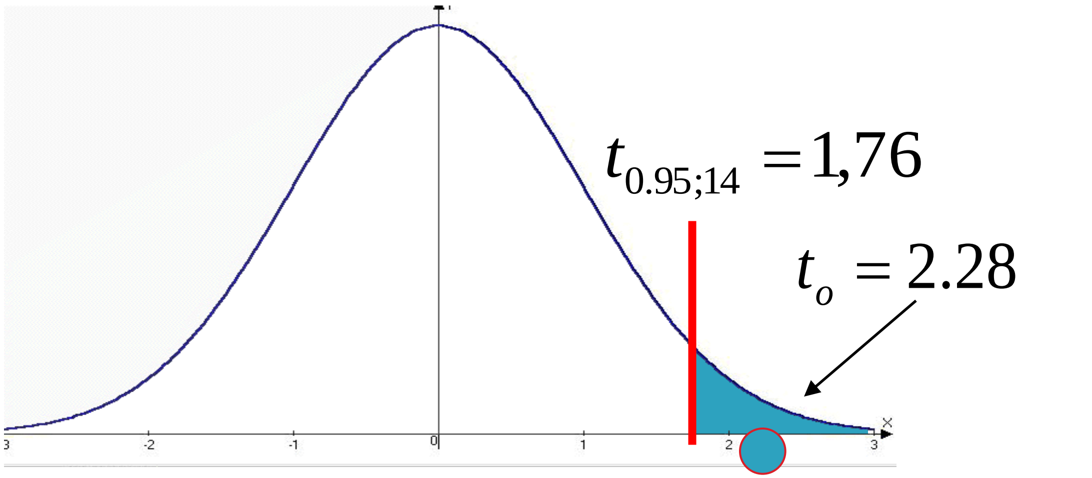
Valor calculado

$$t_o = 2.28$$

$\alpha = 0.05$ unilateral

valor critico

$$t_{0.05;14} = 1,76$$



Se rechaza Ho

Prueba T de Student
para muestras relacionadas

La prueba de t Student para muestras dependientes se utiliza para comparar las medias de un mismo grupo en diferentes etapas. Se utiliza, por ejemplo, para las comparaciones de los resultados de una prueba antes y después para un grupo determinado.

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS RELACIONADOS (T)

ejemplo:

Se desea saber si la conciencia de lo impreso de niños de Primer año básico ha variado positivamente después de una intervención pedagógica. Los datos son los siguientes :

CONC. IMPR PRE	CONC. IMPR POST
92	94
85	97
74	93
70	99
36	92
85	98
55	77
66	93
88	96
75	100
89	95
66	93

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS RELACIONADOS (T)

En este caso se utiliza la prueba t para muestras relacionadas

$$\boxed{t = \frac{M_d}{DS_d / \sqrt{n}}}$$

$$DS_d = \sum_{1}^{n} \frac{x_{i1} - x_{i2}}{n}$$

$$DS_d = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n} \left(d_1 - \bar{X}_d \right)^2}{n-1}}$$

$M_d = \text{Media aritmética de las diferencias}$

$DS_d = \text{Desviación Estándar de las diferencias}$

$n = \text{Número de sujetos de la muestra}$

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS RELACIONADOS (T)

En nuestro caso, se obtienen los siguientes valores:

CONC. IMPR PRE	CONC. IMPR POST	d
92	94	-2
85	97	-12
74	93	-18
70	99	-29
36	92	-56
85	98	-14
55	77	-23
66	93	-27
88	96	-8
75	100	-25
89	95	-6
66	93	-27

$$\overline{X}_d = -20,50$$

$$s_d = 14,39$$

$$n = 12$$

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS RELACIONADOS (T)

CÁLCULO DEL VALOR T OBSERVADO

$$n = 12 \qquad M_d = -20{,}50 \qquad DS_d = 14{,}39$$

$$t = \frac{M_d}{DS_d / \sqrt{n}}$$

SUSTITUYENDO

$$t_O = \frac{-20{,}50}{14{,}39 / \sqrt{12}} = -4{,}93$$

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS RELACIONADOS (T)

Valor calculado

$$t_o = -4{,}93$$

$\alpha = 0.05$ unilateral

valor critico

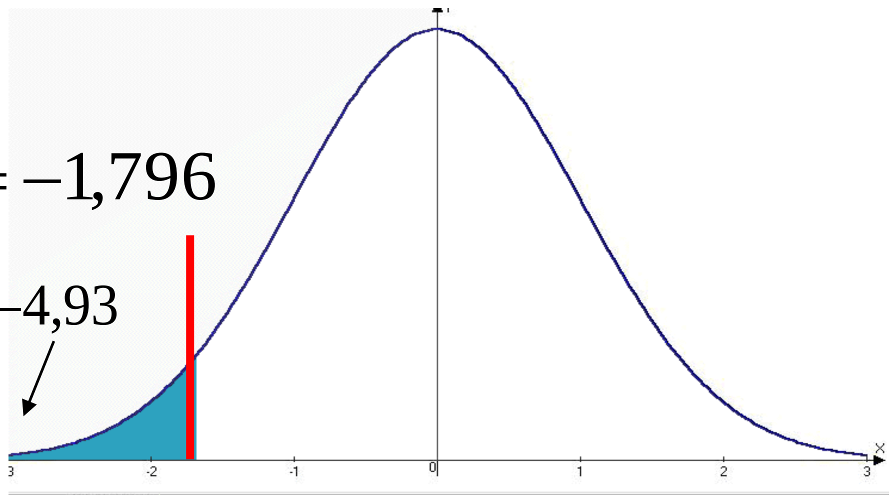
$$t_{0.05;11} = 1{,}796$$

grados de libertad

n-1

$$t_{0.95;11} = -1{,}796$$

$$t_o = -4{,}93$$



Se Rechaza Ho

Al comparar los valores, podemos rechazar la hipótesis nula con un margen de error de 5%, por lo cual podemos afirmar que la conciencia de lo impreso de niños de Primer año básico ha variado positivamente después de la intervención pedagógica.

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS RELACIONADOS (T)

Ejemplo Contraste Bilateral:

Un Director de un colegio intentaba encontrar un modo eficaz de estimular la concentración de los niños, entendida como la capacidad que tienen para centrarse en aquello que están realizando en cada momento. Con el fin de elegir la técnica más apropiada, probó en un Segundo básico dos opciones, una basada en ejercicios de respiración y relajación y otra basada en el efecto Mozart, pues tenía antecedentes que la música también incide en la concentración, la atención y la memoria, fundamentales para el proceso del aprendizaje. Los resultados fueron medidos a través de los tiempos de concentración de cada niño en cada una de las experiencias.

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS RELACIONADOS (T)

En nuestro caso, se obtienen los siguientes valores:

TÉC. ERR	TÉC. EM	d
15	27	-12
12	25	-13
22	17	5
20	30	-10
18	22	-4
16	19	-3
14	15	-1
19	22	-3
17	25	-8
10	19	-9
25	23	2
20	22	-2

$$M_d = -4,83$$

$$DS_d = 5,61$$

$$n = 12$$

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS RELACIONADOS (T)

CÁLCULO DEL VALOR T OBSERVADO

$n = 12$ $\quad M_d = -4{,}83$ $\quad DS_d = 5{,}61$

$$t = \frac{M_d}{DS_d / \sqrt{n}}$$

SUSTITUYENDO

$$t_O = \frac{-4{,}83}{5{,}61 / \sqrt{12}} = -2{,}99$$

DIFERENCIA DE MEDIAS GRUPOS RELACIONADOS (T)

Valor calculado

$$t_o = -2{,}99$$

$\alpha = 0.05$ bilateral

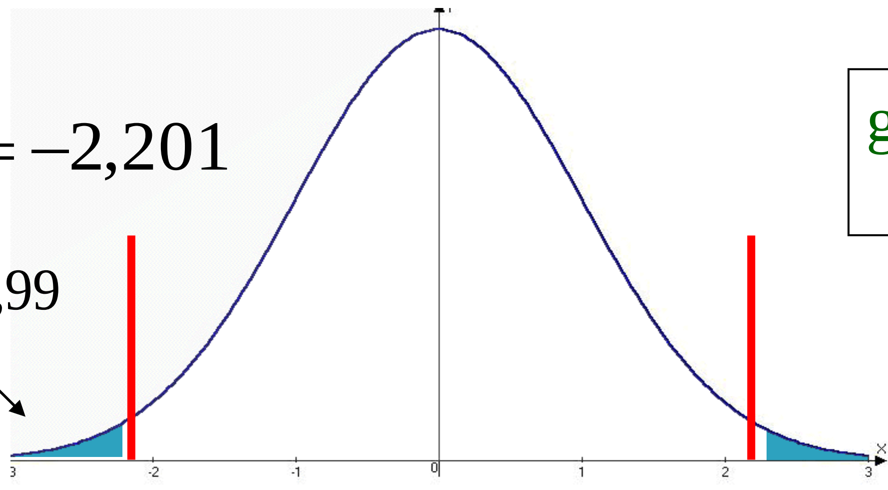
valor critico

$$t_{0.025;11} = 2{,}201$$

grados de libertad
n-1

$$t_{0.975;11} = -2{,}201$$

$$t_o = -2{,}99$$



Se Rechaza Ho

Al comparar los valores, podemos rechazar la hipótesis nula de la igualdad de las técnicas de estimulación de la concentración, con un margen de error de 5%, por lo cual podemos afirmar que la existen diferencias entre ellas, a favor de la técnica basada en el efecto Mozart.