PRUEBA DE HIPÓTESIS

Después del **análisis** (de los datos descriptivos) de la(s) muestra(s), los cálculos de los estadígrafos necesarios, se debe seleccionar el estadístico para contrastar la(s) hipótesis.

La hipótesis planteada debe ser contrastada para ver su aceptación o no.

Una prueba de hipótesis estadística es un criterio que con base a la hipótesis nula (H_o) nos ayuda a decidir si ésta se acepta o rechaza.

a) Errores de tipo I y de tipo II

Cuando aceptamos o rechazamos una hipótesis podemos cometer dos errores:

Error de TIPO I (α) la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es verdadera.

Error de TIPO II (β) a la probabilidad de aceptar la hipótesis nula cuando ésta es falsa.

	H_o es verdadera	H_o es falsa
Se rechaza H_o	Error de TIPO I α	Decisión correcta
Se acepta H_o	Decisión correcta	Error de TIPO II β

Para evitar este asunto seleccione una muestra representativa de la población.

b) Nivel de significación y nivel de confianza

El error de tipo I se denota por α y se lo conoce como nivel **de significación** y generalmente se toma (fijo) los valores entre 0.01 (1%) y 0.15 (15%) (Los más usuales son: 0.01 y 0.05. Representan áreas de riesgo (de rechazo de la hipótesis H_o) o confianza (de aceptación de la hipótesis de investigación H_i).
El **nivel de confianza** se define por: 1 - α, es la zona de aceptación de la hipótesis nula.

c) Pasos para la prueba de hipótesis

La hipótesis alternativa debe coincidir con la hipótesis de investigación
Los **pasos** que generalmente se siguen para realizar la prueba de la(s) hipótesis:

1) Planteamiento de las hipótesis.
2) Nivel de significación α.
3) Criterio con el que se rechaza o acepta H_o.
4) FUNCIÓN PIVOTAL o Cálculos con las fórmulas correspondientes a las técnicas estadísticas seleccionadas.
5) Decisión que se toma de acuerdo con los valores calculados y teóricos.

d) Técnicas Estadísticas

Según el diseño de la investigación, el tipo de los datos recogidos y la(s) hipótesis planteada(s) se deberá seleccionar el estadístico más apropiado para probar la(s) hipótesis, entre las que se tiene: **z normalizado, t-student, diferencia de proporciones, Chi cuadrado y el coeficiente de correlación de Pearson.**

1. Z NORMALIZADO

La evaluación z de la distribución (normal), que se simboliza con z, es el valor crítico que aparta las áreas de aceptación y rechazo de la hipótesis nula, este valor depende del nivel de significación α. Recuerde al área bajo la curva es 1 si la media es 0 y la desviación estándar es 1

Cuando se realiza un **ENSAYO A UNA COLA** se procede:
Si se adopta un nivel de significación del 1% ($\boldsymbol{\alpha}$ = 0,01) z_t = 2,33
El área entre el centro y el valor teórico se obtiene así: 0,50 – (0,01) = 0,49. Observando 0,49 en el interior de la tabla correspondiente se tiene que el valor teórico es 2,33
Si el nivel de significación del 5% ($\boldsymbol{\alpha}$ = 0,05) z_t = 1,64
El área entre el centro y el valor teórico se obtiene así: 0,50 – (0,05) = 0,45. Observando 0,45 en el interior de la tabla respectiva se encuentra que el valor teórico es 1,64
Si el nivel de significación del 8% ($\boldsymbol{\alpha}$ = 0,08) z_t = 1,40
0,50 – 0,08 = 0,42
Si el nivel de significación del 11% ($\boldsymbol{\alpha}$ = 0,11) z_t = 1,22
0,50 – 0,11 = 0,39
Si el nivel de significación del 4% ($\boldsymbol{\alpha}$ = 0,04) z_t = 1,75
0,50 – 0,04 = 0,46

Si se realiza el **ENSAYO A DOS COLAS**, se calcula:
Con el nivel de significación del 1% ($\boldsymbol{\alpha}$ = 0,01) z_t = 2,57
El área entre el centro y el valor teórico se obtiene así:
0,50 – (0,01)/2 = 0,50 – 0,005 = 0,495.
Con un nivel de significación del 5% ($\boldsymbol{\alpha}$ = 0,05) z_t = 1,96
El área entre el centro y el valor teórico se obtiene así:
0.50 – (0,05)/2 = 0,50 – 0,025 = 0,475.
Con un nivel de significación del 8% ($\boldsymbol{\alpha}$ = 0,08) z_t = 1,75
El área entre el centro y el valor teórico se obtiene así:
0.50 – (0,08)/2 = 0,50 – 0,04 = 0,460.
Con un nivel de significación del 12% ($\boldsymbol{\alpha}$ = 0,12) z_t = 1,55

El área entre el centro y el valor teórico se obtiene así:
0.50 – (0,12)/2 = 0,50 – 0,06 = 0,440.
Con un nivel de significación del 6% ($\boldsymbol{\alpha}$ = 0,06) z_t = 1,88
El área entre el centro y el valor teórico se obtiene así:
0.50 – (0,06)/2 = 0,50 – 0,03 = 0,470

FÓRMULAS

PARA UNA MUESTRA (con una distribución muestral normal de la población)

$$Z_C = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$\bar{x}$: Media aritmética muestral
σ: Desviación típica poblacional
μ: Media poblacional o hipotetizada
Z: Valor calculado.

En una prueba de estadística a 36 estudiantes de Contabilidad y Auditoría se obtiene como promedio $\bar{x} = 7.6$, la desviación típica poblacional es $\sigma = 1.1$. Pruebe que este promedio 7.6 difiere significativamente del promedio poblacional $\mu = 7$ con un nivel de significación del 5%.

1) Planteamiento de las hipótesis

H_o: $\mu = 7$ (El promedio de rendimiento del grupo es igual a 7)

H_i: $\mu \neq 7$ (El promedio de rendimiento del grupo es diferente a 7)

2) Nivel de significación

$\alpha = 0.05$

3) Criterio

Rechace la H_o si $z_c < -1.96$ o $z_c > 1.96$

Donde 1.96 es el valor teórico de z en un ensayo a dos colas con un nivel de significación de 0.05, y z_c es el valor calculado de z que se obtiene aplicando la fórmula:

4) Cálculos

$$z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Reemplazando los datos $\bar{x} = 7.6$, $\sigma = 1.1$, $\mu = 7$ y $n = 36$, en la fórmula, se obtiene:

$$z_c = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{7.6-7}{1.1/\sqrt{36}} = \frac{0.6}{0,1833} = 3,27$$

$$z_c = 3,27$$

5) Decisión

$$z_c > z_t$$

$$3{,}27 \; > \; 1.96$$

3,27 está en la zona de rechazo de la hipótesis nula, luego queda aceptada la hipótesis de investigación, esto es: “El promedio de rendimiento del grupo es diferente a 7”.

PARA DOS MUESTRAS A y B

Las $\bar{x}_A$ y $\bar{x}_B$ respectivamente, y con la hipótesis nula $H_o: \bar{x}_A = \bar{x}_B$

$$\mathbf{z_c} = \frac{\bar{\mathbf{x}}_\mathbf{A} - \bar{\mathbf{x}}_\mathbf{B}}{\sqrt{\frac{\boldsymbol{\sigma}_\mathbf{A}^2}{\mathbf{n_A}} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_\mathbf{B}^2}{\mathbf{n_B}}}}$$

En una prueba de estadística aplicada a dos paralelos con 34 y 38 estudiantes respectivamente, con metodologías diferentes se obtiene que: $\bar{x}_A = 7.9$, $\bar{x}_B = 7.1$, $\sigma_A = 0{,}9$, $\sigma_B = 1{,}2$. Pruebe con un nivel de significación $\propto = 5\%$ que los promedios son significativamente diferentes.

1) Planteamiento de las hipótesis

$H_o: \bar{x}_A = \bar{x}_B$ (El promedio de rendimiento del grupo A es igual al promedio de rendimiento del grupo B)

$H_i: \bar{x}_A \neq \bar{x}_B$ (El promedio de rendimiento del grupo A es diferente al promedio de rendimiento del grupo B)

2) Nivel de significación

$\alpha = 0.05$

3) Criterio

Rechace la H_o si $z_c < -1.96$ o $z_c > 1.96$

4) Cálculos

$$z_c = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}}$$

Reemplazando los datos

$\bar{x}_A = 7.9$

$\bar{x}_B = 7.1$

$\sigma_A^2 = (0.9)^2 = 0.81$

$\sigma_B^2 = (1.2)^2 = 1.44$

$n_A = 34$

$n_B = 38$

en la fórmula correspondiente, se obtiene:

$$z_c = \frac{\overline{x}_A - \overline{x}_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} = \frac{7.9 - 7.1}{\sqrt{\frac{0.81}{34} + \frac{1.44}{38}}} = \frac{0.8}{0.2484} = 3{,}22$$

5) Decisión

Como el valor de z calculado es mayor al valor de z teórico; esto es:

$$3{,}22 > 1.96$$

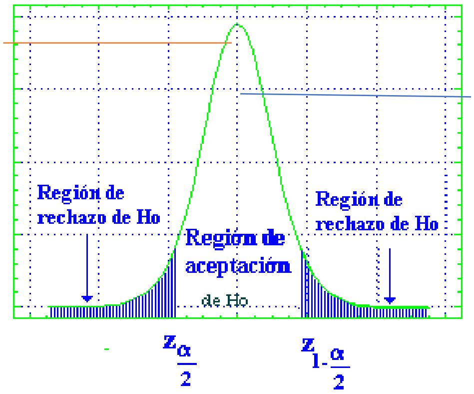
3,22 está en la zona de rechazo de la hipótesis nula, luego queda aceptada la hipótesis de investigación, esto es: "El promedio de rendimiento del grupo A es diferente al promedio de rendimiento del grupo B".

GRAFICOS DE REGIONES DE ACEPTACIÓN Y RECHAZO PARA CADA TIPO DE HIPÓTESIS

a) Hipótesis bidireccional (ensayo a dos colas):

$H_0 : \overline{x}_A = \overline{x}_B$

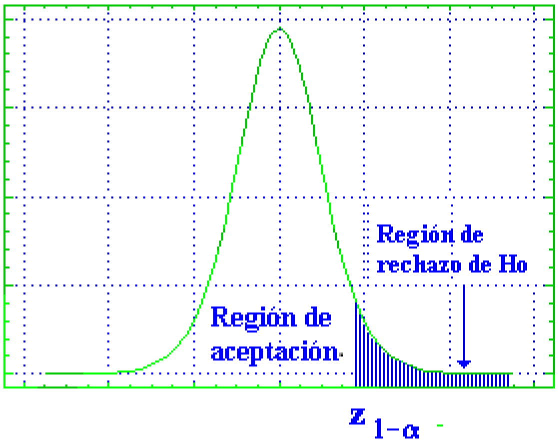
$H_i : \overline{x}_A \neq \overline{x}_B$



b) Hipótesis unidireccional, cola derecha:

$H_0 : \overline{x}_A \leq \overline{x}_B$

$H_i : \overline{x}_A > \overline{x}_B$



c) Hipótesis unidireccional, cola izquierda:

$$H_0 : \bar{x}_A \geq \bar{x}_B$$
$$H_i : \bar{x}_A < \bar{x}_B$$