UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN, HUMANAS Y TECNOLOGÍAS

Nombre del estudiante:

………………………………………………

Modulo de Estadística

LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA DE LA HISTORIA Y LAS CIENCIAS SOCIALES

ESTADÍSTICA EDUCATIVA

Semestre y paralelo: Octavo “A”

Período académico: ……………………..

Guía didáctica

Docente:
Gonzalo Fabián Erazo Brito

Licenciado en Ciencias de la Educación mención Ciencias Sociales
Magister en Docencia Universitaria e Investigación Educativa
Magister en Filosofía mención Ética, Política y Sociedad
Máster Universitario en Historia del Mundo Contemporáneo

Economista
Magister en Economía
Magister en Administración de Empresas
Máster en Desarrollo Económico y Políticas Públicas
Tecnólogo en Contabilidad y Asesoría Tributaria
Tecnólogo Superior en Marketing Digital y Comercio Electrónico

Abogado de los Tribunales de la República
Magister en Derecho Constitucional
Máster Universitario en Asesoría Jurídica de Empresas
Tecnólogo Ayudante Judicial
Técnico Ejecutivo Asistente Jurídico

Autor y ponente de artículos científicos de alto impacto y redactor de libros, con experiencia en docencia universitaria en diversas instituciones del país. Posee amplios conocimientos en Educación, Ciencias Sociales, Economía, Administración y Derecho. Ha participado en procesos académicos e investigativos, acreditación institucional, prácticas preprofesionales, titulación, comisión de carrera y vinculación con la sociedad.

Actualmente, se desempeña como Docente Investigador en la Universidad Nacional de Chimborazo (UNACH).

INTRODUCCIÓN

La **Estadística Educativa** se organiza en varias unidades diseñadas para desarrollar competencias clave en la comprensión y aplicación de conceptos estadísticos en el ámbito educativo. **En primer lugar**, la **Unidad 1: Lógica Matemática** se enfoca en los fundamentos de la lógica matemática, abarcando conceptos como conectivos, proposiciones y razonamientos válidos e inválidos. El objetivo es que los estudiantes adquieran las herramientas necesarias para resolver problemas lógicos y matemáticos, integrando principios como las **tablas de verdad** y los **cuantificadores**.

Unidad 2: Estadística Descriptiva: Aquí se introducen los principios básicos de la estadística y su relevancia en diversas disciplinas, especialmente en **educación** y **ciencias sociales**. Se pone énfasis en la **recolección** y **análisis de datos**, así como en la aplicación de **métodos estadísticos** para interpretar información en contextos educativos.

Unidad 3: Representaciones Gráficas: Esta unidad enseña a **interpretar** y **crear representaciones gráficas** de datos, destacando su importancia en la visualización de información. Los estudiantes aprenderán a utilizar **tablas de distribución de frecuencias** y a desarrollar gráficos como **histogramas** y **diagramas de barras**, lo que facilitará la **comunicación** y el **análisis de datos**.

Unidad 4: Estadígrafos de Posición: Se centra en el cálculo e interpretación de las **medidas de tendencia central** (media aritmética, mediana y moda) y de **dispersión** (desviación media, varianza y desviación típica). El objetivo es que los estudiantes apliquen estas medidas en situaciones prácticas, mejorando su capacidad para comprender la **tendencia central** y la **variabilidad** de los datos.

En conjunto, estas unidades ofrecen una **base sólida** en el uso de la estadística en el campo educativo, promoviendo **habilidades analíticas** y de **interpretación** esenciales para el análisis de datos en diversos contextos educativos.

Al finalizar el módulo de **Estadística Educativa**, los estudiantes serán capaces de aplicar conceptos y técnicas estadísticas fundamentales en la **recolección**, **análisis** e **interpretación de datos educativos**. Esto incluirá:

- **Comprender** la lógica matemática básica y su aplicación en el razonamiento crítico.
- **Recolectar** y **organizar** datos estadísticos de manera eficiente.
- **Utilizar representaciones gráficas** para facilitar la comunicación de información.
- **Calcular** y **analizar** medidas de tendencia central y de dispersión, interpretando su relevancia en el análisis de datos.

En este sentido, los estudiantes desarrollarán **competencias analíticas** que les permitirán tomar **decisiones informadas** basadas en datos, tanto en su práctica profesional como en la investigación educativa.

FUENTES DE CONSULTA

1. **"Estadística para la Investigación Educativa"**

   - Autor: Manuel M. Fernández
   - Editorial: Editorial Síntesis
   - Año: 2016
   - Descripción: Este libro ofrece una introducción a las técnicas estadísticas aplicadas a la investigación educativa, con ejemplos prácticos y aplicaciones en el ámbito educativo.

2. **"Estadística en Educación: Aplicaciones y Técnicas"**

   - Autor: Alicia Rodríguez y Antonio García
   - Editorial: Editorial Narcea
   - Año: 2014
   - Descripción: Proporciona una visión integral de las técnicas estadísticas utilizadas en el análisis de datos educativos, con un enfoque práctico y teórico.

3. **"Metodología de la Investigación en Educación: Estadística y Diseño"**

   - Autor: Juan J. Ruiz y María E. Martínez
   - Editorial: Editorial McGraw-Hill
   - Año: 2018
   - Descripción: Este libro cubre tanto los métodos estadísticos como el diseño de investigaciones en el ámbito educativo, proporcionando herramientas para realizar estudios rigurosos.

4. **"Estadística Aplicada a la Investigación Educativa"**

   - Autor: Silvia M. Fernández y Ricardo L. Jiménez
   - Editorial: Editorial Pearson
   - Año: 2017
   - Descripción: Ofrece un enfoque práctico para aplicar técnicas estadísticas en la investigación educativa, con numerosos ejemplos y casos de estudio.

5. **"Estadística para Educadores"**

   - Autor: Laura V. López y Francisco A. Sánchez
   - Editorial: Editorial Paidós

- Año: 2015
- Descripción: Dirigido a educadores, este libro presenta los fundamentos de la estadística y su aplicación en la evaluación y mejora de prácticas educativas.

6. **"Investigación Educativa: Métodos Estadísticos y Aplicaciones"**

- Autor: Claudia A. Romero y Gabriel C. Vega
- Editorial: Editorial Ediciones Morata
- Año: 2019
- Descripción: Aborda métodos estadísticos en el contexto de la investigación educativa, proporcionando herramientas para el análisis y la interpretación de datos.

7. **"Estadística y Análisis de Datos en Educación"**

- Autor: Carlos M. Pérez y Elena C. López
- Editorial: Editorial Graó
- Año: 2016
- Descripción: Este libro explora diferentes técnicas estadísticas y su aplicación en la educación, con un enfoque en el análisis de datos educativos.

8. **"Métodos Estadísticos para la Investigación Educativa"**

- Autor: Jorge A. Rodríguez y Ana M. González
- Editorial: Editorial Síntesis
- Año: 2020
- Descripción: Proporciona una guía completa sobre métodos estadísticos utilizados en la investigación educativa, incluyendo técnicas avanzadas y ejemplos prácticos.

9. **"Análisis Estadístico para la Educación: Teoría y Práctica"**

- Autor: Fernando J. Martínez y Teresa H. Fernández
- Editorial: Editorial Ediciones Aljibe
- Año: 2017
- Descripción: Ofrece una visión teórica y práctica del análisis estadístico en el contexto educativo, con aplicaciones para la investigación y la práctica docente.

10. **"Estadística Aplicada a la Educación"**

- Autor: Beatriz E. Ruiz y Javier F. Castro
- Editorial: Editorial Dykinson

- Año: 2018
- Descripción: Este libro proporciona una introducción a la estadística aplicada a la educación, con un enfoque en la interpretación y aplicación de datos educativos.

Estos libros cubren una amplia gama de temas relacionados con la estadística educativa, desde conceptos básicos hasta técnicas avanzadas, y son útiles para investigadores, educadores y estudiantes interesados en la aplicación de la estadística en el campo de la educación.

<u>Libros Complementarios en Investigación y Métodos Estadísticos</u>

1. **"Estadística Aplicada a las Ciencias Sociales"**
   - Autor: José Manuel García
   - Editorial: Editorial Pearson
   - Año: 2019
   - Descripción: Este libro cubre métodos estadísticos que son aplicables a la investigación en Ciencias Sociales.
2. **"Métodos Estadísticos para Investigación en Ciencias Sociales"**
   - Autor: Emilio García y Pedro C. Martínez
   - Editorial: Editorial McGraw-Hill
   - Año: 2017
   - Descripción: Ofrece una base sólida en métodos estadísticos aplicables a diversas áreas de investigación.
3. **Estadística Aplicada a las Ciencias Sociales**

   - Autor: José Luis A. Gómez y María J. Pérez
   - Editorial: McGraw-Hill
   - Año: 2015
   - Descripción: Una obra que aborda los métodos estadísticos más relevantes para la investigación en ciencias sociales, con ejemplos prácticos.

4. **Estadística para las Ciencias Sociales**

   - Autor: María del Mar González y Luis M. Torres
   - Editorial: Editorial Universitaria
   - Año: 2020
   - Descripción: Este libro ofrece una introducción a la estadística, centrándose en su aplicación a diversas áreas de las ciencias sociales.

5. **Métodos Estadísticos en Ciencias Sociales**

   - Autor: Carlos A. L. Martínez y Juan F. Rodríguez
   - Editorial: Sage Publications

- Año: 2019
- Descripción: Un texto que cubre técnicas estadísticas fundamentales y su aplicación en el análisis de datos sociales.

6. **Estadística y Análisis de Datos en Ciencias Sociales**

    - Autor: Laura M. Sánchez y David R. López
    - Editorial: Ediciones Díaz de Santos
    - Año: 2017
    - Descripción: Este libro presenta herramientas estadísticas para el análisis de datos en investigaciones sociales, con un enfoque práctico.

<u>Links información Estadística Educativa:</u>

Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC):

- Proporciona datos estadísticos sobre diferentes aspectos de la educación en Ecuador.
- INEC – Educación
- https://www.ecuadorencifras.gob.ec/educacion/

Ministerio de Educación del Ecuador:

- Ofrece estadísticas y reportes sobre el sistema educativo nacional, incluyendo información sobre matrículas y resultados de aprendizaje.
- https://educacion.gob.ec/publicaciones-estadistica-educativa/

Secretaría de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación (SENESCYT):

- Publica estadísticas sobre educación superior, investigaciones y desarrollo en Ecuador.
- SENESCYT – Información
- https://siau.senescyt.gob.ec/estadisticas-de-educacion-superior-ciencia-tecnologia-e-innovacion/

Banco Central del Ecuador:

- Incluye datos económicos y sociales que pueden abarcar el ámbito educativo.
- Banco Central del Ecuador – Estadísticas
- https://www.ecuadorencifras.gob.ec/cuenta-satelite-de-los-servicios-de-educacion/

Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL):

- Estadísticas educativas en Ecuador.
- https://www.evaluacion.gob.ec

Observatorio de la Educación (OEI - Organización de Estados Iberoamericanos):

- Presenta estudios y datos sobre la situación educativa en Ecuador y otros países de la región.
- OEI - Ecuador
- https://oei.int/

UNESCO - Instituto de Estadística:

- Ofrece datos sobre educación en América Latina y el Caribe, así como informes sobre tendencias educativas.
- UIS - Educación en español
- https://uis.unesco.org/

Instituto de Estadística de la UNESCO (UIS).

- Publica información sobre la educación a nivel global.
- Compendio Mundial de la Educación.
- https://uis.unesco.org/sites/default/files/documents/global-education-digest-2011-comparing-education-statistics-across-the-world-sp.pdf

Observatorio de la Educación (OEI - Organización de Estados Iberoamericanos):

- Ofrece estudios y estadísticas sobre educación en Iberoamérica.
- OEI - Observatorio de la Educación
- https://oei.int/areas/educacion

Banco Mundial - Educación:

- Aunque está en inglés, puedes encontrar informes y datos relevantes en español en su sección de educación.
- Banco Mundial - Educación en español
- https://datos.bancomundial.org/tema/4

UNICEF (Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia)

- Publica información sobre la educación y su relación con el bienestar infantil y el desarrollo social.
- Estadísticas de Educación.
- https://data.unicef.org/topic/education/

OCDE. (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico)

- Publica información sobre la educación, el empleo y las condiciones de vida en países miembros.
- Estadísticas de Educación.
- https://www.oecd.org/education/education-at-a-glance/

Statista. (Estadísticas educativas a nivel mundial).

- Publica información sobre estadísticas educativas a nivel mundial.
- Estadísticas de Educación.
- https://www.statista.com/statistics

PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes).

- Publica información sobre el desempeño educativo global.
- Datos sobre el rendimiento educativo.
- https://www.oecd.org/pisa

Eurostat. (Oficina Estadística de la Unión Europea)

- Publica información sobre los sistemas educativos en los países de la Unión Europea.
- Estadísticas de educación en Europa.
- https://ec.europa.eu/eurostat/web/education-and-training

Oficina de Estadísticas Nacionales del Reino Unido.

- Publica información sobre el sistema educativo y la formación en el Reino Unido.
- Estadísticas de Educación y Formación.
- https://www.ons.gov.uk/peoplepopulationandcommunity/educationandtraining

Ministerio de Educación y Formación Profesional (España):

- Proporciona estadísticas educativas, informes y análisis sobre el sistema educativo español.
- Ministerio de Educación – Estadísticas
- https://www.educacionfpydeportes.gob.es/portada.html

Instituto Nacional de Estadística de España. (INE)

- Publica información sobre los indicadores educativos en España.
- Estadísticas de Educación.
- https://www.ine.es/dyngs/INEbase/es/categoria.htm?c=Estadisticas+de+Educacion

INEE (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación) (México):

- Publica estudios y datos sobre el sistema educativo en México.
- INEE - Información y Estadísticas
- https://www.inee.edu.mx/

CONEVAL (Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social) (México):

- Publica información sobre la educación y su relación con la pobreza y el desarrollo social.
- CONEVAL - Estadísticas
- https://www.coneval.org.mx/Paginas/principal.aspx

Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) de México.

- Publica información sobre el sistema educativo mexicano y su relación con el desarrollo social.
- Estadísticas de Educación.
- https://www.inegi.org.mx/temas/educacion/

Ministerio de Educación de Perú.

- Publica información sobre las estadísticas educativas de Perú.
- Dirección General de Estadística e Información Educativa (DGEIE).
- https://www.minedu.gob.pe/estadisticas-educativas/

Ministerio de Educación de Chile.

- Publica información sobre el sistema educativo y los indicadores educativos en Chile.
- Estadísticas de Educación.
- https://www.mineduc.cl/estadisticas/

Ministerio de Educación de Colombia.

- Publica información sobre la educación y su relación con la política pública en Colombia.
- Estadísticas de Educación.
- https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-channel.html

Instituto Nacional de Estadística de Argentina (INE).

- Publica información sobre el sistema educativo argentino.
- Estadísticas de Educación.
- https://www.indec.gob.ar/educacion.asp

Centro Nacional de Estadísticas de la Educación (NCES).

- Publica información sobre las estadísticas educativas de Estados Unidos.
- Centro Nacional de Estadísticas Educativas.
- https://nces.ed.gov

ÍNDICE GENERAL

UNIDAD 1: LÓGICA MATEMÁTICA

- Comprender los conceptos fundamentales de la lógica matemática.
- Aplicar el cálculo proposicional para analizar proposiciones complejas.
- Distinguir entre razonamientos válidos e inválidos.
- Manejar el uso de cuantificadores lógicos (universal y existencial).

Resultado de aprendizaje	Al finalizar la unidad, los estudiantes serán capaces de analizar y construir proposiciones lógicas utilizando conectivos, tablas de verdad, y cuantificadores, aplicando las leyes del álgebra proposicional y las reglas de inferencia para evaluar la validez de razonamientos en contextos formales y prácticos.

1.1. Encuadre Pedagógico

En la carrera de la Licenciatura en Pedagogía de la Historia y las Ciencias Sociales, el enfoque de la lógica matemática puede tener un impacto significativo, especialmente en el desarrollo de habilidades críticas y analíticas. Aunque la lógica matemática no es el enfoque principal de estos programas, su aplicación puede ser muy útil en varias áreas:

1. **Desarrollo de Habilidades Críticas y Analíticas**

- **Razonamiento Lógico:** La lógica matemática ayuda a desarrollar habilidades de razonamiento crítico. Los futuros pedagogos pueden usar estos principios para analizar argumentos históricos y sociales de manera más estructurada, ayudando a construir y evaluar interpretaciones más robustas y coherentes.
- **Argumentación:** En la historia y las ciencias sociales, construir argumentos sólidos es fundamental. La lógica matemática enseña cómo estructurar argumentos de manera clara y válida, lo cual es útil para redactar ensayos, preparar clases y debatir.

2. **Análisis y Resolución de Problemas**

- **Metodología:** La lógica matemática proporciona herramientas para resolver problemas de manera sistemática. Esto es útil para abordar problemas históricos y sociales complejos, donde el análisis riguroso y la solución de problemas son esenciales.
- **Investigación:** En la investigación en ciencias sociales e historia, el enfoque lógico puede ayudar en el diseño de estudios y la interpretación de datos. La capacidad para construir y evaluar hipótesis de manera lógica puede mejorar la calidad de la investigación.

3. **Estructuración de Contenidos**

- **Organización de Ideas:** La lógica matemática enseña cómo organizar ideas y proposiciones de manera clara y coherente. Esto puede ser aplicado al diseño de planes de estudio y la estructuración de clases, asegurando que la información se presente de manera lógica y secuencial.

4. **Evaluación Crítica de Fuentes**

- **Evaluación de Argumentos:** Al analizar fuentes históricas y textos en ciencias sociales, el conocimiento de lógica matemática puede ayudar a evaluar la validez y coherencia de los argumentos presentados por diferentes autores.

5. **Preparación de Material Didáctico**

- **Claridad y Precisión**: La capacidad para pensar lógicamente puede ayudar en la preparación de materiales didácticos que sean claros y precisos, facilitando el proceso de enseñanza para los estudiantes.

6. **Fomento del Pensamiento Lógico en los Estudiantes**

- **Métodos Didácticos:** Aunque el enfoque directo en lógica matemática puede no ser común en el currículo de historia y ciencias sociales, los pedagogos pueden utilizar métodos de pensamiento lógico para fomentar habilidades críticas en sus propios estudiantes. Esto puede incluir el análisis de eventos históricos, la interpretación de datos sociales, y la construcción de argumentos sólidos.

1.1.1. Presentación del sílabo

1.1.2. Acuerdos y Compromisos

Los acuerdos y compromisos para el módulo presentado se orientan a asegurar un aprendizaje eficiente y comprometido por parte de los estudiantes. A continuación, se sugieren algunos acuerdos y compromisos:

Acuerdos:

1. **Asistencia y participación activa:** Los estudiantes se comprometen a asistir puntualmente a las sesiones y participar de manera activa en las actividades y discusiones de clase, tanto de forma presencial como virtual.
2. **Entrega oportuna de trabajos y ejercicios:** Los estudiantes deben cumplir con los plazos de entrega para tareas, ejercicios y proyectos relacionados con los contenidos de lógica matemática y estadística. Las fechas serán acordadas previamente.
3. **Uso responsable de recursos didácticos:** Se acuerda el uso adecuado de los materiales didácticos y recursos digitales proporcionados por el docente, como guías, presentaciones, y ejercicios prácticos.
4. **Respeto y colaboración:** Se promueve un ambiente de respeto mutuo en el que todos los participantes puedan expresar sus ideas y opiniones. Se fomentará el trabajo en equipo cuando sea necesario, apoyándose mutuamente en el aprendizaje.

Compromisos:

1. **Estudio autónomo y preparación:** Los estudiantes se comprometen a revisar los contenidos teóricos y prácticos de cada unidad por su cuenta, garantizando una mejor comprensión de los temas durante las clases.
2. **Resolución de ejercicios prácticos:** A lo largo del curso, los estudiantes se comprometen a practicar los ejercicios propuestos, tanto los relacionados con la lógica matemática (tablas de verdad, razonamientos válidos, etc.) como los estadísticos (cálculo de medidas de tendencia central, gráficos estadísticos).
3. **Participación en evaluaciones:** Se comprometen a presentar los exámenes, evaluaciones o trabajos parciales con honestidad académica, respetando las reglas establecidas para las evaluaciones de cada unidad.
4. **Retroalimentación y mejora continua:** Los estudiantes deberán estar abiertos a recibir y proporcionar retroalimentación constructiva sobre su desempeño, buscando siempre mejorar su comprensión de los temas abordados en el curso.

1.1.3. Enfoque general de la asignatura en relación a la Carrera

El enfoque general de la asignatura de Estadística Educativa dentro de la Carrera de la Licenciatura en Pedagogía de la Historia y las Ciencias Sociales es fundamental para desarrollar habilidades analíticas y metodológicas que enriquecen la enseñanza de estas disciplinas. Aquí presento las competencias específicas que suelen ser relevantes para esta asignatura dentro del contexto de la pedagogía:

1. **Competencias en Conocimiento Estadístico**

- **Comprensión de Conceptos Estadísticos**: Dominio de conceptos clave de la estadística, como media, mediana, moda, desviación estándar, probabilidad, y correlación.
- **Manejo de Datos:** Habilidad para recolectar, organizar, y analizar datos estadísticos relevantes para la investigación en historia y ciencias sociales.

2. **Competencias en Aplicación Metodológica**

- **Métodos Estadísticos en Investigación:** Capacidad para aplicar técnicas estadísticas en la investigación histórica y social, como análisis de tendencias, encuestas, y estudios de casos.
- **Interpretación de Resultados:** Aptitud para interpretar y presentar los resultados estadísticos de manera clara y comprensible, utilizando gráficos, tablas y otros recursos visuales.

3. **Competencias en Uso de Herramientas Estadísticas**

- **Software Estadístico:** Habilidad para utilizar herramientas y software estadístico (como SPSS, R, Excel) para el análisis de datos.
- **Visualización de Datos:** Competencia en crear representaciones visuales efectivas de los datos, como gráficos de barras, histogramas, y diagramas de dispersión.

4. **Competencias en Integración Didáctica**

- **Enseñanza de Estadística:** Capacidad para enseñar conceptos estadísticos a estudiantes de historia y ciencias sociales de manera accesible y aplicada.
- **Aplicación en el Aula:** Habilidad para integrar métodos estadísticos en la enseñanza de la historia y las ciencias sociales, como el análisis de datos históricos, encuestas sociales, y estudios de impacto.

5. **Competencias en Análisis Crítico**

- **Evaluación de Datos:** Aptitud para evaluar la calidad y validez de los datos utilizados en investigaciones y estudios históricos y sociales.
- **Pensamiento Crítico:** Habilidad para fomentar el pensamiento crítico en los estudiantes a través del análisis de datos y la interpretación de resultados estadísticos.

6. Competencias en Investigación Aplicada

- **Desarrollo de Proyectos de Investigación:** Capacidad para diseñar y ejecutar proyectos de investigación que utilicen métodos estadísticos para responder a preguntas sobre fenómenos históricos y sociales.
- **Redacción de Informes:** Competencia para redactar informes y artículos que presenten hallazgos estadísticos de manera clara y estructurada.

7. Competencias en Comunicación y Presentación

- **Presentación de Resultados:** Habilidad para presentar resultados estadísticos de manera efectiva a través de informes, presentaciones orales y visualizaciones.
- **Comunicación de Datos:** Aptitud para comunicar de manera efectiva los hallazgos estadísticos a diferentes audiencias, incluyendo estudiantes, colegas y el público en general.

8. Competencias en Aplicación Práctica

- **Proyectos y Estudios de Caso:** Capacidad para desarrollar proyectos y estudios de caso que integren la estadística con la historia y las ciencias sociales.
- **Resolución de Problemas:** Habilidad para aplicar métodos estadísticos a problemas específicos en la investigación histórica y social, como la interpretación de datos demográficos o el análisis de tendencias a lo largo del tiempo.

Estas competencias incluyen la comprensión de conceptos clave de la estadística, como medias, medianas y correlaciones, que son fundamentales para recolectar y analizar datos relacionados con el rendimiento académico, las tasas de matrícula y otros indicadores educativos. Además, se destaca la importancia de la aplicación metodológica en la investigación educativa, utilizando herramientas estadísticas para realizar análisis de tendencias, encuestas y estudios de caso que ayuden a evaluar la efectividad de políticas y prácticas pedagógicas. Las competencias también incluyen la habilidad para enseñar estadística educativa de manera accesible, permitiendo que los estudiantes comprendan y apliquen estos métodos en su propio análisis de datos. Además, se pone énfasis en la comunicación de los hallazgos estadísticos a través de presentaciones y la redacción de informes, lo cual es esencial para la toma de decisiones informadas en el ámbito educativo. Finalmente, se destacan competencias en análisis crítico y resolución de problemas, permitiendo la evaluación de la calidad de los datos educativos y la implementación de proyectos que aborden desafíos específicos en el sistema educativo, como la equidad en el acceso y la mejora del rendimiento académico.

1.1.4. Historia Sucinta de Lógica Matemática

La historia de la lógica matemática es un viaje fascinante a través del desarrollo del pensamiento formal y la estructura de la argumentación. La lógica matemática se ocupa de los principios de la inferencia y la veracidad dentro de un sistema formalizado, y ha evolucionado desde la antigüedad hasta convertirse en una disciplina clave en la matemática y la filosofía moderna. A continuación, se presenta una visión general de su evolución histórica:

1. **Orígenes en la Antigüedad**

Aristóteles (384-322 a.C.): En la antigua Grecia, Aristóteles fue una figura crucial en el desarrollo de la lógica. Su "Organon" es una colección de textos que establecieron las bases de la lógica formal. Desarrolló la lógica silogística, una forma de razonamiento deductivo basado en premisas que llevan a una conclusión.

Stoicos (siglo III a.C.): Los filósofos estoicos, como Zenón de Citio y Crisipo, desarrollaron formas tempranas de lógica proposicional y la teoría de la implicación lógica. Se centraron en las relaciones entre proposiciones y la naturaleza de la validez lógica.

2. **Lógica en la Edad Media**

Lógica Medieval (siglos IX al XV): Durante la Edad Media, la lógica aristotélica fue estudiada y ampliada por filósofos escolásticos como Tomás de Aquino y Duns Escoto. La lógica se integró en la teología y la filosofía, y se hicieron importantes desarrollos en la teoría de los silogismos y la lógica modal.

William de Ockham (1287-1347): Introdujo la lógica de términos y contribuyó al desarrollo de la lógica nominalista, que se centraba en el significado de los términos y su relación con la realidad.

3. **La Revolución Científica y la Lógica Moderna**

Renacimiento y Siglo XVII: Durante el Renacimiento, la lógica se influenció por el desarrollo del método científico y el pensamiento matemático. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) propuso un sistema de lógica formal y una "lengua universal" que sería la base para el razonamiento matemático y científico.

George Boole (1815-1864): En el siglo XIX, George Boole introdujo el álgebra booleana, que formalizó la lógica proposicional usando álgebra. Su trabajo sentó las bases para la lógica matemática moderna y la teoría de circuitos digitales.

4. **Desarrollo en el Siglo XX**

David Hilbert (1862-1943): A principios del siglo XX, David Hilbert y sus colaboradores establecieron el programa de Hilbert, que buscaba formalizar todas las matemáticas en un sistema axiomático riguroso. Su trabajo llevó a la creación de la lógica formal moderna.

Kurt Gödel (1906-1978): Gödel revolucionó la lógica matemática con sus teoremas de incompletitud (1931), demostrando que ningún sistema axiomático consistente puede ser completo y que siempre hay proposiciones verdaderas que no pueden ser probadas dentro del sistema.
Alan Turing (1912-1954): Turing desarrolló la teoría de la computación y los conceptos de máquina de Turing, que formaron la base para la teoría de la computación y la informática moderna. Sus trabajos también ayudaron a establecer la base para la lógica matemática en el contexto de los algoritmos y la computación.

5. **Lógica Matemática Contemporánea**

Lógica de Primer Orden y Teoría de Conjuntos: A lo largo del siglo XX, se desarrollaron sistemas formales más complejos, incluyendo la lógica de primer orden y la teoría de conjuntos, que proporcionaron herramientas más sofisticadas para el análisis matemático y la fundamentación de las matemáticas.
Lógica Intuicionista y Lógica Modal: Se desarrollaron enfoques alternativos como la lógica intuicionista, que cuestiona algunos principios de la lógica clásica, y la lógica modal, que explora conceptos de posibilidad y necesidad.
Computación y Lógica: La lógica matemática ha evolucionado para incluir el estudio de la lógica computacional, la teoría de tipos y la lógica no clásica, que se aplica a la programación, la inteligencia artificial y la teoría de sistemas.

1.1.5. Conectivos

En lógica matemática, los conectivos lógicos son símbolos que se utilizan para construir fórmulas más complejas a partir de fórmulas más simples. Cada conectivo tiene una función específica que define cómo combinar o relacionar las proposiciones. Aquí tienes los conectivos lógicos más comunes:

1. **Negación (¬):**
- **Símbolo: ¬ (o a veces ~)**
- **Significado:** Niega el valor de verdad de una proposición.
- **Ejemplo:** Si p es "Está lloviendo", entonces $\neg p$ significa "No está lloviendo".

2. **Conjunción (∧):**
- **Símbolo:** ∧
- Significado: La conjunción de dos proposiciones es verdadera si y solo si ambas proposiciones son verdaderas.
- Ejemplo: $p \wedge q$ es "Está lloviendo y está nublado".

3. **Disyunción (∨):**
- **Símbolo:** ∨

- **Significado:** La disyunción de dos proposiciones es verdadera si al menos una de las proposiciones es verdadera.
- **Ejemplo:** $p \vee q$ es "Está lloviendo o está nublado" (o ambos).

4. Condicional (→):

- **Símbolo:** →
- **Significado:** Una proposición condicional es verdadera si la primera proposición (antecedente) implica la segunda (consecuente). Solo es falsa si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.
- Ejemplo: $p \rightarrow q$ es "Si está lloviendo, entonces está nublado".

5. Bicondicional (↔):

- Símbolo: ↔
- Significado: El bicondicional es verdadero si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad, es decir, ambas son verdaderas o ambas son falsas.
- Ejemplo: $p \leftrightarrow q$ es "Está lloviendo si y solo si está nublado".

6. Implicación material (⊃):

- **Símbolo: ⊃ (similar al condicional)**
- **Significado:** Similar al condicional, se usa en contextos específicos en lógica formal.

7. Negación exclusiva (XOR):

- **Símbolo: ⊕ o ⊻**
- **Significado:** La disyunción exclusiva es verdadera si exactamente una de las proposiciones es verdadera, pero no ambas.
- **Ejemplo:** $p \oplus q$ es "Está lloviendo o está nublado, pero no ambos".

Estos conectivos permiten construir y analizar proposiciones complejas, y su estudio es fundamental en la lógica proposicional y en el análisis de circuitos digitales, entre otras áreas.

1.1.6. Proposición simple

En lógica matemática, una proposición simple (o proposición atómica) es una afirmación que no se puede descomponer en proposiciones más pequeñas. Es una declaración que tiene un valor de verdad determinado, que puede ser verdadero (V) o falso (F), pero no se puede descomponer en partes más pequeñas que también tengan valor de verdad.

Características de una Proposición Simple:

1. Indivisibilidad: No puede ser dividida en proposiciones más pequeñas sin perder su significado original. Es la unidad básica de la lógica proposicional.
2. Valor de Verdad: Cada proposición simple tiene un valor de verdad definido, que es verdadero o falso.
3. Sujeta a Análisis: Aunque no se puede descomponer, se puede combinar con otras proposiciones simples usando conectivos lógicos para formar proposiciones más complejas.

Ejemplos de Proposición Simple:

- **"El cielo es azul.":** Esta afirmación puede ser verdadera o falsa, pero no se puede dividir en componentes más pequeños que también sean proposiciones con valor de verdad.
- **"2 + 2 = 4.":** Esta es una proposición matemática que tiene un valor de verdad (es verdadero), pero también es una proposición simple porque no se puede dividir en partes más pequeñas que sean proposiciones en sí mismas.
- **"Está lloviendo.":** Otra proposición simple que tiene un valor de verdad que puede ser evaluado, pero no se puede dividir en partes más pequeñas sin cambiar su estructura proposicional.

En lógica proposicional, las proposiciones simples son las piezas básicas sobre las que se construyen proposiciones más complejas mediante el uso de conectivos lógicos como la conjunción, disyunción, condicional, etc.

1.1.7. Proposición compuesta

Una proposición compuesta (o proposición molecular) es una afirmación que se forma combinando dos o más proposiciones simples mediante conectivos lógicos. A diferencia de las proposiciones simples, las proposiciones compuestas pueden ser descompuestas en sus proposiciones más básicas, que son las proposiciones simples involucradas en la composición.

Características de una Proposición Compuesta:

1. **Construcción a partir de Proposiciones Simples:** Se forma combinando proposiciones simples usando conectivos lógicos como conjunción ($\wedge$), disyunción ($\vee$), condicional ($\rightarrow$), bicondicional ($\leftrightarrow$), y negación ($\neg$).
2. **Valor de Verdad:** El valor de verdad de una proposición compuesta depende de los valores de verdad de las proposiciones simples que la componen y de los conectivos lógicos utilizados.

3. **Análisis Lógico:** Se puede analizar y evaluar la validez de proposiciones compuestas mediante tablas de verdad, que muestran cómo se comporta la proposición compuesta con diferentes combinaciones de valores de verdad de las proposiciones simples.

Ejemplos de Proposición Compuesta:

1. **Conjunción:**
   - Proposición Simple: p ("Está lloviendo")
   - Proposición Simple: q ("Está nublado")
   - Proposición Compuesta: $p \wedge q$ ("Está lloviendo y está nublado")
     - Aquí, la proposición compuesta es verdadera solo si ambas proposiciones simples p y q son verdaderas.
2. **Disyunción:**
   - **Proposición Simple:** p ("Está lloviendo")
   - **Proposición Simple:** q ("Está nublado")
   - Proposición Compuesta: $p \vee q$ ("Está lloviendo o está nublado")
     - En este caso, la proposición compuesta es verdadera si al menos una de las proposiciones simples p o q es verdadera.

3. **Condicional:**
   - Proposición Simple: p ("Está lloviendo")
   - Proposición Simple: q ("Llevaré un paraguas")
   - Proposición Compuesta: $p \rightarrow q$ ("Si está lloviendo, entonces llevaré un paraguas")
     - Esta proposición es falsa solo cuando p es verdadera y q es falsa.

4. **Bicondicional:**
   - Proposición Simple: p ("Estudia para el examen")
   - Proposición Simple: q ("Pasarás el examen")
   - Proposición Compuesta: $p \leftrightarrow q$ ("Estudia para el examen si y solo si pasarás el examen")
   - La proposición compuesta es verdadera cuando ambas proposiciones simples tienen el mismo valor de verdad, ya sea ambas verdaderas o ambas falsas.

1.2. Cálculo proposicional

El cálculo proposicional, también conocido como lógica proposicional, es una rama de la lógica que estudia las proposiciones y sus relaciones mediante conectores lógicos. Se utiliza para analizar y formalizar razonamientos mediante expresiones simbólicas, donde cada proposición puede ser verdadera o falsa, pero no ambas al mismo tiempo.

Elementos clave del cálculo proposicional:

1. **Proposiciones:** Son declaraciones que pueden ser verdaderas o falsas, pero no ambas. Se representan por letras, como *p, q, r.*
   Ejemplo: "Hoy es lunes" podría ser representada como *p.*
2. **Conectores lógicos:** Permiten combinar proposiciones y son esenciales para construir fórmulas más complejas.
   - **Negación (¬):** Si una proposición es verdadera, su negación es falsa, y viceversa.
     Ejemplo: Si *p* es "Hoy es lunes", ¬*p* sería "Hoy no es lunes".
   - **Conjunción (∧):** La conjunción de dos proposiciones es verdadera solo si ambas lo son.
     Ejemplo: $p \wedge q$ (Hoy es lunes y está lloviendo).
   - **Disyunción (∨):** La disyunción es verdadera si al menos una de las proposiciones es verdadera.
     Ejemplo: $p \vee q$ (Hoy es lunes o está lloviendo).
   - **Implicación (→):** La implicación indica que si la primera proposición es verdadera, la segunda también debe serlo.
     Ejemplo: $p \rightarrow q$ (Si hoy es lunes, entonces está lloviendo).
   - **Doble implicación (↔):** Es verdadera si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.
     Ejemplo: $p \leftrightarrow q$ (Hoy es lunes si y solo si está lloviendo).

1.2.1. Tablas de verdad.

Las tablas de verdad son una herramienta fundamental en lógica matemática que se utilizan para evaluar la validez de proposiciones lógicas y circuitos lógicos. Estas tablas muestran todas las posibles combinaciones de valores de verdad (verdadero o falso) para las variables involucradas en una expresión lógica y el valor resultante de la expresión para cada combinación.

Ejemplo de Tablas de Verdad

1. Tabla de verdad de la Negación (¬p)

La negación simplemente invierte el valor de verdad de una proposición**.**

p	**¬*p***
V	F
F	V

2. Tabla de verdad de la Conjunción (p ∧ q)

La conjunción es verdadera solo cuando ambas proposiciones son verdaderas.

p	***q***	***p* ∧ *q***
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

3. Tabla de verdad de la Disyunción (p ∨ q)

p	*q*	*p ∨ q*
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

4. Tabla de verdad de la Implicación (p → q)

La implicación es falsa solo si la primera proposición es verdadera y la segunda es falsa; en cualquier otro caso, es verdadera.

p	*q*	*p → q*
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

5. Tabla de verdad de la Doble implicación (p ↔ q)

p	*q*	*p → q*
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

6. Ejemplo combinado (p ∨ (¬q))

Supongamos que queremos analizar la expresión p ∨ (¬q), que combina disyunción y negación.

p	*q*	*¬q*	*p ∨(¬q)*
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V

Estas tablas de verdad son una forma sistemática de explorar todas las combinaciones posibles de valores de verdad para las proposiciones involucradas y permiten verificar la validez de los razonamientos.

Cómo Usar las Tablas de Verdad

1. **Construcción:** Para una proposición compleja, construye una tabla que incluya todas las variables involucradas y luego aplica los operadores lógicos para obtener el valor de verdad de la proposición para cada combinación de valores de las variables.

2. **Análisis:** Las tablas de verdad son útiles para determinar la validez de argumentos lógicos. Por ejemplo, puedes usar una tabla de verdad para verificar si una implicación es válida o si dos proposiciones son lógicamente equivalentes.
3. **Optimización de Circuitos:** En diseño de circuitos digitales, las tablas de verdad ayudan a simplificar y verificar el funcionamiento de circuitos basados en lógica booleana.

En lógica matemática, los conceptos de tautología y contradicción se exploran con el uso de proposiciones y conectivos lógicos. Aquí te presento definiciones precisas y ejemplos más formales.

1.2.2. Tautología y contradicción

Tautología.

Una tautología es una fórmula o proposición lógica que es siempre verdadera, independientemente de los valores de verdad de las proposiciones que la componen. Es decir, no importa cuáles sean los valores de verdad asignados a las variables proposicionales, la expresión siempre resultará verdadera.

Ejemplo de tautología

Una de las tautologías más comunes es la ley del tercero excluido, que establece que una proposición p o su negación $\neg p$ siempre será verdadera:

$$p \vee \neg p$$

Tabla de verdad de $p \vee \neg p$

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$
V	F	V
F	V	V

Como puedes ver, sin importar si p es verdadera o falsa, la expresión $p \vee \neg p$ siempre será verdadera, lo que la convierte en una tautología.

Otras tautologías comunes:

1. **Ley de la implicación:** Si una proposición implica otra, entonces la implicación inversa es siempre verdadera.
   - $p \rightarrow p$ es una tautología, ya que cualquier cosa implica a sí misma.

2. **Ley de la doble negación:** Negar una negación de una proposición es equivalente a afirmar la proposición original.
   - $\neg(\neg p) \rightarrow p$

3. **Conmutatividad de la disyunción:** El orden de los términos en una disyunción no afecta el resultado.
   - $p \vee q \equiv q \vee p$

Las tautologías son importantes en la lógica y en las matemáticas porque permiten establecer verdades lógicas fundamentales y también juegan un papel clave en los razonamientos deductivos.

Contradicción.

Una contradicción es una proposición o fórmula lógica que siempre es falsa, independientemente de los valores de verdad de las proposiciones que la componen. En otras palabras, una contradicción es una expresión que no puede ser verdadera bajo ninguna circunstancia.

Ejemplo de contradicción

Una de las contradicciones más comunes es la siguiente expresión:

$$p \wedge \neg p$$

Esta fórmula afirma que una proposición p es verdadera y falsa al mismo tiempo, lo cual es imposible. Por lo tanto, esta es siempre falsa, sin importar el valor de verdad de p.

Tabla de verdad de $p \wedge \neg p$

p	$\neg p$	$p \wedge \neg p$
V	F	F
F	V	F

Como puedes observar, no importa si p es verdadera o falsa, la expresión $p \wedge \neg p$ siempre resulta falsa, lo que la convierte en una contradicción.

Otras contradicciones comunes:

1. **Ley de no contradicción:** Ninguna proposición puede ser verdadera y falsa al mismo tiempo.
   - $p \wedge \neg p$
2. **Disyunción de contradicciones:** Un enunciado que contiene dos proposiciones contradictorias también es una contradicción.
   - $(p \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg q)$

Las contradicciones son fundamentales en lógica, ya que al identificar una contradicción dentro de un sistema de razonamiento, se concluye que algo está mal con el conjunto de suposiciones o premisas utilizado.

1.2.3. Implicación lógica

La implicación lógica es un tipo de proposición que establece una relación de dependencia entre dos proposiciones. Se representa como $p \rightarrow q$, y se lee "si p, entonces q". En esta expresión:

- p es la antecedente o hipótesis.
- q es la consecuente o conclusión.

La implicación afirma que, si la proposición p es verdadera, entonces q también debe ser verdadera. Sin embargo, si *p* es falsa, la implicación será verdadera independientemente del valor de *q*.

Regla de la implicación lógica

La implicación $p \rightarrow q$ es falsa únicamente cuando *p* es verdadera y *q* es falsa. En cualquier otro caso, la implicación es verdadera. Esto se puede entender intuitivamente como que si ocurre la hipótesis *p*, entonces debe ocurrir la conclusión *q*; si no ocurre la hipótesis, no importa lo que pase con *q*.

Tabla de verdad de la implicación lógica $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Explicación de la tabla:

- **Caso 1:** Si *p* es verdadera y *q* es verdadera, entonces $p \rightarrow q$ es verdadera.
- **Caso 2:** Si *p* es verdadera y *q* es falsa, entonces $p \rightarrow q$ es falsa. Este es el único caso en el que la implicación lógica es falsa.
- **Caso 3:** Si *p* es falsa y *q* es verdadera, entonces $p \rightarrow q$ es verdadera. La implicación lógica es considerada verdadera en este caso porque no se cumple la condición que hace que la implicación sea falsa.
- **Caso 4:** Si *p* es falsa y *q* es falsa, entonces $p \rightarrow q$ es verdadera. De nuevo, la implicación lógica es considerada verdadera porque no se cumple la condición que haría la implicación falsa.

Interpretación

La implicación lógica puede ser interpretada de diferentes maneras:

- **Condicional:** "Si *p*, entonces *q*". Esto significa que siempre que *p* sea verdadera, *q* también debe ser verdadera para que la implicación sea verdadera.
- **Promesa:** Si afirmamos $p \rightarrow q$, estamos prometiendo que siempre que se cumpla *p*, *q* también se cumplirá.
- **Consecuencia:** La implicación lógica establece una relación de consecuencia entre *p* y *q*.

Ejemplo

Considera las proposiciones:

- *p*: "Está lloviendo".
- *q*: "Las calles están mojadas".

La implicación lógica $p \rightarrow q$ puede interpretarse como: "Si está lloviendo, entonces las calles están mojadas". Esto es razonable porque si realmente está lloviendo, esperamos que las calles estén mojadas. Sin embargo, si no está lloviendo (es decir, p es falsa), la afirmación $p \rightarrow q$ no tiene ninguna implicación directa sobre el estado de las calles (es decir, la implicación es verdadera independientemente de si las calles están mojadas o no).

1.2.4. Equivalencia lógica

La equivalencia lógica es una relación entre dos proposiciones o fórmulas lógicas que siempre tienen el mismo valor de verdad, independientemente de los valores de verdad de sus componentes. Se denota con el símbolo ≡ o ↔, y se dice que dos proposiciones p y q son lógicamente equivalentes si:

$$p \equiv q$$

Esto significa que las dos proposiciones p y q son verdaderas o falsas en los mismos casos. En otras palabras, sus tablas de verdad coinciden en todas las combinaciones posibles de los valores de las proposiciones involucradas.

Ejemplo de equivalencia lógica

Una de las equivalencias lógicas más comunes es la doble negación:

$$\neg(\neg p) \equiv p$$

Esto afirma que negar la negación de una proposición es lógicamente equivalente a afirmar la proposición original.

Tabla de verdad de ¬ (¬*p*) ≡ *p*

p	**¬*p***	**¬(¬*p*)**	***p* \equiv ¬(¬*p*)**
V	F	V	V
F	V	F	V

Como puedes ver, p y $\neg(\neg p)$ tienen el mismo valor de verdad en todos los casos, lo que significa que son lógicamente equivalentes.

Propiedades de la equivalencia lógica

1. **Conmutatividad:**
   - $p \vee q \equiv q \vee p$ (La disyunción es conmutativa).
   - $p \wedge q \equiv q \wedge p$ (La conjunción es conmutativa).

2. **Asociatividad:**
   - $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ (La disyunción es asociativa).
   - $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ (La conjunción es asociativa).

3. **Distributividad:**
   - $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (La conjunción distribuye sobre la disyunción).
   - $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (La disyunción distribuye sobre la conjunción).

4. Implicación:

- $p \to q \equiv \neg p \lor q$ (La implicación es equivalente a la disyunción de la negación del antecedente y la consecuente).

Ejemplo de equivalencia lógica en la implicación
Otra equivalencia importante es la de la implicación, que puede reescribirse como una disyunción:

$$p \to q \equiv \neg p \lor q$$

Esto significa que la proposición "si p, entonces q" es lógicamente equivalente a "no p o q".

Tabla de verdad de $p \to q \equiv \neg p \lor q$

p	q	$\neg p$	$\neg p \lor q$	$p \to q$	$p \to q \equiv \neg p \lor q$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V

Como puedes observar, las columnas de $p \to q$ y $\neg p \lor q$ son idénticas en todos los casos, lo que confirma que son lógicamente equivalentes.
Interpretación de la equivalencia lógica
Cuando decimos que dos proposiciones son lógicamente equivalentes, significa que ambas expresan la misma "verdad lógica" bajo todas las posibles combinaciones de valores de verdad. Esto es útil en lógica, matemáticas y programación, ya que permite simplificar fórmulas, demostrar teoremas y optimizar algoritmos.

Otras equivalencias importantes

- **Ley de De Morgan:**
  - $\neg(p \land q) \equiv \neg p \lor \neg q$ $\neg(p \land q) \equiv \neg p \lor \neg q$
  - $\neg(p \lor q) \equiv \neg p \land \neg q$ $\neg(p \lor q) \equiv \neg p \land \neg q$

- **Conmutación:**
  - $p \lor q \equiv q \lor p$
  - $p \land q \equiv q \land p$

1.2.5. Leyes del algebra proposicional

La álgebra proposicional es una rama de la lógica que se ocupa de las proposiciones y sus conexiones mediante operadores lógicos. En este contexto, se utilizan una serie de leyes o propiedades fundamentales que ayudan a manipular y simplificar expresiones proposicionales. Aquí tienes algunas de las leyes más importantes:

A continuación, se presentan las principales leyes del álgebra proposicional:

1. **Ley de identidad**

- $p \wedge V \equiv p$ (La conjunción con verdad no cambia el valor de la proposición).
- $p \vee F \equiv p$ (La disyunción con falsedad no cambia el valor de la proposición).

2. **Ley de anulación o dominación**

- $p \vee V \equiv V$ (Cualquier proposición unida con verdad mediante disyunción da como resultado verdad).
- $p \wedge F \equiv F$ (Cualquier proposición unida con falsedad mediante conjunción da como resultado falsedad).

3. **Ley idempotente**

- $p \wedge p \equiv p$ (La conjunción de una proposición consigo misma es equivalente a la proposición).
- $p \vee p \equiv p$ (La disyunción de una proposición consigo misma es equivalente a la proposición).

4. **Ley de involución (doble negación)**

- $\neg(\neg p) \equiv p$ (La negación de una negación es equivalente a la proposición original).

5. **Leyes conmutativas**

- $p \wedge q \equiv q \wedge p$ (El orden de los términos en una conjunción no afecta el valor de verdad).
- $p \vee q \equiv q \vee p$ (El orden de los términos en una disyunción no afecta el valor de verdad).

6. **Leyes asociativas**

- $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ (La agrupación de los términos en una conjunción no afecta el valor de verdad).
- $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ (La agrupación de los términos en una disyunción no afecta el valor de verdad).

7. **Leyes distributivas**

- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (La conjunción se distribuye sobre la disyunción).
- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (La disyunción se distribuye sobre la conjunción).

8. **Leyes de absorción**

- $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ (Una proposición absorbida por una disyunción con ella misma es equivalente a la proposición).

- $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ (Una proposición absorbida por una conjunción con ella misma es equivalente a la proposición).

9. **Leyes de De Morgan**

- $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (La negación de una conjunción es equivalente a la disyunción de las negaciones).
- $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ (La negación de una disyunción es equivalente a la conjunción de las negaciones).

10. **Ley de la negación**

- $p \vee \neg p \equiv$ V (La disyunción de una proposición y su negación es siempre verdadera, una tautología).
- $p \wedge \neg p \equiv$ F (La conjunción de una proposición y su negación es siempre falsa, una contradicción).

11. **Leyes de implicación**
    - $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ (La implicación puede reescribirse como una disyunción).
    - $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ (La equivalencia lógica es una doble implicación).

12. **Leyes de contraposición**
    - $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$ (La contraposición de una implicación es lógicamente equivalente a la implicación original).

Resumen de las principales leyes

Ley	Expresión
Identidad	$p \wedge V \equiv p$
Anulación (Dominación)	$p \vee V \equiv V$
Idempotencia	$p \wedge p \equiv p$
Doble negación	$\neg(\neg p) \equiv p$
Conmutatividad	$p \wedge q \equiv q \wedge p$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
Distributividad	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
Absorción	$p \wedge (p \vee q) \equiv p$
Leyes de De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$
Negación	$p \vee \neg p \equiv V$
Implicación	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

1.3. Razonamientos

En lógica matemática, los razonamientos son procesos formales que permiten derivar conclusiones a partir de premisas usando reglas de inferencia y leyes lógicas.

1.3.1. Razonamientos válidos e inválidos

Razonamientos validos

Un razonamiento es válido si sigue una forma lógica correcta, garantizando que si las premisas son verdaderas, la conclusión también será verdadera. Algunas de las formas más comunes de razonamientos válidos son:

1. **Modus Ponens (Afirmación del antecedente)**

- **Forma lógica:**
  - Premisa 1: $p \rightarrow q$ (si *p*, entonces *q*).
  - Premisa 2: *p* (ocurre *p*).
  - Conclusión: *q* (por lo tanto, ocurre *q*).
- **Ejemplo:**
  - Premisa 1: Si estudias, aprobarás el examen.
  - Premisa 2: Estudiaste.
  - Conclusión: Aprobarás el examen.

2. **Modus Tollens (Negación del consecuente)**

- Forma lógica:
  - Premisa 1: $p \rightarrow q$ (si *p*, entonces *q*).
  - Premisa 2: $\neg q$ (no ocurre *q*).
  - Conclusión: $\neg p$ (por lo tanto, no ocurre *p*).
- **Ejemplo:**
  - Premisa 1: Si hoy es martes, la tienda está abierta.
  - Premisa 2: La tienda no está abierta.
  - Conclusión: Hoy no es martes.

3. **Silogismo Hipotético**

- **Forma lógica:**
  - Premisa 1: $p \rightarrow q$ (si *p*, entonces *q*).
  - Premisa 2: $q \rightarrow r$ (si *q*, entonces *r*).
  - Conclusión: $p \rightarrow r$ (por lo tanto, si *p*, entonces *r*).
- **Ejemplo:**
  - Premisa 1: Si llueve, las calles se mojarán.
  - Premisa 2: Si las calles se mojan, habrá tráfico.
  - Conclusión: Si llueve, habrá tráfico.

4. **Silogismo Disyuntivo**

- **Forma lógica:**
  - Premisa 1: $p \vee q$ (o *p* o *q*).
  - Premisa 2: $\neg p$ (no ocurre *p*).
  - Conclusión: *q* (por lo tanto, ocurre *q*).

- Ejemplo:
  - Premisa 1: O llueve o hace calor.
  - Premisa 2: No llueve.
  - Conclusión: Hace calor.

5. **Conjunción**

- **Forma lógica:**
  - Premisa 1: p (ocurre p).
  - Premisa 2: q (ocurre q).
  - Conclusión: $p \wedge q$ (por lo tanto, ocurren p y q).
- Ejemplo:
  - Premisa 1: Juan es alto.
  - Premisa 2: Juan es fuerte.
  - Conclusión: Juan es alto y fuerte.

Razonamientos Inválidos

Un razonamiento es inválido si no sigue una forma lógica correcta, es decir, las premisas pueden ser verdaderas, pero la conclusión no necesariamente lo es. A continuación se presentan algunos ejemplos comunes de razonamientos inválidos.

1. **Afirmación del consecuente (Falacia de afirmación del consecuente)**

- Forma lógica inválida:
  - Premisa 1: $p \rightarrow q$ (si p, entonces q).
  - Premisa 2: q (ocurre q).
  - Conclusión inválida: p (por lo tanto, ocurre p).
- **Ejemplo:**
  - Premisa 1: Si Juan estudia, aprobará el examen.
  - Premisa 2: Juan aprobó el examen.
  - Conclusión inválida: Juan estudió.
  - Explicación: Aunque la conclusión podría ser verdadera, no se sigue necesariamente de las premisas. Juan podría haber aprobado por otros factores, como su conocimiento previo.

2. **Negación del antecedente (Falacia de negación del antecedente)**

- **Forma lógica inválida:**
  - Premisa 1: $p \rightarrow q$ (si p, entonces q).
  - Premisa 2: $\neg p$ (no ocurre p).
  - Conclusión inválida: $\neg q$ (por lo tanto, no ocurre q).
- **Ejemplo:**
  - Premisa 1: Si llueve, las calles se mojarán.
  - Premisa 2: No está lloviendo.

- ➢ Conclusión inválida: Las calles no están mojadas.
- ➢ Explicación: Las calles podrían estar mojadas por otra razón, como una fuga de agua o alguien que las haya lavado.

3. **Falacia de la disyunción incorrecta**

- **Forma lógica inválida:**
  - ➢ Premisa 1: $p \vee q$ (o *p* o *q*).
  - ➢ Premisa 2: *p* (ocurre *p*).
  - ➢ Conclusión inválida: $\neg q$ (por lo tanto, no ocurre *q*).
- **Ejemplo:**
  - ➢ Premisa 1: O está lloviendo o hace frío.
  - ➢ Premisa 2: Está lloviendo.
  - ➢ Conclusión inválida: No hace frío.
  - ➢ Explicación: Aunque está lloviendo, no se puede concluir necesariamente que no hace frío, ya que ambos eventos pueden ocurrir al mismo tiempo.

4. **Falacia de la negación disyuntiva incorrecta**

- **Forma lógica inválida:**
  - ➢ Premisa 1: $p \wedge q$ (ocurren *p* y *q*).
  - ➢ Premisa 2: $\neg p$ (no ocurre *p*).
  - ➢ Conclusión inválida: $\neg q$ (por lo tanto, no ocurre *q*).
- **Ejemplo:**
  - ➢ Premisa 1: Juan es fuerte y María es alta.
  - ➢ Premisa 2: Juan no es fuerte.
  - ➢ Conclusión inválida: María no es alta.
  - ➢ Explicación: La falta de fortaleza de Juan no afecta en absoluto la estatura de María.

Diferencias entre razonamientos válidos e inválidos

Característica	Razonamiento Válido	Razonamiento Inválido
Relación premisas-conclusión	La conclusión se sigue necesariamente de las premisas.	La conclusión no se sigue necesariamente de las premisas.
Certeza	Si las premisas son verdaderas, la conclusión también lo es.	Incluso si las premisas son verdaderas, la conclusión puede ser falsa.
Ejemplo común	Modus ponens, modus tollens, silogismo disyuntivo.	Afirmación del consecuente, negación del antecedente.

1.3.2. Reglas de inferencia lógica

Las reglas de inferencia en lógica matemática son principios fundamentales que permiten derivar conclusiones a partir de premisas. Son las estructuras válidas de razonamiento que aseguran que, si las premisas son verdaderas, la conclusión también lo será. Estas reglas son esenciales en las demostraciones formales y en la construcción de argumentos lógicos sólidos.

A continuación, te presento las reglas de inferencia más comunes en lógica proposicional, junto con su explicación y ejemplos.

1. **Modus Ponens (Afirmación del antecedente)**

Esta es una de las reglas de inferencia más básicas y comunes en lógica.

- Forma lógica:
    - ➢ $p \rightarrow q$ (si *p*, entonces *q*).
    - ➢ *p* (se afirma que *p* es verdadera).
    - ➢ Conclusión: *q* (se concluye que *q* es verdadera).
- **Ejemplo:**
    - ➢ Premisa 1: Si estudias, aprobarás el examen.
    - ➢ Premisa 2: Estudiaste.
    - ➢ Conclusión: Aprobarás el examen.

2. **Modus Tollens (Negación del consecuente)**

Esta regla permite derivar la negación del antecedente a partir de la negación del consecuente en una implicación.

- Forma lógica:
    - ➢ $p \rightarrow q$ (si *p*, entonces *q*).
    - ➢ $\neg q$ (se niega *q*).
    - ➢ Conclusión: $\neg p$ (se concluye que *p* es falsa).
- Ejemplo:
    - Premisa 1: Si llueve, las calles estarán mojadas.
    - Premisa 2: Las calles no están mojadas.
    - Conclusión: No ha llovido.

3. **Silogismo Disyuntivo**

Esta regla permite concluir una de las dos proposiciones disyuntivas, si la otra ha sido negada.

- Forma lógica:
    - ➢ $p \vee q$ (o *p*, o *q*).
    - ➢ $\neg p$ (se niega *p*).
    - ➢ Conclusión: *q* (se concluye que *q* es verdadera).
- **Ejemplo**
    - ➢ Premisa 1: O Juan está en casa o está en el trabajo.
    - ➢ Premisa 2: Juan no está en casa.
    - ➢ Conclusión: Juan está en el trabajo.

4. Silogismo Hipotético

Esta regla se aplica cuando hay una cadena de implicaciones.

- Forma lógica:
    - $p \to q$ (si *p*, entonces *q*).
    - $q \to r$ (si *q*, entonces *r*).
    - Conclusión: $p \to r$ (si *p*, entonces *r*).
- **Ejemplo:**
    - Premisa 1: Si estudio, aprobaré el examen.
    - Premisa 2: Si apruebo el examen, me graduaré.
    - Conclusión: Si estudio, me graduaré.

5. Conjunción

Esta regla permite juntar dos proposiciones verdaderas en una sola proposición con el conector "y" (conjunción).

- Forma lógica:
    - *p* (se afirma que *p* es verdadera).
    - *q* (se afirma que *q* es verdadera).
    - Conclusión: $p \wedge q$ (se concluye que *p* y *q* son verdaderas).

6. Simplificación

Esta regla permite derivar cualquiera de las partes de una conjunción como una proposición independiente.

- **Forma lógica:**
    - $p \wedge q$ (se afirma que *p* y *q* son verdaderas).
    - Conclusión: *p* (se concluye que *p* es verdadera).
- **Ejemplo:**
    - Premisa: Juan es fuerte y alto.
    - Conclusión: Juan es fuerte.

7. Adición

Esta regla permite agregar cualquier proposición a una premisa verdadera usando una disyunción.

- **Forma lógica:**
    - *p* (se afirma que *p* es verdadera).
    - Conclusión: $p \vee q$ (se concluye que *p* o *q* es verdadera).
- **Ejemplo:**
    - Premisa: Está lloviendo.
    - Conclusión: Está lloviendo o hace frío.

8. Dilema Constructivo

Esta regla permite combinar dos implicaciones disyuntivas y llegar a una conclusión disyuntiva.

- **Forma lógica:**
    - $(p \to q) \wedge (r \to s)$ (si *p*, entonces *q*, y si *r*, entonces *s*).

- $p \vee r$ (o *p* o *r*).
- Conclusión: $q \vee s$ q (o *q* o *s*).

- **Ejemplo:**
  - Premisa 1: Si llueve, llevaré paraguas, y si hace frío, usaré abrigo.
  - Premisa 2: O llueve o hace frío.
  - Conclusión: O llevaré paraguas o usaré abrigo.

9. Contraposición

Esta regla dice que una implicación es lógicamente equivalente a su contraposición.

- **Forma lógica**:
  - $p \to q$ (si *p*, entonces *q*).
  - Conclusión: $\neg q \to \neg p$ (si no *q*, entonces no *p*).
- **Ejemplo:**
  - Premisa: Si estudias, aprobarás.
  - Conclusión: Si no apruebas, no estudiaste.

10. Bicondicionalización

Si $p \to q$ y $q \to p$, entonces $p \leftrightarrow q$, es decir, *p* y *q* son equivalentes.

- **Forma lógica**:
  - $p \to q$ (si *p*, entonces *q*).
  - $q \to p$ (si *q*, entonces *p*).
  - Conclusión: $p \leftrightarrow q$ (*p* si y solo si *q*).
- **Ejemplo:**
  - Premisa 1: Si Juan estudia, aprobará el examen.
  - Premisa 2: Si Juan aprueba el examen, entonces estudió.
  - Conclusión: Juan estudia si y solo si aprueba el examen.

Regla	Forma lógica	Ejemplo
Modus Ponens	$p \to q$, p, por lo tanto q	Si estudias, aprobarás. Estudiaste. Apruebas.
Modus Tollens	$p \to q$, $\neg q$, por lo tanto $\neg p$	Si llueve, las calles están mojadas. Las calles no están mojadas. No ha llovido.
Silogismo Disyuntivo	$p \vee q$, $\neg p$, por lo tanto q	O Juan está en casa o en el trabajo. No está en casa. Está en el trabajo.
Silogismo Hipotético	$p \to q$, $q \to r$, por lo tanto $p \to r$	Si llueve, las calles estarán mojadas. Si las calles están mojadas, habrá tráfico. Si llueve, habrá tráfico.
Conjunción	p, q, por lo tanto $p \wedge q$	Juan es alto y fuerte.
Simplificación	$p \wedge q$, por lo tanto p	Juan es fuerte.
Adición	p, por lo tanto $p \vee q$	Está lloviendo o hace frío.
Dilema	$(p \to q) \wedge (r \to s)$, $p \vee r$, por lo tanto $q \vee s$	Si llueve, llevaré paraguas, y si hace frío, usaré abrigo. O llueve o hace frío. O llevaré paraguas o usaré abrigo.
Contraposición	$p \to q$, por lo tanto $\neg q \to \neg p$	Si estudias, aprobarás. Si no apruebas, no estudiaste.

1.4. Cuantificadores.

En lógica matemática, los cuantificadores son símbolos que permiten expresar proposiciones sobre conjuntos de individuos o variables de manera general. Se usan en lógica de predicados para formalizar oraciones que involucran términos como "todos", "alguno", "ninguno", etc. Existen dos cuantificadores fundamentales:

1.4.1. Cuantificador existencial.

El cuantificador existencial en lógica matemática es un operador que se utiliza para expresar que existe al menos un elemento en un conjunto que cumple una determinada propiedad o condición. Se simboliza con el signo ∃ (que se lee "existe") y se usa para formular proposiciones del tipo "existe al menos un x tal que cumple $p(x)$".

Ejemplo:
Si tenemos el conjunto de números naturales y la propiedad $p(x)$: "x es par", el cuantificador existencial nos permite expresar la afirmación:

- "Existe un número natural que es par"
  Formalmente, se escribe:
- $\exists x$ p(x), que se lee como "existe al menos un x tal que $p(x)$ es verdadero", donde $p(x)$ es la propiedad "x es par".

Interpretación:
En este contexto, la afirmación "$\exists x\ p(x)$" significa que al menos uno de los elementos del dominio de discurso satisface la propiedad $p(x)$. Sin embargo, no especifica cuántos elementos cumplen esa propiedad, solo garantiza que al menos uno lo hace.

Relación con el cuantificador universal:
El cuantificador existencial es el opuesto del cuantificador universal (que se representa con el símbolo ∀), el cual indica que todos los elementos del dominio cumplen una propiedad. Mientras que el cuantificador existencial busca mostrar que existe al menos un caso que cumple la propiedad, el cuantificador universal exige que todos los elementos lo hagan.

Ejemplo comparativo:
Cuantificador existencial: $\exists x\ (x > 3)$, "Existe al menos un número mayor que 3".
Cuantificador universal: $\forall x\ (x > 3)$, "Todos los números son mayores que 3" (esto sería falso para el conjunto de los números naturales).

Uso en razonamientos:

El cuantificador existencial es fundamental en muchos razonamientos matemáticos y lógicos, sobre todo cuando se trata de demostrar la existencia de soluciones o elementos con determinadas características.

1.4.2. Cuantificador universal.

El cuantificador universal es uno de los dos cuantificadores más importantes en lógica matemática y lógica de predicados. Este cuantificador se utiliza para expresar que una proposición es verdadera para todos los elementos de un dominio específico.

Definición

- **Símbolo**: $\forall$
- **Lectura**: "Para todo" o "para cada"
- **Forma lógica**: $\forall\, x\, P(x)$
  - **Interpretación**: "Para todo x, se cumple $P(x)$" o "Todos los elementos x tienen la propiedad $P(x)$".

Ejemplo de Cuantificador Universal

- **Enunciado**: "Todos los números naturales son mayores o iguales a 0."
  - **Forma lógica**: $\forall x\, (x \in \mathrm{N} \rightarrow x \geq 0)$
  - **Explicación**: Esto indica que **para cada número natural**, la proposición "el número es mayor o igual a 0" es verdadera. Es una afirmación universal.

Explicación en Proposiciones

El cuantificador universal permite expresar generalizaciones sobre un conjunto de individuos. Por ejemplo:

- **"Todo estudiante pasa el examen."**
  - Forma lógica: $\forall x\, (E(x) \rightarrow P(x))$ donde $\mathrm{E}(x)$ significa "x es un estudiante" y $P(x)$ significa "x pasa el examen."
  - Esto significa que **para todo *x***, si x es un estudiante, entonces pasa el examen.

Negación del Cuantificador Universal

La negación de una proposición con un cuantificador universal se transforma en una proposición con un cuantificador existencial.

- **Regla**:

$$\neg(\forall x\, P(x)) \equiv \exists x\, \neg P(x)$$

  - Esto significa que la negación de "todos" es "existe al menos uno" para el cual la proposición es falsa.
- **Ejemplo**:
  - Enunciado: "No todos los estudiantes aprobaron el examen."
  - Forma lógica: $\neg(\forall x\ \ P(x)) \equiv \exists x\, \neg P(x)$
  - Interpretación: "Existe al menos un estudiante que no aprobó el examen."

Uso en Razonamientos Matemáticos

El cuantificador universal es esencial en demostraciones matemáticas, especialmente en teoremas y propiedades generales, donde se quiere afirmar que una propiedad se cumple para todo elemento de un conjunto.

- **Ejemplo**: "Para todo x en los números reales, $x^2 \geq 0$."
  - $\forall\, x \in \mathrm{R}\ (x^2 \geq 0)$
  - Esto significa que el cuadrado de cualquier número real es siempre mayor o igual a cero.

Resumen del Cuantificador Universal

Cuantificador	Símbolo	Lectura	Ejemplo
Universal	$\forall$	"Para todo"	$\forall\, x \in \mathrm{N}(x \geq 0)$: Todos los números naturales son mayores o iguales a 0.

El cuantificador universal es una herramienta poderosa en lógica para expresar proposiciones que son válidas para todos los elementos de un conjunto o dominio.

Bibliografía

- Hernández, E. (2015). **Lógica matemática: Fundamentos y aplicaciones**. Editorial Reverté.
- Cruz, E. (2017). **Introducción a la lógica matemática**. Editorial Alianza.
- Domínguez, J. (2014). **Lógica y matemáticas: Una introducción**. Ediciones Akal.
- López, J. A. (2012). **Teoría de conjuntos y lógica matemática**. Ediciones Universitarias de Valencia.
- Ceballos, J. (2016). **Lógica matemática para ingenieros**. Pearson Educación.
- Pérez, M. (2018). **Lógica simbólica y matemática: Un enfoque práctico.** Editorial Síntesis.
- Vázquez, R. (2013). **Lógica matemática y razonamiento lógico.** Ediciones Cátedra.

UNIDAD 2: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

- Comprender los fundamentos básicos de la estadística.
- Reconocer la utilidad de la estadística en diferentes áreas.
- Identificar los niveles de aplicación de la estadística.
- Distinguir entre población, muestra y variables estadísticas.
- Aplicar métodos de recolección de datos estadísticos.
- Realizar ejercicios prácticos de frecuencias con datos agrupados y no agrupados.

Resultado de aprendizaje

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de aplicar los fundamentos de la estadística descriptiva para recolectar, organizar y analizar datos mediante el uso de tablas de frecuencias, comprendiendo su utilidad en diferentes contextos como la educación, las ciencias sociales y la investigación.

2.1. Fundamentos de Estadística.

2.1.1. Conceptos de estadística.

La estadística ha sido definida por varios autores, con el fin de llegar de poder llegar a unos criterios propios que nos dé una noción de lo que es la estadística, frente al análisis de los hechos, situaciones y fenómenos que se estudien.

Tomemos algunos de estos conceptos para adentrarnos en materia:

“La ciencia estadística desentraña el complejo de variables que intervienen en los fenómenos, eliminando por una parte todos aquellos que ocultan la acción de los efectos principales que se desean conocer o estudiar”. Centro de Estadística y Cálculo de Chapingo, México.

“Se refiere a un conjunto de métodos, normas, reglas y principios para observar, agrupar, describir, cuantificar y analizar el comportamiento de un grupo”. Ciro Martínez Bencardino.

“Se entiende todo tratamiento de los datos destinado a resumir o describir alguna de sus características importantes sin intentar inferir más allá de los datos”. Jhon E. Freud y Frank Williams.

“La estadística es el estudio de los fenómenos aleatorios” George C. Canavos.

“La estadística estudia los métodos Científicos para recoger, organizar, resumir y analizar datos, así como para sacar conclusiones válidas y tomar decisiones razonables basadas en tal análisis” Murray R. Spiegel.

“La estadística es una palabra que se puede referir a datos cuantitativos (producción por hora hombre) o en un área de estudio” Richard Z, Levin.

“Un conjunto de métodos de investigación que nos permite pensar estadísticamente – una manera poderosa de pensar – sobre una variedad de situaciones que implican la medida o la observación de Cantidades” Derek Rowntree.

Como usted puede observar, el contenido de cada uno de los conceptos anteriores, hace referencia principalmente a las observaciones, con el fin de obtener información para analizarla e interpretarla y así llegar a conclusiones objetivas a través de la aplicación de técnicas y métodos estadísticos para avanzar en el conocimiento y aproximarnos a la realidad existente.

2.1.2. Importancia y método de estudio.

La estadística juega un papel crucial en muchos aspectos de la vida moderna, desde la toma de decisiones hasta la investigación científica. Explico su importancia y ubicación en diferentes contextos:

Importancia de la Estadística

1. **Toma de Decisiones Basada en Datos:**
   - **Negocios y Finanzas:** Las empresas utilizan la estadística para analizar tendencias de mercado, evaluar riesgos financieros y tomar decisiones informadas sobre inversiones y estrategias.

- **Gobierno:** Los datos estadísticos son esenciales para la elaboración de políticas públicas, la planificación económica, y la gestión de recursos. Los censos y encuestas ayudan a entender la demografía, el empleo, y las necesidades de la población.

2. **Investigación Científica:**
   - **Medicina:** La estadística se usa en ensayos clínicos para evaluar la eficacia de tratamientos, en estudios epidemiológicos para identificar factores de riesgo y en investigación biomédica para interpretar datos experimentales.
   - **Ciencias Sociales:** En sociología, psicología y educación, la estadística ayuda a analizar encuestas, estudiar comportamientos y evaluar intervenciones.
3. **Desarrollo y Evaluación de Políticas:**
   - **Educación:** Se emplea en la evaluación de programas educativos, el análisis de resultados académicos y la mejora de métodos de enseñanza.
   - **Salud Pública:** Los datos estadísticos permiten monitorizar la salud de la población, prever brotes de enfermedades y evaluar la efectividad de programas de salud.
4. **Tecnología y Big Data:**
   - **Aprendizaje Automático:** La estadística es fundamental para el desarrollo de algoritmos de aprendizaje automático, que se utilizan en inteligencia artificial y análisis predictivo.
   - **Minado de Datos:** La estadística permite extraer patrones y conocimientos de grandes volúmenes de datos, facilitando la toma de decisiones en tiempo real y la personalización de servicios.
5. **Medición y Control de Calidad:**
   - **Industria:** En manufactura y producción, la estadística ayuda a controlar la calidad de productos, mejorar procesos y reducir costos mediante el análisis de datos y la gestión de la variabilidad.

Ubicación de la Estadística en Diferentes Contextos

1. **Académico y Científico:**
   - **Universidades e Instituciones de Investigación:** La estadística es una disciplina central en los programas de matemáticas, ciencias sociales, ciencias naturales y economía. Los departamentos de estadística y ciencias de datos forman parte de muchas universidades, donde se desarrollan nuevas metodologías y se aplican a diversas áreas de investigación.
2. **Industria y Negocios:**
   - Departamentos de Análisis de Datos: Las empresas y organizaciones tienen equipos especializados en análisis de

datos, que utilizan técnicas estadísticas para extraer información valiosa y apoyar la toma de decisiones estratégicas.

3. **Gobierno y Políticas Públicas:**
    - Institutos Nacionales de Estadística: Los gobiernos cuentan con agencias dedicadas a la recopilación y análisis de datos sobre la población, economía y otras áreas clave. Ejemplos incluyen el Instituto Nacional de Estadística en España, el Bureau of Economic Analysis en EE.UU. y el Office for National Statistics en el Reino Unido.
4. **Salud y Medicina:**
    - Institutos de Investigación en Salud: Organizaciones como los Institutos Nacionales de Salud (NIH) en EE.UU. y la Organización Mundial de la Salud (OMS) utilizan estadísticas para realizar estudios de salud y formular recomendaciones basadas en datos.
5. **Tecnología y Ciencia de Datos:**
    - Empresas de Tecnología y Startups: La estadística es fundamental en el desarrollo de nuevas tecnologías, especialmente en el análisis de datos, la inteligencia artificial y el aprendizaje automático.

Método de Estudio de la Estadística:

El estudio de la estadística implica un enfoque sistemático que incluye tanto aspectos teóricos como prácticos. A continuación, se describe un método de estudio que puede seguirse para aprender estadística de manera eficaz:

Comprensión de conceptos básicos: El primer paso es familiarizarse con los conceptos fundamentales, como población, muestra, variables, datos cualitativos y cuantitativos, medidas de tendencia central (media, mediana, moda), dispersión (desviación estándar, varianza), entre otros. Estos son los pilares sobre los que se basa todo análisis estadístico.

Estudio progresivo de técnicas: La estadística tiene muchas herramientas y técnicas, como la inferencia estadística, análisis de regresión, prueba de hipótesis, análisis de varianza (ANOVA), etc. Es importante estudiar estos métodos de manera progresiva, comenzando por los más simples y avanzando hacia los más complejos.

Uso de software estadístico: Para aplicar el conocimiento teórico, es fundamental aprender a usar herramientas estadísticas como SPSS, R, Python (con bibliotecas como pandas o NumPy), y Excel. Estos programas permiten analizar grandes volúmenes de datos de manera eficiente.

Realización de ejercicios prácticos: La práctica es clave en el aprendizaje de la estadística. Resolver problemas prácticos, interpretar tablas y gráficos, y realizar análisis de datos reales ayudan a consolidar los conceptos teóricos.

Interpretación de resultados: No basta con realizar cálculos estadísticos; es crucial interpretar correctamente los resultados. Esto implica entender qué significan los valores obtenidos, cómo afectan a la hipótesis o pregunta de investigación, y cómo se pueden aplicar en la toma de decisiones.

Aplicación en casos reales: Para desarrollar una comprensión profunda, es útil aplicar los conceptos estadísticos a problemas del mundo real. Esto puede incluir estudios de caso en educación, salud, economía o cualquier área de interés personal o profesional.

Revisión constante y retroalimentación: Como en cualquier área del conocimiento, la estadística requiere una revisión constante de los conceptos y técnicas aprendidas. Es importante también recibir retroalimentación, ya sea a través de un docente o mediante la colaboración con otros estudiantes.

2.1.3. Evolución histórica de la Estadística

Orígenes Antiguos

1. **Antigua Grecia y Roma:** Los griegos y romanos utilizaban datos para censos y la administración pública, aunque de manera rudimentaria. Por ejemplo, el censo romano se utilizaba para fines fiscales y militares.
2. **China y la India:** En la antigua China, se realizaban censos para gestionar los recursos y la población. En la India, el "Arthashastra" (un texto antiguo sobre administración y economía) también hacía uso de datos para fines políticos y económicos.

Edad Media y Renacimiento

3. **Siglo XVI:** El desarrollo de la estadística moderna comienza a tomar forma en esta época. Se introducen técnicas para la recopilación de datos relacionados con la economía y la población. La palabra "estadística" deriva del término italiano statistica, que se refiere al estado y la administración pública.
4. **Siglo XVII:** El matemático y economista John Graunt es conocido por sus trabajos pioneros en el análisis de datos de mortalidad en Londres, que se consideran uno de los primeros ejemplos de análisis estadístico.

Siglo XVIII

5. **1700s:** Daniel Bernoulli y otros matemáticos comienzan a desarrollar la teoría de probabilidades, una parte esencial de la estadística. La teoría de probabilidades se utilizaba para entender fenómenos inciertos y para realizar inferencias sobre eventos futuros.
6. **Finales del siglo XVIII:** Thomas Bayes desarrolla el teorema de Bayes, que es fundamental en el análisis estadístico y en la inferencia de probabilidades.

Siglo XIX

7. **1800s:** La estadística comienza a profesionalizarse y a institucionalizarse. Adolphe Quetelet aplica la teoría de probabilidades a la sociología y la demografía, introduciendo conceptos como la "media" y la "distribución normal" en el análisis social.
8. **1850s:** Francis Galton desarrolla la regresión y la correlación, conceptos clave en la estadística moderna. También es conocido por su trabajo en la estadística aplicada a la eugenesia.
9. **1870s:** Karl Pearson establece la primera revista de estadística y desarrolla el coeficiente de correlación de Pearson, fundamental en el análisis de datos.

Siglo XX

10. **1900s:** La estadística se convierte en una disciplina matemática y científica en sí misma. Ronald A. Fisher, uno de los más influyentes estadísticos, desarrolla técnicas estadísticas clave como el análisis de varianza (ANOVA) y la teoría del diseño experimental.
11. **1950s-1960s:** La estadística se expande con la llegada de la computación. Los estadísticos comienzan a usar computadoras para realizar cálculos complejos, y surgen nuevas técnicas y métodos estadísticos.
12. **1970s-1980s:** Se desarrolla la estadística bayesiana moderna, que integra el teorema de Bayes con nuevas técnicas de computación. La estadística aplicada se expande a campos como la biología, la ingeniería y la economía.

Siglo XXI

13. **2000s-presente:** La era del Big Data y la computación avanzada transforma la estadística. El análisis de grandes volúmenes de datos lleva al desarrollo de nuevas técnicas y métodos, incluyendo el aprendizaje automático y la minería de datos. La estadística se convierte

en una herramienta esencial en la investigación científica, la industria, el gobierno y muchos otros campos.

La estadística continúa evolucionando y adaptándose a las nuevas necesidades y tecnologías, convirtiéndose en una disciplina crucial para la toma de decisiones basada en datos en una variedad de contextos.

2.2. Utilidad de la Estadística

2.2.1. En la Educación.

La estadística tiene una gran utilidad en la educación, tanto en la planificación y gestión como en la mejora del aprendizaje. Algunas formas en que se aplica son las siguientes:

1. **Evaluación del Rendimiento**: Permite analizar y comparar los resultados de los estudiantes a través de exámenes y pruebas estandarizadas. Esto ayuda a identificar áreas de fortaleza y debilidad, tanto a nivel individual como grupal.
2. **Diseño de Currículos**: Los datos estadísticos pueden informar la creación y ajuste de currículos, basándose en el rendimiento de los estudiantes y en las necesidades detectadas en investigaciones previas.
3. **Mejora de Estrategias de Enseñanza**: A través del análisis de datos sobre la efectividad de diferentes métodos de enseñanza, los educadores pueden adaptar sus enfoques para maximizar el aprendizaje.
4. **Planificación de Recursos**: La estadística ayuda en la asignación eficiente de recursos, como personal docente y material educativo, basándose en la demanda y en las necesidades detectadas.
5. **Investigación Educativa**: Los estudios estadísticos son fundamentales en la investigación sobre temas educativos, como el impacto de diferentes métodos pedagógicos, la eficacia de programas educativos y las diferencias en el rendimiento entre grupos de estudiantes.
6. **Identificación de Tendencias**: Permite identificar patrones y tendencias en el rendimiento académico a lo largo del tiempo, lo que puede informar políticas educativas y estrategias de intervención.
7. **Desarrollo de Políticas**: Las decisiones sobre políticas educativas, como la implementación de nuevas normativas o la modificación de las existentes, se basan frecuentemente en análisis estadísticos de datos relevantes.
8. **Monitoreo de Progresos**: Los datos estadísticos ayudan a hacer un seguimiento del progreso de los estudiantes a lo largo del tiempo,

permitiendo ajustes en los planes de estudio y estrategias de enseñanza según sea necesario.

En resumen, la estadística proporciona herramientas esenciales para tomar decisiones informadas, mejorar prácticas educativas y optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.2.2. En las Ciencias Sociales

La Estadística aplicada a las Ciencias Sociales es fundamental para la investigación y el análisis en disciplinas como la sociología, la psicología, la ciencia política, la economía y la antropología. Algunas formas en que la estadística es utilizada en estas áreas:

1. **Investigación de Opiniones y Comportamientos:**
    - Encuestas y Censos: Se utilizan para recolectar datos sobre opiniones, comportamientos y características demográficas de una población.
    - Análisis de Encuestas: Permite identificar patrones en las respuestas, segmentar grupos y comprender tendencias.
2. **Estudio de Relaciones Sociales:**
    - Análisis de Correlaciones: Se emplea para examinar la relación entre variables, como la relación entre el nivel educativo y los ingresos.
    - Regresión: Ayuda a modelar y prever cómo una variable independiente (por ejemplo, el nivel de educación) afecta a una variable dependiente (por ejemplo, el ingreso).
3. **Evaluación de Políticas Públicas:**
    - Análisis de Impacto: Permite evaluar la efectividad de políticas públicas y programas sociales mediante la comparación de datos antes y después de la implementación de dichas políticas.
    - Diseño de Experimentos: Facilita la creación de estudios controlados para medir el efecto de intervenciones específicas.
4. **Estudio de Desigualdades y Diversidad:**
    - Análisis de Desigualdades: Se utiliza para estudiar la distribución de recursos y oportunidades entre diferentes grupos socioeconómicos, étnicos o de género.
    - Índices de Diversidad: Mide la diversidad en comunidades o grupos sociales.
5. **Modelos Sociodemográficos:**
    - Proyecciones Demográficas: Utiliza modelos estadísticos para prever el crecimiento de la población, la estructura etaria y otros aspectos demográficos.

- Análisis de Tendencias: Estudia las tendencias a largo plazo en variables sociodemográficas, como la tasa de natalidad y mortalidad.

6. **Estudios de Mercado:**
   - Segmentación de Mercado: Identifica diferentes segmentos dentro del mercado basándose en características demográficas y comportamentales.
   - Análisis de Preferencias: Examina las preferencias y comportamientos de los consumidores para diseñar estrategias de marketing.
7. **Psicología y Comportamiento Humano:**
   - Análisis de Datos Psicométricos: Utiliza pruebas estadísticas para validar y interpretar pruebas psicológicas y medir características como la inteligencia o la personalidad.
   - Estudios Experimentales: Emplea métodos estadísticos para analizar los efectos de diferentes variables en el comportamiento humano.
8. **Evaluación de Programas y Servicios Sociales:**
   - Evaluación de Efectividad: Mide el impacto de programas sociales, educativos o de salud en las comunidades y poblaciones objetivo.
   - Análisis de Costos y Beneficios: Evalúa la relación entre los costos de un programa y los beneficios obtenidos.

2.2.3. En la Investigación

La estadística desempeña un papel fundamental en la investigación, ya que proporciona herramientas y métodos para recolectar, analizar e interpretar datos de manera rigurosa y sistemática. Aquí te detallo algunos aspectos clave de su importancia:

1. **Diseño de Investigación**: La estadística ayuda a planificar cómo se llevará a cabo un estudio. Esto incluye determinar el tamaño de la muestra, seleccionar métodos de recolección de datos y definir las variables de interés. Un buen diseño estadístico asegura que los resultados sean válidos y generalizables.
2. **Recolección de Datos**: La estadística guía la elección de técnicas para recolectar datos de manera efectiva. Esto puede incluir encuestas, experimentos, estudios observacionales, entre otros métodos. La calidad de los datos recolectados es crucial para obtener conclusiones fiables.
3. **Análisis de Datos**: Una vez recolectados los datos, la estadística proporciona herramientas para analizarlos. Esto incluye técnicas descriptivas para resumir y describir los datos (como medias, medianas y desviaciones estándar), así como técnicas inferenciales para hacer

conclusiones sobre una población a partir de una muestra (como pruebas de hipótesis y análisis de regresión).

4. **Interpretación de Resultados**: La estadística ayuda a interpretar los resultados de manera adecuada. Permite evaluar la significancia de los hallazgos, entender la fuerza y dirección de las relaciones entre variables, y tomar decisiones basadas en evidencias.
5. **Validación de Modelos**: En investigaciones que involucran modelos estadísticos, la estadística ofrece métodos para validar y ajustar estos modelos. Esto es esencial para asegurar que las predicciones y conclusiones sean precisas.
6. **Comunicación de Resultados**: La estadística también juega un papel en la comunicación efectiva de los resultados. Esto incluye la presentación de datos a través de gráficos y tablas, así como la interpretación de los resultados en términos comprensibles para audiencias no especializadas.
7. **Control de Sesgos y Errores**: La estadística ayuda a identificar y controlar posibles sesgos y errores en la recolección y análisis de datos, lo que contribuye a la integridad y validez de los resultados de la investigación.

En resumen, la estadística es esencial para asegurar que la investigación sea rigurosa, fiable y útil. Permite a los investigadores tomar decisiones informadas y proporciona un marco para interpretar datos en el contexto de preguntas y objetivos de investigación específicos.

2.2.4. Niveles de aplicación de la Estadística

La estadística se aplica en diferentes niveles según el propósito y la complejidad del análisis. Estos niveles reflejan desde la simple descripción de datos hasta la modelización compleja y la inferencia. A continuación, se detallan los principales niveles de aplicación de la estadística:

1. Estadística Descriptiva

Este nivel se centra en la organización, resumen y presentación de datos. Su objetivo es describir las características básicas de los datos recopilados de manera clara y comprensible. Incluye:

- **Medidas de Tendencia** Central: Media, mediana y moda.
- **Medidas de Dispersión:** Rango, varianza, desviación estándar.
- **Representaciones Gráficas**: Histogramas, gráficos de barras, diagramas de dispersión, cajas y bigotes.
- **Tablas de Frecuencia:** Para organizar datos categóricos y cuantitativos.

2. Estadística Inferencial

La estadística inferencial se basa en muestras de datos para hacer generalizaciones o inferencias sobre una población más amplia. Este nivel incluye:

- **Estimación:** Cálculo de intervalos de confianza para estimar parámetros de la población.
- **Pruebas de Hipótesis:** Evaluación de hipótesis sobre parámetros de la población (ej., pruebas t, pruebas de chi-cuadrado).
- **Análisis de Regresión y Correlación:** Evaluación de relaciones entre variables y predicción de valores.
- **Análisis de Varianza (ANOVA):** Comparación de medias entre más de dos grupos.

3. Estadística Predictiva

Este nivel utiliza modelos estadísticos para hacer predicciones sobre eventos futuros o valores desconocidos. Incluye:

- **Modelos de Regresión:** Regresión lineal, regresión logística, y otros modelos predictivos.
- **Análisis de Series Temporales:** Para modelar y predecir datos que cambian con el tiempo.
- **Métodos de Machine Learning:** Técnicas avanzadas como redes neuronales y árboles de decisión para predicción y clasificación.

4. Estadística Bayesiana

Este enfoque se basa en el teorema de Bayes y proporciona una forma de actualizar las creencias a medida que se obtiene nueva información. Incluye:

- **Inferencia Bayesiana:** Uso de distribuciones previas y probabilidades condicionales para hacer inferencias.
- **Modelos Jerárquicos:** Para manejar datos que tienen una estructura jerárquica o anidada.
- **Simulación de Monte Carlo:** Métodos para aproximar distribuciones y realizar inferencias en modelos complejos.

5. Estadística Multivariada

Se enfoca en el análisis de datos que involucran múltiples variables simultáneamente. Incluye:

- **Análisis de Componentes Principales (PCA):** Reducción de la dimensionalidad de los datos.
- **Análisis de Clúster:** Agrupamiento de observaciones similares en grupos.
- **Análisis Discriminante:** Clasificación de observaciones en grupos predefinidos.

6. Estadística Espacial

Aplica métodos estadísticos a datos geoespaciales, analizando patrones y procesos que ocurren en un espacio geográfico. Incluye:

- **Análisis de Pautas Espaciales:** Identificación de patrones y correlaciones espaciales.
- **Modelos de Regresión Espacial:** Para datos con estructura espacial.

7. Estadística Experimental

Se ocupa de diseñar experimentos para probar hipótesis y evaluar el efecto de variables independientes sobre variables dependientes. Incluye:

- **Diseños Experimentales:** Diseño de experimentos controlados y randomizados.
- **Análisis de Datos Experimentales:** Evaluación de los efectos y la interacción entre variables.

Cada uno de estos niveles de aplicación tiene sus propias técnicas y metodologías, y la elección de qué nivel utilizar depende de los objetivos de la investigación y del tipo de datos disponibles.

2.2.5. Otros conceptos básicos en Estadística

1. Población y Muestra

- Población: Conjunto completo de individuos o elementos que tienen una característica en común que se está estudiando.
- Muestra: Subconjunto representativo de la población que se utiliza para realizar inferencias sobre toda la población.

2. Variable

- **Variable**: Cualquier característica, número o cantidad que puede ser medida o contada. Las variables pueden ser:
    - **Cualitativas** (o categóricas): Representan categorías o grupos (e.g., género, color).

- **Cuantitativas**: Representan cantidades numéricas (e.g., altura, peso). Pueden ser:
  - **Discretas:** Toman valores contables (e.g., número de hijos).
  - **Continuas:** Pueden tomar cualquier valor en un rango (e.g., temperatura, tiempo).

3. Distribución de Frecuencia

- **Distribución de Frecuencia:** Representa cómo se distribuyen los valores de una variable en diferentes categorías o intervalos. Puede ser representada mediante tablas o gráficos.

4. Medidas de Tendencia Central

- **Media (Promedio):** Suma de todos los valores dividida por el número de valores.
- **Mediana:** Valor que divide el conjunto de datos en dos partes iguales; es el valor central en un conjunto ordenado.
- **Moda**: Valor o valores que ocurren con mayor frecuencia en un conjunto de datos.

5. Medidas de Dispersión

- **Rango:** Diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo en un conjunto de datos.
- **Varianza:** Medida de la variabilidad de los datos con respecto a la media.
- **Desviación Estándar:** Raíz cuadrada de la varianza; proporciona una medida de dispersión en las mismas unidades que los datos originales.

6. Probabilidad

- **Probabilidad:** Medida de la certeza o posibilidad de que ocurra un evento. Se expresa como un número entre 0 y 1, donde 0 indica imposibilidad y 1 indica certeza.
- **Eventos Independientes:** Dos eventos son independientes si la ocurrencia de uno no afecta la probabilidad del otro.

7. Distribuciones de Probabilidad

- **Distribución Normal** (o Gaussiana): Distribución de probabilidad con forma de campana, caracterizada por su media y desviación estándar.

- **Distribución Binomial:** Distribución de probabilidad para un número fijo de ensayos independientes, cada uno con una probabilidad constante de éxito.
- **Distribución de Poisson:** Distribución de probabilidad que describe el número de eventos que ocurren en un intervalo de tiempo fijo, dada una tasa promedio de ocurrencia.

8. Intervalos de Confianza

- **Intervalo de Confianza:** Rango de valores dentro del cual se espera que se encuentre un parámetro poblacional con un cierto nivel de confianza (e.g., 95% o 99%).

9. Pruebas de Hipótesis

- **Hipótesis Nula (H_0):** Hipótesis inicial que se prueba, generalmente afirmando que no hay efecto o diferencia.
- **Hipótesis Alternativa (H_1 o H_a):** Hipótesis que se considera si se rechaza la hipótesis nula, afirmando que hay un efecto o diferencia.
- **Valor p:** Medida de la evidencia contra la hipótesis nula; un valor p pequeño indica que es poco probable que los resultados se deban al azar.

10. Regresión y Correlación

- **Regresión:** Técnica para modelar y analizar la relación entre una variable dependiente y una o más variables independientes.
- **Correlación:** Medida de la fuerza y dirección de la relación lineal entre dos variables. El coeficiente de correlación (e.g., r) varía entre -1 y 1.

11. **Errores Estadísticos**

- **Error Tipo I (α):** Error de rechazar una hipótesis nula que es verdadera (falso positivo).
- **Error Tipo II (β):** Error de no rechazar una hipótesis nula que es falsa (falso negativo).

Estos conceptos proporcionan una base sólida para entender y aplicar la estadística de manera efectiva en diversas investigaciones y análisis.

En resumen, los errores estadísticos son fundamentales a la hora de interpretar resultados y tomar decisiones basadas en datos.

TAREAS

Actividades de aprendizaje práctico-experimental: 6 horas

1. Elabore un ensayo sobre el tema: "Utilidad de la estadística en la educación". Extensión 3 hojas como máximo. **Tiempo planificado. 3 horas**
2. Elabore un video de 3 minutos con el tema: "El rol de la estadística en los procesos de investigación". **Tiempo planificado. 3 horas**

Actividades de aprendizaje autónomo: 10 horas

1. Seleccione un concepto de estadística de los expuestos en la guía de estudio y explique sus elementos constitutivos en 8 líneas.
2. Elabore un organizador gráfico sobre el tema: "Origen de la estadística".
3. En 5 medios de comunicación social de su localidad observe y determine la importante la estadística. Sustente sus respuestas.
4. Elabore un artículo con el tema: "Importancia de la estadística en la educación".
5. Con ejemplos explique que papel cumple la estadística en el proceso de investigación.
6. Enumere los pasos o etapas de toda investigación.
7. Con un ejemplo explique la etapa de planeación de la organización y la etapa de recolección de la información.
8. En estadística que se entiende por procesamiento de la información.
9. Determine la importancia de la elaboración de tablas o gráficos de las variables observadas en el proceso de investigación.
10. Con ejemplos explique que estudia la estadística descriptiva y la estadística inferencial.
11. Con un ejemplo explique la diferencia entre población y muestra.

AUTOEVALUACIÓN

LEA DETENIDAMENTE LOS SIGUIENTES ENUNCIADOS Y ESCRIBA EN EL PARÉNTESIS V SI ES VERDADERO O F SI ES FALSO:

N^{o}.	Enunciado	V o F
1.	La definición “La estadística es el estudio de los fenómenos aleatorios” pertenece a Ciro Martínez Bencardino	( )
2.	En la historia de la humanidad la estadística se ha aplicado en sociedades antiguas, como en el caso de los egipcios, chinos, griegos y romanos	( )
3.	Entre los principales matemáticos y filósofos que contribuyeron al conocimiento de la estadística están: Blas Pascal, Galileo, Bernoulli, Gauss, Laplace, Graunt y Achenwal	( )
4.	Investigar es una actividad que implica una serie de actividades que van desde la observación y recolección de datos hasta la formulación de hipótesis	( )
5.	Toda investigación o estudio que se desee analizar, debe contar con una mínima estructura organizacional	( )
6.	En la etapa de Recolección de la información el investigador planea el trabajo que va a realizar	( )
7.	En la etapa de procesamiento de la información recolectada el investigador clasifica, codifica, tabula, gráfica y registro de los resultados obtenidos	( )
8.	En la etapa de análisis e interpretación de resultados el investigador elabora tablas y gráficas de acuerdo a los datos originales obtenidos	( )
9.	La estadística descriptiva elabora estimaciones de comportamientos futuros del objeto de estudiado	( )
10.	Al estudio de una realidad existente con el fin de conocer sus causas y efectos de un objeto determinado se denomina atributo	( )
11.	Al estudio de todas las características que tiene un conjunto se denomina muestra	( )
12.	A la parte representativa de una población se denomina variable	( )

2.3. Datos estadísticos y recolección de la información

Introducción

Un dato es el resultado que se obtiene de un número cualquiera de observaciones realizadas y que representa objetos concretos.

Los datos se obtienen de acuerdo a las observaciones que el investigador o persona interesada en el estudio, las registre adecuadamente, en unos instrumentos que son propios para estos fines, como en el caso de las libretas de apuntes, formatos especiales, encuestas diseñadas, entre otras.

Existen dos clases de datos que se pueden recolectar; el primero corresponde a las características propias del objeto observado, recibiendo el nombre de atributo y el segundo corresponde a la expresión numérica del mismo objeto en estudio, por lo cual se le denomina variable.

La organización de los datos, es otro aspecto importante de tener en cuenta después de recolectada la información; ¿cómo se hace? Separando los atributos de las variables y clasificándolos para poder ordenarlos en forma compacta para su fácil utilización.

2.3.1. Variables Estadísticas

La variable es el conjunto de características de las entidades que interesan en una investigación. Las características de una población pueden ser cualidad o cantidad, es decir que la variable puede ser cualitativa y cuantitativa.

Variables cualitativas: Los caracteres o variables cualitativos representan fenómenos que pueden ser descritos mediante palabras. La clasificación de las personas por su origen; nivel socioeconómico; estado civil el cual puede recibir los valores cualitativos de soltero, casado, divorciado, viudo y, tal vez, todos los demás. Una variable cuyos valores consisten en categorías de clasificación se denomina variable cualitativa.

Variables cuantitativas: Los caracteres o variables cuantitativas son todos aquellos fenómenos que pueden ser expresados cuantitativamente; es decir, mediante números. Por ejemplo densidad, peso, velocidad, salarios, hijos, edad, entre otras.

Variable discreta: Es aquella que solo puede tomar valores enteros; no admite valores fraccionarios. Como ejemplos: el número de empleados de una empresa, el número de estudiantes en el semestre que usted actualmente cursa.

Variable continua: Es aquella que pueda tomar cualquier valor en un intervalo o entre valores dados, es decir, una variable continua se mide uniformemente. Un ejemplo es la estatura humana

2.3.2. Población y muestra

Población

Llamado también universo o colectivo es el conjunto de todos los elementos que tienen una característica común.

Una población puede ser finita o infinita.

Es **población finita** cuando está delimitada y conocemos el número que la integran, así, por ejemplo: Estudiantes de la Universidad Nacional de Chimborazo.
Es **población infinita** cuando a pesar de estar delimitada en el espacio, no se conoce el número de elementos que la integran, así, por ejemplo: Todos los profesionales de nivel tecnológico que están ejerciendo su carrera.

Muestra

Es un subconjunto de la población.

Ejemplo: Estudiantes de 2do Semestre de la Universidad Nacional de Chimborazo".

Sus principales características son:

Representativa: Se refiere a que todos y cada uno de los elementos de la población tengan la misma oportunidad de ser tomados en cuenta para formar dicha muestra.

Adecuada y válida: Se refiere a que la muestra debe ser obtenida de tal manera que permita establecer un mínimo de error posible respecto de la población.

Para que una muestra sea fiable, es necesario que su tamaño sea obtenido mediante procesos matemáticos que eliminen la incidencia del error.

Para calcular el tamaño de la muestra suele utilizarse la siguiente fórmula:

$$n = \frac{N\sigma^2 Z^2}{(N-1)e^2 + \sigma^2 Z^2}$$

Dónde:

n = el tamaño de la muestra.
N = tamaño de la población.
σ = Desviación estándar de la población que, generalmente cuando no se tiene su valor, suele utilizarse un valor constante de 0,5.
Z = Valor obtenido mediante niveles de confianza. Es un valor constante que, si no se tiene su valor, se lo toma en relación al 95% de confianza equivale a 1,96 (como más usual) o en relación al 99% de confianza equivale 2,58, valor que queda a criterio del encuestador.
e = Límite aceptable de error muestral que, generalmente cuando no se tiene su valor, suele utilizarse un valor que varía entre el 1% (0,01) y 9% (0,09), valor que queda a criterio del encuestador.

Ejemplo ilustrativo:

Calcular el tamaño de la muestra de una población de 1000 elementos con una Desviación estándar de 0.5, niveles de confianza 1.96 y error muestral de 0.05

Solución:

N = 1000
σ = 0.5
Z = 1.96
e = 0.05

Reemplazando valores en la fórmula se obtiene:

$$\boldsymbol{n = \frac{N\sigma^2 Z^2}{(N-1)e^2 + \sigma^2 Z^2}}$$

$$n = \frac{1000 \cdot 0{,}5^2 \cdot 1{,}96^2}{(1000-1) \cdot 0{,}05^2 + 0{,}5^2 \cdot 1{,}96^2}$$

$$n = \frac{1000 \cdot 0{,}25 \cdot 3{,}8416}{(999) \cdot 0{,}0025 + 0{,}25 \cdot 3{,}8416}$$

$$n = \frac{960{,}4}{2{,}4975 + 0{,}9604}$$

$$n = \frac{960{,}4}{3{,}4579}$$

$$= 277{,}74$$

$$= \mathbf{278\ Encuestas}$$

2.3.3. Elemento o individuo

Unidad mínima que compone una población. El elemento puede ser una entidad simple (una persona) o una entidad compleja (una familia), y se denomina unidad investigativa.

2.4. Datos Estadísticos

Son medidas, valores o características susceptibles de ser observados y contados. Como, por ejemplo, la edad de los estudiantes de la Universidad Central del Ecuador.

Los datos estadísticos pueden ser clasificados en **cualitativos** (la diferencia entre ellos es de clase y no de cantidad), **cuantitativos** (representan magnitudes), **cronológicos** (difieren en instantes o períodos de tiempo) y **geográficos** (referidos a una localidad).

Los datos estadísticos se obtienen de **fuentes primarias** (obtenidos directamente sin intermediarios valiéndose de observaciones, encuestas, entrevistas y sondeos de opinión) y **fuentes secundarias** (obtenidos a través de intermediarios valiéndose de textos, revistas, documentos, publicaciones de prensa, y demás trabajos hechos por personas o entidades).

2.4.1. El censo

Es una técnica de recolección de datos estadísticos que se realiza a toda la población

2.4.2. La encuesta

Es la técnica que nos permite recolectar datos estadísticos que se realiza una muestra de la población.

Se clasifica en:

- Descriptiva. - Cuando registra datos referentes a las características de los elementos o individuos.
- Explicativa. - Cuando averigua las causas o razones que originan los fenómenos.
- Mixtas. - Cuando es descriptiva y explicativa.
- Por muestreo. - Cuando recolecta información de grupos representativos de la población.

Su estructura es:

- Nombre de la institución que auspicia la encuesta.
- Tema de la encuesta.
- Objetivos de la encuesta.
- Datos informativos: Lugar, fecha, y otros datos que se considere necesario según la naturaleza de la información estadística a encuestarse.
- Instrucciones para el encuestado para que sepa la forma de llenar la encuesta.
- Cuestionario o listado de preguntas (cerradas, abiertas, o ambas a la vez) sobre los diferentes aspectos motivo de estudio.
- Frase de agradecimiento al encuestado, como por ejemplo, ¡Gracias por su colaboración!

Los diferentes tipos de preguntas pueden ser:

- **Abiertas:** Son aquellas en la cual el encuestado construye la respuesta de manera libre según su opinión y de la manera que él desea.
  Ejemplo: ¿Qué piensa usted sobre la política educativa del actual gobierno?
- **Cerradas o dicotómicas:** Sólo pueden ser contestadas por un "sí" o por un "no".

  Ejemplo: ¿Está usted de acuerdo con la política educativa del actual gobierno?
  Si ( ) No ( )

  Como es obvio, la respuesta será forzosamente una de las alternativas planteadas: Las preguntas cerradas son fáciles de tabular y facilitan la cuantificación mediante la asignación de puntuaciones.

- **Preguntas de elección múltiple o categorizada:** Se trata en cierto modo de preguntas cerradas que, dentro de los extremos de una escala permiten una serie de alternativas de respuestas cuyos matices son fijados de antemano. Presentan dos formas: En abanico y de estimación.

  - **Preguntas con respuesta en abanico:** Estas preguntas permiten contestar señalando una o varias respuestas presentadas junto con la pregunta. Por ejemplo: Indique otras alternativas que considere importantes para mejorar la educación en nuestro país.

  - **Preguntas de Estimación:** Son preguntas cuantitativas que introducen diversos grados de intensidad creciente o decreciente para un mismo ítem.

  Ejemplos:

  ¿Cómo calificaría la política educativa del gobierno actual?
  Excelente ( ) Muy Buena ( ) Regular ( ) Deficiente ( )

  ¿En qué porcentaje está de acuerdo con la política educativa del gobierno actual?
  100% ( ) 75% ( ) 50% ( ) 25% ( ) 0% ( )

  ¿Le interesa conocer el modelo educativo vigente?
  Nada ( ) Poco ( ) Algo ( ) Mucho ( )

¿Piensa culminar sus estudios superiores?
Sí (   )   Probablemente   Sí (   )   No (   )   Aún no decido (   )

2.4.3. Tabulación de los datos recolectados

Tabulación

Es el conteo que se hace a cada uno de los datos que se han recolectado, para poderlos clasificar de acuerdo a los criterios que se hayan definido previamente, con el fin de ordenarlos en forma lógica, teniendo en cuenta las características y variables que hacen parte del objeto en estudio, con el fin de facilitar el manejo de los mismos.

La tabulación de los datos se hace de dos formas, la primera que corresponde a un procedimiento manual, logrando utilizar las máquinas calculadoras como elementos auxiliares de las personas que hacen este trabajo, para poder procesar toda la información contenida en los registros o formularios que tienen los datos.

Cuando el procesamiento es manual, se deben utilizar cuadros que permitan consolidar la información que se está tabulando, lo cual permite que de una vez se estén clasificando y ordenando adecuadamente.

Frecuencias

En estadística, la frecuencia (o frecuencia absoluta) de un evento es el número de veces en que dicho evento se repite durante un experimento o muestra estadística. Comúnmente, la distribución de la frecuencia suele visualizarse con el uso de histogramas.

Frecuencia Absoluta: Es el número de veces que se repite el valor de cada variable. La suma de frecuencias absolutas es siempre al total de datos observados.

Frecuencia Relativa: Indica la proporción con que se repite un valor. Es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de datos. La suma de las frecuencias relativas es siempre 1

Frecuencia Acumulada: Indica el número de valores que son menores o iguales que el valor dado. Es la suma de la frecuencia absoluta primera con la segunda, este valor con la tercera, y así sucesivamente.

Frecuencia Relativa Acumulada: Es la suma de la frecuencia relativa primera con la segunda, este valor con la tercera, y así sucesivamente.

Frecuencia Porcentual: Es el porcentaje de elementos que pertenecen a una clase o categoría. Se puede calcular rápidamente multiplicando la frecuencia relativa por 100%.

Frecuencia Porcentual Acumulada: Es el porcentaje de datos respecto al total que se han reportado hasta ese momento. Se puede calcular rápidamente multiplicando la frecuencia relativa acumulada por 100%.

2.4.4. Ejercicio de frecuencias en datos no agrupados

Ejemplo ilustrativo:

Calcular las diferentes frecuencias de las siguientes calificaciones evaluadas sobre 10 obtenidas de 40 estudiantes en la asignatura de Estadística sin agrupar en clases:

10	8	9	8	7	8	9	10
6	7	10	9	8	8	10	8
6	5	6	8	10	5	9	9
8	10	9	7	6	7	7	6
8	10	7	8	5	9	8	5

Solución:

NOTA	TABULACION	FRECUENCIA
5	IIII	4
6	IIIII	5
7	IIIIII	6
8	IIIIIIIIIII	11
9	IIIIIII	7
10	IIIIIII	7
TOTAL		**40 Estudiantes**

EJERCICIO 2

Durante el mes de julio, en una ciudad se han registrado las siguientes temperaturas máximas:

32	31	28	29	33
32	31	30	31	31
27	28	29	30	32
31	31	30	30	29
29	30	30	31	30
31	34	33	33	29
29				

Procedimiento para resolver:

- **En la primera columna** de la tabla colocamos la variable ordenada de menor a mayor. La variable es temperatura el valor minino es 27 y máximo es 34
- **En la segunda columna** tabulamos los datos
- **En la tercera columna** anotamos la frecuencia absoluta
- **En la cuarta columna** anotamos la frecuencia acumulada
- En la primera casilla colocamos la primera frecuencia absoluta: Fi = fi
- En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia acumulada anterior más la frecuencia absoluta correspondiente: F1 + f2 = 1 + 2 = 3
- En la tercera casilla sumamos el valor de la frecuencia acumulada anterior más la frecuencia absoluta correspondiente: F2 + f3 = 3 + 6 = 9
- La última tiene que ser igual a N (sumatoria de fi) F8 = N = 31
- **En la quinta columna** disponemos las frecuencias relativas (ni) que son el resultado de dividir cada frecuencia absoluta por N (31)
- **En la sexta columna** anotamos la frecuencia relativa acumulada Ni.
- En la primera casilla colocamos la primera frecuencia relativa acumulada.
- En la segunda casilla sumamos el valor de la frecuencia relativa acumulada
  anterior más la frecuencia relativa correspondiente y así sucesivamente hasta la última, que tiene que ser igual a 1.

SOLUCIÓN DEL EJERCICIO:

Variable x_i	**Conteo o Tabulación**	**Frecuencia Absoluta o número de repeticiones f_i**	**Frecuencia Acumulada F_i**	**Frecuencia Relativa n_i**	**Frecuencia Relativa Acumulada N_i**
27	I	1	1	(1/31) 0.032	0.032
28	II	2	(2+1) 3	(2/31) 0.065	(0.032+0.065) 0.097
29	IIIIII	6	(3+6) 9	(6/31) 0.194	(0.097+0.194) 0.291
30	IIIIIII	7	(9+7) 16	(7/31) 0.226	(0.517+0.226) 0.517
31	IIIIIIII	8	(16+8) 24	(8/31) 0.258	(0.517+0.258) 0.775
32	III	3	(24+3) 27	(3/31) 0.097	(0.775+0.097) 0.872
33	III	3	(27+3) 30	(3/31) 0.097	(0.872+0.097) 0.969
34	I	1	(30+1) 31	(1/31) 0.032	(0.969+0.032) 1
		31		**1**	

- **Los paréntesis es a modo de explicación**

2.4.5. Ejercicio de frecuencias en datos agrupados

Cuando los valores de la variable son muchos, conviene agrupar los datos en **intervalos o** clases para así realizar un mejor análisis e interpretación de ellos.

• Para construir una tabla de frecuencias con datos agrupados, **conociendo los intervalos,** se debe determinar la frecuencia absoluta (**fi)** correspondiente a cada intervalo, contando la cantidad de datos cuyo valor está entre los extremos del intervalo. Luego se calculan las frecuencias relativas y acumuladas, si es pertinente.

• **Si no se conocen los intervalos,** se pueden determinar de la siguiente manera: **Método Sturges**:

Dónde:

k = 1 + 3,332 log n

k= número de intervalos

n= tamaño muestral

Debemos tener en cuenta 2 cosas. Primero que el número de intervalos me tiene que dar **impar,** segundo que el resultado se redondea generalmente a la baja. Si al redondear a la baja nos da como resultado un número par debemos redondear al alza. Este es el método que tiene mayor precisión.

- Se busca el valor máximo de la variable y el valor mínimo. Con estos datos se determina el **rango**.

- Se divide el rango en la cantidad de intervalos que se desea tener, (por lo general se determinan 5 intervalos de lo contrario es ideal que sea un número impar por ejemplo 5, 7, 9) obteniéndose así la **amplitud** o tamaño de cada intervalo.

- Comenzando por el mínimo valor de la variable, que será el extremo inferior del primer intervalo, se suma a este valor la amplitud para obtener el extremo superior y así sucesivamente.

EJERCICIO 3:

En un centro comercial, se consultó la edad a todas las personas que entraban entre las 12:00 h y 12:30 h. Los datos serán agrupados en 8 intervalos de clase.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

15	73	1	65	16	3	42
36	42	3	61	19	36	47
30	45	29	73	69	34	23
22	21	33	27	55	58	17
4	17	48	25	36	11	4
54	70	51	3	34	26	10

Se pide:

- **Elaborar una tabla de frecuencias con datos agrupados**
- **Del total de personas encuestadas, ¿cuántas personas tienen entre 31 y 40 años?**
- **Del total de personas encuestadas, ¿cuántas personas tienen 60 o menos años?**

SOLUCIÓN:
PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER:

Primer Paso
Para poder construir la tabla de frecuencias lo primero que debemos hacer es calcular el **rango**.

El rango da la idea de proximidad de los datos a la media. Se calcula restando el **dato menor al dato mayor**.
El dato mayor y el menor lo hemos destacado con color rojo:
Dato mayor - dato menor = **73 - 1** = 72
Por lo tanto; **Rango = 72**

Segundo paso

En el problema nos dicen que debemos agruparlo en 8 **intervalos o clases,** con este dato podemos calcular la amplitud o tamaño de cada intervalo, dividiendo el valor del rango por la cantidad de intervalos que se desean obtener (en este caso son 8).

$$\boldsymbol{Amplitud} = \frac{Rango}{Número\ de\ intervalos} + 1$$

$$\boldsymbol{Amplitud} = \frac{73-1}{8} + 1$$

$$\boldsymbol{Amplitud} = \frac{72}{8} + 1 = 9+1 \mathbf{= 10}$$

SOLUCIÓN DEL EJERCICIO:

Intervalo	**Edad**	**Tabulación**	**Frecuencia Absoluta (fi)**	**Frecuencia Absoluta Acumulada (Fi)**	**Frecuencia Relativa (hi)**	**Frecuencia Relativa Acumulada (Hi)**
1	01 – 10	IIIIIII	7	7	0,17	0,17
2	11 – 20	IIIIII	6	13	0,14	0,31
3	21 – 30	IIIIIIII	8	21	0,19	0,50
4	31 – 40	IIIIII	6	27	0,14	0,64
5	41 – 50	IIIII	5	32	0,12	0,75
6	51 – 60	IIII	4	36	0,10	0,86
7	61 – 70	III	4	40	0,10	0,95
8	71 – 80	II	2	42	0,05	1
	Amplitud 10		N: 42		hi =fi / N	

- **Del total de personas encuestadas, ¿Cuántas personas tienen entre 31 y 40 años?** **De 31 a 40 años tiene 6 personas**

- **Del total de personas encuestadas, ¿cuántas personas tienen 60 o menos años?** **Tienen 60 o menos años 36 personas**

TAREAS

Actividad de aprendizaje práctico-experimental: 6 horas

Observe el siguiente video que tiene información de cómo crear encuestas con Google Forms. Link: https://youtu.be/_9doB2YAsgw y elabore una encuesta. La encuesta debe recabar información sobre la atención y calidad de servicio que brindan las unidades de transporte público urbano de su localidad durante la pandemia por COVID 19. La encuesta debe tener 10 preguntas estructuradas de la siguiente manera:

- 4 preguntas cerradas
- 4 preguntas de selección múltiple
- 2 pregunta de estimación

Recuerde que la encuesta debe tener el siguiente esquema:

- Nombre de la institución que auspicia la encuesta.
- Tema de la encuesta.
- Objetivos de la encuesta.
- Instrucciones para el encuestado.
- Cuestionario o listado de preguntas.
- Frase de agradecimiento al encuestado. **Tiempo planificado: 6 horas**

Actividades de aprendizaje autónomo: 10 horas

A. COMPLETE

1. A los caracteres o variables que pueden ser descritos mediante palabras investigación se denomina:
2. A los caracteres o variables que solo pueden ser expresados mediante números se denomina:
3. La variable que solo puede tomar valores enteros y no admite valores fraccionarios se denomina:
4. La variable que pueda tomar cualquier valor en un intervalo o entre valores se denomina:
5. En los siguientes ejemplos escriba el tipo de variable que es:
   a. El nivel socioeconómico de una persona.

b. El número de hijos de un matrimonio.
c. El número de empleados de una empresa.
d. La estatura humana.

6. Al evento que se repite durante un experimento o muestra estadística se denomina:
7. Al número de veces que se repite el valor de cada variable se denomina:
8. A la proporción con que se repite un valor se denomina:
9. A la suma de la frecuencia absoluta primera con la segunda, este valor con la tercera, y así sucesivamente se denomina:
10. A la suma de la frecuencia relativa primera con la segunda, este valor con la tercera, y así sucesivamente se denomina:

B. EJERCICIOS

Ejercicio 1
Calcule el tamaño muestral con base a los siguientes datos:
Datos: N=2200 σ=0,5 Z = 1,96 e = 0,05.

$$n = \frac{N\sigma^2 Z^2}{(N-1)e^2 + \sigma^2 Z^2}$$

Ejercicio 2
Se preguntó a algunos estudiantes del grupo 1 y 2 de la carrera de Licenciatura en Pedagogía de la Historia y las Ciencias Sociales ¿Cuántos minutos diarios dedican a la lectura? Las respuestas fueron:

15	15	30	45	30	45	45	15	30	60
45	60	30	15	45	30	45	30	45	30
60	15	15	30	15	30	15	30	15	30

Se pide:
Calcular la frecuencia absoluta y frecuencia absoluta acumulada

Ejercicio 3
Las calificaciones expuestas en la siguiente matriz corresponden a la nota semestral final de la asignatura Contabilidad General de los estudiantes del tercer semestre de la carrera de la Licenciatura en Contabilidad y Auditoría de la Universidad Nacional de Chimborazo:

6	7	4	5	5	9	7	7	8	7
7	8	9	10	10	8	8	7	4	6
6	9	8	7	9	10	9	8	8	9
6	9	5	8	8	10	4	8	9	10

Se pide:
Calcular la frecuencia absoluta, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa y frecuencia relativa acumulada
Ejercicio 4

A 40 estudiantes se les pidió que estimen el número de horas que habrían dedicado a estudiar la semana pasada (tanto en clase como fuera de ella), la amplitud del intervalo es de 5. Los datos obtenidos reflejan los siguientes resultados:

36	30	47	60	32	35	40	50
54	35	45	52	48	58	60	38
32	35	56	48	30	55	49	39
58	50	65	35	56	47	37	56
58	50	47	58	55	39	58	45

Se pide:
Calcular el número de intervalos por el Método Sturges
Elaborar una tabla de frecuencias con datos agrupados

Videos de refuerzo

Observa detenidamente los siguientes videos que consolidaran tu aprendizaje.

Población muestra y variable
https://www.youtube.com/watch?v=GdUjdjBvlHA

Tabulación
https://www.youtube.com/watch?v=CqJN06j0z2A
https://www.youtube.com/watch?v=6oLDbenzHrQ

Tabla de frecuencias en datos no agrupados
https://www.youtube.com/watch?v=cyXenZEbGz4
https://www.youtube.com/watch?v=Pv-7vgYRtD8

Tabla de frecuencias agrupada en intervalos
https://www.youtube.com/watch?v=CuKr7Gzohbl

AUTOEVALUACIÓN

Seleccione la respuesta correcta:

1. **La siguiente formula: (1 + 3,332 log n) en estadística se utiliza para determinar:**
   a. El número de intervalos
   b. El rango del intervalo
   c. La amplitud del intervalo

2. **El tamaño de la muestra con base a los siguientes datos: N = 1000 σ = 0.5 Z = 1.96 e = 0.05 es:**
   a. 278
   b. 280
   c. 260

3. **La amplitud del intervalo con base a los siguientes datos: Dato mayor 72 Dato menor = 1 Numero de intervalos = 8**
   a. 10
   b. 9
   c. 8

Con los datos proporcionados en la siguiente tabla determine:

Color	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada
Negro	4	4	0,20	0,20
Azul	5	9	0,25	0,45
Amarillo	5	---	0,25	0,70
Rojo	6	20	---	1
Total	20		1	

4. **El valor de que falta de la frecuencia acumulada es:**
   a. 14
   b. 20
   c. 30

5. **El valor de que falta de la frecuencia relativa es:**
   a. 0,30
   b. 0,20
   c. 0,10

UNIDAD 3. REPRESENTACIONES GRÁFICAS

Objetivos

- Comprender la importancia de las gráficas estadísticas.
- Identificar las características esenciales de una gráfica estadística.
- Elaborar histogramas y polígonos de frecuencia.
- Diferenciar entre los distintos tipos de representaciones gráficas.
- Construir diagramas de caja y pictogramas.
- Evaluar la eficacia de distintas representaciones gráficas.

Resultado de aprendizaje

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de interpretar y elaborar diferentes tipos de representaciones gráficas, como histogramas, diagramas de barras, sectores circulares y diagramas de caja, a partir de una tabla de distribución de frecuencias, con el fin de visualizar y comunicar eficazmente la información estadística.

3.1. Graficas estadísticas.

¿Qué es una gráfica?

La gráfica es la representación de las observaciones realizadas al objeto en estudio, mediante líneas o figuras que expresen los datos obtenidos y consolidados en una tabla de distribución de frecuencias.

¿Cuáles son los tipos de gráficas más utilizados?

1. Diagrama: Son las gráficas que se utilizan para representar los datos de los atributos y de las variables discretas y se ilustran a través de barras y circulares.

2. Histogramas: Son las gráficas que se utilizan para representar los datos de las variables continuas, para las frecuencias absolutas y relativas solamente; su ilustración es a través de rectángulos continuos de acuerdo al número de intervalo que tenga la información recolectada.

3. Polígonos: Son las gráficas que se utilizan para representar los datos de las variables continuas, para las frecuencias absolutas y relativas; su ilustración se hace partiendo de los puntos medios definidos en los intervalos en la tabla de distribución de frecuencias.

4. Ojivas: Son las gráficas que se utilizan para representar los datos de las variables continuas, para las frecuencias absolutas acumuladas y relativas acumuladas, su ilustración se hace a través de líneas que unen los datos acumulados.

5. Otras gráficas: Las otras gráficas que se utilizan para representar los datos de las tablas de distribución de frecuencias son: Pictogramas, cartogramas, pirámides y gráficas de Gantt, entre otras de importancia.

¿Cómo se construyen las gráficas?

Para la construcción de una gráfica se procede a utilizar los elementos mínimos usados en dibujo, también se debe emplear el plano cartesiano, teniendo en cuenta que las coordenadas representan en el eje horizontal o abscisa, la variable (discreta o continua) de los datos en estudio, Xi, y en eje vertical o las ordenadas, las frecuencias de los datos (absolutas, relativas o acumuladas), ni, hi, Ni, Hi

¿De dónde tomamos los datos?

Los datos los tomamos de las tablas de distribución de frecuencias que es la fuente básica para representar gráficamente las observaciones realizadas a una situación, fenómeno o hecho registrable, teniendo en cuenta la utilización correcta del plano cartesiano. A continuación vamos a analizar cada una de las gráficas que se usan para representar los datos.

3.1.1. Importancia y características de una gráfica estadística

Las gráficas estadísticas son herramientas visuales esenciales para la representación de datos. Su importancia radica en que facilitan la interpretación y análisis de información, permitiendo identificar patrones, tendencias, y relaciones entre variables de manera rápida y comprensible. A continuación, se destacan algunas razones por las que las gráficas estadísticas son fundamentales:

1. **Facilitan la comprensión:** Los datos numéricos pueden ser complejos de interpretar en su forma original, pero al ser transformados en gráficos, se

vuelven más accesibles para un público general. Las gráficas permiten representar grandes volúmenes de datos de manera visual y clara.

2. **Identificación de patrones y tendencias:** A través de gráficos, es más sencillo observar patrones y tendencias que no serían evidentes al analizar únicamente tablas numéricas. Por ejemplo, se puede observar si una variable aumenta o disminuye a lo largo del tiempo.

3. **Comparación de datos:** Las gráficas facilitan la comparación de diferentes conjuntos de datos o de distintos segmentos dentro de un mismo conjunto, permitiendo identificar similitudes o diferencias de manera rápida.
4. **Detección de anomalías:** Los gráficos permiten identificar valores atípicos o anomalías que pueden requerir una revisión más detallada, lo que es fundamental en el análisis de datos para garantizar la precisión de las conclusiones.

5. **Apoyo a la toma de decisiones:** En entornos donde la toma de decisiones está basada en datos, las gráficas proporcionan una herramienta poderosa para respaldar las decisiones, ya que presentan los resultados de manera que pueden ser comprendidos fácilmente por tomadores de decisiones, incluso aquellos que no son expertos en análisis estadístico.

Características de una Gráfica Estadística:

Para que una gráfica estadística cumpla su función de manera efectiva, debe cumplir con una serie de características:

1. **Claridad:** Una gráfica debe ser clara y fácil de entender. El objetivo es que la audiencia pueda captar el mensaje o tendencia principal a simple vista, sin confusión. Esto implica evitar la sobrecarga de información en un solo gráfico.

2. **Precisión:** La gráfica debe representar fielmente los datos sin distorsionarlos. Es fundamental que el eje de las variables, las escalas y las proporciones sean correctas y ajustadas a los datos reales para evitar confusiones o interpretaciones incorrectas.

3. **Simplicidad:** Debe evitarse el uso innecesario de colores, líneas o adornos que distraigan la atención de la información relevante. La sencillez es clave para mantener el enfoque en los datos y su análisis.

4. **Ejes correctamente etiquetados:** Tanto el eje horizontal (eje X) como el eje vertical (eje Y) deben estar claramente etiquetados, indicando qué

variable representan y las unidades de medida. Una gráfica sin ejes correctamente etiquetados puede ser confusa e interpretar incorrectamente los datos.

5. **Títulos y leyendas:** Es fundamental que la gráfica tenga un título que describa el contenido y propósito del gráfico. Si se utilizan colores o símbolos para representar distintas categorías o series de datos, es importante incluir una leyenda que explique el significado de esos elementos.

6. **Proporcionalidad:** Las gráficas deben reflejar de manera proporcional la magnitud de los datos. Las diferencias en las alturas o longitudes de las barras, líneas o sectores deben ser proporcionales a las diferencias reales en los datos representados.
7. **Selección apropiada del tipo de gráfica:** Existen diferentes tipos de gráficas, y es importante seleccionar el tipo adecuado para representar los datos (gráficas de barras, histogramas, gráficos de líneas, gráficos de pastel, etc.). Cada tipo de gráfica es adecuado para ciertos tipos de datos y relaciones.

8. **Visualización de tendencias:** Una buena gráfica facilita la identificación de tendencias o patrones, como el crecimiento o disminución a lo largo del tiempo, mediante la disposición adecuada de los datos en el gráfico.

3.1.2. Aspectos Relevantes de las Gráficas Estadísticas

Las gráficas estadísticas son herramientas visuales fundamentales para analizar y comunicar datos. A continuación, se detallan los aspectos más relevantes de las gráficas estadísticas:

1. Facilidad de Interpretación

Uno de los aspectos clave de las gráficas estadísticas es que permiten presentar datos complejos de manera simplificada y visual. Facilitan la comprensión inmediata de la información, ya que las tendencias, variaciones y patrones se pueden identificar de un vistazo.

2. Claridad Visual

La claridad es esencial en una gráfica. Las gráficas bien diseñadas deben:

- Tener ejes correctamente etiquetados con las unidades y variables.
- Presentar la información de manera precisa y sin distorsión.
- Evitar la sobrecarga de elementos visuales que puedan distraer o confundir al observador.

3. Precisión en la Representación

Una buena gráfica debe representar fielmente los datos:

- Los ejes deben ser proporcionales a los valores reales.
- Las escalas deben ser consistentes, sin exagerar diferencias entre los datos. Esto asegura que la interpretación de los datos sea precisa y objetiva.

4. Selección Apropiada del Tipo de Gráfica

Es fundamental elegir el tipo correcto de gráfica según los datos y el objetivo del análisis:

- **Gráfica de barras:** Ideal para comparar categorías.
- **Histograma:** Útil para representar distribuciones de frecuencias.
- **Gráfica de líneas:** Ideal para mostrar tendencias a lo largo del tiempo.
- **Gráfica de pastel:** Representa proporciones o porcentajes de un todo. Seleccionar la gráfica adecuada mejora la interpretación y comunicación de los resultados.

5. Resalta Patrones y Tendencias

Una de las principales funciones de las gráficas estadísticas es resaltar patrones y tendencias en los datos. Permiten visualizar de manera inmediata el comportamiento de las variables:

- Subidas y bajadas a lo largo del tiempo (gráficas de líneas).
- Diferencias significativas entre categorías (gráficas de barras).
- Distribución de frecuencias (histogramas).

6. Comparación de Datos

Las gráficas permiten comparar diferentes conjuntos de datos de forma clara y efectiva. Esto facilita la evaluación de relaciones entre variables o la comparación de los resultados entre distintos grupos.

7. Detección de Anomalías

A través de las gráficas es más fácil identificar valores atípicos o anomalías que podrían pasar desapercibidos en una tabla de datos numéricos. Esto es crucial para la calidad del análisis estadístico, ya que permite reconocer errores o eventos fuera de lo común.

8. Títulos y Leyendas

El título de una gráfica debe ser claro y descriptivo, indicando de qué trata la gráfica y qué variables se están representando. Además, si se usan múltiples colores o símbolos, es fundamental contar con una leyenda que explique qué representa cada elemento.

9. **Adaptabilidad**

Las gráficas estadísticas son versátiles y pueden aplicarse en una amplia variedad de contextos:

- **Ciencias:** Para visualizar datos experimentales y tendencias.
- **Economía:** Para comparar indicadores económicos y financieros.
- **Educación:** En la enseñanza de conceptos estadísticos y análisis de resultados de evaluaciones.
- **Deportes:** Para medir el rendimiento de atletas y equipos. Este aspecto hace que las gráficas sean herramientas valiosas en múltiples disciplinas.

10. **Tendencias Temporales**

Las gráficas estadísticas, como las de líneas, son especialmente útiles para mostrar cambios a lo largo del tiempo, lo que permite a los usuarios hacer predicciones o planificar con base en tendencias observadas.

3.2. Representación gráfica de una Tabla de Distribución de Frecuencias

3.2.1. Histograma

Un histograma es una representación gráfica de datos agrupados mediante intervalos. Un histograma es un conjunto de barras rectangulares verticales que su altura es proporcional a las frecuencias absolutas de cada uno de los intervalos (también se pueden representar las frecuencias relativas o frecuencias relativas porcentuales).

Construcción de un histograma

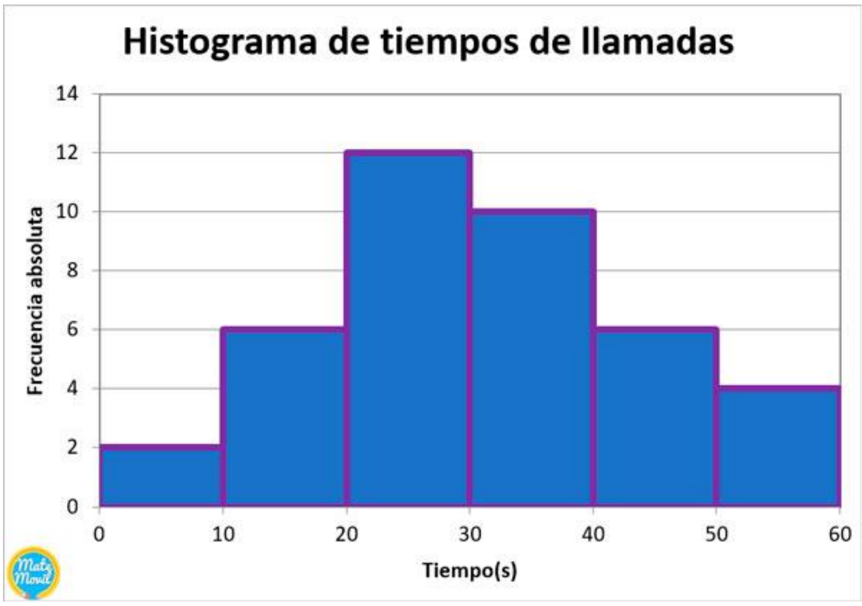
Para **construir un histograma** es necesario previamente construir una tabla de frecuencias. Lo construiremos siguiendo los siguientes pasos:

1. En el **eje de abcisas** (eje horizontal) se colocan los **intervalos**, de menor a mayor.
2. En el **eje de ordenadas** (eje vertical) se representan las **frecuencias absolutas** de cada uno de los intervalos. También se suelen representar las frecuencias relativas.
3. Se dibujan **barras rectangulares** de anchura igual y proporcional al intervalo. La altura es la frecuencia absoluta. Las barras rectangulares se dibujan adyacentes la una a la otra, pero no intersectan entre ellas. Por tanto, todas las barras tocan con las de al lado, a no ser que un intervalo tenga frecuencia cero (la altura de la barra será también cero).

EJEMPLO

Se registran los tiempos de las llamadas recibidas en un call center, y se obtiene la siguiente tabla de frecuencias con datos agrupados. Construir un histograma de frecuencias.

Tiempo de llamadas	Frecuencia absoluta
00-10	2
10-20	6
20-30	12
30-40	10
40-50	6
50-60	4
TOTAL	**40**



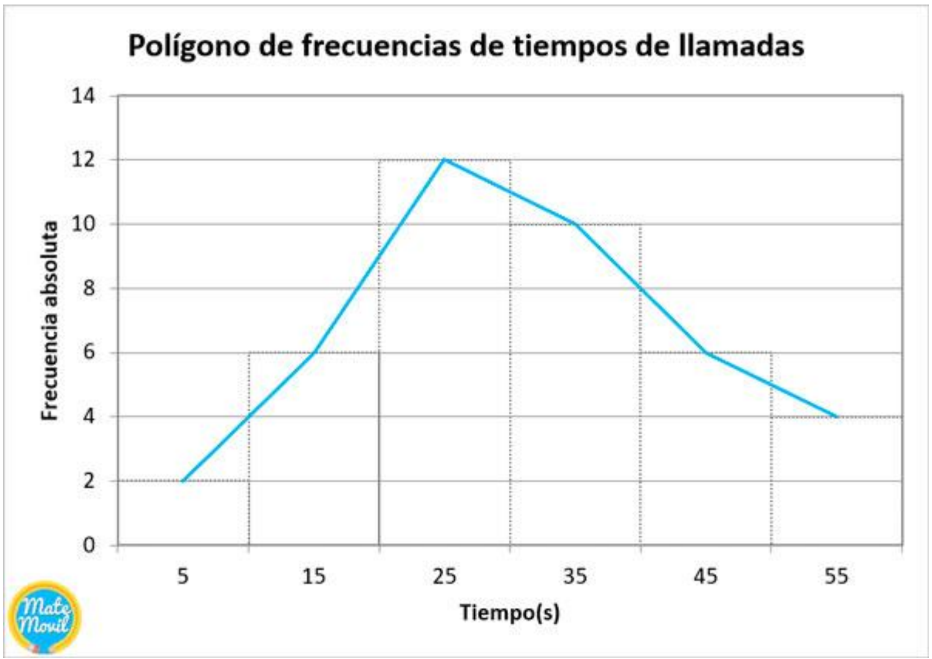
3.2.2. Polígono de frecuencia

Es un gráfico que se forma **uniendo los puntos medios de la parte superior de las barras mediante segmentos de recta.** El polígono de frecuencias es de mucha utilidad cuando se representa más de una serie en una misma gráfica.

Los polígonos de frecuencias se trazan tomando en cuenta las **marcas de clase** de cada barra.

A partir del histograma del ejemplo anterior, construir el polígono de frecuencias.

Tiempo de llamadas	Marca de clase	Frecuencia absoluta
00-10	5	2
10-20	15	6
20-30	25	12
30-40	35	10
40-50	45	6
50-60	55	4
TOTAL		**40**



3.3. Representación gráfica de una Tabla de Distribución de Frecuencias

3.3.1. Diagrama de barras

Un gráfico de barras es una forma de representar gráficamente datos numéricos mediante rectángulos verticales u horizontales, conocidos como barras. El tamaño de cada barra se ajusta proporcionalmente al valor que representa. Este tipo de gráficos proporcionan una comparación visual de cantidades o frecuencias, lo que facilita la interpretación de los datos.

Estos gráficos son comúnmente utilizados en diversas disciplinas, incluyendo ciencias sociales, economía, administración de empresas, ciencias de la salud, entre otras. Su popularidad se debe a la capacidad de presentar información de una manera sencilla y comprensible, haciendo más fácil la tarea de analizar y tomar decisiones basadas en los datos.

Para qué sirven los gráficos de barras

Los gráficos de barras son extremadamente versátiles y se utilizan con diferentes propósitos, por ejemplo:

Comparar cantidades: Son ideales para comparar cantidades o frecuencias entre diferentes grupos o categorías. Por ejemplo, podrías utilizar un gráfico de barras para comparar las ventas de diferentes productos en tu empresa.

Analizar tendencias: Aunque los gráficos de líneas son más comunes para analizar tendencias a lo largo del tiempo, los diagramas de barras también pueden ser útiles para esta tarea, especialmente cuando los cambios son discretos y no continuos.

Presentar datos: Son una excelente forma de representar datos, ya que permiten una fácil comparación entre diferentes grupos. Es una herramienta muy utilizada para hacer presentaciones porque permite ver los datos de una forma muy visual para facilitar la captación.

Características del gráfico de barras

Las principales características de los gráficos de barras son:

Ejes: Los gráficos de barras tienen dos ejes. El eje horizontal (eje X) muestra las categorías que se están comparando, mientras que el eje vertical (eje Y) representa los valores.

Barras: Cada barra representa una cantidad o frecuencia y su tamaño es proporcional a esta.

Espacios: Existen espacios entre las barras para indicar que las categorías son discretas y no relacionadas.

Colores: Se pueden usar colores para distinguir entre diferentes categorías o para representar subcategorías dentro de las barras.

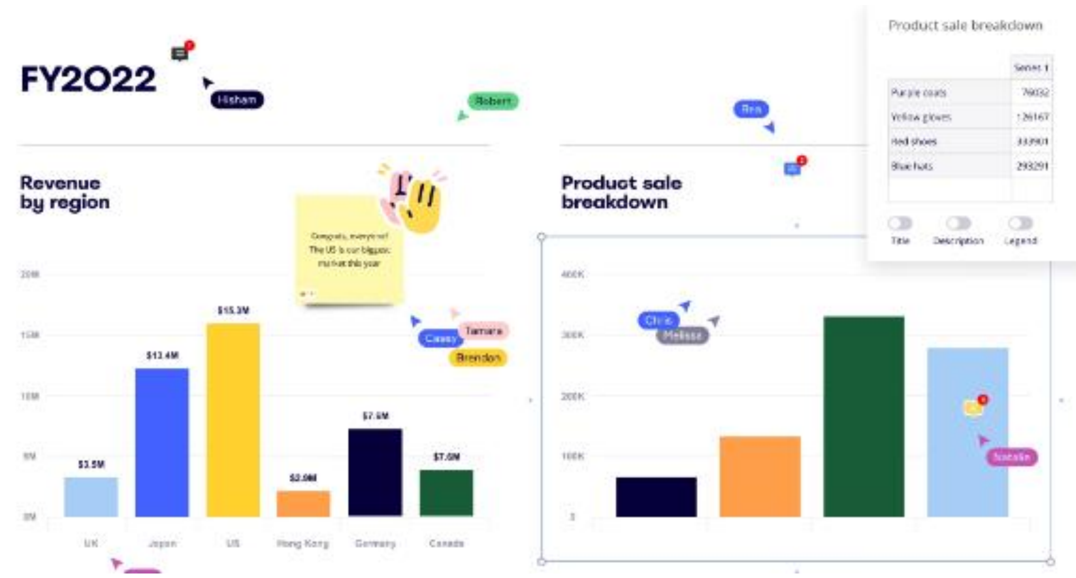
Tipos de gráficos de barras

Hay dos tipos de gráficos de barras:

Gráficos de barras verticales

Este es el tipo más común de gráfico de barras. En un gráfico de barras vertical, los datos categóricos se trazan a lo largo del eje horizontal (eje X), mientras que los valores numéricos se trazan a lo largo del eje vertical (eje Y).

Cada categoría tiene su propia barra y la altura de cada barra corresponde al valor numérico que representa. Los gráficos de barras verticales son especialmente útiles para comparar datos entre diferentes categorías y son fáciles de leer a simple vista.



Gráficos de barras horizontales

En un gráfico de barras horizontal, la disposición de los ejes se invierte. Los datos categóricos se trazan en el eje vertical, mientras que los valores numéricos se trazan en el eje horizontal. Cada categoría tiene su propia barra, y la longitud de cada barra representa el valor numérico. Son más utilizados cuando tienes nombres de categorías largos que necesitan más espacio para ser legibles o cuando tienes un gran número de categorías para comparar.

¿Cómo se construye un gráfico de barras?

Para la fiesta de cumpleaños de Daniel su mamá decidió comprar varios sabores de helado. Solo tiene dinero para tres, así que le preguntará a cada invitado cuál es su sabor favorito entre:

- Chocolate
- Vainilla
- Fresa
- Brownie
- Chicle

Paso 1:

Con las respuestas de los 50 invitados, organiza los siguientes datos en una tabla: 18 personas votaron por el helado de chocolate, 10 por vainilla, 12 por brownie, 8 por fresa y 2 por chicle.

Recuerda que a las veces que se repite un dato se le llama Frecuencia.

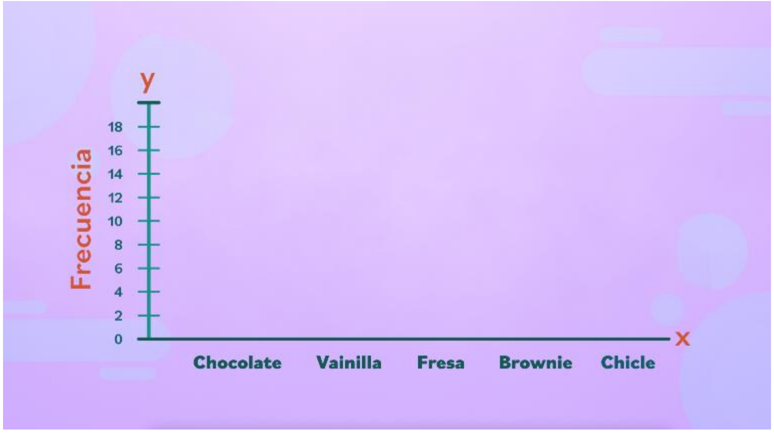
Sabor	Votos
Chocolate	18
Vainilla	10
Fresa	8
Brownie	12
Chicle	2

Paso 2:

Ubica en el eje x cada uno de los sabores.

Paso 3:

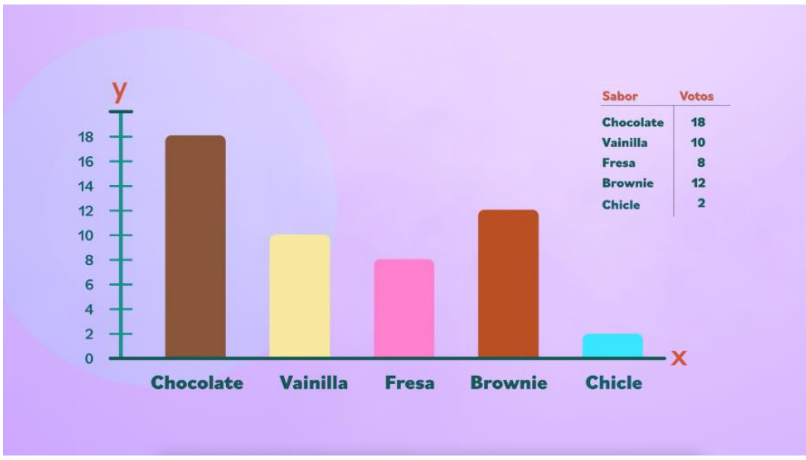
En el eje y coloca la cantidad de personas que votaron por cada sabor. Como el número mayor es el 18, puedes usar una frecuencia de números de dos en dos. Así: dos, cuatro, seis, ocho, diez, doce, catorce, dieciséis y diez y ocho.



* La clave para elegir los números del eje y está en identificar el número más grande. Si tuvieras cifras de 200 o 355 invitados, colocar los números de dos en dos haría que la gráfica quede muy alta. En estos casos, busca una frecuencia que se acomode a lo que quieres mostrar, puede que usar números de 50 en 50, te funcione mucho mejor.

Paso 4:

Ubica las barra en dirección a donde hayas ubicado cada sabor. Su tamaño depende del número de personas que votaron. Por ejemplo, la barra de chocolate llega hasta el número 18; la de vainilla, hasta diez; y así sucesivamente hasta utilizar todos los datos de la tabla.



3.3.2. Sectores circulares

El Diagrama de Sectores también se conoce como Gráfico de Torta o Gráfico Circular. Es una representación gráfica que suele utilizarse para ilustrar datos en proporciones o distribuciones porcentuales. Consiste en un círculo dividido en sectores o proporciones, en el que cada sector representa el tamaño de una categoría o elemento concreto.

El tamaño de cada sector corresponde a la parte o porcentaje del valor de esa categoría en el contexto global. Los gráficos circulares son extremadamente útiles para presentar información compleja de forma sencilla y fácil de entender, especialmente cuando se compara la distribución de datos en diferentes categorías o se ofrece una visión general de la contribución de elementos individuales a un total general.

¿Cuándo se utiliza un gráfico circular?

Los gráficos circulares se utilizan en situaciones en las que los datos deben presentarse en porcentajes o fracciones y se conoce la cantidad o el valor total. Un uso habitual es mostrar la cuota de mercado de diferentes productos o servicios para que sea fácil ver qué producto o servicio tiene la mayor cuota. Del mismo modo, los gráficos circulares pueden utilizarse para ilustrar la distribución de los datos de una encuesta o la composición de los empleados de una empresa por departamentos.

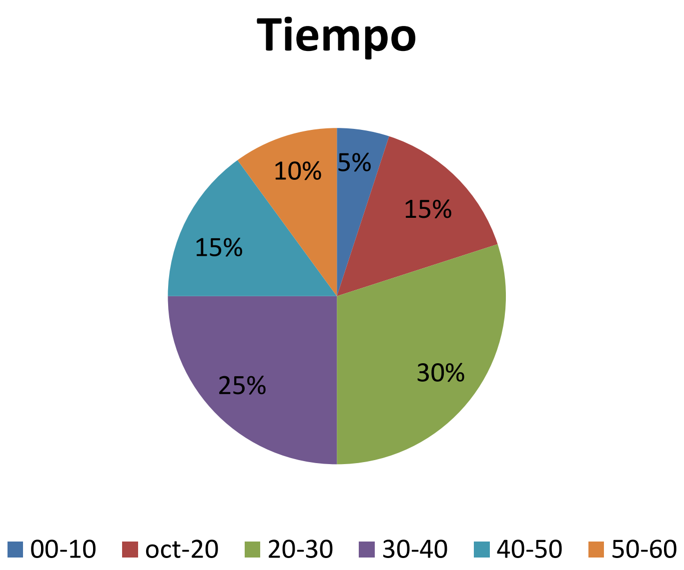
Los gráficos circulares también ayudan a visualizar datos estadísticos para mostrar la distribución de frecuencias. En investigación y ciencia, los gráficos circulares se utilizan para mostrar la distribución porcentual de características o categorías. En las empresas, este tipo de gráfico puede ayudar a mostrar la distribución de las ventas de productos, los valores de las encuestas o la composición de los empleados.

Ejemplo:

Para calcular los grados aplicamos algunas de las siguientes fórmulas:

$$\text{Grados} = \text{Frecuencia relativa} \times 360$$

Tiempo de llamadas	Frecuencia absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual		Grados
00-10	2	0.05	5%	(0.05)360	18^0
10-20	6	0.15	15%	(0.15)360	54^0
20-30	12	0.30	30%	(0.30)360	108^0
30-40	10	0.25	25%	(0.25)360	90^0
40-50	6	0.15	15%	(0.15)360	54^0
50-60	4	0.10	10%	(0.10)360	36^0
TOTAL	**40**	**1**	**100%**		**360^0**



3.3.3. Ojiva

La ojiva es una gráfica asociada a la distribución de frecuencias acumuladas. Nos permite ver cuántos datos u observaciones se encuentran por encima o por debajo de determinado valor.

Las ojivas se trazan tomando en cuenta los **límites superiores** de cada clase o intervalo, es decir, tomando el extremo derecho de la parte superior de cada barra. Dibujar una ojiva es muy similar a dibujar un polígono de **frecuencias acumuladas.**
Una ojiva también se puede construir con las frecuencias relativas acumuladas o frecuencias porcentuales acumuladas.

Ejemplo.

Tiempo de llamadas	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada
00-10	2	2
10-20	6	8
20-30	12	20
30-40	10	30
40-50	6	36
50-60	4	40
TOTAL	**40**	

3.4. Representación gráfica de una Tabla de Distribución de Frecuencias

3.4.1. Diagrama de caja

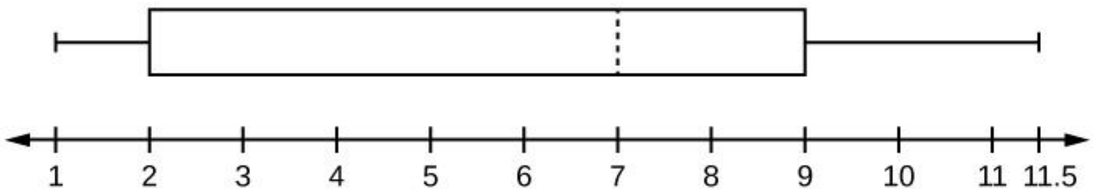
Los diagramas de caja (también llamados diagramas de caja y bigotes o gráficos de caja y bigotes) ofrecen una buena imagen gráfica de la concentración de los datos. También muestran lo lejos que están los valores extremos de la mayoría de los datos. Un diagrama de caja se construye a partir de cinco valores: el valor mínimo, el primer cuartil, la mediana, el tercer cuartil y el valor máximo. Utilizamos estos valores para comparar la proximidad de otros valores de datos.

Para construir un diagrama de caja, utilice una línea numérica horizontal o vertical y una caja rectangular. Los valores de datos más pequeños y más grandes marcan los puntos finales del eje. El primer cuartil marca un extremo de la caja y el tercer cuartil marca el otro extremo de la caja. Aproximadamente el 50 % de los datos están dentro de la caja. Los "bigotes" se extienden desde los extremos de la caja hasta los valores de datos más pequeños y más grandes. La mediana o el segundo cuartil pueden estar entre el primer y el tercer cuartil, o puede ser uno, el otro, o ambos. El diagrama de caja ofrece una buena y rápida imagen de los datos.

Consideremos, de nuevo, este conjunto de datos.

1; 1; 2; 2; 4; 6; 6,8; 7,2; 8; 8,3; 9; 10; 10; 11,5

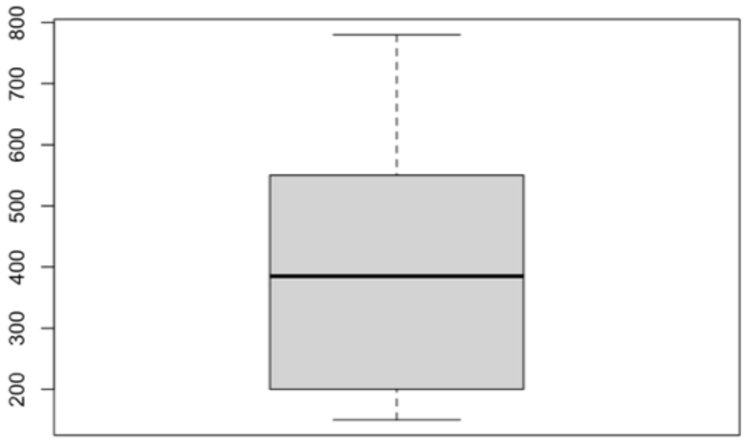
El primer cuartil es dos, la mediana es siete y el tercer cuartil es nueve. El valor más pequeño es uno y el más grande es 11,5. La siguiente imagen muestra el diagrama de caja construido.



Los dos bigotes se extienden desde el primer cuartil hasta el valor más pequeño y desde el tercer cuartil hasta el valor más grande. La mediana se muestra con una línea discontinua.

Información del diagrama de caja

La información que proporciona el diagrama de caja es la siguiente:



1. La parte inferior de la caja es el primer cuartil (Q1).
2. La barra del medio de la caja es la mediana o segundo cuartil (Q2).
3. La parte superior de la caja es el tercer cuartil (Q3).

4. El rango intercuartílico o RIC sería la altura de la caja, es decir, la diferencia entre Q3 y Q1.

Ejemplo de diagrama de caja

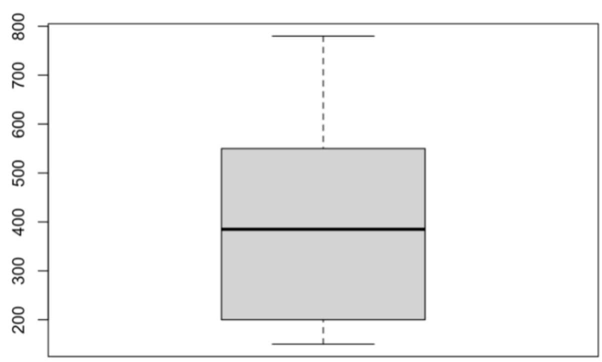
Suponemos que queremos representar el número de ciclistas que pasan por delante de nuestra casa a lo largo de un año. Primero, contamos los ciclistas y recogemos la información en una tabla.

Número de ciclistas

Mes	Ciclistas
Enero	200
Febrero	150
Marzo	200
Abril	300
Mayo	370
Junio	400
Julio	600
Agosto	700
Septiembre	780
Octubre	500
Noviembre	400
Diciembre	200

A través de algunas programas como R o Excel podemos generar el gráfico que se muestra a continuación.

Diagrama de caja del número de ciclistas



Gracias a representar el número de ciclistas a través del diagrama de caja podemos intuir rápidamente donde está la mediana, los otros cuartiles, el máximo y el mínimo. En este caso no tenemos datos atípicos dado que más allá del máximo y del mínimo no hay nada.

Es muy común la aplicación de este tipo de gráfico dada su simplicidad y utilidad en muchos ámbitos más allá de las finanzas y la economía.

3.4.2. Pictogramas.

Un pictograma es un símbolo gráfico que transmite información o datos mediante una representación clara y simplificada. Pueden ser un valioso complemento de presentaciones e infografías, ya que ayudan a transmitir información de forma visual y más rápida.

Los pictogramas son signos pictóricos que pueden entenderse sin texto ni explicaciones adicionales. Por lo general, un pictograma es una representación esquemática de un objeto, acción o idea. Puede consistir en una sola línea o en una combinación de formas, líneas y colores. Los pictogramas suelen diseñarse para ser entendidos internacionalmente, utilizando símbolos comprensibles con independencia de la lengua o la cultura.

Los pictogramas suelen utilizarse en espacios públicos para comunicar información importante de forma rápida y sencilla. Además de en espacios públicos, este tipo de signos pictóricos también es relevante para las empresas. En presentaciones e infografías, los pictogramas pueden facilitar la comprensión de contenidos y datos y evitar grandes cantidades de texto. Los volúmenes de datos, avances o procesos pueden desglosarse hasta la información más importante con ayuda de pictogramas. También garantizan que todos los participantes permanezcan atentos y puedan seguir mejor una presentación.

Tienen muchas ventajas sobre el texto o los grandes volúmenes de datos sin representación gráfica. Los hechos y los datos, por ejemplo, pueden transmitirse más rápidamente que reproduciéndolos en forma de texto.

Datos y estadísticas

Los pictogramas pueden utilizarse para traducir datos y estadísticas complejos en diagramas o gráficos fáciles de entender. Por ejemplo, se pueden utilizar pictogramas para mostrar la distribución porcentual de los clientes de una empresa o el progreso de una campaña.

Ilustración de procesos

Los pictogramas también pueden utilizarse para explicar procesos o procedimientos en una presentación. Por ejemplo, pueden ayudar a mostrar paso a paso cómo se fabrica un producto o cómo funciona una llamada al servicio de atención al cliente. También puedes utilizar pictogramas en organigramas o en un customer journey map para complementarlos con otros elementos visuales.

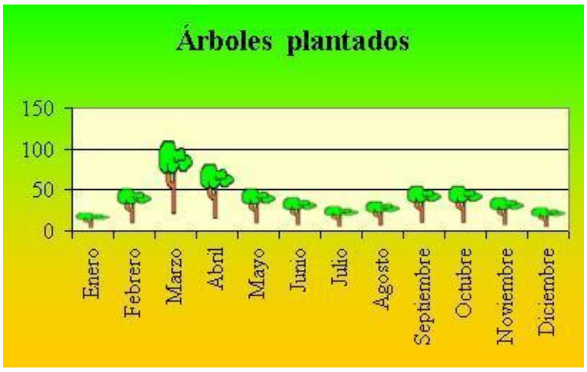
Resaltar términos clave

Los pictogramas también pueden utilizarse para destacar determinados términos o conceptos clave en una presentación. Por ejemplo, puede llamar la atención sobre puntos especialmente importantes.

Explicar conceptos técnicos

Utiliza pictogramas para explicar conceptos técnicos y funciones de forma sencilla. Puedes reducir procesos complicados a lo esencial con pictogramas sencillos y hacer que los procesos sean más fáciles de entender. Por ejemplo, un pictograma puede explicar las distintas funciones de un producto con un solo símbolo.

Veamos un ejemplo:



El gráfico o pictograma representa las frecuencias de las bebidas sacadas de la máquina. Escoge otras bebidas y observa cómo cambia el pictograma. Pulsa el 2 para ver otro pictograma.

TAREAS

Actividades de aprendizaje práctico-experimental: 6 horas

1. Elabore un ensayo sobre el tema: "Utilidad de las gráficas estadísticas en las empresas de comunicación". Extensión 3 hojas. **Tiempo planificado: 3 horas**
2. En una empresa de comunicación de su localidad recolecte información sobre tipo de publicidad y programas con mayor rating, la información recabada presentar en gráficas como: diagrama de barras, diagramas circulares, diagramas de frecuencias, e histogramas. analice e interprete los resultados obtenidos de las gráficas. **Tiempo planificado: 3 horas**

Actividades de aprendizaje autónomo: 10 horas

EJERCICIO 1

En un centro comercial, se consultó la edad a todas las personas que entraban entre las 12:00 h y 12:30 h. Los datos se presentan en la siguiente tabla:

Edad	Marca de Clase	Frecuencia Absoluta (fi)	Frecuencia Absoluta Acumulada (Fi)	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Grados
00 – 10		7	7	0,16		
10 – 20		6	13	0,14		
20 – 30		8	21	0,19		
30 – 40		6	27	0,14		
40 – 50		5	32	0,12		
50 – 60		4	36	0,10		
60 – 70		4	40	0,10		
70 – 80		2	42	0,05		
		N: 42		**1**	**100%**	**360º**

Se pide:

1. Completar la tabla
2. Graficar un histograma
3. Graficar un polígono de frecuencias
4. Graficar una ojiva asociada con la distribución de frecuencias acumuladas
5. Graficar un diagrama circular

EJERCICIO 2

Las velocidades en kilómetros por hora, de 70 automóviles escogidos en forma aleatoria, fueron medidas por un radar en una avenida de la ciudad. Los datos se presentan en la siguiente tabla:

Velocidad en kilómetros por hora	Marca de Clase	Frecuencia Absoluta (fi)	Frecuencia Absoluta Acumulada (Fi)	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Porcentual	Grados
050 – 060		6	7	0,08		
060 – 070		9	15	0,13		
070 – 080		11	26	0,16		
080 – 090		22	48	0,31		
090 – 100		16	64	0,23		
100 – 110		4	68	0,06		
110 – 120		2	70	0,03		
		N: 70		**1**	**100%**	**360º**

Se pide:

1. Completar la tabla
2. Graficar un histograma
3. Graficar un polígono de frecuencias
4. Graficar una ojiva asociada con la distribución de frecuencias acumuladas
5. Graficar un diagrama circular

Videos de refuerzo

Observa detenidamente los siguientes videos que consolidaran tu aprendizaje.

Gráfica de barras e histograma
https://www.youtube.com/watch?v=uCP_l5eh7Wo

Grafica de Ojiva y Polígono de Frecuencias
https://www.youtube.com/watch?v=eY2xqiT_FF4
https://www.youtube.com/watch?v=oF59df8Remk

Excel - Crear histograma y polígono de frecuencias en Excel
https://www.youtube.com/watch?v=uZ3Q6Nth7-E

Diagrama de pastel
https://www.youtube.com/watch?v=SFCho-W1NiM
https://www.youtube.com/watch?v=TAz8wDk6Ax0

Cómo hacer un gráfico de pastel en Excel
https://www.youtube.com/watch?v=jqcDl_mBkF0

AUTOEVALUACIÓN

LEA DETENIDAMENTE LOS SIGUIENTES ENUNCIADOS Y ESCRIBA EN EL PARÉNTESIS V SI ES VERDADERO O F SI ES FALSO:

Nº.	Enunciado	V o F
1.	Una ojiva es una representación gráfica de datos agrupados mediante intervalos	( )
2.	Un histograma es un conjunto de barras rectangulares verticales que su altura es proporcional a las frecuencias absolutas de cada uno de los intervalos	( )
3.	Para construir un histograma no es necesario previamente construir una tabla de frecuencias	( )
4.	Los polígonos de frecuencias se trazan tomando en cuenta las marcas de clase de cada barra.	( )
5.	Investigar es una actividad que implica una serie de actividades que van desde la observación y recolección de datos hasta la formulación de hipótesis	( )
6.	El grafico de pastel se forma uniendo los puntos medios de la parte superior de las barras mediante segmentos de recta	( )
7.	La ojiva es una gráfica asociada a la distribución de frecuencias acumuladas	( )
8.	Las ojivas se trazan tomando en cuenta los límites superiores de cada clase o intervalo	( )
9.	Dibujar una ojiva es muy similar a dibujar un polígono de frecuencias acumuladas	( )
10.	El diagrama circular sirve para representar variables cuantitativas	( )
11.	Para elaborar un gráfico de pastel se toma en cuenta la frecuencia absoluta acumulada	( )
12.	Para calcular los grados en un gráfico de pastel se multiplica la frecuencia relativa por los 360 grados de la circunferencia.	( )
13.	Las gráficas son representaciones de las observaciones realizadas al objeto en estudio.	( )

UNIDAD 4: ESTADÍGRAFOS DE POSICIÓN Y DISPERSIÓN

Objetivos

- Calcular la media aritmética para distintos tipos de datos.
- Comprender el concepto y uso de la mediana.
- Distinguir la moda como medida de tendencia central.
- Analizar el uso de los estadígrafos de posición en la interpretación de datos.
- Interpretar y calcular medidas de dispersión.
- Comparar y contrastar los distintos estadígrafos de posición.

Resultado de aprendizaje:

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de calcular e interpretar los estadígrafos de posición (media, mediana y moda) y las medidas de dispersión (desviación media, varianza y desviación típica) en diferentes tipos de datos, con el fin de describir adecuadamente la tendencia central y la variabilidad de un conjunto de datos.

4. Estadígrafos de posición – Media Aritmética

Es la tendencia que tienen los datos a agruparse en torno a un solo valor particular que es el punto medio o típico de la información recolectada. También se le denomina, promedios, porque intentan representar las características relevantes de un conjunto de valores que se está estudiando en un momento dado.

Los estadígrafos de posición también se les conoce con los nombres de medidas de tendencia central, medidas de centralización, de cualquier manera como se les llama en estadística siempre hacen referencia a los valores típicos de la distribución de frecuencias analizadas en un estudio.

Los estadígrafos de posición más utilizados en el análisis de las investigaciones son: la media aritmética, la mediana y la moda, pero existen otras medidas de tendencia central como la media ponderada, la media geométrica entre otras. A continuación se estudiarán cada uno de los estadígrafos de posición antes nombrados para conocer su utilización y la aplicación adecuada.

La Media Aritmética es el promedio de las observaciones realizadas en un estudio que se obtiene de dividir la sumatoria de los valores recolectados por el número total de observaciones.

Para calcular la media aritmética se debe tener en cuenta si las observaciones que se están trabajando corresponden a una población en estudio o a una muestra de la población. Si la información que se tiene es de una población, se utiliza la letra griega mu (μ) y si es una muestra, se representa por el símbolo de una barra sobre la letra alfabeto X, o también por la letra Y.

Fórmula para la media poblacional

$$\mu = \frac{\sum Xi}{N}$$

N = Número total de observaciones

Fórmula para la media muestral

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{n}$$

n = número de las observaciones realizadas en la muestra

μ = Media poblacional

$\bar{X}$ = Media muestral

$\sum X$ = Sumatoria de todas las observaciones

Para calcular la media muestral hay que tener en cuenta que tipo de dato se está procesando, como existen dos tipos de datos, unos que son los datos no agrupados (un listado de valores) y el otro que son los datos agrupados (cuando se acumulan los valores a través de frecuencias.

Propiedades de la media aritmética

- La suma de las desviaciones con respecto a la media aritmética es cero (0) muchas de estas veces es igual a 0
- La media aritmética de los cuadrados de las desviaciones de los valores de la variable con respecto a una constante cualquiera se hace mínima cuando dicha constante coincide con la media aritmética.
- Si a todos los valores de la variable se le suma una misma cantidad, la media aritmética queda aumentada en dicha cantidad.
- Si todos los valores de la variable se multiplican por una misma constante la media aritmética queda multiplicada por dicha constante.
- La media aritmética está comprendida entre el valor máximo y el valor mínimo del conjunto de datos:
$$\min\{x_1, x_2, \ldots x_n\} \leq \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n} \leq \max\{x_1, x_2, \ldots x_n\}$$
- La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución.

- La media del producto de una constante a por una variable X es igual al producto de la constante por la media de la variable dada. Es decir, si se efectúa un cambio de unidad de medida a los datos (por ejemplo de metros a centímetros), la media queda afectada por dicho cambio de escala.
- La media de la suma de una constante entera a con una variable X es igual a la suma de la constante con la media de la variable dada. O sea, al efectuar un cambio en el origen desde el que se han medido los datos, la media queda afectada por dicho cambio de origen.
- La media está influenciada por los valores de cada uno de los datos.
- La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos, ni siquiera de su misma naturaleza: datos enteros pueden tener una media decimal.
- La media es un representante de los datos a partir de los que ha sido calculada, es decir, es un número que distingue un grupo de datos de otros.

Aplicaciones en la Educación

1. **Evaluación del rendimiento académico**: La media aritmética se utiliza para calcular calificaciones promedio de los estudiantes, lo que permite evaluar su rendimiento en diferentes asignaturas.
2. **Análisis de datos**: Los educadores pueden analizar datos de pruebas estandarizadas para identificar tendencias y áreas de mejora en el aprendizaje.
3. **Investigación educativa**: En estudios sobre métodos de enseñanza o programas educativos, se utiliza la media para resumir resultados y comparar grupos.
4. **Establecimiento de metas**: La media puede ayudar a las instituciones a fijar metas de rendimiento y evaluar si se están alcanzando.
5. **Personalización del aprendizaje**: Al analizar promedios de calificaciones, los educadores pueden adaptar estrategias de enseñanza a las necesidades de grupos específicos.

Actividades Prácticas

1. **Cálculo de promedios**: Los estudiantes pueden realizar actividades donde calculen la media de sus calificaciones en diferentes asignaturas.
2. **Análisis de datos**: Utilizar conjuntos de datos (como resultados de encuestas o pruebas) para que los estudiantes practiquen el cálculo de la media y analicen su significado.
3. **Comparaciones**: Realizar ejercicios donde comparen las medias de diferentes grupos (por ejemplo, clases, géneros, etc.) para fomentar el pensamiento crítico sobre los datos.

4.1.1. Media aritmética para series

La **media aritmética** es el valor obtenido al sumar todos los datos y dividir el resultado entre el número total de datos. Denotamos la media con el símbolo $\overline{X}$ y la calculamos de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\overline{X} &= \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}\end{aligned}$$

en donde cada x_i representa uno de nuestros datos y N es el número total de datos que tenemos.

Ejemplo:
Los pesos de seis amigos son: $84, 91, 72, 68, 87$ y 78 kg.
Hallar el peso medio.
Primero, notemos que tenemos seis datos, por lo tanto, $N = 6$. Procedamos a calcular la media

$$\begin{aligned}\overline{X} &= \frac{84 + 91 + 72 + 68 + 87 + 78}{6} \\ &= \frac{480}{6} \\ &= 80\end{aligned}$$

4.1.2. Media aritmética para datos no agrupados

Para obtener la Media aritmética en datos No agrupados se debe:

a) Multiplicar la marca de clase por su frecuencia absoluta, luego dividir la suma por el total de datos.
b) Sumar cada variable y dividir esta suma por el total de datos.
c) Obtener la marca de clase y dividir por la cantidad total de datos d) Sumar cada límite (Inferior y superior) y dividir entre dos.

EJERCICIO 1

Calcular la media aritmética de las calificaciones obtenidas por de los estudiantes del tercer semestre de la carrera de economía de la UNACH en la asignatura historia económica del Ecuador:

6	7	4	5	5	9	7	7	8	7
7	8	9	10	10	8	8	7	4	6
6	9	8	7	9	10	9	8	8	9
6	9	5	8	8	10	4	8	9	10

Nota xi	**Frecuencia Absoluta (fi)**	**xi.fi**
4	3	12
5	3	15
6	4	24
7	7	49
8	10	80
9	8	72
10	5	50
	N = 40	**∑ = 302**

$$\overline{X} = \frac{\sum xi.fi}{N} = \left(\frac{302}{40}\right) = 7.55 \text{ PUNTOS}$$

EJERCICIO 2

Calcular la media aritmética de los datos obtenidos en una encuesta aplicada a algunos estudiantes del noveno año de educación básica en la que se preguntó: ¿Cuántos minutos diarios dedican a la lectura? Las respuestas fueron:

15	15	30	45	30	45	45	15	30	60
45	60	30	15	45	30	45	30	45	30
60	15	15	30	15	30	15	30	15	30

Minutos diarios de lectura xi	**Frecuencia Absoluta (fi)**	**xi.fi**
15	9	135
30	11	330
45	7	315
60	3	180
	N = 30	**∑ = 960**

$$\overline{x} = \frac{\sum xi.fi}{N} = \left(\frac{960}{30}\right) = 32 \text{ Minutos}$$

EJERCICIO 3

Calcular la media aritmética sobre la cantidad de autos Toyota vendidos durante el mes de Abril por la empresa XYZ registrados en la siguiente tabla:

1	1	2	1	2
1	3	2	4	1
4	2	4	4	3
2	1	3	4	2
2	1	1	3	4
1	2	1	2	3

Autos vendidos xi	**Frecuencia Absoluta (fi)**	**xi.fi**
1	10	10
2	9	18
3	5	15
4	6	24
	N = 30	**∑ = 67**

$$x = \frac{\sum xi.fi}{N} = \left(\frac{67}{30}\right) = 2.23 \text{ AUTOS} = 2 \text{ Autos}$$

4.1.3. Media aritmética para datos agrupados tabla impar.

Para obtener la Media aritmética en datos agrupados en intervalos se debe:
a) Multiplicar la marca de clase por su frecuencia absoluta en cada intervalo, luego dividir la suma obtenida por el total de datos.
b) Sumar cada variable y dividir esta suma por el total de datos.
c) Obtener la marca de clase y dividir por la cantidad total de datos
d) Sumar cada límite (Inferior y superior) y dividir entre dos.

EJERCICIO DE APLICACIÓN

Las velocidades en kilómetros por hora, de 70 automóviles escogidos en forma aleatoria, fueron medidas por un radar en una avenida de la ciudad. Los datos se presentan en la siguiente tabla:

60	70	90	87	65	90	75	68	92	60
98	84	94	50	70	65	85	58	70	92
64	90	51	85	80	95	90	84	73	82
80	65	55	82	60	82	87	84	85	110
110	87	75	98	80	80	58	95	73	105
95	85	90	78	65	73	85	85	90	103
105	78	98	100	80	82	52	94	75	87

Se pide:

Calcular la media aritmética por los 4 métodos

METODO 1:
MÉTODO DE LA FRECUENCIA ABSOLUTA

Velocidad en kilómetros por hora	Marca de clase (xi)	Frecuencia Absoluta (fi)	xi.fi
50 – 59	54.5	6	327.0
60 – 69	64.5	9	580.5
70 – 79	74.5	11	819.5
80 – 89	84.5	22	1859.0
90 – 99	94.5	16	1512.0
100 – 109	104.5	4	418.0
110 – 119	114.5	2	229.0
Amplitud = 10		**n=70**	**∑= 5745**

$$Marca\ de\ clase = \frac{Lìmite\ inferior + Límite\ superior}{2}$$

$$Marca\ de\ clase = \frac{50+59}{2} = 54.5$$

$$Media\ aritmètica = \frac{\sum xi.fi}{n} = \frac{5745}{70} = 82.07$$

METODO 2:
MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS

Las velocidades en kilómetros por hora, de 70 automóviles escogidos en forma aleatoria, fueron medidas por un radar en una avenida de la ciudad. Los datos se presentan en la siguiente tabla:

Intervalo	Velocidad en kilómetros por hora	Marca de clase (xi)	Frecuencia Absoluta (fi)	di = po - pm	fi x di
1	50 – 59	54.5 po	6	(54.5-84.5) -30	-180
2	60 – 69	64.5 po	9	(64.5-84.5) - 20	-180
3	70 – 79	74.5po	11	(74.5-84.5) - 10	-110
4	80 – 89	84.5 Pm	22	(84.5-84.5) 0	0
5	90 – 99	94.5 po	16	(94.5-84.5) 10	160
6	100 – 109	104.5 po	4	(104.5-84.5) 20	80
7	110 – 119	114.5 po	2	(114.5-84.5) 30	60
	Amplitud = 10		**n=70**	**∑=0**	**∑= -170**

Pm = Punto medio de la tabla
di = Punto de origen - Punto medio

$$Media\ aritm\grave{e}tica = Pm + \frac{\sum di.fi}{n}$$

$$Media\ aritm\grave{e}tica = 84.5 + \left(-\frac{170}{70}\right)$$

$$Media\ aritm\grave{e}tica = 84.5 + (-2.43)$$

$$Media\ aritm\grave{e}tica = 84.5 - 2.43$$

$$Media\ aritm\grave{e}tica = 82.07$$

MÉTODO 3:
MÉTODO DE LA FRECUENCIA RELATIVA

Las velocidades en kilómetros por hora, de 70 automóviles escogidos en forma aleatoria, fueron medidas por un radar en una avenida de la ciudad. Los datos se presentan en la siguiente tabla:

Velocidad en kilómetros por hora	Marca de clase (xi)	Frecuencia Absoluta (fi)	Frecuencia Relativa (hi)	xi.hi
50 – 59	54.5	6	0.0857	4.6707
60 – 69	64.5	9	0.1286	8.2947
70 – 79	74.5	11	0.1571	11.7039
80 – 89	84.5	22	0.3143	26.5584
90 – 99	94.5	16	0.2286	21.6027
100 – 109	104.5	4	0.0571	5.9669
110 – 119	114.5	2	0.0286	3.2747
Amplitud = 10		**n=70**	**1.000**	**∑= 82.07**

$$\boldsymbol{Media\ aritm\grave{e}tica = \sum xi.hi}$$

$$\boldsymbol{Media\ aritm\grave{e}tica = 82.07}$$

MÉTODO 4:

MÉTODO DEL INTERVALO

Las velocidades en kilómetros por hora, de 70 automóviles escogidos en forma aleatoria, fueron medidas por un radar en una avenida de la ciudad. Los datos se presentan en la siguiente tabla:

Velocidad en kilómetros por hora	Marca de clase (xi)	Frecuencia Absoluta (fi)	di = Po - Pm	ui = di/h	fi.ui
50 – 59	54.5	6	-30	(-30/10) -3	-18
60 – 69	64.5	9	-20	(-20/10) -2	-18
70 – 79	74.5	11	-10	(-10/10) -1	-11
80 – 89	84.5	22	0	(0/10) 0	0
90 – 99	94.5	16	10	(10/10) 1	16
100 – 109	104.5	4	20	(20/10) 2	8
110 – 119	114.5	2	30	(30/10) 3	6
h = 10		n=70	0	0	∑= -17

H = Amplitud

$$\boldsymbol{Media\ aritm\grave{e}tica = Pm + h\left(\frac{\sum ui.fi}{n}\right)}$$

$$Media\ aritm\grave{e}tica = 84.5 + 10\ (-\frac{17}{70})$$

$$Media\ aritm\grave{e}tica = 84.5 + 10\ (-0.2429)$$

$$Media\ aritm\grave{e}tica = 84.5 + (-2.429)$$
$$Media\ aritm\grave{e}tica = 84.5 - 2.429$$

$$Media\ aritm\grave{e}tica = 82.07$$

4.1.4. Media Aritmética para datos agrupados tabla par

MÉTODO 1: MÉTODO DE LA FRECUENCIA ABSOLUTA
TABLA PAR

En un centro comercial, se consultó la edad a todas las personas que entraban entre las 12:00 h y 12:30 h. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Intervalo	Edad	Marca de clase (xi)	Frecuencia Absoluta (fi)	xi.fi
1	01 – 10	5.5	7	38.5
2	11 – 20	15.5	6	93.0
3	21 – 30	25.5	8	204.0
4	31 – 40	35.5	6	213.0
5	41 – 50	45.5	5	227.5
6	51 – 60	55.5	4	222.0
7	61 – 70	65.5	4	262.0
8	71 – 80	75.5	2	151.0
	h = 10		**n = 42**	**∑= 1411.0**

$$Marca\ de\ clase = \frac{L\grave{i}mite\ inferior + L\grave{i}mite\ superior}{2}$$

$$Media\ aritm\acute{e}tica = \frac{\sum xi.fi}{n}$$

$$Media\ aritm\acute{e}tica = \frac{1411}{42} = 33.6$$

$$Media\ aritmética\ = 33.6\ años$$

MÉTODO 2: MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS
TABLA PAR

Intervalo	Edad	Marca de clase (xi)	Frecuencia Absoluta (fi)	di = Po - Pm	fi x di
1	01 – 10	5.5	7	(5.5-40.5) - 35	- 245
2	11 – 20	15.5	6	- 25	- 150
3	21 – 30	25.5	8	- 15	- 120
4	31 – 40	35.5	6	- 5	- 30
5	41 – 50	45.5	5	5	25
6	51 – 60	55.5	4	15	60
7	61 – 70	65.5	4	25	100
8	71 – 80	75.5	2	35	70
	h = 10		**n = 42**	**0**	**∑= - 290**

$$di = Punto\ de\ origen - Punto\ medio$$

Punto medio $= (\frac{35.5+45.5}{2}) =$ **40.5**

$$Media\ aritmetica = Pm + \frac{\sum di.fi}{n}$$

$$Media\ aritmetica = 40.5 + (-\frac{290}{42})$$

$$Media\ aritmetica = 40.5 + (-6.90)$$

$$Media\ aritmetica = 40.5 - 6.90$$

$$Media\ aritmetica = 33.6\ años$$

MÉTODO 3: MÉTODO DE LA FRECUENCIA RELATIVA
TABLA PAR

Intervalo	Edad	Marca de clase (xi)	Frecuencia Absoluta (fi)	Frecuencia Relativa (hi=fi/n)	xi.hi
1	01 – 10	5.5	7	0.1667	0.9169
2	11 – 20	15.5	6	0.1429	2.2150
3	21 – 30	25.5	8	0.1905	4.8578
4	31 – 40	35.5	6	0.1429	5.0730
5	41 – 50	45.5	5	0.1190	5.4145
6	51 – 60	55.5	4	0.0952	5.2836
7	61 – 70	65.5	4	0.0952	6.2356
8	71 – 80	75.5	2	0.0476	3.5938
	h = 10		**n = 42**	**∑ = 1.000**	**∑ = 33.6**

$$Media\ aritm\grave{e}tica = \sum xi.hi$$

$$Media\ aritm\grave{e}tica = = 33.6$$

MÉTODO 4: MÉTODO DEL INTERVALO
TABLA PAR

Intervalo	Edad	Marca de clase (xi)	Frecuencia Absoluta (fi)	di = Po - Pm	ui = di/h	fi.ui
1	01 – 10	5.5	7	-35	-3.5	-24.5
2	11 – 20	15.5	6	-25	-2.5	-15.0
3	21 – 30	25.5	8	-15	-1.5	-12.0
4	31 – 40	35.5	6	-5	-0.5	-3.0
5	41 – 50	45.5	5	5	0.5	2.5
6	51 – 60	55.5	4	15	1.5	6.0
7	61 – 70	65.5	4	25	2.5	10.0
8	71 – 80	75.5	2	35	3.5	7.0
	h = 10		**N = 42**	**∑ = 0**	**∑ = 0**	**∑ = -29**

Simbología:

di = Punto de origen – Punto medio

h = Amplitud total del intervalo

Punto medio = $(\frac{35.5+45.5}{2})$ = **40.5**

$$\mathbf{Media\ aritm\grave{e}tica} = \mathbf{Pm} + \mathbf{h}\left(\frac{\sum \mathbf{ui.fi}}{\mathbf{n}}\right)$$

$$= \mathbf{40.5} + \mathbf{10}\left(-\frac{\mathbf{29}}{\mathbf{42}}\right)$$

$$= \mathbf{40.5} + \mathbf{10}(-\mathbf{0.6905})$$

$$= \mathbf{40.5} + (-\mathbf{6.905})$$

$$= \mathbf{40.5} - \mathbf{6.905}$$

$$= \mathbf{33.6\ a\tilde{n}os}$$

TAREAS

Actividades de aprendizaje práctico-experimental: 6 horas

1. En una empresa de su localidad recolectar datos sobre publicidad trasmitida por meses, presentar la información en serie y/o datos agrupados y calcular la media aritmética. **Tiempo planificado: 3 horas**
2. Elabore un ensayo sobre la utilidad de la media aritmética en la comunicación. extensión 2 hojas. **Tiempo planificado: 3 horas**

Actividades de aprendizaje autónomo: 10 horas

EJERCICIO CON DATOS NO AGRUPADOS

EJERCICIO 1

Calcular la media aritmética de los datos obtenidos en una encuesta aplicada a algunos estudiantes del noveno año de educación básica en la que se preguntó: ¿Cuántos minutos diarios dedican a la lectura? Las respuestas fueron:

15	15	30	45	30	45	45	15	30	60
45	60	30	15	45	30	45	30	45	30
60	15	15	30	15	30	15	30	15	30

EJERCICIO 2
Calcular la media aritmética sobre la cantidad de veces a la semana compra en pequeños comercios que en una encuesta dirigida a 20 habitantes de nuestra ciudad resumiéndose las respuestas en la siguiente tabla:

2	5	3	1
4	5	1	1
2	3	4	5
1	3	2	4
4	3	3	2

EJERCICIO CON DATOS AGRUPADOS

EJERCICIO 3
Un centro médico de nuestra ciudad se consultó sobre el peso de las personas que ingresaban al departamento de nutrición. Los datos que se obtuvieron se resumen en la siguiente tabla:

Peso	Frecuencia Absoluta (fi)
49 - 53	3
54 - 58	6
59 - 63	8
64 – 68	9
69 - 73	4
	30

Se pide:
Calcular la media aritmética por los 4 métodos

EJERCICIO 4
En una sala de cines de nuestra ciudad se consultó sobre la edad para relacionar las preferencias de los clientes sobre los estrenos de películas. Los datos de ingreso a la sala de cines de una semana se presentan en la siguiente tabla:

Edad	Frecuencia Absoluta (fi)
17 - 19	71
20 - 22	50
23 - 25	41
26 - 28	53
29 - 31	23
	N = 238

Se pide:
Calcular la media aritmética por los 4 métodos

Videos de refuerzo

Observa detenidamente los siguientes videos que consolidaran tu aprendizaje.
Tabla impar
https://youtu.be/OHfHGfILnvg
https://youtu.be/kg1AzgXEDkA
Tabla par
https://youtu.be/iWz9BNq-AaA
https://youtu.be/0m33p3FgP2k
https://www.youtube.com/watch?v=leotQ32xZQ0
https://www.youtube.com/watch?v=Be1axLYaak8

AUTOEVALUACIÓN

A. SELECCIONE LA RESPUESTA CORRECTA:

1. La media aritmética en la siguiente serie (27, 28, 29, 30, 31, 32, 33) es:

a. 30
b. 31
c. 29

2. El valor del punto medio en la siguiente tabla de datos agrupado en intervalos es:

Edad	Marca de clase xi	Frecuencia Absoluta fi
01 – 10	05.5	7
11 – 20	15.5	6
21 – 30	25.5	8
31 – 40	35.5	6
41 – 50	45.5	5
51 – 60	55.5	4
61 – 70	65.5	4
71 – 80	75.5	2
		N = 42

a. 40.5
b. 42.5
c. 30.5

3. Calcular el valor de la media aritmética según el método de la frecuencia relativa en la en la siguiente tabla de datos agrupado en intervalos:

Edad	Frecuencia absoluta fi	Marca de clase xi	Frecuencia relativa hi	xi.hi
01 - 10	15	5	0,15	0,75
11 - 20	20	15		
21 - 30	35	25		
31 - 40	18	35	0,18	6,3
41- 50	12	45	0,12	5,4
	N=100		1	

a. 24.2
b. 22.2
c. 21.2

4. Los valores de la frecuencia acumulada que faltan en la siguiente tabla son:

Color	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Acumulada
Negro	4	4
Azul	5	9
Amarillo	5	---
Rojo	6	---
Total	20	

a. 14 y 20
b. 20 y 10
c. 30 y 20

5. Los valores de la frecuencia relativa que faltan en la siguiente tabla son:

Color	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
Negro	4	0,20
Azul	5	0,25
Amarillo	5	---
Rojo	6	----
Total	20	

a. 0.25 y 0.30
b. 0.20 y 0.25
c. 0.10 y 0.20

4.2. Estadígrafos de posición - Mediana

A pesar de que es una palabra ampliamente utilizada en el lenguaje, adquiere un significado matemático cuando nos referimos a **la variable que se encuentra en la posición central.**

Todos estos son puntos de vista o formas de observar los datos obtenidos a través de un estudio estadístico, pueden medirse y por esta razón son indispensables en cualquier estudio o proyecto.

Propiedades de la Mediana

1. **Definición**: La mediana es el valor que separa un conjunto de datos en dos partes iguales. Para calcularla:
    - **Conjunto impar**: El valor central cuando los datos están ordenados.
    - **Conjunto par**: El promedio de los dos valores centrales.
2. **No sensible a valores extremos**: A diferencia de la media, la mediana no se ve afectada por valores atípicos, lo que la hace más representativa en conjuntos sesgados.
3. **Orden**: Es necesario ordenar los datos antes de calcular la mediana, lo que la vincula estrechamente con la disposición de los valores.
4. **Propiedad de estabilidad**: La mediana puede ser más estable que la media en conjuntos de datos con variabilidad alta, proporcionando una mejor representación del centro.

Aplicaciones en la Educación

1. **Evaluación del rendimiento académico**: La mediana puede ofrecer una mejor visión del rendimiento estudiantil en casos donde hay calificaciones extremas (muy altas o muy bajas).
2. **Análisis de encuestas**: En investigaciones educativas, la mediana se utiliza para resumir resultados de encuestas sobre satisfacción o percepción, especialmente cuando las respuestas son sesgadas.
3. **Identificación de necesidades**: La mediana puede ayudar a identificar las necesidades educativas de un grupo, revelando dónde se encuentra el "estudiante típico".
4. **Comparación de grupos**: Permite comparar el rendimiento de diferentes clases o grupos de estudiantes, proporcionando una perspectiva más clara cuando hay disparidades significativas.
5. **Distribución de recursos**: Las escuelas pueden usar la mediana para evaluar la distribución de recursos, asegurando que el apoyo se brinde a los estudiantes que más lo necesitan.

Actividades Prácticas

1. **Cálculo de la mediana**: Los estudiantes pueden practicar ordenando sus calificaciones y calculando la mediana para comprender mejor la medida.
2. **Análisis de datos**: Utilizar conjuntos de datos reales (como calificaciones o resultados de pruebas) para que los estudiantes calculen y analicen la mediana y su significado.
3. **Comparaciones grupales**: Realizar ejercicios donde se comparen las medianas de diferentes grupos (por ejemplo, hombres y mujeres, clases A y B) para fomentar el análisis crítico.

¿Cómo hallar la mediana?

- Para encontrar la mediana en estadística es necesario que primero ordenes de menor a mayor el grupo de número de una forma lineal.
- Una vez alineados, encuentra el número justo a la mitad de la línea, esto demostrará que la media tiene la misma cantidad de ambos lados.
- Si hay 2 números de un lado y 2 números del otro, usarás el que está entre estos dos, esto es muy sencillo de realizar cuando es impar la secuencia.
- Para hacer este mismo procedimiento en un grupo par, volverás a seleccionar el número en medio, en este caso serán dos números.
- Encuentra la media de ambos sumándolos y dividiéndolos entre 2, esta es la forma utilizada para determinar la media, la suma de dos números entre 2.
- La mediana de una secuencia de números par no tiene que ser un número dentro de esa secuencia.

¿Cuándo se utiliza la mediana?

Se utiliza principalmente cuando hay distribuciones numéricas sesgadas, permitiendo devolver la tendencia central al conjunto de números.

4.2.1. Mediana en series

EJEMPLO 1 (SERIE IMPAR)
2, 3, 3, **5**, 8, 10, 11
Me = 5

EJEMPLO 2 (SERIE PAR)
2, 2, 3, 3, 5, 7, 8, 12

$$\boldsymbol{Mediana = \frac{3+5}{2} = 4}$$

Me = 4

EJERCICIO 3
7, 8, **9, 10**, 11, 12

$$\boldsymbol{Mediana = \frac{9+10}{2} = 9,5}$$

Me = 9,5

EJERCICIO 4
8, 2, 6, 3, 4, 5, 7
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
Me = 5

4.2.2. Mediana para datos agrupados en tablas de frecuencia

La **mediana** es el valor que ocupa la posición central si n es impar, y es el promedio de los dos datos centrales si n es par, cuando todos los datos están ordenados.

Ejemplo 1 (n impar):

Calcular la mediana de la siguiente distribución:

Variable xi	Frecuencia absoluta fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi
3	9	9
4	11	20
5	13	33
	N = 33	

$$\boldsymbol{Posición\ de\ la\ mediana = \frac{n+1}{2}}$$

$$Posición\ de\ la\ mediana = \frac{\boldsymbol{33+1}}{\boldsymbol{2}} = 17$$

$$\boldsymbol{Me = 4}$$

Ejemplo 2 (n par):
Calcular la mediana de la siguiente distribución:

Variable xi	**Frecuencia absoluta fi**	**Frecuencia absoluta acumulada Fi**
3	10	10
4	11	21
5	13	34
	n = 34	

$$\boldsymbol{Posición\ de\ la\ mediana} = \frac{\mathbf{n+1}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{34+1}}{\mathbf{2}} = \mathbf{17,5}$$

$$\boldsymbol{Me} = \mathbf{4}$$

Ejemplo 3 (n impar):

Calcular la mediana de la siguiente distribución:

Variable Xi	**Frecuencia absoluta fi**	**Frecuencia absoluta acumulada Fi**
3	11	11
4	13	24
5	29	53
	n = 53	

$$\boldsymbol{Posición\ de\ la\ mediana} = \frac{\mathbf{n+1}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{53+1}}{\mathbf{2}} = \mathbf{27}$$

$$\mathbf{Me = 5}$$

Ejemplo 4 (n par):

Dados los siguientes 20 números:

1, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 6, 6, 4, 4, 4 ,4, 5, 5, 5 y 5

Variable xi	Frecuencia absoluta fi	Frecuencia absoluta acumulada Fi
1	1	1
2	3	4
3	2	6
4	4	10
5	8	18
6	2	20
Total	N = 20	

$$\boldsymbol{Posición\ de\ la\ mediana} = \frac{\mathbf{n+1}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{20+1}}{\mathbf{2}} = \mathbf{10,5}$$

$$\boldsymbol{Me} = \frac{\mathbf{4+5}}{\mathbf{2}} = \mathbf{4,5}$$

4.2.3. Mediana para datos agrupados en intervalos

EJERCICIO

Las velocidades en kilómetros por hora, de 70 automóviles escogidos en forma aleatoria, fueron medidas por un radar en una avenida de la ciudad. Los datos se presentan en la siguiente tabla:

Velocidad en kilómetros por hora	Frecuencia Absoluta (fi)	Frecuencia Absoluta Acumulada (Fa)
050 – 059	6	6
060 – 069	9	15
070 – 079	11	26 Fa-1
Li 080 – 089	Fi 22	48
090 – 099	16	64
100 – 109	4	68
110 – 119	2	70
h = 10	N: 70	

Fórmulas de cálculo:

Simbología:

Li = Límite inferior del intervalo
h = Amplitud total del intervalo

fa-1= Frecuencia acumulada anterior
fi = Frecuencia absoluta de la mediana

$$\boldsymbol{Posición\ de\ la\ mediana} = \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{70}}{\mathbf{2}} = \mathbf{35}$$

$$\mathbf{Mediana} = \mathrm{Li} + \mathrm{h}\ \left(\frac{\frac{N}{2} - fa{-}1}{fi}\right)$$

$$\mathbf{Me} = 80 + 10\ \left(\frac{\frac{70}{2} - 26}{22}\right)$$

$$\mathbf{Me} = 80 + 10\ \left(\frac{35 - 26}{22}\right)$$

$$\mathbf{Me} = 80 + 10\ \left(\frac{9}{22}\right)$$

$$\mathbf{Me} = 80 + 10\ (0{,}4090909091)$$

$$\mathbf{Me} = 80 + 4{,}0909$$

$$\mathbf{Me} = \mathbf{84{,}09}$$

4.3. Estadígrafos de posición - Moda

La moda es otra medida de tendencia central que representa el valor más frecuente en un conjunto de datos. A continuación, se presentan sus propiedades y aplicaciones en el ámbito educativo.

En la estadística, la **moda** es el valor con mayor frecuencia en una de las distribuciones de datos.

Esto va en forma de una columna cuando encontremos dos modas, es decir, dos datos que tengan la misma frecuencia absoluta máxima.

El **intervalo modal** es el de mayor frecuencia absoluta. Cuando tratamos con datos agrupados antes de definir la moda, se ha de definir el intervalo modal.

Propiedades de la Moda

1. **Definición**: La moda es el valor que aparece con mayor frecuencia en un conjunto de datos. Puede haber:
   - **Una moda** (unimodal): Un único valor más frecuente.
   - **Dos modas** (bimodal): Dos valores que aparecen con la misma frecuencia máxima.

- Multimodal: Tres o más valores que comparten la misma frecuencia máxima.

2. **No requiere ordenación**: A diferencia de la media y la mediana, no es necesario ordenar los datos para encontrar la moda.
3. **Sensible a la frecuencia**: La moda se enfoca en la frecuencia de aparición, lo que la hace útil para identificar tendencias en los datos.
4. **Aplicabilidad en datos cualitativos**: Puede ser utilizada tanto en datos cuantitativos como cualitativos, lo que la hace versátil en su aplicación.

Aplicaciones en la Educación

1. **Análisis de resultados**: La moda puede ayudar a los educadores a identificar las respuestas más comunes en encuestas o cuestionarios, lo que puede proporcionar información valiosa sobre la opinión de los estudiantes.
2. **Evaluación de preferencias**: Al analizar preferencias de los estudiantes (por ejemplo, en actividades extracurriculares o asignaturas), la moda puede señalar las opciones más populares.
3. **Identificación de tendencias**: En estudios sobre rendimiento académico, la moda puede ser útil para identificar las calificaciones más frecuentes en un grupo, revelando patrones en el aprendizaje.
4. **Adaptación curricular**: La moda puede ayudar a ajustar el currículo para enfocarse en los temas o métodos de enseñanza que son más relevantes o interesantes para los estudiantes.
5. **Planificación de recursos**: Al identificar qué actividades son las más solicitadas por los estudiantes, las escuelas pueden planificar recursos y apoyos de manera más efectiva.

Actividades Prácticas

1. **Cálculo de la moda**: Los estudiantes pueden realizar ejercicios donde identifiquen la moda en sus calificaciones o en datos de encuestas.
2. **Análisis de preferencias**: Realizar encuestas sobre temas de interés y calcular la moda para discutir qué opciones son las más populares en el aula.
3. **Comparaciones grupales**: Comparar las modas de diferentes grupos (clases, edades) para fomentar discusiones sobre las diferencias en intereses y rendimiento.

Incorporar la moda en el aprendizaje ayuda a los estudiantes a comprender cómo las medidas de tendencia central pueden proporcionar información valiosa y práctica sobre los datos que los rodean.

4.3.1. Moda en series

En una serie la moda será el mayor número de veces que se repite un dato.

EJERCICIO 1
1, 2, 3, 3, 3, 4, 5 **Mo= 3**
EJERCICIO 2
1, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5 **Mo = 3, 4**
EJERCICIO 3
1, 2, 3, 4, 5, 6 **Mo = NO HAY MODA**

4.3.2. Moda en datos no agrupados

La moda en datos no agrupados es el valor que aparece con mayor frecuencia en un conjunto de datos individuales. A diferencia de los datos agrupados, no se necesita usar intervalos o clases para su cálculo. Solo es necesario identificar el número o valor que más veces se repite.

EJERCICIO 1
En la siguiente tabla identifique el valor de la moda

xi	fi
1	3
2	10
3	10
4	16
5	14
6	7
7	8
8	7
9	1
10	0
11	2
12	1
	N= 79

Mo = 4

EJERCICIO 2

En la siguiente tabla identifique el valor de la moda

xi	fi
1	10
2	20
3	8
4	20
5	6
6	4
7	5
	N= 73

Mo = 2, 4

4.3.3. Moda en datos agrupados

La moda en datos agrupados es el valor que aparece con mayor frecuencia en un conjunto de datos distribuidos en intervalos o clases. Se puede calcular utilizando una fórmula específica que involucra la clase modal, es decir, aquella que tiene la mayor frecuencia.

Las velocidades en kilómetros por hora, de 70 automóviles escogidos en forma aleatoria, fueron medidas por un radar en una avenida de la ciudad. Los datos se presentan en la siguiente tabla:

# de intervalos	Velocidad en kilómetros por hora	Frecuencia Absoluta (fi)
1	050 – 059	6
2	060 – 069	9
3	070 – 079	11fi-1
4	Li 080 – 089	22 fi
5	090 – 099	16fi+1
6	100 – 109	4
7	110 – 119	2
	h = 10	N: 70

Fórmulas de cálculo:
Simbología
H = Amplitud total del intervalo (Amplitud + 1)
Fi = Frecuencia absoluta máxima
(fi-1) = frecuencia absoluta anterior
(fi+1) = frecuencia absoluta posterior

1. Sr. Czuber

$$\mathbf{Mo} = \text{Límite inferior} + \text{h}\,\frac{\mathbf{fi{-}fi{-}1}}{\mathbf{2fi{-}(fi{-}1 + fi{+}1)}}$$

$$\mathbf{Mo} = 80 + 10\,\frac{\mathbf{22-11}}{\mathbf{2\,(22)-(11+16)}}$$

$$\mathbf{Mo} = 80 + 10\,\frac{\mathbf{11}}{\mathbf{44-27}}$$

$$\mathbf{Mo} = 80 + 10\,\frac{\mathbf{11}}{\mathbf{17}}$$

$$\text{Mo} = 80 + 10\,(0.64705882352)$$

$$\mathbf{Mo = 86{,}47 = 86}$$

2. Sr. King

$$\mathbf{Mo} = \text{Límite inferior} + \text{h}\,\frac{\boldsymbol{fi+1}}{\boldsymbol{(fi-1 + fi+1)}}$$

$$\mathbf{Mo} = 80 + 10\,\frac{\mathbf{16}}{\mathbf{(11+16)}}$$

$$\mathbf{Mo} = 80 + 10\,\frac{\mathbf{16}}{\mathbf{(27)}}$$

$$\mathbf{Mo} = 80 + 10\ (0{,}592592593)$$

$$\mathbf{Mo = 85{,}93 = 86}$$

TAREAS

Actividades de aprendizaje práctico-experimental: 6 horas

1. En una empresa de su localidad recolectar datos sobre programas trasmitidos que han generado mayor audiencia y spot publicitarios de clientes más recurrentes e identificar la mediana y la moda. **Tiempo planificado: 3 horas**
2. Elabore un ensayo sobre el tema: “La utilidad de la mediana y la moda en la comunicación”. extensión 2 hojas. **Tiempo planificado: 3 horas**

Actividades de aprendizaje autónomo: 10 horas

1. Calcule la mediana en la siguiente serie: 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8

2. Calcule la mediana en la siguiente serie: 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6

3. Calcular la mediana de la siguiente distribución de frecuencias:

Xi	fi	Fi
2	2	2
3	2	4
4	5	9
5	6	15
6	2	17
8	3	20
	20	

4. **Calcular la mediana de la siguiente distribución de frecuencias**

# de intervalos	Edad xi	Frecuencia Absoluta fi
1	34 - 40	16
2	41 - 47	19
3	48 - 54	21
4	55 - 61	14
5	62 - 68	6
6	69 - 75	5
7	76 - 82	4
	h = 7	**N= 85**

5. **Encuentre la moda en la siguiente serie {2, 3, 5, 5, 7, 9, 9, 9, 10, 12}.**

6. **Calcular el valor de la moda. Los siguientes datos reflejan las temperaturas máximas experimentadas por la ciudad de Bucay durante el mes de julio**

32	31	28	29	33
31	30	31	31	27
29	30	32	31	31
30	31	30	31	34
33	29	29	32	28
30	33	28	32	30
33				

7. **Calcular el valor de la moda en la siguiente distribución de frecuencias con datos agrupados:**

# de intervalos	Edad xi	Frecuencia Absoluta fi
1	34 - 40	16
2	41 - 47	19
3	48 - 54	21
4	55 - 61	14
5	62 - 68	6
6	69 - 75	5
7	76 - 82	4
	h = 7	**N = 85**

Videos de refuerzo

Observa detenidamente los siguientes videos que consolidaran tu aprendizaje.
Mediana y Moda en series:
https://www.youtube.com/watch?v=KXwXtQswbrg
https://www.youtube.com/watch?v=dlQhxYPJbeQ

Mediana y Moda en datos no agrupados:
https://www.youtube.com/watch?v=m0JJYVjAttA

Mediana y Moda en datos agrupados:
https://www.youtube.com/watch?v=dlQhxYPJbeQ
https://www.youtube.com/watch?v=G3IXLgozzag

AUTOEVALUACIÓN

SELECCIONE LA RESPUESTA CORRECTA:

1. Calcule la mediana en la siguiente serie: 8, 2, 6, 3, 4, 5

a. 4,5
b. 5,5
c. 6,5

1. El valor de la mediana en la siguiente tabla es:

xi	fi
34 - 40	16
41 - 47	19
48 - 54	21
55 - 61	14
62 - 68	6
69 - 75	5
76 - 82	4
h = 7	**N= 85**

a. 50,50
b. 40,50
c. 30,60

2. Encuentre la moda en la siguiente serie: {2, 3, 5, 5, 7, 9, 9, 9, 10, 12}.

a. 9
b. 5
c. 3

3. El valor de la moda en la siguiente tabla es:

xi	(fi)
27	1
28	3
29	4
30	6
31	8
32	4
33	4
34	1
	N = 31

a. 31
b. 30
c. 29

HISTORIA DEL BAMBÚ JAPONES

No hay que ser agricultor para saber que una buena cosecha requiere de buena semilla, buen abono y riego constante. También es obvio que quien cultiva la tierra no se impacienta frente a la semilla sembrada, halándola con el riesgo de echarla a perder, gritándole con todas sus fuerzas: ¡Crece, por favor!

Hay algo muy curioso que sucede con el bambú japonés y que lo transforma en no apto para impacientes: siembras la semilla, la abonas, y te ocupas de regarla constantemente.

Durante los primeros meses no sucede nada apreciable. En realidad, no pasa nada con la semilla durante los primeros siete años, a tal punto que, un cultivador inexperto estaría convencido de haber comprado semillas infértiles.

Sin embargo, durante el séptimo año, en un período de sólo seis semanas la planta de bambú crece ¡más de 30 metros! ¿Tardó sólo seis semanas crecer? No, la verdad es que se tomó siete años y seis semanas en desarrollarse.

Durante los primeros siete años de aparente inactividad, este bambú estaba generando un complejo sistema de raíces que le permitirían sostener el crecimiento, que iba a tener después de siete años.

Sin embargo, en la vida cotidiana, muchas veces queremos encontrar soluciones rápidas y triunfos apresurados, sin entender que el éxito es simplemente resultado del crecimiento interno y que éste requiere tiempo.

De igual manera, es necesario entender que en muchas ocasiones estaremos frente a situaciones en las que creemos que nada está sucediendo.

Y esto puede ser extremadamente frustrante.

En esos momentos (que todos tenemos), recordar el ciclo de maduración del bambú japonés y aceptar que "en tanto no bajemos los brazos" ni abandonemos por no "ver" el resultado que esperamos, sí está sucediendo algo, dentro nuestro…

Estamos creciendo, madurando.

Quienes no se dan por vencidos, van gradual e imperceptiblemente creando los hábitos y el temple que les permitirá sostener el éxito cuando éste al fin se materialice.

Si no consigues lo que anhelas, no desesperes... quizá sólo estés echando raíces...

ACTIVIDAD

- Extraiga 5 ideas de la lectura “Historia del Bambú japonés”
- Escriba una reflexión y un mensaje que le deja la lectura en su vida personal

4.4. Medidas de dispersión

Las medidas de dispersión son estadísticas que describen la variabilidad o el grado de dispersión de un conjunto de datos. A diferencia de las medidas de tendencia central, como la media, mediana y moda, que indican un valor representativo del conjunto, las medidas de dispersión proporcionan información crucial sobre cómo se distribuyen los datos en relación a esos valores centrales.

Importancia de las Medidas de Dispersión

1. **Entendimiento de la Variabilidad**:
   - Ayudan a identificar cuán dispersos o concentrados están los datos. Esto es fundamental en contextos educativos y de investigación, donde se busca comprender la variabilidad en el rendimiento de los estudiantes, por ejemplo.
2. **Comparación entre Grupos**:
   - Facilitan la comparación de la variabilidad entre diferentes conjuntos de datos. Al evaluar dos grupos, no solo es relevante conocer sus promedios, sino también cuán consistentes son sus resultados.
3. **Identificación de Tendencias**:
   - Permiten identificar patrones y tendencias en los datos, lo que es vital para la toma de decisiones informadas y para el desarrollo de estrategias adecuadas en la educación y otras disciplinas.

Principales Medidas de Dispersión

1. **Rango**:
   - La diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo del conjunto de datos. Es una medida simple, pero sensible a valores extremos.
2. **Desviación Media**:
   - El promedio de las diferencias absolutas entre cada valor y la media del conjunto. Proporciona una idea clara de la variabilidad, aunque puede ser afectada por valores atípicos.
3. **Varianza**:
   - El promedio de las diferencias al cuadrado entre cada valor y la media. Esta medida es más robusta, ya que considera la magnitud de las diferencias, pero su interpretación puede ser menos intuitiva debido a que está en unidades al cuadrado.

4. **Desviación Típica**:
    - La raíz cuadrada de la varianza. Esta medida regresa a las mismas unidades que los datos originales, facilitando su interpretación.

En resumen, las medidas de dispersión son herramientas esenciales en el análisis de datos, ya que proporcionan una comprensión más completa de la distribución de los datos y permiten una mejor interpretación de los resultados en contextos educativos y de investigación.

4.4.1 Medidas de dispersión - Desviación media

La desviación media es una medida de dispersión que calcula el promedio de las desviaciones absolutas de los valores de un conjunto de datos respecto a su media aritmética. En otras palabras, nos indica qué tan alejados, en promedio, están los datos de la media del conjunto.

Características principales de la desviación media:

1. **Desviaciones absolutas:** Para evitar que las desviaciones se cancelen entre sí (al ser positivas o negativas), se toma el valor absoluto de las diferencias entre cada dato y la media aritmética.

2. **Fácil de interpretar:** Proporciona una medida directa y sencilla de cuánto se desvían los valores del conjunto de datos respecto a la media.

3. **Sensible a los cambios en los datos:** Un cambio en un valor puede modificar significativamente la desviación media.

4.1.1. Desviación media en series de estadística

Desviación Media en Series No Agrupadas

Para una serie de datos no agrupados, la desviación media se calcula sumando las desviaciones absolutas de cada dato respecto a la media y dividiéndolas por el número total de datos.

$$DM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Donde:

- x_i *son los valores individuales.*
- $\bar{x}$ *es la media aritmética del conjunto.*
- n *es el número de datos.*

Ejemplo:

Serie de datos: 4, 8, 12, 16, 20.

1. **Calcular la media aritmética:**

$$\bar{x} = \frac{4+8+12+16+20}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

2. **Calcular las desviaciones absolutas:**

$|4-12| = 8, |4-12| = 4, |12-12| = 0, |16-12| = 4, |20-12| = 8$

3. **Suma de las desviaciones absolutas:**

8 + 4 + 0 + 4 + 8 = 24

4. **Calcular la desviación media:**

$$DM = \frac{24}{5} = 4.8$$

Resultado: La desviación media de la serie es 4.8.

Desviación Media en Series Agrupadas

Para series de datos agrupados en intervalos con frecuencias, la desviación media se calcula considerando la marca de clase (punto medio de cada intervalo) y las frecuencias.

Para datos agrupados:

$$DM = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{N}$$

Donde:

- f_i *es la frecuencia de cada intervalo.*
- x_i *es la marca de clase (punto medio de cada intervalo).*
- $\bar{x}$ *es la media aritmética de los datos.*
- N *es el total de frecuencias.*

Ejemplo:

Supongamos la siguiente distribución de frecuencias:

Intervalo	Frecuencia (f)
1-5	2
6-10	4
11-15	3
16-20	1

1. **Calcular la marca de clase (x_i):**

Intervalo	**Frecuencia x_i**
1-5	3
6-10	8
11-15	13
16-20	18

2. **Calcular la media aritmética ($\overline{x}$)**

$$\bar{x} = \frac{(3x2) + (8x4) + (13x3) + (18x1)}{2 + 4 + 3 + 1} = \frac{6 + 32 + 39 + 18}{10} = \frac{95}{10} = 9.5$$

3. **Calcular las desviaciones absolutas:**

Marca de clase (x_i)	Desviación absoluta ($|x_i - \bar{x}|$)	Frecuencia (f)	Producto $f \times |x_i - \bar{x}|$
3	$|3 - 9.5| = 6.5$	2	$2 \times 6.5 = 13$
8	$|8 - 9.5| = 1.5$	4	$4 \times 1.5 = 6$
13	$|13 - 9.5| = 3.5$	3	$3 \times 3.5 = 10.5$
18	$|18 - 9.5| = 8.5$	1	$1 \times 8.5 = 8.5$

4. **Suma de los productos de las frecuencias por las desviaciones:**

13 + 6 + 10.5 + 8.5 = 38

5. **Dividir por el total de frecuencias:**

$$DM = \frac{38}{10} = 3.8$$

Resultado: La desviación media es 3.8.

Interpretación:

- Una desviación media baja indica que los datos están más cerca de la media.
- Una desviación media alta indica una mayor dispersión de los datos respecto a la media.

La desviación media, al basarse en desviaciones absolutas, es menos sensible a valores extremos que otras medidas como la varianza o la desviación estándar.

4.1.2. Desviación media en series de estadística de frecuencia

Fórmula para la desviación media:

La desviación media (DM) para una serie de frecuencia se calcula con la siguiente fórmula:

$$DM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Donde:

- x_i es cada valor de la variable.
- $\bar{x}$ es la media aritmética de los datos.
- f_i es la frecuencia de cada valor x_i
- $\sum f_i$ es la suma de las frecuencias.

Pasos para calcular la desviación media en una serie de frecuencia:

1. **Calcular la media aritmética $\bar{x}$**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Se multiplica cada valor $\bar{x}$ por su frecuencia f_i, se suman esos productos, y se divide por la suma de las frecuencias.

2. **Calcular las desviaciones absolutas:** Restar la media $\bar{x}$ de cada valor x_i y tomar el valor absoluto de la diferencia $|x_i - \bar{x}|$
3. Multiplicar cada desviación absoluta por su frecuencia (f_i),
4. Suma de los productos obtenidos en el paso anterior.
5. Dividir entre la suma de las frecuencias para obtener la desviación media.

Ejemplo:

Supongamos una tabla de frecuencias con los siguientes datos:

Valor x_i	Frecuencia f_i
2	3
4	5
6	2

1. **Media aritmética:**

$$\bar{x} = \frac{(2x3) + (4x5) + (6x2)}{3 + 5 + 2} = \frac{6 + 12 + 20}{10} = 3.8$$

2. **Desviaciones absolutas:**

$$|2 - 3.8| = 1.8, |4 - 3.8| = 0.2, |6 - 3.8| = 2.2$$

3. **Multiplicar las desviaciones por sus frecuencias:**

$$(1.8\ x\ 3) = 5.4,\ \ (0.2\ x\ 5) = 1, (2.2\ x\ 2) = 4.4$$

4. **Suma de los productos:**

5.4 + 1 + 4.4 =1 0.8

5. **Desviación media:**

$$DM = \frac{10.8}{10} = 1.08$$

Por lo tanto, la desviación media es 1.08.

4.1.3. Desviación media en intervalos

La desviación media (DM) es una medida estadística que indica el promedio de las distancias absolutas de los valores de un conjunto de datos con respecto a su media aritmética. Cuando se trabaja con datos agrupados en intervalos (o clases), el cálculo de la desviación media involucra trabajar con los intervalos y sus frecuencias.

Fórmula de la Desviación Media para Datos Agrupados en Intervalos:

La fórmula general de la desviación media para datos agrupados en intervalos es la siguiente:

$$DM = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i}^{k} = 1\ f_i}$$

Donde:

- $f_i: es\ la\ frecuencia\ absoluta\ del\ intervalo\ i.$
- x_i: *es el punto medio del intervalo* $\boldsymbol{i}$ (*se calcula sumando los límites del intervalo y dividiendo por* 2).
- $\bar{x}: es\ la\ media\ aritmética\ de\ los\ datos\ agrupados.$
- $|x_i - \bar{x}|$: *es el valor absoluto de la diferencia entre el punto medio* x_i *y la media artirmética* $\bar{x}$
- $k: es\ la\ frecuencia\ absoluta\ del\ intervalo\ i.$

Pasos para calcular la Desviación Media en Datos Agrupados:

1. **Calcular el punto medio de cada intervalo** $(\boldsymbol{x_i})$:

$$x_i = \frac{Límite\ inferior + Límite\ superior}{2}$$

2. **Calcular la media aritmética $(\bar{x})$ de los datos agrupados:**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

3. **Calcular la desviación absoluta: Para cada intervalo, calcular la diferencia absoluta entre el punto medio x_i y la media aritmética $\bar{x}$:**

$$|x_i - \bar{x}|$$

4. **Multiplicar por la frecuencia f_i de cada intervalo el valor de la desviación absoluta:**

$$f_i|x_i - \bar{x}|$$

5. **Sumar todos los productos de las desviaciones absolutas multiplicadas por sus frecuencias.**

6. **Dividir la suma obtenida entre el total de frecuencias para obtener la desviación media**:

$$DM = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i|x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

Ejemplo:
Supongamos que tenemos la siguiente tabla de datos agrupados:

Intervalo	Frecuencia (f_i)
10 - 20	5
20 - 30	8
30 - 40	12
40 - 50	5

Paso 1: Calcular los puntos medios (x_i):

Intervalo	Frecuencia f_i	Punto medio (x_i)
10 - 20	5	15
20 - 30	8	25
30 - 40	12	35
40 - 50	5	45

Paso 2: Calcular la media aritmética $(\bar{x})$

$$\bar{x} = \frac{(5 \cdot 15) + (8 \cdot 25) + (12 \cdot 35) + (5 \cdot 45)}{5 + 8 + 12 + 5} = \frac{75 + 200 + 420 + 225}{30} = \frac{920}{30} = 30.67$$

Paso 3: Calcular las desviaciones absolutas $(x_i - \bar{x})$:

| Intervalo | Frecuencia (f_i) | Punto medio (x_i) | $|x_i - \overline{x}|$ | |-----------|----------------------|-----------------------|-------------------------| | 10 - 20 | 5 | 15 | |15 - 30.67| = 15.67 | | 20 - 30 | 8 | 25 | |25 - 30.67| = 5.67 | | 30 - 40 | 12 | 35 | |35 - 30.67| = 4.33 | | 40 - 50 | 5 | 45 | |45 - 30.67| = 14.33 |

Paso 4: Multiplicar las desviaciones absolutas por las frecuencias:

| Intervalo | Frecuencia (f_i) | $|x_i - \overline{x}|$ | $f_i|x_i - \overline{x}|$ | |-----------|----------------------|-------------------------|---------------------------| | 10 - 20 | 5 | 15.67 | 5 $\times$ 15.67 = 78.35 | | 20 - 30 | 8 | 5.67 | 8 $\times$ 5.67 = 45.36 | | 30 - 40 | 12 | 4.33 | 12 $\times$ 4.33 = 51.96 | | 40 - 50 | 5 | 14.33 | 5 $\times$ 14.33 = 71.65 |

Paso 5: Sumar los productos de las desviaciones:

$$Suma = 78.35 + 45.36 + 51.96 + 71.65 = 247.32$$

Paso 6: Dividir entre la suma total de frecuencias:

$$DM = \frac{247.32}{30} = 8.24$$

La desviación media para este conjunto de datos agrupados en intervalos es 8.24.

4.1.4. Propiedades y aplicaciones

Propiedades de la Desviación Media

1. **Simplicidad:** La desviación media es fácil de calcular y entender, ya que se basa en valores absolutos en lugar de valores al cuadrado, como ocurre con la varianza.

2. **Basada en la media aritmética:** La desviación media se calcula en torno a la media aritmética del conjunto de datos, lo que significa que refleja la dispersión en relación con el valor central más comúnmente utilizado.

3. **Menos sensible a valores extremos:** Comparada con la varianza o la desviación estándar, la desviación media no amplifica los efectos de los valores atípicos (ya que no eleva las diferencias al cuadrado). Esto la convierte en una buena medida cuando hay valores extremos pero se quiere minimizar su influencia.

4. **Siempre positiva:** La desviación media, al ser una medida de la magnitud de las diferencias absolutas, es siempre mayor o igual a cero.

5. **Relación con otras medidas de dispersión:** La desviación media es una medida más directa que la varianza y la desviación estándar, pero es menos común debido a que estas últimas tienen propiedades matemáticas más convenientes, especialmente en el análisis estadístico y probabilístico.

Aplicaciones de la Desviación Media

1. **Evaluación de la dispersión en datos pequeños:** La desviación media es útil en conjuntos de datos pequeños donde se busca una medida de dispersión simple que no sea excesivamente influenciada por valores atípicos. Por ejemplo, se puede usar en estudios educativos para analizar los rendimientos de estudiantes de una clase pequeña.

2. **Análisis de riesgo financiero:** En finanzas, la desviación media puede usarse para medir el riesgo de inversiones, ya que mide cómo varían los retornos de una inversión respecto a su media. A diferencia de la desviación estándar, la desviación media no amplifica el efecto de las pérdidas o ganancias extremas.

3. **Control de calidad:** En procesos de manufactura o producción, la desviación media es una medida útil para analizar la consistencia de un producto en relación con un valor esperado o estándar. Ayuda a identificar variaciones en las medidas de los productos fabricados en una planta.

4. **Estudios sociales y económicos:** En estudios de desigualdad económica o de bienestar social, la desviación media puede usarse para medir la dispersión en ingresos o niveles de vida sin la influencia desproporcionada de los individuos con ingresos extremadamente altos o bajos.

5. **Ingeniería y tecnología:** En campos como la ingeniería o el análisis de señales, la desviación media se utiliza para medir la variabilidad en el rendimiento de sistemas o componentes sin el impacto significativo de mediciones fuera de lo común.

Ventajas y Desventajas de la Desviación Media

Ventajas:

- Facilidad de interpretación: Su cálculo e interpretación son simples.
- Menos afectada por valores atípicos: No amplifica las diferencias extremas, a diferencia de la varianza.
- Adecuada para decisiones rápidas: Puede utilizarse cuando se requiere una evaluación rápida de la dispersión en los datos.

Desventajas:

- **Menor utilidad en modelos avanzados:** A diferencia de la varianza o desviación estándar, la desviación media no tiene las mismas propiedades matemáticas útiles en inferencia estadística y modelos probabilísticos.

- **Menos común:** En muchos estudios y análisis estadísticos, se prefiere la varianza o desviación estándar debido a sus propiedades matemáticas y a su mayor aceptación.

Aplicaciones de la Desviación Media en Educación

1. **Evaluación del Rendimiento Académico**:
    - Permite a los educadores analizar cómo varían las calificaciones de los estudiantes en un examen o actividad. Una baja desviación media indica que la mayoría de los estudiantes se desempeñaron de manera similar, mientras que una alta desviación puede señalar diferencias significativas en el rendimiento.
2. **Identificación de Necesidades de Aprendizaje**:
    - Al observar la desviación media de las calificaciones, los docentes pueden identificar grupos de estudiantes que requieren apoyo adicional. Por ejemplo, si un grupo tiene una desviación media alta, puede indicar que algunos estudiantes están luchando con el material.
3. **Evaluación de Programas Educativos**:
    - Después de implementar un nuevo enfoque pedagógico, la desviación media puede usarse para evaluar su efectividad. Un cambio en la desviación media antes y después de la intervención puede proporcionar información sobre cómo la nueva metodología afecta la variabilidad en el rendimiento.
4. **Análisis de Resultados de Pruebas Estandarizadas**:
    - Al analizar los resultados de pruebas estandarizadas, la desviación media puede ayudar a los administradores a comprender la consistencia del rendimiento entre diferentes grupos de estudiantes.
5. **Comparación de Clases o Grupos**:
    - Al calcular la desviación media de las calificaciones de diferentes clases, los educadores pueden identificar cuáles tienen un rendimiento más homogéneo y cuáles presentan mayor dispersión, lo que puede guiar la toma de decisiones sobre estrategias de enseñanza.
6. **Desarrollo de Estrategias de Mejora**:
    - La información sobre la variabilidad en el rendimiento puede guiar la creación de programas de mejora que se enfoquen en los estudiantes que se desvían significativamente de la media.

Actividades Prácticas para Estudiantes

1. **Cálculo de la Desviación Media**:
    - Los estudiantes pueden calcular la desviación media de sus calificaciones en varias materias, lo que les permitirá ver cómo varía su rendimiento en comparación con otros.
2. **Proyectos de Análisis de Datos**:
    - Realizar proyectos donde los estudiantes recojan datos (por ejemplo, encuestas sobre preferencias) y calculen la desviación media para analizar la variabilidad en las respuestas.
3. **Discusión en Clase**:

- Fomentar discusiones sobre cómo la variabilidad en el rendimiento académico puede influir en las decisiones educativas y en las estrategias de enseñanza.

Incorporar la desviación media en el aprendizaje ayuda a los estudiantes a desarrollar una comprensión más profunda de cómo se distribuyen los datos y cómo la variabilidad puede afectar el rendimiento académico.

4.4.2 Medidas de Dispersión – Varianza

La varianza es una medida de dispersión que indica el grado en que los datos de un conjunto se alejan de su media aritmética. Es fundamental en la estadística, ya que refleja cómo se distribuyen los valores alrededor del promedio.

Fórmula de la Varianza
La varianza se calcula sumando los cuadrados de las diferencias entre cada valor y la media aritmética, y luego dividiendo por el número de datos (o el número de datos menos uno si se trata de una muestra). Hay dos fórmulas según si se trabaja con toda la población o con una muestra.

- **Varianza para Población $(\boldsymbol{\sigma^2})$:**

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}$$

Donde:

- σ^2: *es la varianza poblacional.*
- x_i: *es cada uno de los valores del conjunto.*
- μ: *es la media aritmética de la población.*
- N: *es el número de datos en la población.*

- **Varianza para Muestra $(\boldsymbol{S^2})$:**

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Donde:

- s^2: *es la varianza muestral.*
- x_i: *es cada uno de los valores de la muestra..*
- $\bar{x}$: *es la media aritmética de la muestra.*
- n : *es el número de datos en la muestra.*

Pasos para Calcular la Varianza

1. **Calcular la media aritmética** $(\bar{x}\ o\ \mu)$: Se obtiene sumando todos los valores y dividiéndolos entre el número de datos.

2. **Restar la media de cada valor:** Se obtiene la desviación de cada dato respecto a la media.
3. **Elevar al cuadrado cada desviación:** Para evitar que las desviaciones positivas y negativas se cancelen, se eleva al cuadrado cada diferencia.
4. **Sumar los cuadrados:** Se suman todas las diferencias al cuadrado.
5. **Dividir por el número total de datos** (población) o por $n-1$ (muestra)

4.2.2.1 Varianza en series de estadística

La varianza en el contexto de series estadísticas mide la dispersión de los datos con respecto a su media. Esta es una extensión del cálculo básico de la varianza, pero aplicada a conjuntos de datos agrupados en frecuencias, que suelen estar organizados en series simples o series agrupadas en intervalos.

Varianza en Series Simples

En una serie simple (donde no hay agrupamiento de los datos en intervalos), la varianza se calcula de manera similar a la varianza básica, pero teniendo en cuenta las frecuencias.

Fórmula de la Varianza en Series Simples:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Donde:

- σ^2: *es la varianza.*
- f_i: *es la frecuencia de valor* x_i
- x_i: *es el valor de la variable en la clase i*
- $\bar{x}$: *es la media aritmética.*
- N: *es el total de observaciones, es decir,* $N = \sum f_i$

Pasos para calcular la varianza en series simples:

1. **Calcular la media aritmética $(\bar{x})$:**

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$$

Se multiplica cada valor x_i por su frecuencia f_i y luego se suma el resultado total. Esta suma se divide por el número total de observaciones *N*.

2. **Restar la media de cada valor x_i:** Se calcula la desviación de cada valor con respecto a la media.
3. **Elevar al cuadrado cada desviación**: Para cada valor de x_i, se eleva al cuadrado la desviación calculada.

4. **Multiplicar cada cuadrado por la frecuencia correspondiente**: Cada cuadrado de las desviaciones se multiplica por la frecuencia f_i.
5. **Suma y división por** N: Se suman todas las desviaciones cuadráticas ponderadas por las frecuencias, y se divide por el número total de observaciones.

Ejemplo de Cálculo en Serie Simple

Consideremos una serie con los siguientes datos:

x_i	f_i
5	2
10	3
15	5
20	4
25	1

1. **Calcular la media**

$$\bar{x} = \frac{(5x2) + (10x3) + (15x5) + (20x4) + (25x1)}{2 + 3 + 5 + 4 + 1} = \frac{10 + 30 + 75 + 80 + 25}{15} = 14.67$$

2. **Calcular las desviaciones y sus cuadrados:**

x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i\ x\ (x_i - \bar{x})^2$
5	2	5 − 14.67 = −9.67	93.44	186.88
10	3	10 − 14.67 = −4.67	21.81	65.43
15	5	15 − 14.67 = 0.33	0.11	0.55
20	4	20 − 14.67 = 5.33	28.41	113.64
25	1	25 − 14.67 = 10.33	106.73	106.73

3. **Sumar los cuadrados ponderados por las frecuencias:**

$$\sum f_i(x_i - \bar{x}) = 186.88 + 65.43 + 0.55 + 113.64 + 106.73 = 473.23$$

4. **Calcular la varianza:**

$$\sigma^2 = \frac{473.23}{15} = 31.55$$

Por lo tanto, la varianza es 31.55.

Varianza en Series Agrupadas (por Intervalos)

En una serie agrupada por intervalos, los datos están organizados en clases o intervalos. En este caso, se utiliza el punto medio de cada intervalo para representar los datos dentro de dicho intervalo.

Fórmula de la Varianza en Series Agrupadas:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(m_i - \bar{x})^2}{N}$$

Donde:

- m_i: $es\ el\ punto\ medio\ del\ intervalo\ i.$
- f_i: $es\ la\ frecuencia\ del\ intervalo\ i.$
- N: $es\ el\ total\ de\ observaciones.$

Pasos para calcular la varianza en series agrupadas:

1. Calcular el punto medio de cada intervalo: El punto medio m_i se obtiene sumando el límite inferior y el límite superior de cada intervalo, y dividiendo entre dos.
2. Calcular la media aritmética $(\bar{x})$: Se multiplica cada punto medio m_i por su frecuencia f_i, se suman los productos, y se divide entre el total de observaciones *N*

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i m_i}{N}$$

3. Calcular las desviaciones de cada punto medio respecto a la media.
4. Elevar al cuadrado cada desviación.
5. Multiplicar cada cuadrado por la frecuencia correspondiente.
6. Dividir la suma de los cuadrados ponderados por el número total de observaciones *N*

Ejemplo de Cálculo en Serie Agrupada

Supongamos que tenemos la siguiente tabla de frecuencias agrupadas por intervalos:

Intervalo	Frecuencia f_i
0-5	2
5-10	3
10-15	5
15-20	4
20-25	1

- **Calcular los puntos medios (m_i):**

Intervalo	Frecuencia m_i
0-5	2.5
5-10	7.5
10-15	12.5
15-20	17.5
20-25	22.5

- **Calcular la media:**

$$\bar{x} = \frac{(2.5x2) + (7.5x3) + (12.5x5) + (17.5x4) + (22.5x1)}{15} = \frac{165}{15} = 11$$

- **Calcular las desviaciones y sus cuadrados:**

m_i	f_i	$m_i - \bar{x}$	$(m_i - \bar{x})^2$	$f_i\ x\ (m_i - \bar{x})^2$
2.5	2	2.5 – 11 = −8.5	72.25	144.50
7.5	3	7.5 – 11 = − 3.5	12.25	36.75
12.5	5	12.5 – 11 = 1.5	2.25	11.25
17.5	4	17.5 – 11 = 6.5	42.25	169.00
22.5	1	22.5 – 11 = 11.5	132.25	132.25

- **Sumar los cuadrados ponderados por las frecuencias:**

$$\sum f_i(m_i - \bar{x}) = 144.50 + 36.75 + 11.25 + 169.00 + 132.25 = 493.75$$

- **Calcular la varianza:**

$$\sigma^2 = \frac{493.75}{15} = 32.92$$

Por lo tanto, la varianza es 32.92.

4.2.2.2 Varianza en series de estadística de frecuencia

La varianza en series estadísticas de frecuencia mide la dispersión de los datos respecto a la media, ponderada por las frecuencias de cada valor o intervalo. Se utiliza tanto en datos sin agrupar como en datos agrupados, y proporciona una medida de la variabilidad en un conjunto de datos.

Existen dos tipos de series estadísticas de frecuencia donde se puede aplicar la varianza:

- Series de datos no agrupados (simples)
- Series de datos agrupados (por intervalos)

A continuación, se detallan los métodos para calcular la varianza en ambas series.

1. **Varianza en Series de Frecuencia No Agrupadas (Simples)**

En una serie de frecuencia no agrupada, los datos se presentan en forma de valores discretos con sus respectivas frecuencias.

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Donde:

- σ^2: *es la varianza.*
- x_i: *es el valor de la variable en la clase i*
- f_i: *es la frecuencia absoluta del valor* x_i
- $\bar{x}$: *es la media aritmética.*
- N: *es el total de observaciones, es decir,* $N = \sum f_i$

Pasos para calcular la varianza en series simples:

1. Calcular la media aritmética ($\bar{x}$):

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$$

Esto implica multiplicar cada valor x_i por su frecuencia f_i, sumar los productos, y dividir entre el número total de observaciones *N.*

2. Restar la media aritmética de cada valor para obtener las desviaciones.
3. Elevar al cuadrado cada desviación.
4. Multiplicar cada desviación al cuadrado por la frecuencia.
5. Suma de todas las desviaciones cuadráticas ponderadas por las frecuencias y dividir el resultado por el número total de observaciones N.

Ejemplo de cálculo de la varianza en series no agrupadas:
Consideremos la siguiente tabla de frecuencias:

x_i valores	f_i (frecuencia)
2	3
4	5
6	2

1. **Calcular la media aritmética:**

$$\bar{x} = \frac{(2x3) + (4x5) + (6x2)}{3 + 5 + 2} = \frac{6 + 20 + 12}{10} = 3.8$$

2. **Calcular las desviaciones y elevarlas al cuadrado:**

x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i\ x\ (x_i - \bar{x})^2$
2	3	2 − 3.8 = −1.8	3.24	3 × 3.24 = 9.72
4	5	4 − 3.8 = 0.2	0.04	5 × 0.04 = 0.20
6	2	6 − 3.8 = 2.2	4.84	2 × 4.84 = 9.68

3. **Sumar las desviaciones cuadráticas ponderadas por las frecuencias:**

$$\sum f_i (x_i - \bar{x})^2 = 9.72 + 0.20 + 9.68 = 19.60$$

4. **Calcular la varianza:**

$$\sigma^2 = \frac{19.60}{10} = 1.96$$

Por lo tanto, la varianza es 1.96.

4.2.2.3 Varianza en intervalos
En una serie de frecuencia agrupada, los datos se organizan en intervalos, y para calcular la varianza, se utilizan los puntos medios de cada intervalo como representaciones de los datos.

Fórmula de la varianza en series agrupadas:

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i(m_i - \bar{x})^2}{N}$$

Donde:

- $m_i: es\ el\ punto\ medio\ del\ intervalo\ i$
- $f_i: es\ la\ frecuencia\ del\ intervalo\ i$
- $\bar{x}: es\ la\ media\ aritmética\ calculada\ con\ los\ puntos\ medios..$
- $N: es\ el\ número\ total\ de\ observaciones$

Pasos para calcular la varianza en series agrupadas:

1. Calcular el punto medio de cada intervalo:

$$m_i = \frac{L_i + U_i}{2}$$

Donde L_i es el límite inferior y U_i el límite superior del intervalo.

2. Calcular la media aritmética $(\bar{x})$:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i m_i}{N}$$

3. Calcular las desviaciones del punto medio respecto a la media.
4. Elevar al cuadrado cada desviación.
5. Multiplicar cada cuadrado de las desviaciones por la frecuencia del intervalo.
6. Suma de todas las desviaciones cuadráticas ponderadas por las frecuencias y dividir por el número total de observaciones N.

Ejemplo de cálculo de la varianza en series agrupadas:

Supongamos la siguiente tabla de frecuencias agrupadas:

Intervalo	(frecuencia) f_i
0-5	3
5-10	4
10-15	3

- **Calcular los puntos medios**:

Intervalo	(frecuencia) m_i
0-5	2.5
5-10	7.5
10-15	12.5

- **Calcular la media aritmética:**

$$\bar{x} = \frac{(2.5x3) + (7.5x4) + (12.5x3)}{3 + 4 + 3} = \frac{7.5 + 30 + 37.5}{10} = 7.5$$

- **Calcular las desviaciones y elevarlas al cuadrado:**

m_i	f_i	$m_i - \bar{x}$	$(m_i - \bar{x})^2$	$f_i\ x\ (m_i - \bar{x})^2$
2.5	3	2.5 − 7.5 = −5	25	3 × 25 = 75
7.5	4	7.5 − 7.5 = 0	0	4 × 0 = 0
12.5	3	12.5 − 7.5 = 5	25	3 × 25 = 75

- **Sumar las desviaciones cuadráticas ponderadas por las frecuencias:**

$$\sum f_i(m_i - \bar{x})^2 = 75 + 0 + 75 = 150$$

- **Calcular la varianza:**

$$\sigma^2 = \frac{150}{10} = 15$$

Por lo tanto, la varianza es 15.

4.2.2.4 Propiedades y aplicaciones

Propiedades de la Varianza

La varianza es una de las medidas de dispersión más importantes en estadística. Refleja la dispersión de un conjunto de datos alrededor de su media. A continuación, se presentan las principales propiedades de la varianza:

- **Siempre es no negativa:**

La varianza es siempre mayor o igual a cero ($\sigma^2 \geq 0$). Si la varianza es cero, significa que todos los valores del conjunto de datos son iguales y no hay dispersión.

- **Es sensible a los valores extremos:**

La varianza utiliza las diferencias al cuadrado entre cada valor y la media, lo que significa que los valores extremos (outliers) tienen un mayor impacto sobre ella que en otras medidas de dispersión como la desviación media o el rango.

- **Invariante ante el desplazamiento de los datos:**

Si se suma una constante c a todos los valores de una serie de datos, la varianza no cambia:

$$Var(X + c) = Var(X)$$

Esto ocurre porque la dispersión de los datos con respecto a la media sigue siendo la misma.

- **Escalable con el cambio de escala:**

Si se multiplica todos los valores de un conjunto de datos por una constante k, la varianza se multiplica por el cuadrado de esa constante:

$$Var(kX) = k^2 Var(X)$$

Esto implica que si los valores de los datos se escalan, la dispersión aumenta proporcionalmente al cuadrado del factor de escala.

- **Adición de varianzas independientes:**

Si dos variables X e Y son independientes, la varianza de la suma de estas variables es la suma de sus varianzas:

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$$

Esta propiedad es clave en el análisis de la varianza en la combinación de distintos conjuntos de datos o variables aleatorias.

- **Descomposición de la varianza:**

La varianza puede descomponerse en la suma de las varianzas de las subpoblaciones (dentro de los grupos) y la varianza entre las medias de los grupos (entre los grupos). Esta propiedad es fundamental en el análisis de varianza (ANOVA).

Aplicaciones de la Varianza

La varianza tiene numerosas aplicaciones en diferentes campos del conocimiento debido a su capacidad de medir la dispersión o variabilidad de los datos. A continuación, se detallan algunas de las principales aplicaciones de la varianza:

1. **Análisis de riesgos en finanzas:**

En el ámbito financiero, la varianza se utiliza para medir el riesgo o la volatilidad de los precios de activos como acciones, bonos o fondos de inversión. Cuanto mayor sea la varianza de los rendimientos, mayor será el riesgo asociado con la inversión.
Varianza baja: indica que los rendimientos están cerca de la media (menor riesgo).
Varianza alta: indica que los rendimientos son más dispersos (mayor riesgo).

2. **Control de calidad:**

En la industria y fabricación, la varianza es clave para monitorear la variabilidad en los procesos de producción. Un aumento en la varianza de los productos manufacturados puede indicar un problema en el proceso, lo que requiere ajustes para garantizar la calidad.

3. **Análisis de datos en Ciencias Sociales:**

La varianza se utiliza para evaluar la dispersión de características en una población, como ingresos, edades, niveles de educación, etc. En encuestas y estudios sociales, una alta varianza puede indicar una mayor desigualdad o diversidad en la variable medida.

4. **Estudios médicos y epidemiológicos:**

En investigaciones de salud, la varianza es utilizada para analizar la dispersión de variables clínicas (por ejemplo, presión arterial, peso, etc.) en poblaciones. Es útil para identificar subgrupos con mayor riesgo o para evaluar la eficacia de tratamientos médicos.

5. **Teoría de la probabilidad y estadística inferencial:**

En inferencia estadística, la varianza es utilizada para construir intervalos de confianza y pruebas de hipótesis. También juega un papel fundamental en la estimación de parámetros y en modelos como la regresión lineal y el análisis de la varianza (ANOVA), donde ayuda a comparar las medias de diferentes grupos.

6. **Econometría y modelos predictivos:**

La varianza es crucial en la construcción de modelos econométricos que predicen comportamientos futuros. Modelos como la regresión múltiple utilizan la varianza para medir el ajuste del modelo y determinar qué tan bien las variables explicativas predicen la variable dependiente.

7. **Teoría de portafolios:**

En la teoría de la diversificación de portafolios de inversión, la varianza es usada para optimizar la combinación de activos con el fin de minimizar el riesgo. Al combinar activos con varianzas y covarianzas adecuadas, se puede construir un portafolio con menor volatilidad general.

8. **Evaluación del rendimiento académico:**

En el contexto educativo, la varianza se utiliza para evaluar la dispersión de las calificaciones de los estudiantes. Una baja varianza podría indicar que los estudiantes están obteniendo calificaciones similares, mientras que una alta varianza sugiere una mayor diferencia en los resultados académicos.

9. **Ciencias físicas y experimentales:**

En la física y otras ciencias experimentales, la varianza se usa para medir la variabilidad en los experimentos, lo que ayuda a cuantificar la incertidumbre y la precisión de los resultados obtenidos.

Aplicaciones de la Varianza en Educación

1. **Análisis del Rendimiento Académico**:
   - La varianza permite a los educadores entender cuán homogéneo o heterogéneo es el rendimiento de los estudiantes. Una varianza alta indica que las calificaciones varían significativamente entre los estudiantes, lo que puede señalar la necesidad de enfoques diferenciados en la enseñanza.
2. **Evaluación de Programas Educativos**:
   - Al evaluar la efectividad de un programa o intervención educativa, la varianza puede ayudar a determinar si hay cambios significativos en la dispersión del rendimiento antes y después de la implementación del programa.
3. **Comparación entre Grupos**:
   - Al comparar la varianza de las calificaciones de diferentes clases o grupos, los educadores pueden identificar cuál grupo tiene un

rendimiento más uniforme y cuál presenta una mayor diversidad de resultados. Esto puede guiar decisiones sobre la asignación de recursos o la planificación curricular.

4. **Identificación de Necesidades Educativas**:
   - La varianza puede ayudar a identificar grupos de estudiantes que presentan un rendimiento muy dispar. Esto puede indicar la necesidad de apoyo adicional para aquellos que están rezagados o para aquellos que requieren un desafío mayor.
5. **Análisis de Resultados de Pruebas Estandarizadas**:
   - En el análisis de pruebas estandarizadas, la varianza puede ofrecer información sobre la consistencia del rendimiento en diferentes grupos demográficos, ayudando a identificar disparidades en la educación.
6. **Planificación de Estrategias de Mejora**:
   - Al observar la varianza en los resultados de una evaluación, los educadores pueden diseñar estrategias específicas para abordar las áreas donde se observa una mayor dispersión, como la personalización del aprendizaje o la intervención temprana.

Actividades Prácticas para Estudiantes

1. **Cálculo de la Varianza**:
   - Los estudiantes pueden calcular la varianza de sus calificaciones en diferentes asignaturas para comprender cómo varía su rendimiento.
2. **Proyectos de Investigación**:
   - Realizar proyectos donde los estudiantes recopilen datos (por ejemplo, sobre hábitos de estudio) y calculen la varianza para analizar la dispersión en las respuestas.
3. **Debates sobre la Diversidad en el Rendimiento**:
   - Fomentar discusiones en clase sobre cómo la varianza en el rendimiento puede influir en las decisiones educativas y en la necesidad de adaptaciones en la enseñanza.

4.4.3 Medidas de dispersión – Desviación típica

La desviación típica (también conocida como desviación estándar) es una medida de dispersión que indica cuánto se alejan, en promedio, los valores de un conjunto de datos respecto a la media. Es una de las herramientas más importantes en estadística para comprender la variabilidad de los datos.

Matemáticamente, se calcula tomando la raíz cuadrada de la varianza, que es el promedio de las diferencias elevadas al cuadrado entre cada valor del conjunto y la media.

La fórmula para la desviación típica (σ) de una población es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}$$

Donde:

- $N\ es\ el\ número\ total\ de\ elementos\ de\ la\ población$
- $x_i\ son\ los\ valores\ de\ los\ datos$
- $\mu\ es\ la\ media\ de\ la\ problación$

Para una muestra se utiliza una versión ligeramente modificada de la fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

Donde:

- $n\ es\ el\ numero\ de\ elementos\ de\ la\ muestra$
- $\bar{x}\ es\ la\ media\ muestral$

4.4.3.1 Desviación típica en series de estadística

Cuando los datos no están agrupados, es decir, se presentan de forma individual, la desviación típica se calcula mediante la fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

Donde:

- σ es la desviación típica.
- x_i son los valores individuales de los datos.
- $\bar{x}$ es la media aritmética de los datos.
- n es el número total de observaciones.

Ejemplo:
Supongamos que tenemos los siguientes datos: 3,7,8,5,10.

1. **Calculamos la media**

$$\bar{x} = \frac{3+7+8+5+10}{5} = 6.6$$

2. **Restamos cada valor de la media y elevamos al cuadrado:**

$(3-6.6)^2 = 12.96, (7-6.6)^2 = 0.16, (8-6.6)^2 = 1.96,\ (5-6.6)^2 = 2.56, (10-6.6)^2 = 11.56$

3. **Sumamos los resultados y dividimos entre el número de datos:**

$$\frac{12.96 + 0.16 + 1.96 + 2.56 + 11.56}{5} = 5.84$$

4. **Finalmente, calculamos la raíz cuadrada para obtener la desviación típica:**

$$\sigma = \sqrt{5.84} = 2.42$$

4.4.3.2 Desviación típica en series de estadística de frecuencia

Cuando los datos están agrupados en una tabla de frecuencias, debemos ajustar la fórmula para tener en cuenta las frecuencias f_i es decir, el número de veces que aparece cada valor. La fórmula es la siguiente:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} f_i(x_i - \bar{x})^2}$$

Donde:

- f_i es la frecuencia absoluta del valor x_i
- x_i es el valor de la variable en la categoría i.
- N es el número total de observaciones, $N = \sum f_i$
- $\bar{x}$ es la media aritmética ponderada por las frecuencias.
- k es el número de clases o valores.

Ejemplo de Desviación Típica para Datos Agrupados en Frecuencias:

Supongamos una tabla de frecuencias con los siguientes datos:

$valor\ (x_i)$	$frecuencia\ (f_i)$
2	3
4	2
6	5
8	1

1. **Calcular la media ponderada:**

$$\bar{x} = \frac{(2x3) + (4x2) + (6x5) + (8x1)}{3 + 2 + 5 + 1} = \frac{6 + 8 + 30 + 8}{11} = \frac{52}{11} = 4.73$$

2. **Calcular las diferencias con respecto a la media y evaluarlas al cuadrado.**

$$(2 - 4.73)^2 = 7.45, (7 - 4.73)^2 = 0.53, (6 - 4.73)^2 = 1.63, (8 - 4.73)^2 = 10.67,$$

3. **Multiplicar por las frecuencias correspondientes:**

$$f_i(2-4.73)^2 = 3\ x\ 7.45 = 22.35$$

$$f_2(4-4.73)^2 = 2\ x\ 0.53 = 1.06$$

$$f_3(6-4.73)^2 = 5\ x\ 1.63 = 8.15$$

$$f_4(8-4.73)^2 = 1\ x\ 10.67 = 10.67$$

4. **Sumar y dividir entre el total de datos:**

$$\frac{22.35 + 1.06 + 8.15 + 10.67}{11} = \frac{42.23}{11} = 3.84$$

5. **Calcular la raíz cuadrada para obtener la desviación típica:**

$$\sigma = \sqrt{3.84} = 1.96$$

4.4.3.3 Desviación típica en intervalos

Cuando los datos están agrupados en intervalos, se utiliza el punto medio de cada intervalo para calcular la desviación típica. La fórmula es similar a la de las series de frecuencia, pero el valor x_i es reemplazado por el punto medio m_i del intervalo.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} f_i(m_i - \bar{x})^2}$$

Donde:

- m_i es el punto medio del intervalo i
- f_i es la frecuencia asociada al intervalo i.
- N es el total de observaciones.
- $\bar{x}$ es la media ponderada.

Ejemplo:

Supongamos que los intervalos y las frecuencias son:

$intervalo$	$Frecuencia\ f_i$	$Punto\ medio\ f_i$
0-5	4	2.5
6-10	6	8
11-15	3	13

1. **Calcular la media ponderada:**

$$\bar{x} = \frac{(2.5x4) + (8x6) + (13x3)}{4+6+3} = \frac{10+48+39}{13} = \frac{52}{11} = 7.46$$

2. Calcular las diferencias con respecto a la media y elevarlas al cuadrado:

$$(2.5-7.46)^2 = 24.52, (8-7.46)^2 = 0.29, (13-7.46)^2 = 30.73$$

3. **Multiplicar por las frecuencias correspondientes y sumar:**

$$f_i(2.5-7.46)^2 = 4 \; x \; 24.52 = 98.08$$

$$f_2(8-7.46)^2 = 6 \; x \; 0.29 = 1.74$$

$$f_3(13-7.46)^2 = 3 \; x \; 30.73 = 92.19$$

4. **Dividir entre el total de observaciones:**

$$\frac{98.08+1.74+92.19}{13} = \frac{191.95}{13} = 14.77$$

5. **Calcular la raíz cuadrada:**

$$\sigma = \sqrt{14.77} = 3.84$$

4.4.3.4 Propiedades y aplicaciones de la desviación típica

Propiedades de la Desviación Típica

1. **No Negatividad:** La desviación típica siempre es un valor no negativo, ya que se calcula como la raíz cuadrada de una suma de cuadrados. Esto significa que la desviación típica siempre será mayor o igual a cero:

$$\sigma \geq 0$$

   Si todos los datos son idénticos, entonces la desviación típica es igual a cero, ya que no hay dispersión.

2. **Invarianza ante Desplazamientos (Traslación):** Si a cada dato de un conjunto se le suma o resta una constante, la desviación típica no cambia. Esto se debe a que la desviación típica mide la dispersión respecto a la media, y un cambio uniforme en los datos no altera dicha dispersión:

$$\sigma(X+c) = \sigma(X)$$

3. **Escalabilidad (Proporcionalidad):** Si todos los datos de un conjunto se multiplican o dividen por una constante, la desviación típica también se multiplica o divide por el valor absoluto de esa constante:

$$\sigma(aX) = |a|\sigma(X)$$

   Donde a es una constante y X es la variable de datos.

4. **Dependencia de la Media**: La desviación típica depende de la dispersión de los datos con respecto a su media. Si la variabilidad es alta, la desviación típica también será alta, y si los datos están muy concentrados alrededor de la media, la desviación típica será baja.

5. **Sensibilidad a Valores Extremos (Outliers):** La desviación típica es sensible a la presencia de valores extremos o outliers. Dado que involucra el cuadrado de las diferencias con respecto a la media, los valores alejados de la media tienen un mayor impacto sobre el cálculo de la desviación típica.

Aplicaciones de la Desviación Típica

1. **Medición de la Dispersión o Variabilidad:** La desviación típica es una medida clave para describir la dispersión de los datos en torno a la media. Es especialmente útil en comparación con otras medidas de dispersión como el rango, ya que toma en cuenta todos los valores del conjunto de datos. En análisis estadístico, permite cuantificar la extensión de los datos y su distribución.

2. **Control de Calidad:** En la industria, la desviación típica se usa para evaluar la consistencia de los productos. Si los valores medidos están demasiado dispersos, puede indicar problemas en el proceso de producción. Por ejemplo, en una fábrica que produce piezas mecánicas, un valor bajo de desviación típica indica que las piezas están producidas con un alto grado de precisión.

3. **Análisis de Riesgo en Finanzas:** En finanzas, la desviación típica se utiliza para medir el riesgo de una inversión, ya que cuantifica la volatilidad o variabilidad de los retornos de una acción, un fondo o un portafolio. Cuanto mayor sea la desviación típica, mayor será la incertidumbre o riesgo asociado a la inversión.

   $$Riesgo = \sigma\ (Retornos)$$

   De esta manera, los inversores pueden comparar distintas opciones de inversión basándose en su riesgo.

4. **Distribución Normal (Campana de Gauss):** En distribuciones normales, la desviación típica es clave para interpretar cómo se distribuyen los datos. Por ejemplo:
   - Aproximadamente el 68% de los datos se encuentran dentro de una desviación típica de la media.
   - El 95% de los datos se encuentran dentro de dos desviaciones típicas.
   - El 99.7% de los datos están dentro de tres desviaciones típicas. Esto permite hacer inferencias sobre poblaciones y realizar pruebas de hipótesis.

5. **Comparación de Conjuntos de Datos:** La desviación típica permite comparar la variabilidad de distintos conjuntos de datos, incluso si tienen diferentes medias. Por ejemplo, en el análisis de rendimiento académico, un grupo con una desviación típica más baja tiene un desempeño más homogéneo, mientras que un grupo con una desviación típica más alta tiene un rango más amplio de calificaciones.

6. **Evaluación del Desempeño Deportivo:** En deportes, la desviación típica puede ser utilizada para evaluar la consistencia de los atletas o equipos. Un atleta con una baja desviación típica en sus tiempos o puntuaciones muestra mayor

consistencia, mientras que una alta desviación típica indica que su desempeño varía significativamente.

7. **Estadística Descriptiva en Investigación:** La desviación típica es una medida clave en la estadística descriptiva, donde se usa para resumir datos en informes y estudios de investigación en ciencias sociales, biología, economía, entre otras disciplinas. Es fundamental para describir y entender la dispersión de los datos recolectados.

8. **Pruebas de Hipótesis y Modelos Estadísticos:** En el análisis inferencial, la desviación típica juega un rol importante en pruebas de hipótesis, construcción de intervalos de confianza y en la formulación de modelos de regresión. Su precisión es clave para interpretar la fiabilidad de los resultados y determinar la significancia de los datos.

Aplicaciones de la Desviación Media en Educación

1. **Evaluación del Rendimiento Académico**:
    - Permite a los educadores comprender la variabilidad en las calificaciones de los estudiantes. Una desviación media baja indica que los estudiantes tienen un rendimiento similar, mientras que un alta sugiere diferencias significativas en el desempeño.
2. **Identificación de Necesidades de Aprendizaje**:
    - Ayuda a identificar grupos de estudiantes que necesitan apoyo adicional. Por ejemplo, si un grupo tiene una desviación media alta, puede ser indicativo de que algunos estudiantes están teniendo dificultades y requieren atención especial.
3. **Análisis de Pruebas Estandarizadas**:
    - En el análisis de resultados de pruebas estandarizadas, la desviación media puede mostrar la consistencia del rendimiento en diferentes grupos, ayudando a identificar áreas que requieren intervención.
4. **Comparación de Grupos**:
    - Permite comparar el rendimiento de diferentes clases o grupos de estudiantes. Esto ayuda a los educadores a identificar qué grupos son más homogéneos y cuáles presentan mayor variabilidad, lo que puede guiar estrategias de enseñanza.
5. **Evaluación de Intervenciones Educativas**:
    - Después de implementar nuevas estrategias de enseñanza, la desviación media puede ser utilizada para evaluar si ha habido un cambio significativo en la dispersión del rendimiento de los estudiantes.
6. **Desarrollo de Estrategias de Mejora**:
    - La información sobre la variabilidad en el rendimiento puede guiar la creación de programas específicos para abordar áreas donde se observa una alta dispersión, como la personalización del aprendizaje.

Actividades Prácticas para Estudiantes

1. **Cálculo de la Desviación Media**:
   - Los estudiantes pueden calcular la desviación media de sus calificaciones en diferentes materias para entender cómo varían sus desempeños.
2. **Análisis de Datos**:
   - Realizar proyectos donde los estudiantes recopilen datos (por ejemplo, sobre hábitos de estudio o participación en clase) y calculen la desviación media para analizar la dispersión en las respuestas.
3. **Discusiones en Clase**:
   - Fomentar debates sobre la importancia de la variabilidad en el rendimiento académico y cómo puede influir en las decisiones educativas.

Incorporar la desviación media en el aprendizaje permite a los estudiantes desarrollar habilidades analíticas y comprender mejor la relevancia de la variabilidad en el contexto educativo.

4.4.3.5 Ejercicios prácticos

4.4.3.5.1 Desviación media

Ejercicio 1: Datos no agrupados

Conjunto de datos:

5, 8, 12, 15, 18

1. **Calcula la media aritmética.**

$$Media = \frac{5+8+12+15+18}{5} = \frac{58}{5} = 11.6$$

2. **Calcula las desviaciones absolutas de cada valor respecto a la media:**

$$|5-11.6| = 6.6, |8-11.6| = 3.6, |12-11.6| = 0.4, |15-11.6| = 3.4, |18-11.6| = 6.4,$$

3. **Suma las desviaciones absolutas:**

$$6.6+3.6+0.4+3.4+6.4 = 20.4$$

4. **Divide entre el número total de datos:**

$$Desviación\ media = \frac{20.4}{5} = 4.08$$

Ejercicio 2: Datos agrupados

$Valores\ x$	$Frecuencia\ f$
10	3
12	5
15	2
20	4

1. **Calcula la media aritmética ponderada:**

$$Media = \frac{(10x3) + (12x5) + (15x2) + (20x4) +}{3 + 5 + 2 + 4} = \frac{30 + 60 + 30 + 80}{14} = \frac{200}{14} \approx 14.29$$

2. **Calcula las desviaciones absolutas y multiplícalas por la frecuencia:**

| Valores (x) | Frecuencia (f) | Desviación absoluta ($|x - \bar{x}|$) | $f \times |x - \bar{x}|$ | |-------------|-------------- --|--------------------------------------|-------------------------|| 10 | 3 | $|10 - 14.29| = 4.29$ | $3 \times 4.29 = 12.87$ || 12 | 5 | $|12 - 14.29| = 2.29$ | $5 \times 2.29 = 11.45$ || 15 | 2 | $|15 - 14.29| = 0.71$ | $2 \times 0.71 = 1.42$ || 20 | 4 | $|20 - 14.29| = 5.71$ | $4 \times 5.71 = 22.84$ |

3. **Suma las desviaciones ponderadas:**

$$12.87 + 11.45 + 1.42 + 22.84 = 48.58$$

4. **Divide entre el número total de datos (número de observaciones):**

$$Desviación\ media = \frac{48.58}{14} \approx 3.47$$

Ejercicio 3: Datos agrupados con intervalos

Tabla de frecuencias:

Intervalo	$Frecuencia\ (f)$
0 - 4	3
5 - 9	5
10 - 14	4
15 - 19	2

1. **Calcular el punto medio x_i de cada intervalo:**

Intervalo	$Frecuencia (f)$	$Punto\ medio\ (x_i)$
0 - 4	3	2
5 - 9	5	7
10 - 14	4	12
15 - 19	2	17

2. **Calcula la media ponderada:**

$$Media = \frac{(2x3) + (7x5) + (12x4) + (17x2) +}{3 + 5 + 4 + 2} = \frac{6 + 35 + 48 + 34}{14} = \frac{123}{14} \approx 8.79$$

3. **Calcula las desviaciones absolutas y multiplícalas por la frecuencia:**

| Intervalo | Frecuencia (f) | Punto medio (xi) | Desviación absoluta ($|xi - \bar{x}|$) | $f \times |xi - \bar{x}|$ | |----------|----------------|------------------|---------------------------------------|---------------------------|| 0 - 4 | 3 | 2 | $|2 - 8.79| = 6.79$ | $3 \times 6.79 = 20.37$ | | 5 - 9 | 5 | 7 | $|7 - 8.79| = 1.79$ | $5 \times 1.79 = 8.95$ | | 10 - 14 | 4 | 12 | $|12 - 8.79| = 3.21$ | $4 \times 3.21 = 12.84$ | | 15 - 19 | 2 | 17 | $|17 - 8.79| = 8.21$ | $2 \times 8.21 = 16.42$ |

4. **Suma las desviaciones ponderadas:**

$$20.37 + 8.95 + 12.84 + 16.42 = 58.58$$

5. **Divide entre el número total de datos:**

$$Desviación\ media = \frac{58.58}{14} \approx 4.18$$

4.4.3.5.2 Varianza

Ejercicio 1: Datos no agrupados

Conjunto de datos:

4, 7, 10, 15, 20

1. **Calcula la media:**

$$\bar{x} = \frac{4 + 7 + 10 + 15 + 20}{5} = \frac{56}{5} = 11.2$$

2. **Calcula las desviaciones al cuadrado de cada valor respecto a la media:**

x_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
4	4 − 11.2 = −7.2	$(-7.2)^2 = 51.84$
7	7 − 11.2 = −4.2	$(-4.2)^2 = 17.64$
10	10 − 11.2 = −1.2	$(-1.2)^2 = 1.44$
15	15 − 11.2 = 3.8	$(3.8)^2 = 14.44$
20	20 − 11.2 = 8.8	$(8.8)^2 = 77.44$

3. **Suma las desviaciones al cuadrado:**

$$51.84 + 17.64 + 1.44 + 14.44 + 77.44 = 162.8$$

4. Divide entre $n - 1$ para obtener la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{162.8}{5 - 1} = \frac{162.8}{4} = 40.7$$

Ejercicio 2: Datos agrupados

Tabla de frecuencias:

$Valor(x)$	$Frecuencia(f)$
5	2
10	4
15	3
20	1

- **Calcula la media ponderada:**

$$\bar{x} = \frac{(5x2) + (10x4) + (15x3) + (20x1) +}{2 + 4 + 3 + 1} = \frac{10 + 40 + 45 + 20}{10} = 11.5$$

- **Calcula las desviaciones al cuadrado de cada valor respecto a la media y multiplícalas por la frecuencia:**

x_i	$Frecuencia(f)$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f\ x\ (x_i - \bar{x})^2$
5	2	5 − 11.5 = −6.5	$(-6.5)^2 = 42.25$	2 x 42.25 = 84.5
10	4	10 − 11.5 = −1.5	$(-1.5)^2 = 2.25$	4 x 2.25 = 9
15	3	15 − 11.5 = 3.5	$(3.5)^2 = 12.25$	3 x 12.25 = 36.75
20	1	20 − 11.5 = 8.5	$(8.5)^2 = 72.25$	1 x 72.25 = 72.25

- **Suma las desviaciones ponderadas:**

$$84.5 + 9 + 36.75 + 72.25 = 202.5$$

- **Divide entre $n - 1$ (donde $n = 10$ es el total de datos**

$$\sigma^2 = \frac{202.5}{10 - 1} = \frac{202.5}{9} = 22.5$$

Ejercicio 3: Datos agrupados con intervalos

Tabla de frecuencias:

Intervalo	$frecuencia(f)$
1 - 5	2
6 - 10	3
11 - 15	4
16 - 20	1

- **Calcula el punto medio de cada intervalo:**

Intervalo	$Frecuencia\ (f)$	$Punto\ medio\ (x_i)$
1 - 5	2	3
6 - 10	3	8
11 - 15	5	13
16 - 20	1	18

- **Calcula la media ponderada:**

$$\bar{x} = \frac{(3x2) + (8x3) + (13x4) + (18x1) +}{2 + 3 + 4 + 1} = \frac{6 + 24 + 52 + 18}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

- **Calcula las desviaciones al cuadrado de cada punto medio respecto a la media, y multiplícalas por la frecuencia:**

Intervalo	***Frecuencia*** (f)	***Punto medio*** (x_i)	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f\ x\ (x_i - \bar{x})^2$
1 - 5	2	3	3 – 10 = –7	$(-7)^2$= 49	2 x 49 = 98
6 - 10	3	8	8 – 10 = –2	$(-2)^2$= 4	3 x 4 =12
11 - 15	4	13	13 – 10 = 3	$(3)^2$= 9	4 x 9 =36
16 - 20	1	18	18 – 10 = 8	$(8)^2$= 64	1 x 64 = 64

- **Suma las desviaciones ponderadas:**

$$98 + 12 + 36 + 64 = 210$$

- **Divide entre $n - 1$ (donde $n = 10$):**

$$\sigma^2 = \frac{210}{10 - 1} = \frac{210}{9} \approx 23.33$$

4.4.3.5.2 Desviación típica

Ejercicio 1: Datos no agrupados

Conjunto de datos:

6, 8, 10, 12, 14

- **Calcula la media:**

$$\bar{x} = \frac{6 + 8 + 10 + 12 + 14}{5} = 10$$

- **Calcula las desviaciones al cuadrado de cada valor respecto a la media:**

x_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$
6	6 – 10 = –4	$(-4)^2 = 16$
8	8 – 10 = –2	$(-2)^2 = 4$
10	10 – 10 = 0	$0^2 = 0$
12	12 – 10 = 2	$2^2 = 4$
14	14 – 10 = 4	$4^2 = 16$

- **Suma las desviaciones al cuadrado:**

$$16 + 4 + 0 + 4 + 16 = 40$$

- **Divide entre $n - 1$:**

$$\frac{40}{5 - 1} = \frac{40}{4} = 10$$

- **Calcula la desviación típica (raíz cuadrada de la varianza):**

$$\sigma = \sqrt{10} \approx 3.16$$

Ejercicio 2: Datos agrupados

Tabla de frecuencias:

$\boldsymbol{Valor\ x}$	$\boldsymbol{Frecuencia\ (f)}$
5	2
10	3
15	4
20	1

1. **Calcula la media ponderada:**

$$\bar{x} = \frac{(5x2) + (10x3) + (15x4) + (20x1) +}{2 + 3 + 4 + 1} = \frac{10 + 30 + 60 + 20}{10} = 12$$

2. **Calcula las desviaciones al cuadrado de cada valor respecto a la media y multiplícalas por la frecuencia:**

$\boldsymbol{x_i}$	$\boldsymbol{Frecuencia\ (f)}$	$\boldsymbol{(x_i - \bar{x})}$	$\boldsymbol{(x_i - \bar{x})^2}$	$\boldsymbol{f\ x\ (x_i - \bar{x})^2}$
5	2	5 – 12 = –7	$(-7)^2 = 49$	2 x 49 = 98
10	3	10 – 12 = –2	$(-2)^2 = 4$	3 x 4 =12
15	4	15 – 12 = 3	$(3)^2 = 9$	4 x 9 =36
20	1	20 – 12 = 8	$(8)^2 = 64$	1 x 64 = 64

3. **Suma las desviaciones ponderadas:**

$$98 + 12 + 36 + 64 = 210$$

4. **Divide entre $\boldsymbol{n - 1\ donde = (n = 10)}$:**

$$\sigma^2 = \frac{210}{10 - 1} = \frac{210}{9} \approx 23.33$$

5. **Calcula la desviación típica (raíz cuadrada de la varianza):**

$$\sigma = \sqrt{23.33} \approx 4.83$$

Ejercicio 3: Datos agrupados con intervalos

Tabla de frecuencias:

Intervalo	$\boldsymbol{Frecuencia(f)}$
1 - 5	2
6 - 10	3
11 - 15	4
16 - 20	1

1. **Calcula el punto medio de cada intervalo:**

$Intervalo$	$Frecuencia\ (f)$	$Punto\ medio\ (x_i)$
1 - 5	2	3
6 - 10	3	8
11 - 15	4	13
16 - 20	1	18

2. **Calcula la media ponderada:**

$$\bar{x} = \frac{(3x2) + (8x3) + (13x4) + (18x1) +}{2+3+4+1} = \frac{6+24+52+18}{10} = 10$$

3. **Calcula las desviaciones al cuadrado de cada punto medio respecto a la media, y multiplícalas por la frecuencia:**

Intervalo	$Frecuencia\ (f)$	$Punto\ medio\ (x_i)$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f\ x\ (x_i - \bar{x})^2$
1 - 5	2	3	3 – 10 = –7	$(-7)^2$= 49	2 x 49 = 98
6 - 10	3	8	8 – 10 = –2	$(-2)^2$= 4	3 x 4 =12
11 - 15	4	13	13 – 10 = 3	$(3)^2$= 9	4 x 9 =36
16 - 20	1	18	18 – 10 = 8	$(8)^2$= 64	1 x 64 = 64

4. **Suma las desviaciones ponderadas:**

$$98 + 12 + 36 + 64 = 210$$

5. **Divide entre $n - 1$:**

$$\sigma^2 = \frac{210}{10-1} = \frac{210}{9} \approx 23.33$$

6. **Calcula la desviación típica:**

$$\sigma = \sqrt{23.33} \approx 4.83$$

En conclusión, la desviación típica es una medida fundamental que ofrece una perspectiva clara sobre la variabilidad de un conjunto de datos. Al cuantificar cuánto se desvían, en promedio, los valores respecto a la media, permite a educadores e investigadores interpretar la dispersión en el rendimiento académico y en otras áreas de estudio. Su capacidad para regresar a las mismas unidades que los datos originales facilita la comprensión y aplicación de esta medida en contextos prácticos.

A manera de resumen

Las medidas de dispersión son estadísticas que indican cuánto varían o se dispersan los datos en un conjunto. Estas medidas complementan a las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) y nos ayudan a entender mejor la distribución de los datos, mostrando si los valores están muy concentrados alrededor de la media o si están dispersos.

Desviación media

La desviación media es una medida de dispersión que indica el promedio de las distancias absolutas entre los valores de un conjunto de datos y la media. A diferencia de la varianza o la desviación estándar, la desviación media no utiliza los cuadrados de las diferencias, lo que la hace menos sensible a valores extremos.

Fórmula de la desviación media:

$$Desviación\ media = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n}$$

Donde:

- X_i son valores del conjunto de datos
- $\bar{X}$ es la media aritmética de los datos.
- n es el número de datos.
- $|X_i - \bar{X}|$ representa el valor absoluto de la diferencia entre cada dato y la media.

Ejemplo práctico:

Supongamos que tenemos el siguiente conjunto de datos:
6,8,10,14,18

Paso 1: Calcular la media aritmética $\bar{X}$

$$\bar{X} = \frac{6 + 8 + 10 + 14 + 18}{5} = \frac{56}{5} = 11.2$$

Paso 2: Calcular las diferencias absolutas entre cada valor y la media

$$|6 - 11.2| = 5.2$$
$$|8 - 11.2| = 3.2$$
$$|10 - 11.2| = 1.2$$
$$|14 - 11.2| = 2.8$$
$$|18 - 11.2| = 6.8$$

Paso 3: Sumar las diferencias absolutas

5.2 + 3.2 + 1.2 + 2.8 + 6.8 = 19.2

Paso 4: Dividir la suma de las diferencias absolutas entre el número total de datos

$$Desciación\ media = \frac{19.2}{5} = 3.84$$

Resultado:
La desviación media de este conjunto de datos es **3.84**.
Esto significa que, en promedio, los datos están a 3.84 unidades de la media. La desviación media proporciona una idea del nivel de dispersión de los datos sin tener en cuenta la dirección de las desviaciones (ya que se utilizan valores absolutos).

Varianza

La varianza es una medida de dispersión que indica cuánto varían o se dispersan los datos respecto a la media. Mide el promedio de las diferencias cuadráticas entre cada valor del conjunto de datos y la media. Al utilizar las diferencias cuadradas, la varianza da más peso a las desviaciones grandes, por lo que es sensible a valores extremos.

Fórmulas de la varianza:

- Varianza para una población (σ^2):

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X_i - \mu)^2}{N}$$

Donde:

- X_i *son valores del conjunto de datos*
- μ *es la media poblacional*
- N *es el tamaño de la población*

- Varianza para la muestra (s^2):

$$s^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Donde:

- X_i son valores de muestra
- $\bar{X}$ es la media muestral
- n es el tamaño de la muestra.
- $n-1$ es el grados de libertad, que corrige el sesgo de la estimación muestral.

Ejemplo de varianza (para una muestra):

Supongamos que tenemos el siguiente conjunto de datos muestral:
4, 7, 9, 10, 12

Paso 1: Calcular la media de la muestra $(\bar{X})$

$$\bar{X} = \frac{4+7+9+10+12}{5} = \frac{42}{5} = 8.4$$

Paso 2: Calcular las diferencias entre cada valor y la media $(X_i - \bar{X})$ y luego elevar esas diferencias al cuadrado.

$$(4-8.4)^2 = (-4.4)^2 = 19.36$$
$$(7-8.4)^2 = (-1.4)^2 = 1.96$$
$$(9-8.4)^2 = (0.6)^2 = 0.36$$
$$(10-8.4)^2 = (1.6)^2 = 2.56$$
$$(12-8.4)^2 = (3.6)^2 = 12.96$$

Paso 3: Sumar las diferencias cuadradas

19.36 + 1.96 + 0.36 + 2.56 + 12.96 = 37.2

Paso 4: Dividir la suma entre n – 1 (ya que estamos calculando la varianza muestral)

$$s^2 = \frac{37.2}{5-1} = \frac{37.2}{4} = 9.3$$

Resultado:
La varianza muestral es 9.3. Esto significa que, en promedio, las desviaciones cuadráticas respecto a la media son 9.3 unidades.

Interpretación:

- Una varianza alta indica que los datos están muy dispersos alrededor de la media.
- Una varianza baja indica que los datos están concentrados cerca de la media.

Relación con la desviación estándar:
La desviación estándar $(\sigma \; o \; s)$ es simplemente la raíz cuadrada de la varianza. Si la varianza es 9.3, la desviación estándar será:

$$s = \sqrt{9.3} \approx 3.05$$

Desviación típica

La desviación típica (también conocida como desviación estándar) es una medida de dispersión que indica cuánto se alejan, en promedio, los valores de un conjunto de datos respecto a la media. Es una de las herramientas más importantes en estadística para comprender la variabilidad de los datos.
Matemáticamente, se calcula tomando la raíz cuadrada de la varianza, que es el promedio de las diferencias elevadas al cuadrado entre cada valor del conjunto y la media.
La fórmula para la desviación típica (σ) de una población es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}$$

Donde:

- $N \; es \; el \; número \; total \; de \; elementos \; de \; la \; población$
- $x_i \; son \; los \; valores \; de \; los \; datos$
- $\mu \; es \; la \; media \; de \; la \; problación$

Para una muestra se utiliza una versión ligeramente modificada de la fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

Donde:

- $n \; es \; el \; numero \; de \; elementos \; de \; la \; muestra$
- $\bar{x} \; es \; la \; media \; muestral$

Interpretación

- **Desviación típica baja:** Los datos están muy cerca de la media (poca variabilidad).
- **Desviación típica alta:** Los datos están dispersos y se alejan más de la media (alta variabilidad).

Ejemplo

Imaginemos que, en una clase, tres estudiantes han obtenido las siguientes calificaciones en un examen:

- Estudiante A: 5
- Estudiante B: 10
- Estudiante C: 15

Queremos saber cuán dispersas (separadas) están estas calificaciones en comparación con la media.

Paso 1: Calcular la media

Primero, encontramos la media (promedio) de las calificaciones:

$$Media = \frac{5 + 10 + 15}{3} = 10$$

Entonces, la media es 10.

Paso 2: Calcular las diferencias respecto a la media

Ahora, restamos la media a cada calificación para ver qué tan lejos está cada una de la media:

- Para el Estudiante A: 5 – 10 = −5
- Para el Estudiante B: 10 – 10 = 0
- Para el Estudiante C: 15 – 10 = 5

Estas diferencias nos dicen qué tan lejos están las calificaciones de la media, pero necesitamos trabajar con valores **positivos**, por lo que las elevamos al **cuadrado**:

$Para\ es\ estudiante\ A: (-5)^2 = 25$
$Para\ es\ estudiante\ B: (0)^2 = 0$
$Para\ es\ estudiante\ A: (5)^2 = 25$

Paso 3: Calcular la varianza
La varianza es el promedio de esas diferencias al cuadrado. Entonces, sumamos los valores obtenidos y dividimos entre el número de estudiantes:

$$Varianza = \frac{25 + 0 + 25}{3} = \frac{50}{3} = 16.67$$

Paso 4: Calcular la desviación típica
La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza:

$$Desviación\ típica = \sqrt{16.67} \approx 4.08$$

Interpretación
La desviación típica nos dice que, en promedio, las calificaciones se desvían unos **4.08 puntos** de la media (que era 10). Esto significa que, aunque la media sea 10, las calificaciones reales están algo dispersas (alrededor de 4 puntos hacia arriba o hacia abajo).

- Si la desviación típica fuera **baja** (por ejemplo, 1), eso significaría que las calificaciones están muy cerca de la media.
- Si la desviación típica fuera **alta** (por ejemplo, 10), indicaría que las calificaciones están muy dispersas.

Resumen del proceso:

1. **Calcula la media.**
2. **Resta** la media a cada dato y eleva las diferencias al cuadrado.
3. **Calcula la varianza** (promedio de las diferencias al cuadrado).
4. **Saca la raíz cuadrada de la varianza** para obtener la desviación típica.

Así, la desviación típica es una excelente medida para entender la variabilidad de un conjunto de datos en relación a su promedio.

Las medidas de dispersión son herramientas estadísticas clave que permiten entender la variabilidad de un conjunto de datos en relación a su tendencia central. Entre las más comunes se encuentran el rango, que indica la diferencia entre el valor máximo y mínimo; la desviación media, que calcula el promedio de las diferencias absolutas respecto a la media; la varianza, que mide la dispersión en términos cuadrados, y la desviación típica, que devuelve la variabilidad a las mismas unidades que los datos originales. Estas medidas no solo facilitan la interpretación de la consistencia de los datos, sino que también son fundamentales para realizar comparaciones entre diferentes grupos y para guiar decisiones en contextos educativos, sociales y de investigación.

BIBLIOGRAFÍA

- Aguirre, J. (2016). **Métodos estadísticos para la Investigación Educativa.** Pearson Educación.
- Arnal, J., & Rincón, D. (2012). **Métodos de Investigación y Estadística en Educación**. Editorial Narcea.
- Bisquerra, R. (2014). **Metodología de la Investigación Educativa**. La Muralla.
- Cea D'Ancona, M. A. (2010). **Análisis multivariable para las Ciencias Sociales**. Síntesis.
- Corral Verdugo, V. (2000). **Estadística aplicada a la investigación en Ciencias Sociales**. Trillas.
- Figueroa, J. (2014). **Estadística y análisis de datos en Educación**. Ediciones Universidad de Salamanca.
- García Pérez, F. (2011). **Estadística aplicada a la Educación**. Pearson Educación.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. P. (2014). **Metodología de la Investigación** (6.ª ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- Martínez, F., & Martínez, R. (2017). **Estadística aplicada a las Ciencias Sociales y educativas**. Editorial Aljibe.
- Montero, I., & León, O. (2015). **Guía para la elaboración de trabajos de investigación**. Editorial Pirámide.
- Morales Vallejo, P. (2013). **Análisis estadístico con SPSS: Aplicaciones en educación, psicología y Ciencias Sociales**. Universidad Pontificia Comillas.
- Muñoz, J., & Álvarez, M. (2018). **Introducción a la Estadística aplicada a la Educación.** Editorial Graó.
- Otzen, T., & Manterola, C. (2017). **Metodología de la investigación científica**. Editorial Mediterráneo.
- Padua, J. (2012). **Estadística descriptiva aplicada a la Educación**. Editorial Trillas.
- Pérez Juste, R. (2006). **Estadística aplicada a la Evaluación Educativa**. La Muralla.
- Ríos, L. A. (2016). **Introducción a la Estadística aplicada a la Educación**. Editorial Iberoamericana.
- Sánchez, J., & Cañadas, G. (2017). **Estadística descriptiva e inferencial en Educación.** Ediciones Narcea.
- Sierra Bravo, R. (2008). **Técnicas de investigación social: Teoría y ejercicios**. Paraninfo.