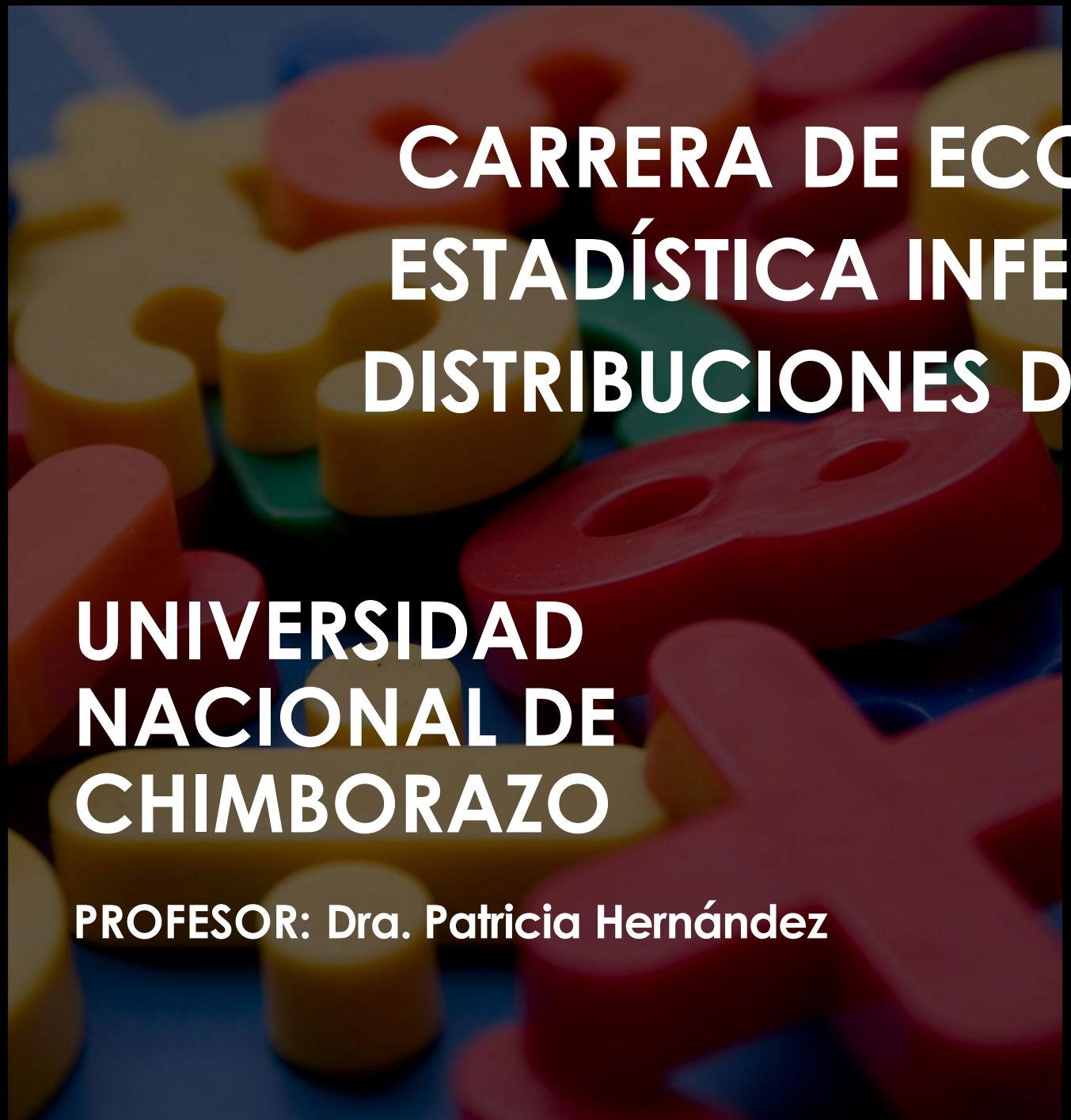


CARRERA DE ECONOMÍA
ESTADÍSTICA INFERENCIAL
DISTRIBUCIONES DISCRETAS

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

PROFESOR: Dra. Patricia Hernández

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Agrupación de las probabilidades asociadas a cada valor de la variable aleatoria

- Para variables discretas. Es la probabilidad que toma cada valor de la variable discreta.

- Para Variables continuas. Es una función dado que la variable puede tomar cualquier valor en un intervalo

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

- Distribución que se ajusta para variables discretas
- Ensayos tipo Bernoulli
- De un número de ensayos que se consideran en un experimento aleatorio y conocida la probabilidad de éxito y de fracaso, para un evento o suceso de éxito en particular, se tiene que la distribución se ajusta de la siguiente manera:

Para un término o binomio $$\mathrm{P}\ X = x\ = \binom{n}{x} p^x\, q^{n-x}$$

Para varios términos o binomios:

$$\mathrm{P}\ X \leq x\ = \sum \binom{n}{x} p^x\, q^{n-x}$$

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$P\ X = x\ = \binom{n}{x} p^x\, q^{n-x}$$

- De dónde:

n = número de ensayos
p = probabilidad de éxito
q = probabilidad de fracaso
x = un evento o suceso de éxito en particular

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo.

¿ Cuál es la probabilidad de que dos sean aficionados al cine ?

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que dos sean aficionados al cine ?

$$\mathrm{P}\ X = 2 aficionados\ = \binom{6}{2} 0{,}60^{2}.\ 0{,}40^{6-2}$$

Número combinatorio

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que dos sean aficionados al cine ?

Sustituyendo:

$$P\ X = 2\ = \binom{6}{2} 0{,}60^{2}.\ 0{,}40^{6-2}$$

Resolviendo:

$$P\ X = 2\ = \ 15\ .\ 0{,}36\ .\ 0{,}0256$$

$$P\ X = 2\ = \ 0{,}13824$$

$$P\ X = 2\ = \ 13{,}824\%$$

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que dos sean aficionados al cine ?

$$P\ X = 2 \quad = \quad 0{,}13824$$

$$P\ X = 2 \quad = \quad 13{,}824\%$$

Esto significa que hay un 13,824% de probabilidad de que de las Seis personas tomadas al azar solo hayan dos aficionadas al cine

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que **DOS o MENOS** sean aficionados al cine ?

$$\mathrm{P}\ X \leq \mathbf{2} \ = \ \sum \binom{n}{x} p^x\, q^{n-x}$$

$$\mathrm{P}\ X \leq \mathbf{2} = P\ X = 0 + P\ X = 1 + P\ (X = 2)$$

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que DOS o MENOS sean aficionados al cine ?

$$\mathrm{P}\ X \leq \mathbf{2} = \sum \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$\mathrm{P}\ X = 0 = \binom{n}{o} p^o q^{n-o} + \qquad \mathrm{P}\ X = 1 = \binom{n}{1} p^1 q^{n-1} +$$

$$\mathrm{P}\ X = 2 = \binom{n}{2} p^2 q^{n-2}$$

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que DOS o MENOS sean aficionados al cine ?

$$\mathrm{P}\ X \leq 2 = \sum \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$\mathrm{P}\ X = 0 = \binom{6}{0} 0{,}60^0 . \ 0{,}40^{6-0}$$

$$\mathrm{P}\ X = 1 = \binom{6}{1} 0{,}60^1 . \ 0{,}40^{6-1}$$

$$\mathrm{P}\ X = 2 = \binom{6}{2} 0{,}60^2 . \ 0{,}40^{6-2}$$

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que DOS o MENOS sean aficionados al cine ?

$$\mathrm{P}\ X \leq \mathbf{2} = \sum \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$\mathrm{P}\ X = 0 = 0{,}004096$$

$$\mathrm{P}\ X = 1 = 0{,}036864$$

$$\mathrm{P}\ X = 2 = 0{,}13824$$

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que DOS o MENOS sean aficionados al cine ?

$$\mathrm{P}\ X \leq \mathbf{2} = \sum \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$\mathrm{P}\ X \leq \mathbf{2} = P\ X = 0 + P\ X = 1 + P\ (X = 2)$$

$$\mathrm{P}\ X = 0 = 0{,}004096 \qquad \mathrm{P}\ X = 1 = 0{,}036864 \qquad \mathrm{P}\ X = 2 = 0{,}13824$$

$$\mathbf{P}\ \boldsymbol{X} \leq \mathbf{2} = \mathbf{0{,}1792}$$

P $X \leq 2$ = 17,92% DOS o MENOS sean aficionados al cine

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo.

¿ Cuál es la probabilidad de que dos NO sean aficionados al cine ?

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que dos NO sean aficionados al cine ?

$$\mathrm{P}\ X = 2 NO aficionados\ = \binom{6}{2} 0{,}40^{2}.\ 0{,}60^{6-2}$$

Número combinatorio

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que dos sean aficionados al cine ?

Sustituyendo:

$$P\ X = 2\ = \binom{6}{2} 0{,}40^{2}.\ 0{,}60^{6-2}$$

Resolviendo:

$$P\ X = 2\ = \ 15\ .\ 0{,}16\ .\ 0{,}1296$$

$$P\ X = 2\ = \ 0{,}31104$$

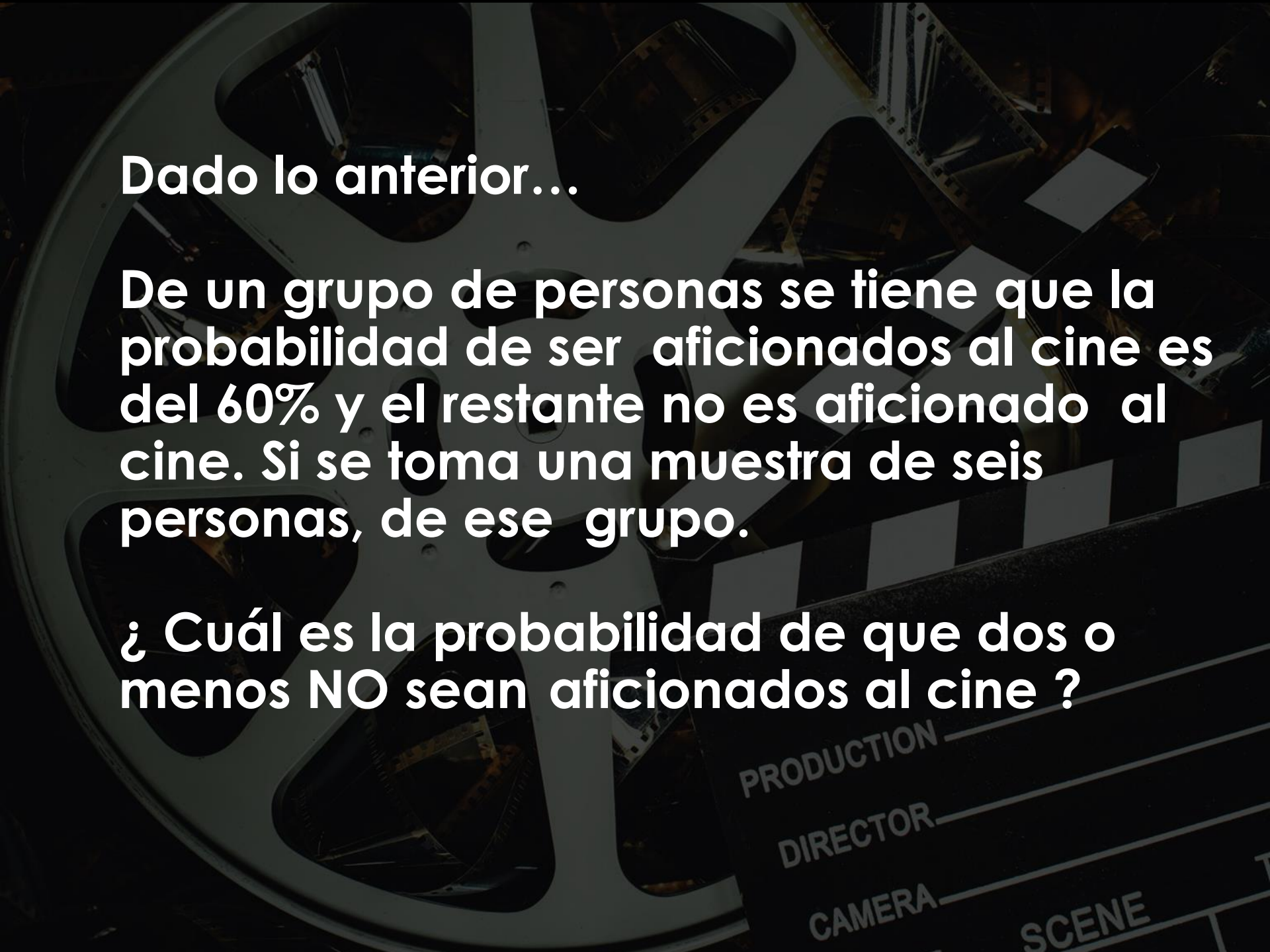
$$P\ X = 2\ = \ 31{,}104\%$$

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿ Cuál es la probabilidad de que dos sean aficionados al cine ?

$$P\ X = 2 \quad = \quad 0{,}31104$$

$$P\ X = 2 \quad = \quad 31{,}104\%$$

Esto significa que hay un 31,104% de probabilidad de que de las Seis personas tomadas al azar solo hayan dos NO aficionadas al cine



Dado lo anterior…

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo.

¿ Cuál es la probabilidad de que dos o menos NO sean aficionados al cine ?

DISTRIBUCIÓN POISSON

- Distribución que se ajusta para variables discretas
- Ensayos tipo Bernoulli
- Generalmente asociada a períodos (tiempo/volumen)
- De un número de ensayos que se consideran en un experimento aleatorio y conocida la probabilidad de éxito en particular, se obtiene un lambda (promedio), por lo que se tiene que la distribución se ajusta de la siguiente manera:

Para un término o binomio $$\mathrm{P}\ X = x\ = \frac{\lambda^x\, e^{-\lambda}}{x!}$$

Para varios términos o binomios:

$$\mathrm{P}\ X < x\ = \sum \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$P\ X = x \quad = \quad \frac{\Lambda^{x}\ e^{-\Lambda}}{x!}$$

De dónde:

λ = promedio del éxito,

si no está dada, se obtiene de λ = n . p

n = número de ensayos

p = probabilidad de éxito

e = valor constante 2,71828183 …

x = un evento o suceso de éxito en particular

! = factorial 2! = 2. 1 . 0! (0! =1) = 2. 1. 1 = 2

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos.

¿Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje 3 autos en media hora?

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿ Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje 3 autos en media hora?

Datos del problema

λ = 5 autos en cada media hr. (promedio)
e = valor constante 2,71828183 …
x = 3 autos
! = factorial

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿ Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje 3 autos en media hora?

Datos del problema

$$P\ X = x\ = \frac{\lambda^{x}\, e^{-\lambda}}{x!}$$

λ = 5 autos en cada media hr. (promedio)
e = valor constante 2,71828183 …
x = 3 autos
! = factorial

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿ Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje 3 autos en media hora?

Datos del problema

λ = 5 autos en cada media hr. (promedio)
e = valor constante 2,71828183 …

$$P\ X = 3 \ = \ \frac{5^3\ 2{,}71828183,^{-5}}{3!}$$

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿ Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje 3 autos en media hora?

- $P\ X = 3\ = \frac{5^3\ 2{,}71828183,^{-5}}{\bullet\ 3!}$

$P\ X = 3\ = \frac{125\quad 0{,}006737946}{6}$ $\qquad P\ X = 3\ = 0{,}1404$

$P\ X = 3\ =$ 14,04% que pasen tres autos en media hr por el peaje

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos.

¿ Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje a lo sumo 3 autos en media hora?

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿ Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje a lo sumo 3 autos en media hora?

Para varios términos o binomios:

$$\mathrm{P}\ X < x \ = \ \sum \ \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿ Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje a lo sumo 3 autos en media hora?

Datos del problema

λ = 5 autos en cada media hr. (promedio)
e = valor constante 2,71828183 …
x = a lo sumo 3 autos
! = factorial

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿ Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje a lo sumo 3 autos en media hora?

Datos del problema

$$P\ X \leq 3 \ = \ \frac{\lambda^{x}\, e^{-\lambda}}{x!}$$

λ = 5 autos en cada media hr. (promedio)
e = valor constante 2,71828183 …
x = a lo sumo 3 autos
! = factorial

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿ Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje a lo sumo 3 autos en media hora?

$$P(x \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$P\ X \leq 3 = \sum \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿ Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje a lo sumo 3 autos en media hora?

$$P(x \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$P\ X \leq 3 = 0{,}265026$$

$P\ X \leq 3$ = **26,5026% de probabilidad que pasen a lo sumo tres autos en media hr por el peaje**