

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CHIMBORAZO

**MODELOS DE
PREDICCIÓN:
ARIMA**

Patricia Hernández, PhD

MODELIZACIÓN
ECONÓMICA

MODELOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS

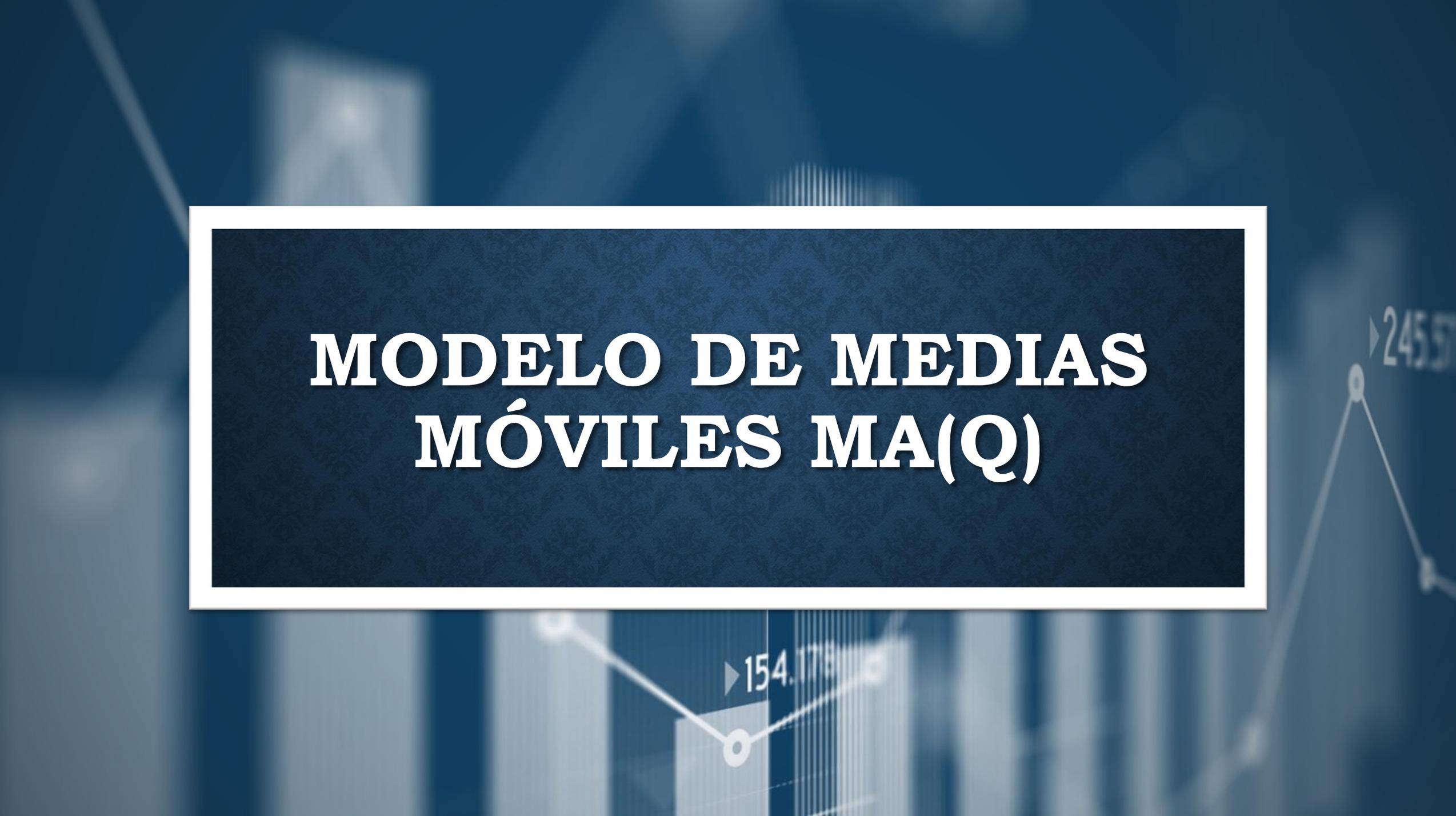
Univariantes

La variable se explica por su pasado o por el pasado del componente aleatorio

MODELO DE MEDIAS MÓVILES MA (q)
La variable se explica por el pasado del término de error

MODELO AUTORREGRESIVO AR(p)
La variable se explica por su propio pasado

MODELO COMBINADO ARIMA (p, d, q)
Si es estacionario $d=0$
Si no es estacionario $d=1, 2, \dots$ (se diferencia para que sea estacionario)



**MODELO DE MEDIAS
MÓVILES MA(Q)**

MODELO DE MEDIA MÓVILES

Modelo determinado por una fuente externa.

El valor actual de y_t está influenciado por el pasado de una fuente externa recogida por el error (aleatorio)

$$y_t = \mu + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \phi_p \varepsilon_{t-p} + \varepsilon_t$$

Donde $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ Ruido blanco

MODELO DE MEDIA MÓVILES

Es el resultado de sumar un valor fijo (μ) con una combinación lineal de shocks presentes y pasados independientes entre si con media y varianza cero

- a. La cantidad de rezagos determina el orden q del proceso
- b. El número de rezagos se analiza con la autocorrelación
- c. La media de y_t es (μ) porque la media de los residuos rezagados es cero
- d. Mientras más rezagos existan mayor es la conexión con el pasado

MODELO DE MEDIA MÓVILES

PROCESO DE MEDIAS MÓVILES DE ORDEN 1 MA(1)

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

PROCESO DE MEDIAS MÓVILES DE ORDEN 2 MA(2)

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

Los procesos de medias móviles son procesos de memoria corta, los procesos autorregresivos son procesos de memoria larga

The background features a dark blue gradient with faint, semi-transparent white line graphs and data points. One prominent data point is labeled '2455' with a right-pointing arrow. Another data point is labeled '154.178' with a right-pointing arrow. The overall aesthetic is professional and technical, typical of a financial or data science presentation.

MODELO AUTORREGRESIVO AR (P)

MODELO AUTORREGRESIVO

PROCESO AUTORREGRESIVO DE ORDEN p

Se basa en la idea que los valores pasados de y_t pueden explicarse en función de los p valores pasados de Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots , donde p es el número de rezagos necesarios para pronosticar el valor actual

$$y_t = \rho_0 + \rho_1 y_{t-1} + \rho_2 y_{t-2} + \dots + \rho_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Donde $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ Ruido blanco

MODELO AUTORREGRESIVO

PROCESO AUTORREGRESIVO DE ORDEN 1

$$y_t = \rho_0 + \rho_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

- El proceso es estacionario si y solo si $\rho_1 < 1$
- El correlograma tendrá para la autocorrelación un comportamiento que tiende a cero, ya sea con valores positivos si $\rho_1 > 0$ o valores que se intercambian de signos si $\rho_1 < 0$ (Correlación parcial)

The background features a dark blue gradient with faint, semi-transparent financial charts. On the right side, there is a line graph with a peak and a subsequent decline, with a data point labeled '2455'. In the lower center, there is another line graph with a dip and a rise, with a data point labeled '154.178'.

MODELO COMBINADO ARIMA (P,D,Q)

MODELO ARIMA ESTACIONARIO

PROCESO AUTORREGRESIVO DE MEDIAS MÓVILES

ARMA (p,q) – ARIMA(p,0,q)

$$y_t = C + \underbrace{\rho_1 y_{t-1} + \dots + \rho_p y_{t-p}}_{\text{AR (p)}} + \underbrace{\phi_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \phi_q \varepsilon_{t-q}}_{\text{MA (q)}} + \varepsilon_t$$

Donde $\varepsilon_t \sim \text{IID} (0, \sigma^2)$ Ruido blanco

Para que un proceso ARMA(p,q) sea estacionario todos los parámetros deben ser menores a 1

MODELO ARIMA ESTACIONARIO

PROCESO RUIDO BLANCO ARIMA (0,0,0)

Es una secuencia de variables aleatorias idéntica e independientemente distribuidas con media cero y varianza constante

$$y_t \sim IID (0, \sigma^2)$$

$$y_t = \rho y_{t-1} + u_t \quad \text{Donde } \rho = 0$$

En este caso la media es cero, la varianza constante, la covarianza cero y la correlación cero

MODELO ARIMA

NO ESTACIONARIO

PROCESO NO ESTACIONARIO ARIMA (p, d, q)

Son series no estacionarias que cambian a lo largo del tiempo o la varianza no es constante

Esta serie debe diferenciarse “d” veces para volverse estacionaria; se pasa entonces a una serie ARIMA (p,d,q) a una serie ARMA (p,q) o ARIMA (p,0,q)

MODELO ARIMA

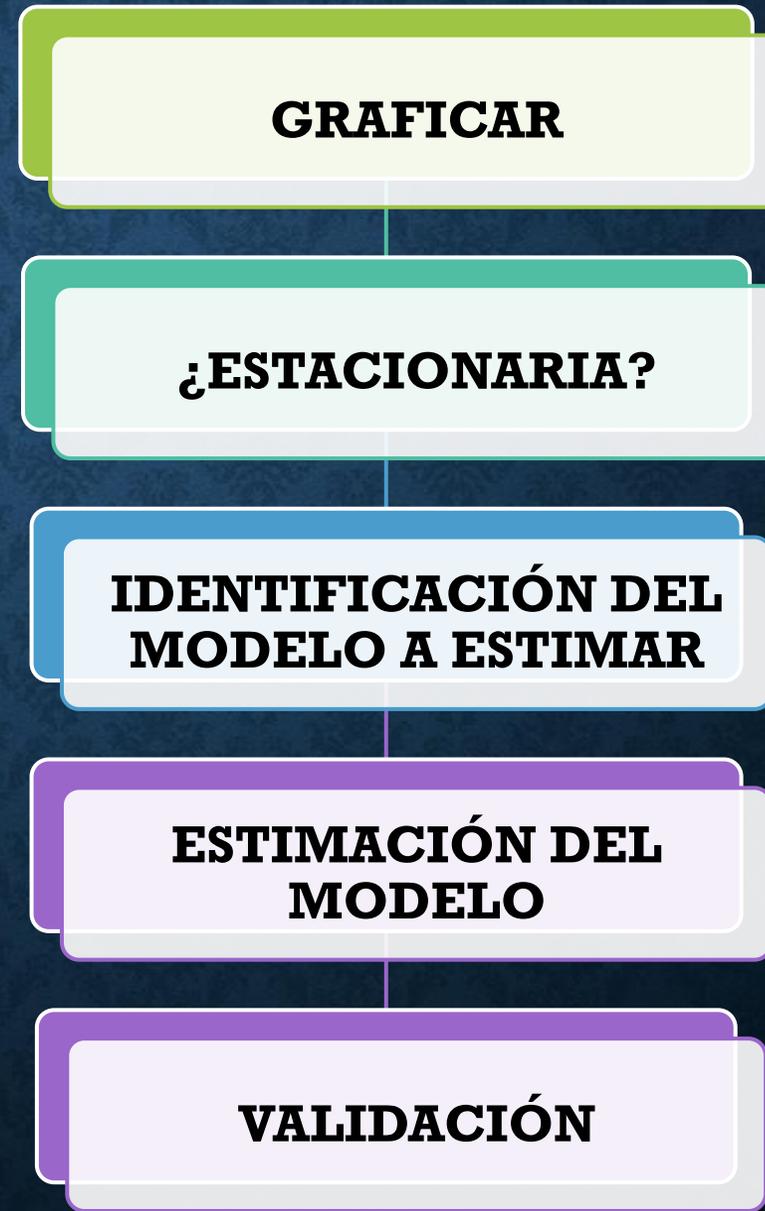
PASOS A SEGUIR – MÉTODO DE BOX –JENKINS:

- Gráfico
- Estacionariedad
- Identificación del modelo
- Verificar residuos ruido blanco (estabilidad)
- Bondad del ajuste (AIC, BIC) e invertibilidad (a medida que aumentan los rezagos tiende a cero la correlación)

MODELO ARIMA

PROCESO DE
ESTIMACIÓN DE
MODELOS ARIMA

BOX JENKINS



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

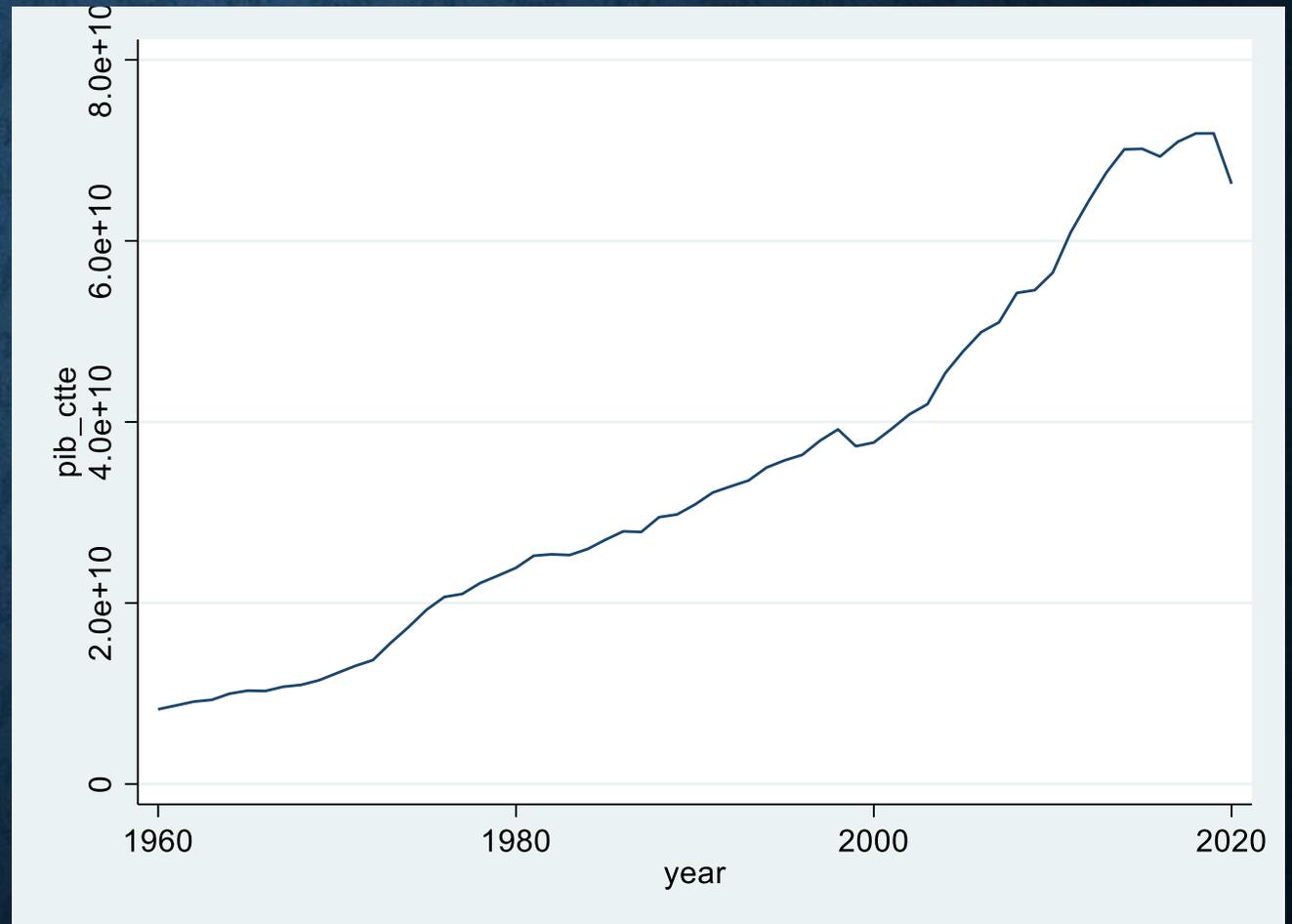
1. GRAFICAR

- Se debe iniciar indicando que la data es de serie temporal `tsset`
- Rezago 1.var; rezago dos 12.var
- Primera diferencia d.var; segunda diferencia d2.var

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

1. GRAFICAR

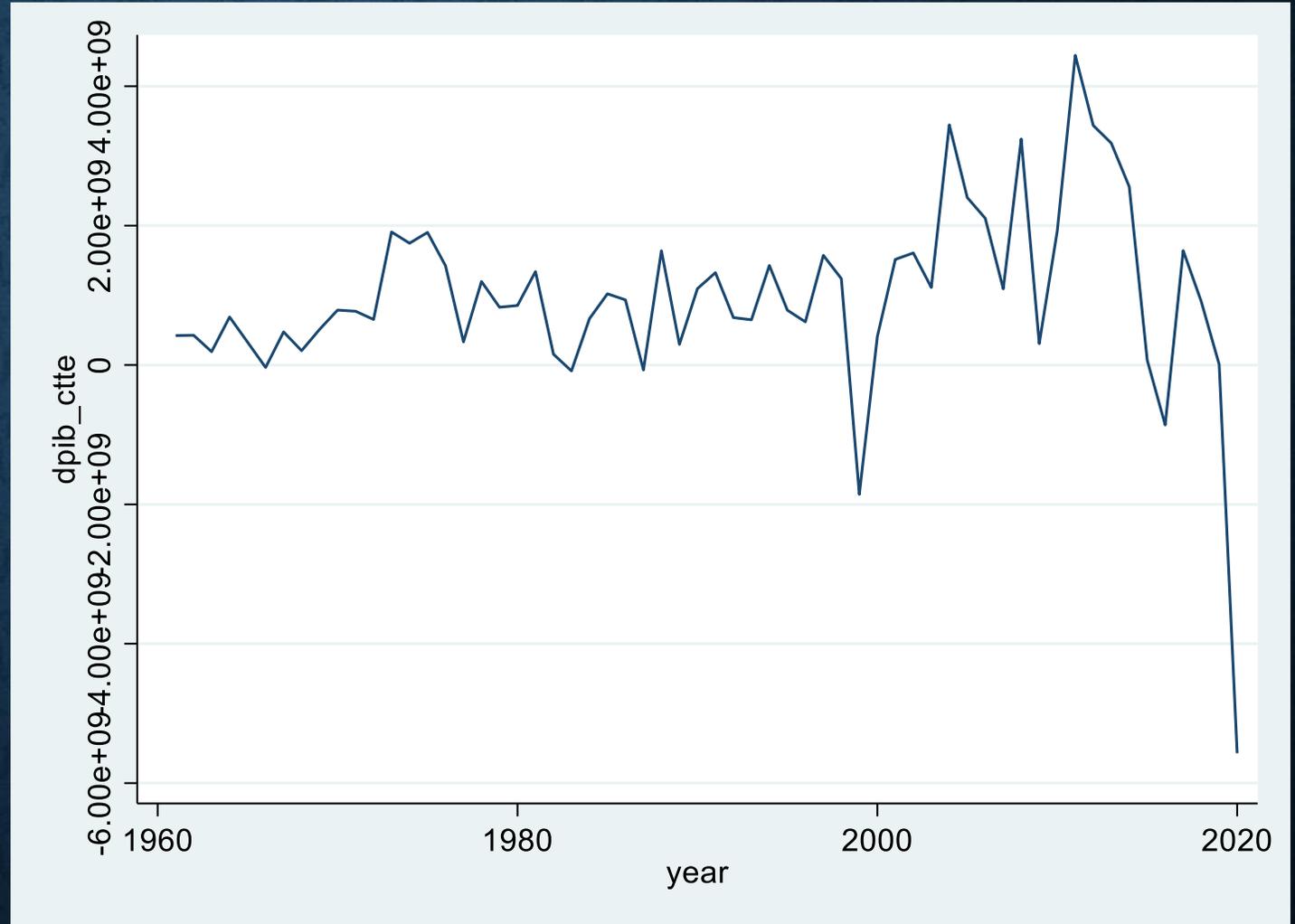
PIB (precios constantes)



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

1. GRAFICAR

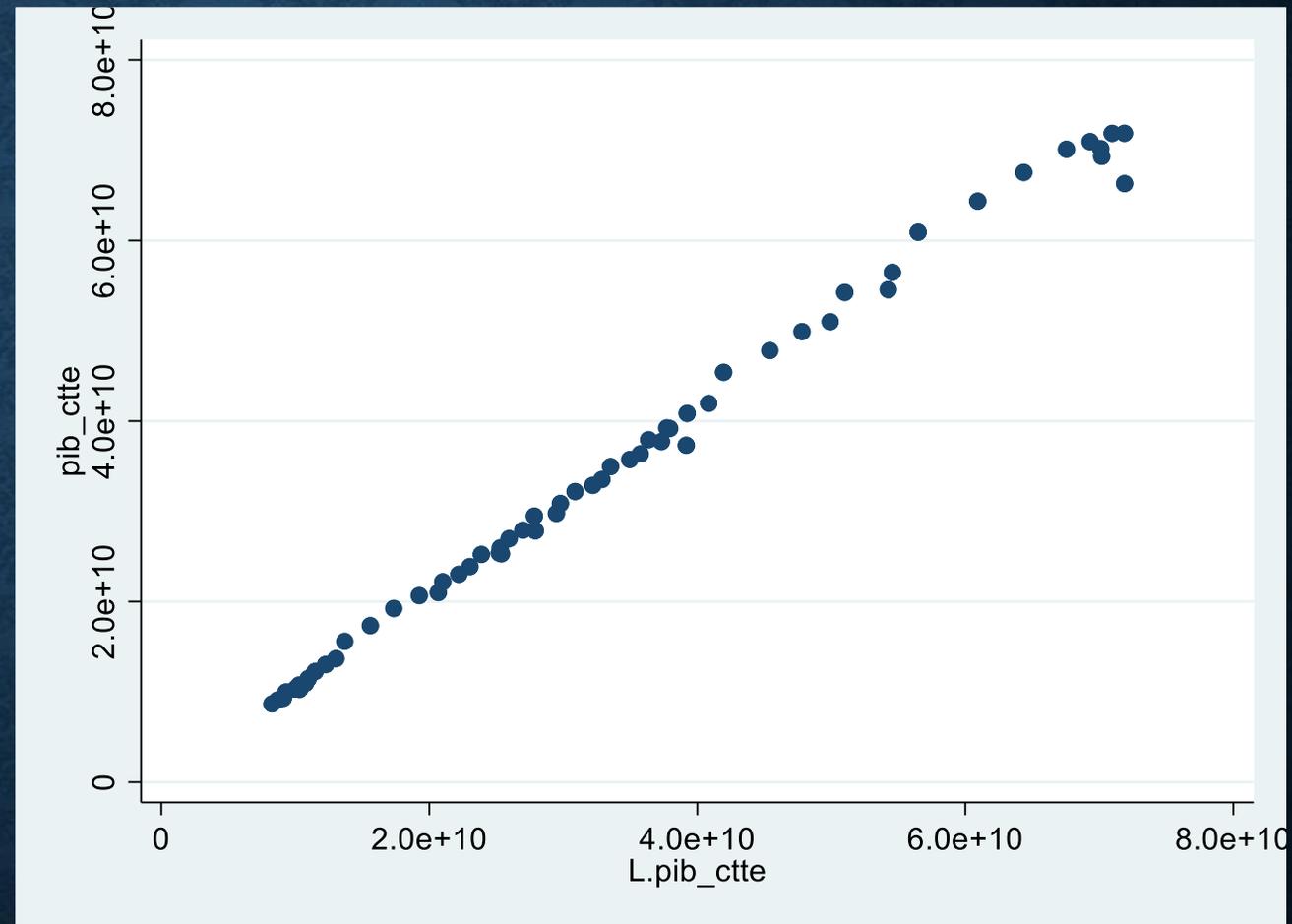
PRIMERA DIFERENCIA
PIB



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

1. GRAFICAR

PIB Vs. Rezago del
PIB



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

2. ESTACIONARIEDAD

TEST DE ESTACIONARIEDAD

DICKEY FULLER

STATA: dfuller pib_ctte Ho de no estacionariedad

PHILLIPS PERRON

STATA: pperron pib_ctte Ho de no estacionariedad

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

2. ESTACIONARIEDAD

TEST DE ESTACIONARIEDAD

Dickey-Fuller test for unit root		Number of obs = 60		
		Interpolated Dickey-Fuller		
	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	0.554	-3.566	-2.922	-2.596
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.9864				

Se acepta H_0 de no estacionariedad

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

2. ESTACIONARIEDAD

TEST DE ESTACIONARIEDAD

Phillips-Perron test for unit root		Number of obs = 60		
		Newey-West lags = 3		
		————— Interpolated Dickey-Fuller —————		
	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(rho)	0.216	-19.080	-13.380	-10.760
Z(t)	0.306	-3.566	-2.922	-2.596
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.9776				

Se acepta H_0 de no estacionariedad

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

2. ESTACIONARIEDAD

TEST DE ESTACIONARIEDAD

* AUTOCORRELACIÓN – PROCESO MA (q)

STATA: ac pib_ctte

* CORRELACIÓN PARCIAL – PROCESO AR (p)

STATA: pac pib_ctte

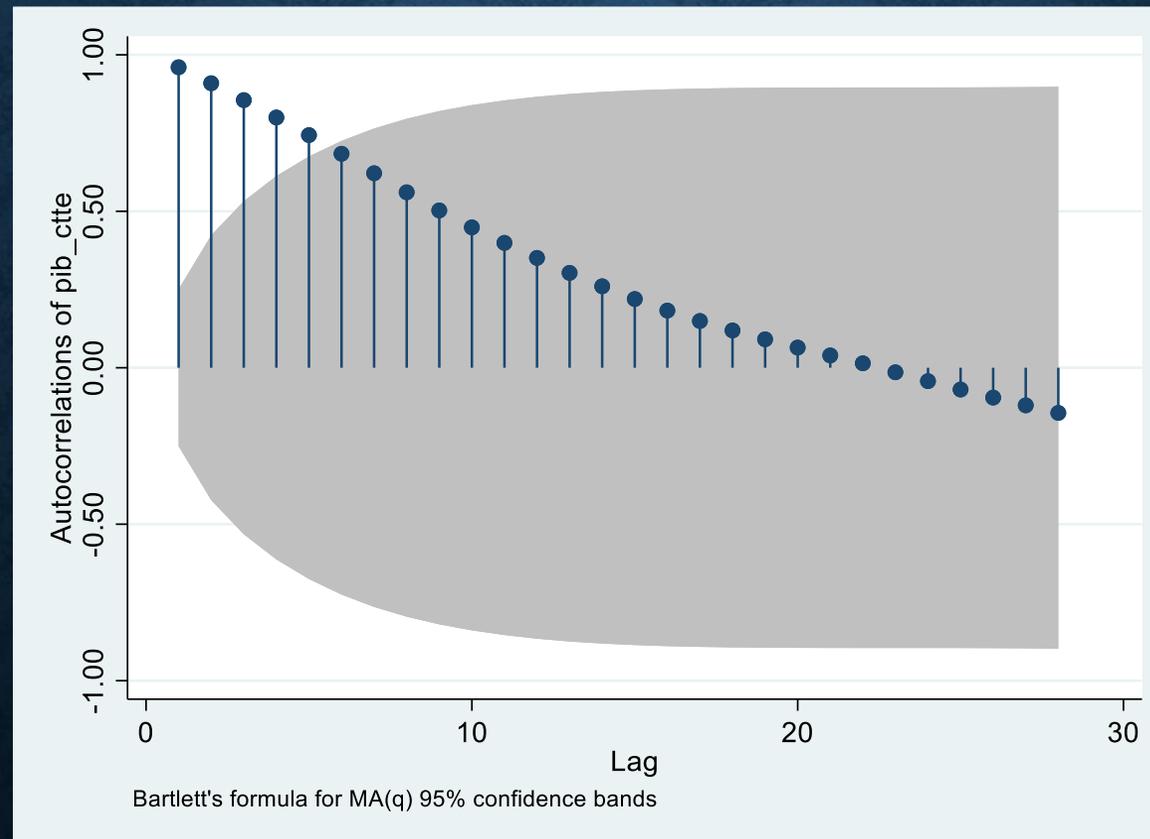
* CORRELOGRAMA : resumen

corrgram pib_ctte

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

2. ESTACIONARIEDAD -TEST DE ESTACIONARIEDAD

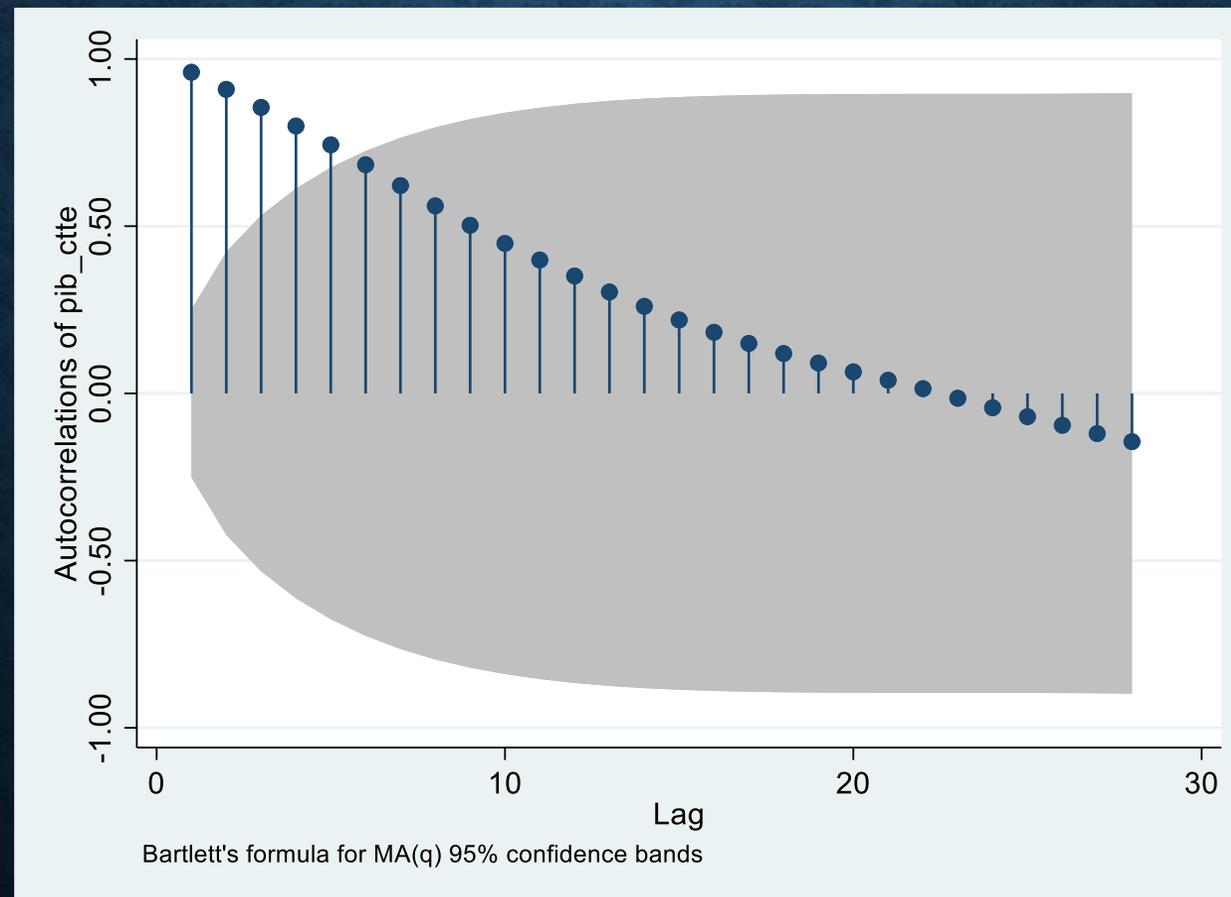
- AUTOCORRELACIÓN - PROCESO MA (q): MA (5)



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

2. ESTACIONARIEDAD -TEST DE ESTACIONARIEDAD

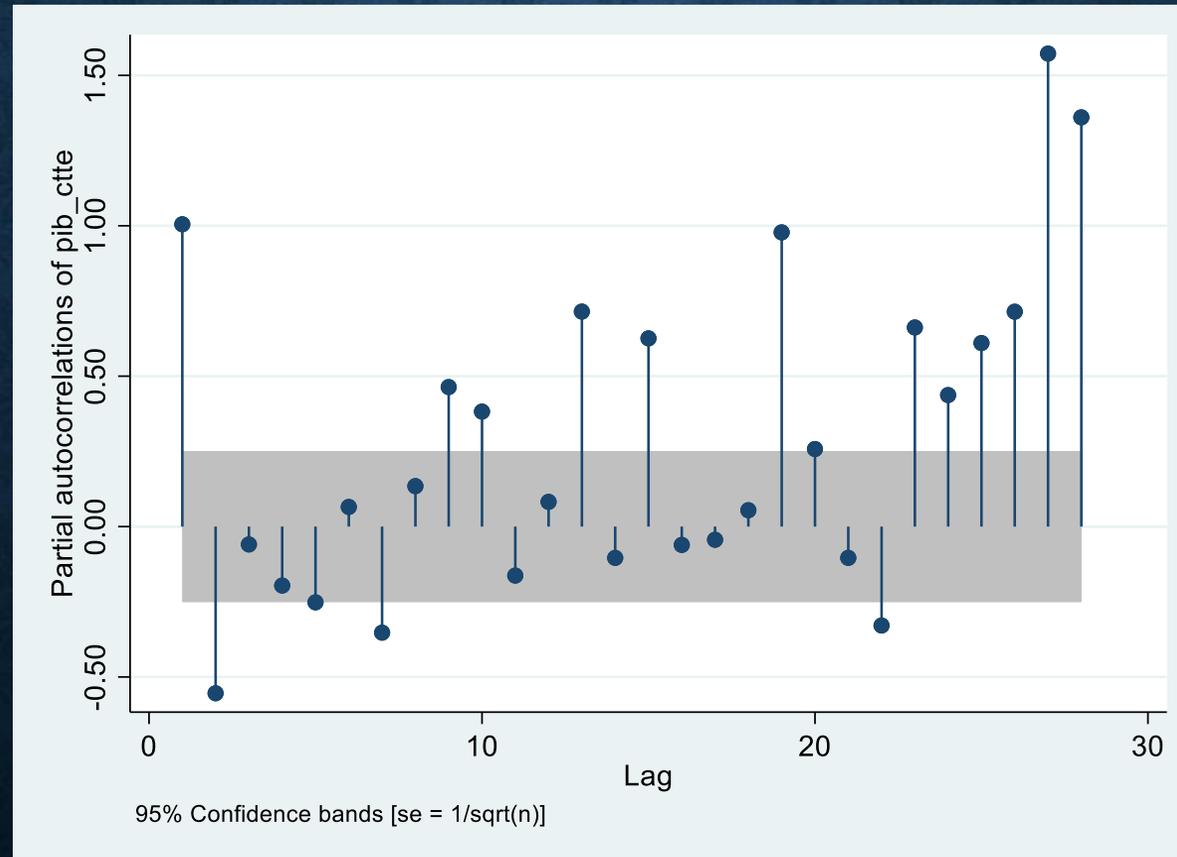
- AUTOCORRELACIÓN - PROCESO MA (q): MA (5)



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

2. ESTACIONARIEDAD -TEST DE ESTACIONARIEDAD

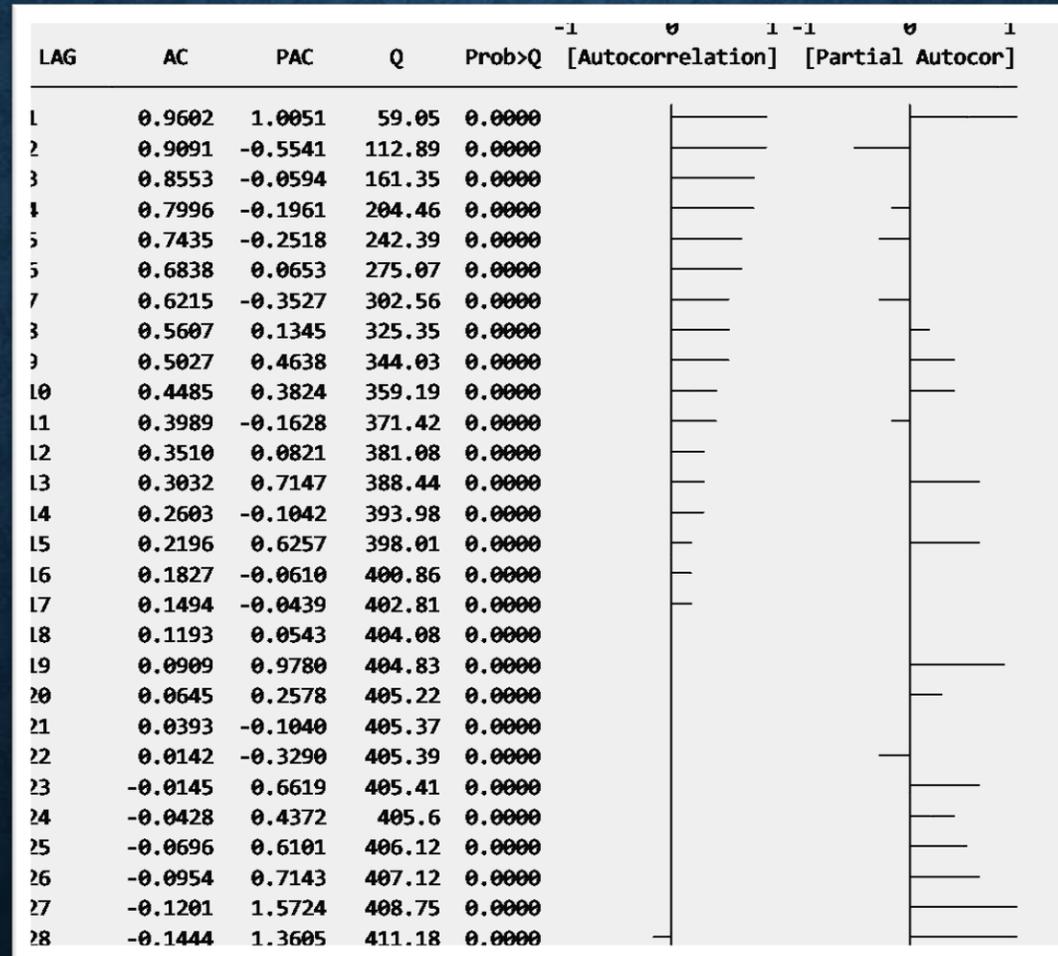
- CORRELACIÓN PARCIAL - PROCESO AR (2)



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

2. ESTACIONARIEDAD -TEST DE ESTACIONARIEDAD

- CORRELOGRAMA



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

3. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO

DICKEY FULLER

STATA: dfuller dpib_ctte Ho de no estacionariedad

PHILLIPS PERRON

STATA: pperron dpib_ctte Ho de no estacionariedad

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

3. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO

Dickey-Fuller test for unit root		Number of obs = 59		
		Interpolated Dickey-Fuller		
	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	-3.137	-3.567	-2.923	-2.596
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0239				

Se rechaza H_0 de no estacionariedad, la primera diferencia es estacionaria

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

3. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO

Dickey-Fuller test for unit root		Number of obs = 59		
		Interpolated Dickey-Fuller		
	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(t)	-3.137	-3.567	-2.923	-2.596
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0239				

Se rechaza H_0 de no estacionariedad, la primera diferencia es estacionaria

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

3. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO

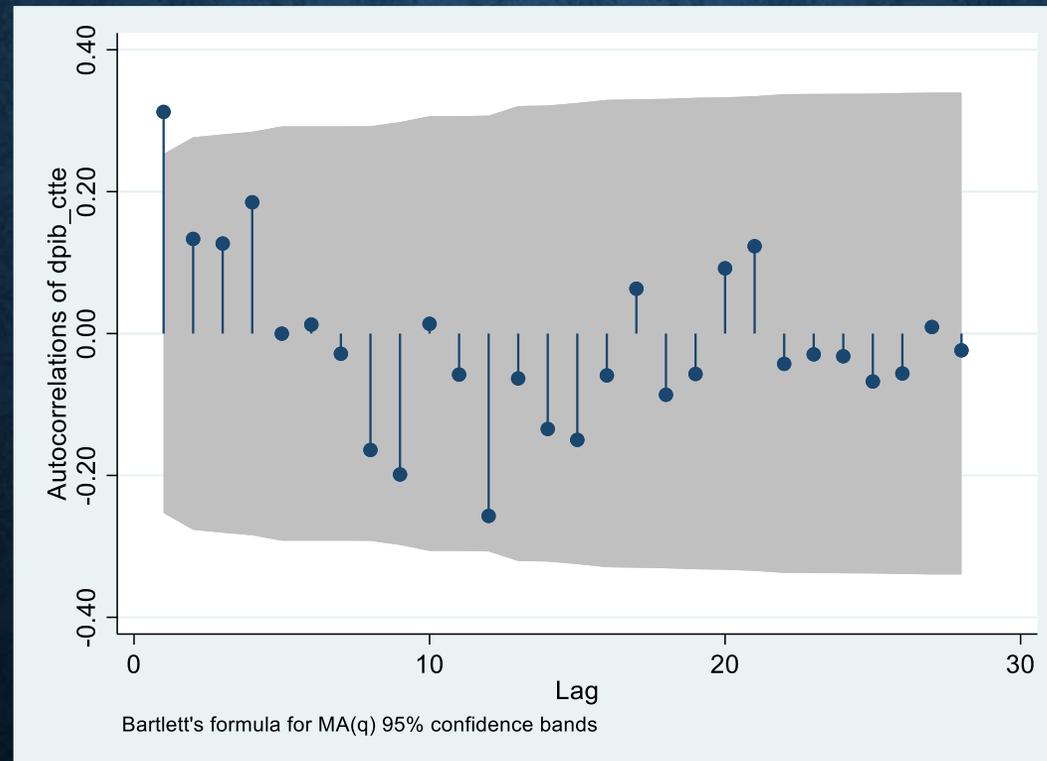
Phillips-Perron test for unit root		Number of obs =		59
		Newey-West lags =		3
		————— Interpolated Dickey-Fuller —————		
	Test Statistic	1% Critical Value	5% Critical Value	10% Critical Value
Z(rho)	-27.371	-19.062	-13.372	-10.754
Z(t)	-3.035	-3.567	-2.923	-2.596
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0317				

Se rechaza H_0 de no estacionariedad,
la primera diferencia es estacionaria

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

3. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO

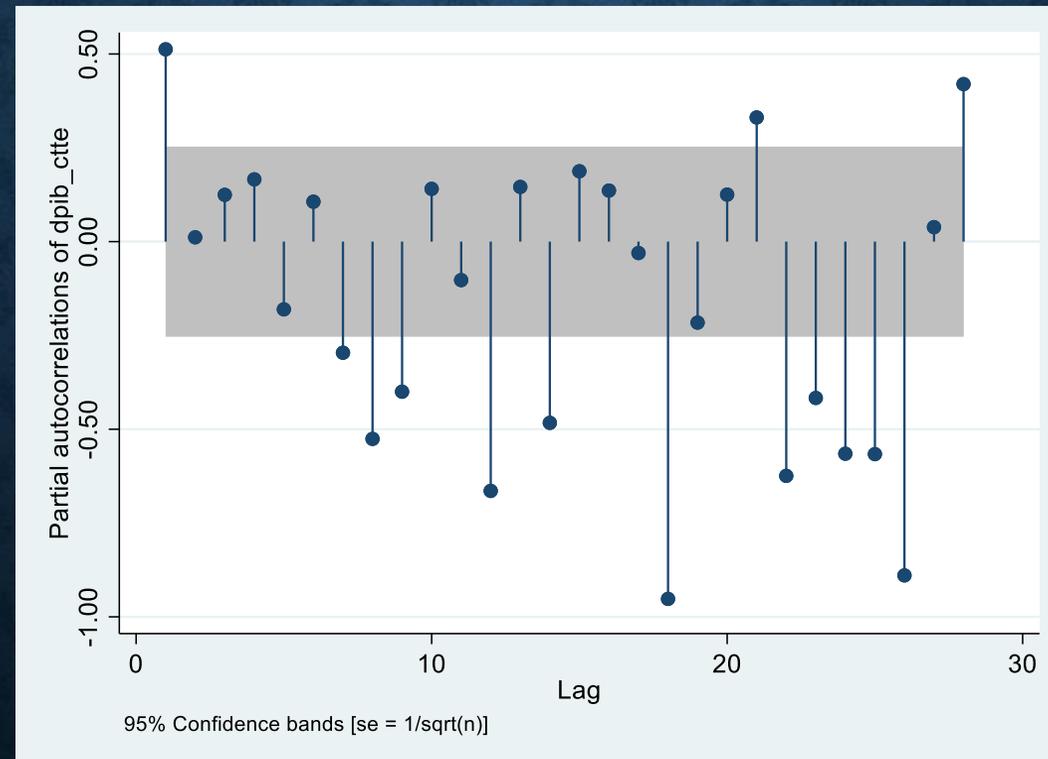
- AUTOCORRELACIÓN - PROCESO MA (q): MA (1)
PARA PRIMERA DIFERENCIA



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

3. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO

- CORRELACIÓN PARCIAL - PROCESO AR (1) PARA PRIMERA DIFERENCIA



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. ESTIMACIÓN DEL MODELO

- SE ESTIMARÍA UN MODELO ARIMA (1,1,1)

ARIMA regression

Sample: 1961 - 2020

Number of obs = 60

Wald chi2(2) = 7.71

Log likelihood = -1341.865

Prob > chi2 = 0.0211

D.pib_ctte	OPG					
	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
pib_ctte						
_cons	8.44e+08	4.35e+08	1.94	0.052	-8333095	1.70e+09
ARMA						
ar						
L1.	.5391594	.3868557	1.39	0.163	-.2190638	1.297383
ma						
L1.	-.0493141	.4117132	-0.12	0.905	-.8562572	.757629
/sigma	1.25e+09	7.06e+07	17.65	0.000	1.11e+09	1.38e+09

Note: The test of the variance against zero is one sided, and the two-sided confidence interval is truncated at zero.

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. ESTIMACIÓN DEL MODELO

- SE ESTIMARÍA UN MODELO ARIMA (1,1,0)

ARIMA regression

Sample: 1961 - 2020

Number of obs = 60

Wald chi2(1) = 7.66

Log likelihood = -1341.87

Prob > chi2 = 0.0057

D.pib_ctte	Coef.	OPG Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
pib_ctte _cons	8.54e+08	3.87e+08	2.21	0.027	9.54e+07	1.61e+09
ARMA ar L1.	.500778	.1809783	2.77	0.006	.1460672	.8554889
/sigma	1.25e+09	7.04e+07	17.71	0.000	1.11e+09	1.38e+09

Note: The test of the variance against zero is one sided, and the two-sided confidence interval is truncated at zero.

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. ESTIMACIÓN DEL MODELO

- SE ESTIMARÍA UN MODELO ARIMA (0,1,1)

ARIMA regression

Sample: 1961 - 2020 Number of obs = 60
Log likelihood = -1342.842 Wald chi2(1) = 7.71
Prob > chi2 = 0.0055

D.pib_ctte	OPG		z	P> z	[95% Conf. Interval]	
	Coef.	Std. Err.				
pib_ctte _cons	9.23e+08	2.73e+08	3.38	0.001	3.88e+08	1.46e+09
ARMA						
ma L1.	.4052005	.1459496	2.78	0.005	.1191445	.6912564
/sigma	1.27e+09	6.23e+07	20.36	0.000	1.15e+09	1.39e+09

Note: The test of the variance against zero is one sided, and the two-sided confidence interval is truncated at zero.

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. VALIDACIÓN DEL MODELO

- SE ESTIMARÍA UN MODELO ARIMA (1,1,1)

Akaike's information criterion and Bayesian information criterion

Model	N	ll(null)	ll(model)	df	AIC	BIC
.	60	.	-1341.865	4	2691.73	2700.107

Note: BIC uses N = number of observations. See [\[R\] BIC note](#).

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. VALIDACIÓN DEL MODELO

- SE ESTIMARÍA UN MODELO ARIMA (1,1,0)

Akaike's information criterion and Bayesian information criterion

Model	N	ll(null)	ll(model)	df	AIC	BIC
.	60	.	-1341.87	3	2689.74	2696.023

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. VALIDACIÓN DEL MODELO

- SE ESTIMARÍA UN MODELO ARIMA (0,1,1)

Akaike's information criterion and Bayesian information criterion

Model	N	ll(null)	ll(model)	df	AIC	BIC
.	60	.	-1342.842	3	2691.685	2697.968

Note: BIC uses N = number of observations. See [\[R\] BIC note](#).

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. SELECCIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO

Criterio	A: ARIMA (1,1,1)	B: ARIMA (1,1,0)	C: ARIMA (0,1,1)	Mejor modelo
Coeficientes significativos	1/3	2/2	2/2	C
Sigma	1,25	1,25	1,27	B
Log Likelihood	-1341,86	-1341,87	-1342,84	A
Akaike	2691,73	2689,74	2691,68	B
BIC (Bayesiano / Schwarz)	2710,10	2696,02	2697,96	B

MEJOR MODELO EL ARIMA (1,1,0)

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. SELECCIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO

Residuos ruido blanco que tengan media cero y varianza constante

STATA: Graficar `tsline res`

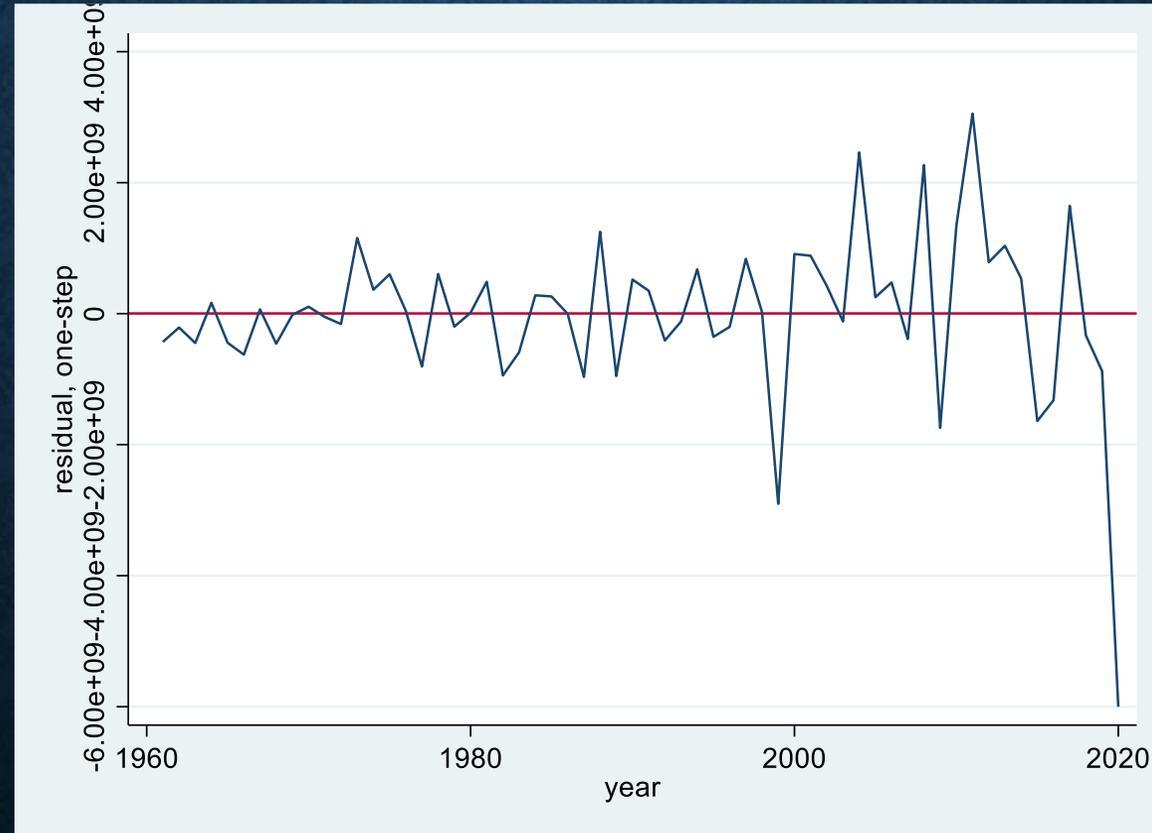
STATA: `estat wntestq res` Ho: residuos ruido blanco

STATA: `estat aroots` Tanto el proceso MA como el AR deben ser invertibles de manera que a medida que aumentan los rezagos tiendan a cero su correlación (deben estar dentro del círculo unitario)

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. SELECCIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO

STATA: Graficar `tsline res`



MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. SELECCIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO

STATA: estat wntestq res

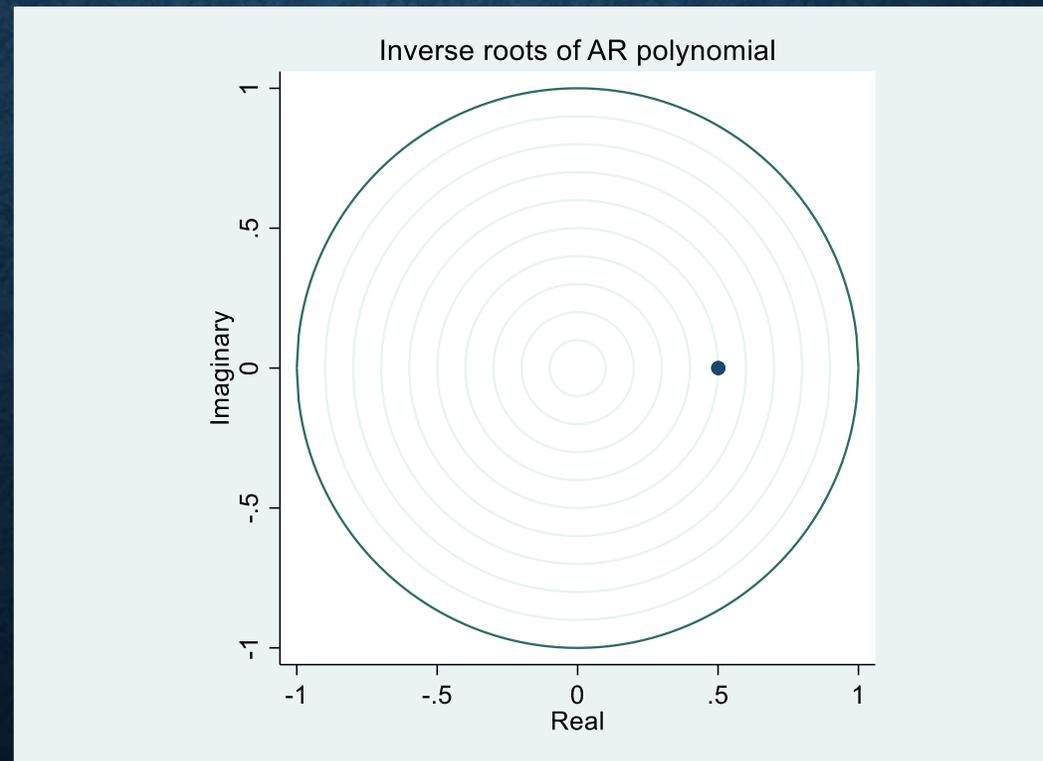
Acepto H_0 residuos ruido blanco

```
. wntestq error // Ho: residuos ruido blanco, acepto H0  
  
Portmanteau test for white noise  
-----  
Portmanteau (Q) statistic =      20.3753  
Prob > chi2(28)          =      0.8504
```

MODELO ARIMA – BOX JENKINS

4. SELECCIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO

STATA: estat aroots , Invertible (deben estar dentro del círculo unitario)



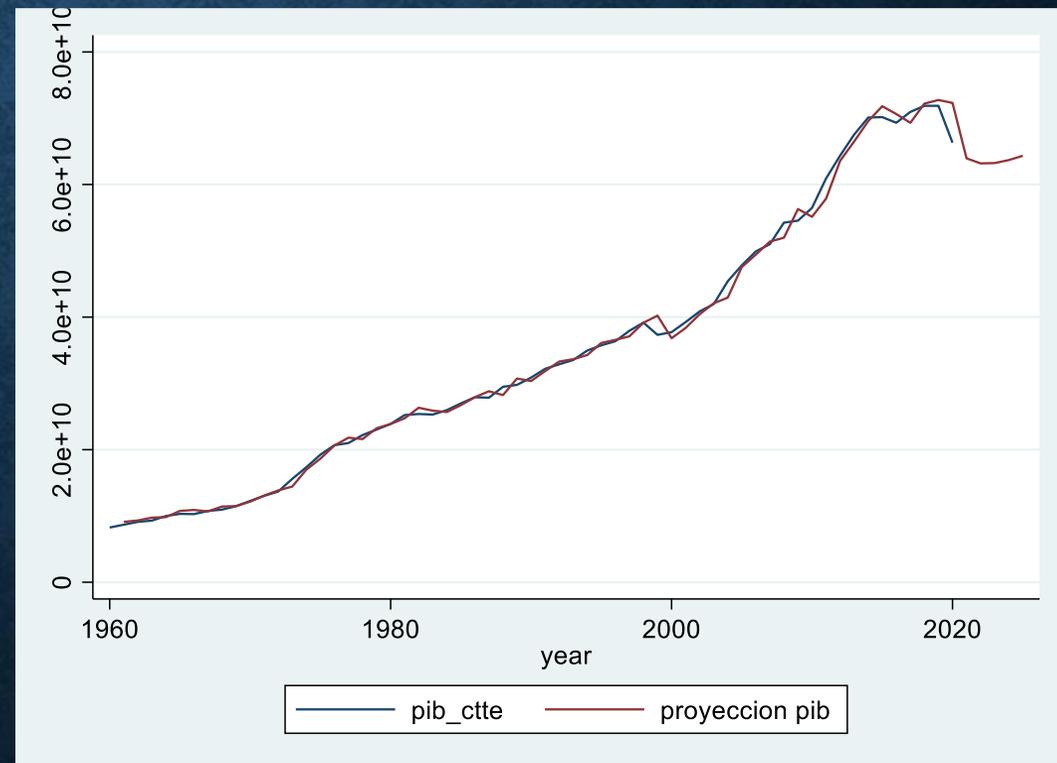
MODELO ARIMA – BOX JENKINS

5. PREDICCIÓN

`tsappend, add (5):` Agregar 5 años

`predict fpib_ctte, y dynamic (2021) :` Predecir a partir de 2021

`tsline pib_ctte fpib_ctte`



EJERCICIO 2_1

PIB

EJERCICIO 2_2

HOMICIDIOS