

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL
CHIMBORAZO

ANÁLISIS
ESTOCÁSTICO
PARTE I

Patricia Hernández,
PhD

Asignatura

Modelización
Económica

PROBABILIDAD

- Posibilidad de que un variable tome un determinado valor, o que ocurra un suceso
- Es equivalente a hablar de frecuencia relativa
- Está comprendida entre 0 y 1
- La probabilidad de éxito (que se de el suceso) es p
- La probabilidad de falla (que no ocurra) es q

PROBABILIDAD

$$p(a) = \frac{x_a}{x}$$

Nº de resultados favorables a A
Nº resultados totales

Ejemplo lanzamiento de un dado:

Variable aleatoria: Número de pintas que está en cada lado

X	1	2	3	4	5	6
P(x)	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

VARIABLE ALEATORIA

Definir una variable aleatoria en un experimento aleatorio consiste en asociar un valor numérico a cada suceso elemental del experimento.

Interesa fundamentalmente asignar probabilidades a dichos valores numéricos.

VARIABLE ALEATORIA

DISCRETA: Cuando toma determinados valores

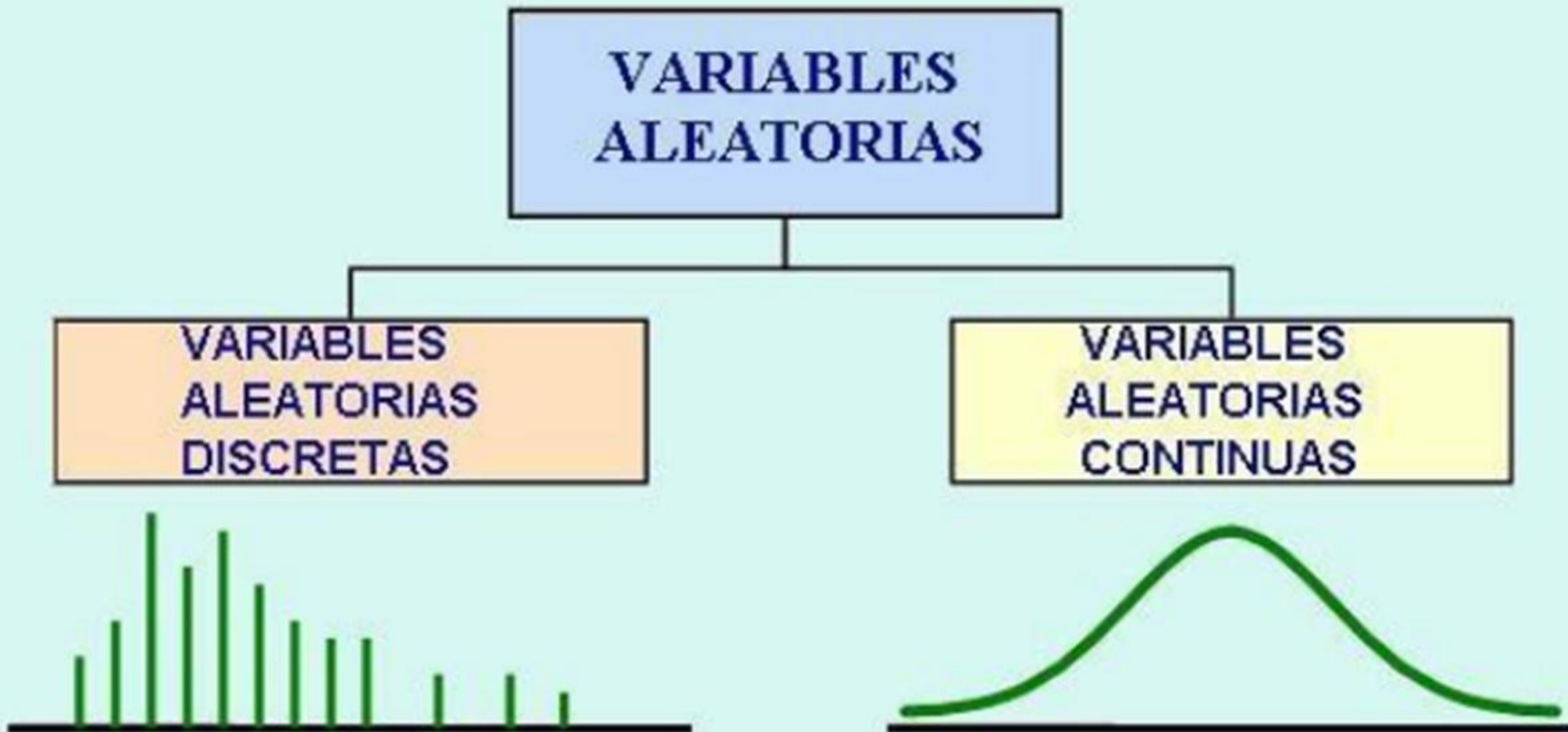
CONTINUA: Cuando toma cualquier valor dentro de un intervalo

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Agrupación de las probabilidades asociadas a cada valor de la variable aleatoria

- Para variables discretas. Es la probabilidad que toma cada valor de la variable discreta
- Para Variables continuas. Es una función dado que la variable puede tomar cualquier valor en un intervalo

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD



DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

– VARIABLES DISCRETAS

Variable
aleatoria

Función probabilidad

Función de distribución
(acumulada) La suma es 1

X	1	2	3	4	5	6
$f(x)$ $=P(x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
$F(x)=\Sigma$ $f(x)$	1/6	2/6	3/6	4/6	5/6	6/6

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD – VARIABLES CONTINUAS

Tiene dos funciones:

- La de probabilidad que se denomina función de densidad
- La acumulada que se denomina función de distribución (la integral en todo el rango de existencia de la variables es 1)

$$F(x) = \int f(x)$$

Función distribución
(acumulada)

Función de densidad

ESTIMACIONES DE MEDIA Y VARIANZA

1. ESPERANZA O MEDIA (VALOR ESPERADO)

$$E(x) = \sum x f(x) \quad \text{Variable discreta}$$

$$E(x) = \int x f(x) dx \quad \text{Variable continua}$$

ESTIMACIONES DE MEDIA Y VARIANZA

ESPERANZA O MEDIA (VALOR ESPERADO) –

Propiedades

- El valor esperado de una función de la variable aleatoria:

$$E[g(x)] = \sum g(x)f(x)$$

$$E[g(x)] = \int g(x)f(x)dx$$

- El valor esperado de una constante es la constante:

$$E(c) = \sum cf(x) = c \sum f(x) = c$$

ESTIMACIONES DE MEDIA Y VARIANZA

ESPERANZA O MEDIA (VALOR ESPERADO) –

Propiedades

- El valor esperado de una constante por una función, es la constante por el valor esperado de la función:

$$E[cg(x)] = \sum cg(x)f(x) = c \sum g(x)f(x) = cE[g(x)]$$

- El valor esperado de la suma de funciones de variables aleatorias, es igual a la suma de los valores esperados de cada función:

$$\begin{aligned} &E[g(x) + h(x) + \cdots + z(x)] \\ &= E[g(x)] + E[h(x)] + \cdots + E[z(x)] \end{aligned}$$

ESTIMACIONES DE MEDIA Y VARIANZA

VARIANZA DE UNA VARIABLE ALEATORIA

Mide la dispersión de los valores alrededor de la media

$$\sigma_x^2 = E[x - E(x)]^2 \quad \begin{matrix} \nearrow \sigma_x^2 = \sum [x - E(x)]^2 f(x) \\ \searrow \sigma_x^2 = \int [x - E(x)]^2 f(x) dx \end{matrix}$$

$$\sigma_x^2 = E[x - E(x)]^2 = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$\sigma_x^2 \geq 0$$

ESTIMACIONES DE MEDIA Y VARIANZA

VARIANZA DE UNA VARIABLE ALEATORIA – Propiedades

- La varianza de una constante es cero $Var(c) = 0$
- La varianza de una constante por una variables es el cuadrado de la constante por la varianza de la variable

$$Var(cx) = c^2 Var(x)$$

- La varianza de una constante por una variable aleatorio más una constante, es la varianza de la constante al cuadrado por la varianza de la variable

$$Var(cx + b) = c^2 Var(x)$$

**DISTRIBUCIONES VARIABLES
DISCRETAS
BINOMIAL
POISSON**

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

- Distribución que se ajusta para variables discretas
- Ensayos tipo Bernoulli
- De un número de ensayos que se consideran en un experimento aleatorio y conocida la probabilidad de éxito y de fracaso, para un evento o suceso de éxito en particular

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

- De dónde:

n = número de ensayos

p = probabilidad de éxito

q = probabilidad de fracaso

x = un evento o suceso de éxito en particular

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Ejemplo

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿Cuál es la probabilidad de que dos sean aficionados al cine ?

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

De un grupo de personas se tiene que la probabilidad de ser aficionados al cine es del 60% y el restante no es aficionado al cine. Si se toma una muestra de seis personas, de ese grupo. ¿Cuál es la probabilidad de que dos sean aficionados al cine ?

Sustituyendo:

$$P(X = 2aficionados) = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix} 0,60^2 \cdot 0,40^{6-2}$$



Número combinatorio

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Sustituyendo: $P(X = 2) = \binom{6}{2} 0,60^2 \cdot 0,40^{6-2}$

Resolviendo:

$$P(X = 2) = 15 \cdot 0,36 \cdot 0,0256$$

$$P(X = 2) = 0,13824$$

$$P(X = 2) = 13,824\%$$

Se sabe que la probabilidad de que en una fábrica un envase sea defectuoso es 0,30. Si se toman 5 envases aleatoriamente calcular

1. La probabilidad de que 3 sean defectuosos
2. La probabilidad que al menos 4 sean defectuosos
3. La probabilidad de que dos o menos sean defectuosos
4. La probabilidad de que tres no tengan defectos
5. La probabilidad que ninguno sea defectuoso

DISTRIBUCIÓN DE POISSON

- Distribución que se ajusta para variables discretas
- Ensayos tipo Bernoulli
- Generalmente asociada a períodos (tiempo/volumen)
- De un número de ensayos que se consideran en un experimento aleatorio y conocida la probabilidad de éxito en particular, se obtiene un lambda (promedio), por lo que se tiene que la distribución se ajusta de la siguiente manera:

Para un término o binomio $P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

Para varios términos o binomios: $P(X < x) = \sum \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

DISTRIBUCIÓN POISSON

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

- De dónde:

λ = promedio del éxito, si no está dada, se obtiene de

$\lambda = n \cdot p$ n = número de ensayos

p = probabilidad de éxito

e = valor constante 2,71828183 ...

x = un evento o suceso de éxito en particular

DISTRIBUCIÓN POISSON

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje 3 autos en media hora?

DISTRIBUCIÓN POISSON

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje 3 autos en media hora?

Datos del problema

$\lambda = 5$ autos en cada media hr. (promedio)

$e =$ valor constante 2,71828183 ...

$x = 3$ autos

DISTRIBUCIÓN POISSON

Datos del problema

$\lambda = 5$ autos en cada media hr.
(promedio)

$e =$ valor constante 2,71828183 ...

$x = 3$ autos

$$P(X = 3) = \frac{5^3 2,71828183^{-5}}{3!}$$

DISTRIBUCIÓN POISSON

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje a lo sumo 3 autos en media hora?

$$P(x \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

DISTRIBUCIÓN POISSON

En un determinado trayecto, el promedio de autos que pasan por un determinado peaje cada media hora es de 5 autos. ¿Cuál es la probabilidad que un día cualquiera pasen por el peaje a lo sumo 3 autos en media hora?

$$P(x \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$P(X \leq 3) = 0,265026$$

$P(X \leq 3) = 26,5026\%$ de probabilidad que pasen a lo sumo tres autos en media hr por

DISTRIBUCIONES VARIABLES

CONTINUAS

NORMAL

T-STUDENT

CHI – CUADRADO

F- SNEDECOR

DISTRIBUCIÓN NORMAL

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-1/2 \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

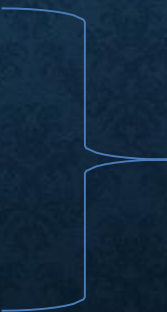
Donde:

X es la variable aleatoria

Parámetros:

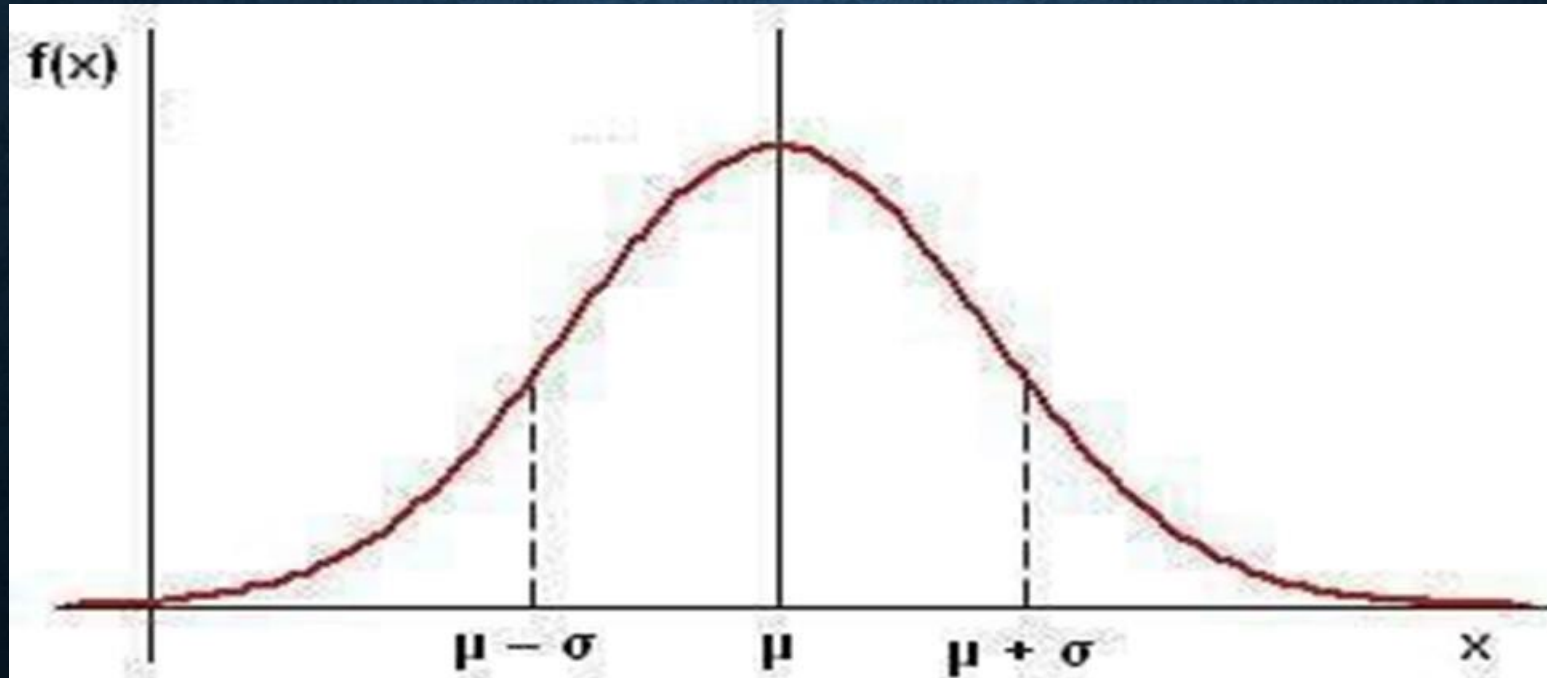
μ es el $E(x)$ - Media

σ es la desviación estándar


$$x \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Distribución Normal - Características

- La función es asintótica al eje x. Cuando la función tiende a cero, los valores de la variable tienden a infinito (positivo y negativo)
- El valor máximo es cuando $f(x)=f(\mu)$
- La función es simétrica alrededor de la media (μ)
- Los puntos de inflexión son $\mu-\sigma$ y $\mu+\sigma$



Distribución Normal – Tipificación de variables

Para facilitar los cálculos y que puedan emplearse los valores de la tabla de la distribución normal, se transforma la variable (tipifica) para que la media sea 0 y la varianza 1.

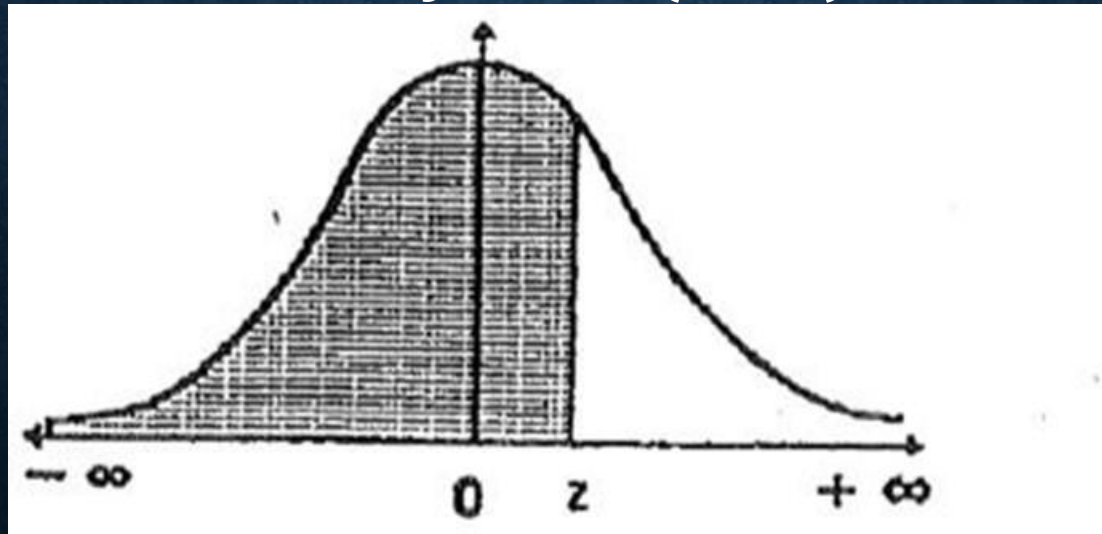
Para la tipificación se resta la media y se divide entre la desviación $x \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$y = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow y \sim N(0,1)$$

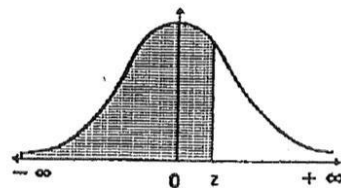
Distribución Normal – TABLA

La tabla indica la probabilidad acumulada hasta un determinado valor que haya sido tipificado

$P[y \leq y_o]$ Probabilidad acumulada hasta y_o
 $y \sim N(0,1)$



FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL $N(0;1)$

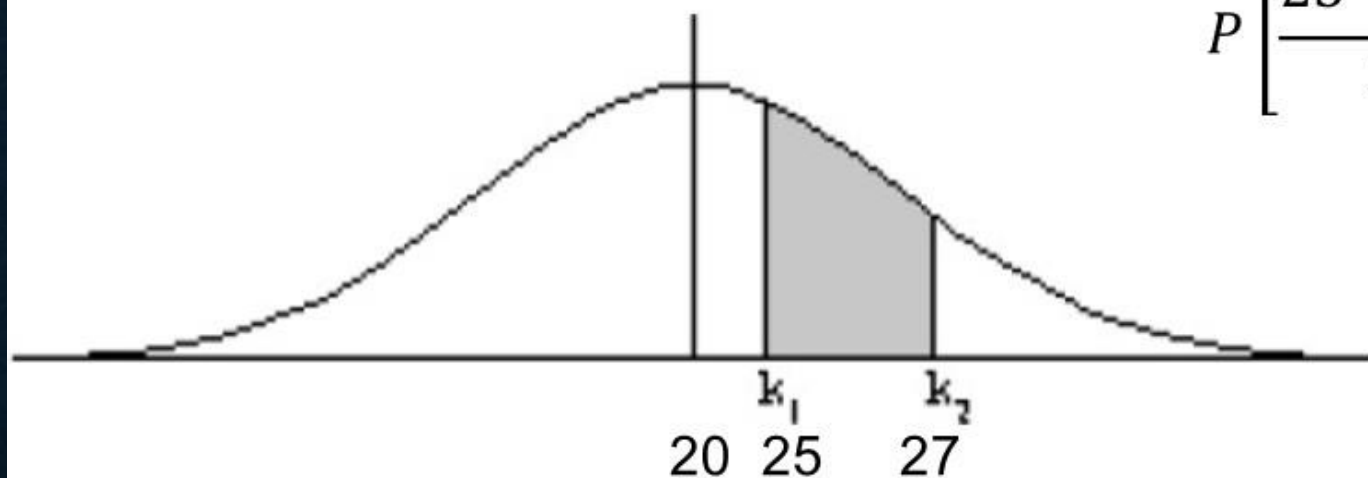


z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99909	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99959	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998

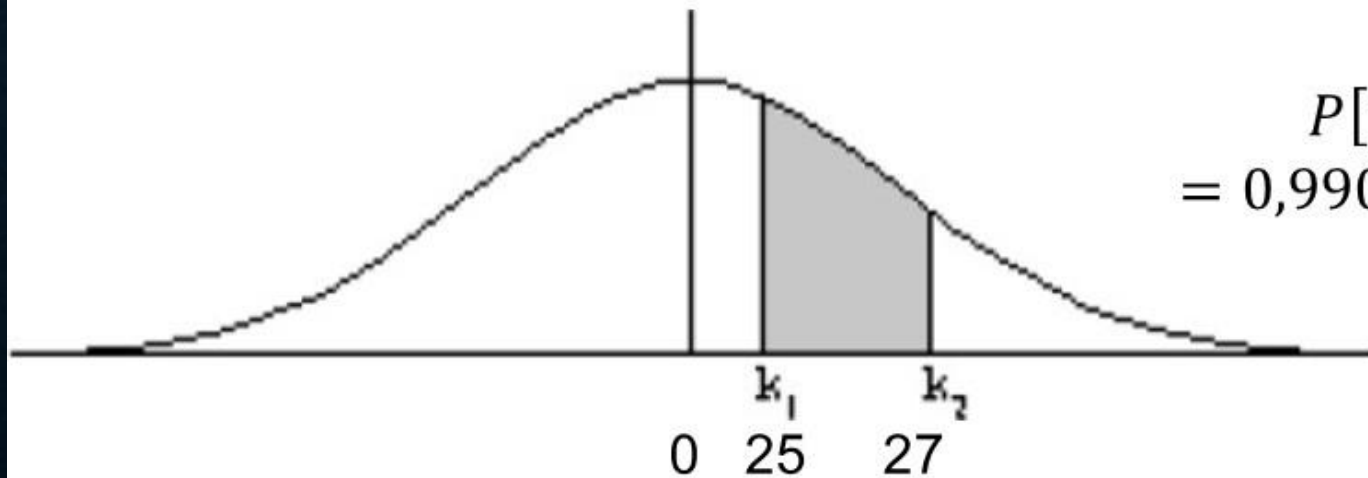
Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z , con distribución $N(0;1)$, esté por debajo del valor z .

Distribución Normal – EJERCICIOS

$$P[25 \leq x \leq 27]; x \sim N(20, 9)$$



$$P\left[\frac{25 - 20}{3} \leq y \leq \frac{27 - 20}{3}\right]$$
$$P\left[\frac{5}{3} \leq y \leq \frac{7}{3}\right]$$



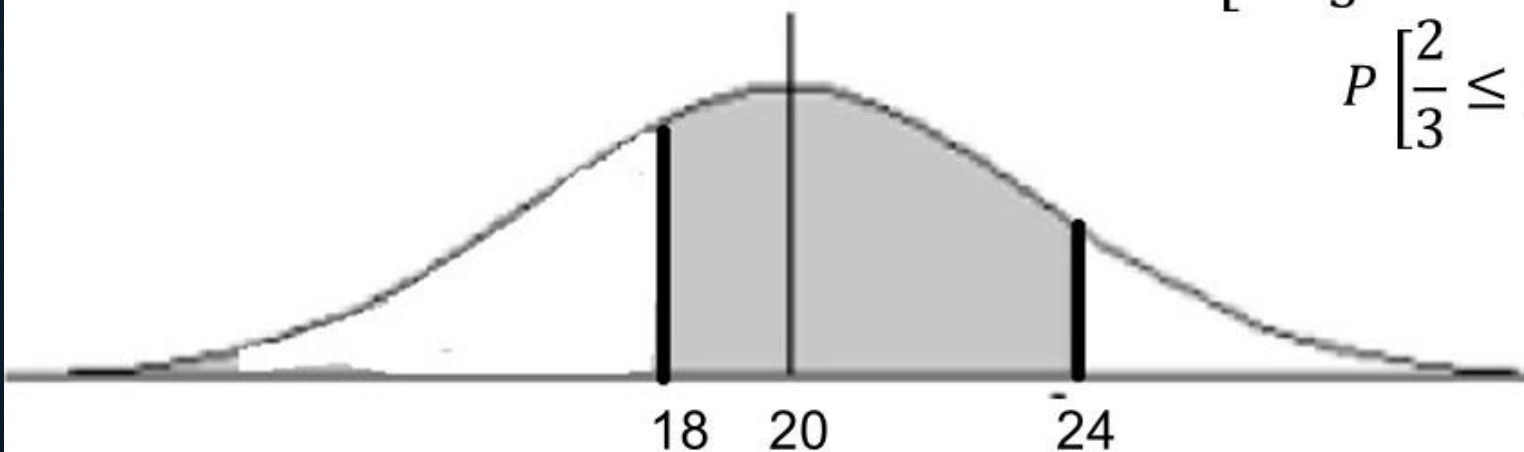
$$P[1,67 \leq y \leq 2,33]$$
$$= 0,9901 - 0,9225 = 0,0376$$

Distribución Normal – EJERCICIOS

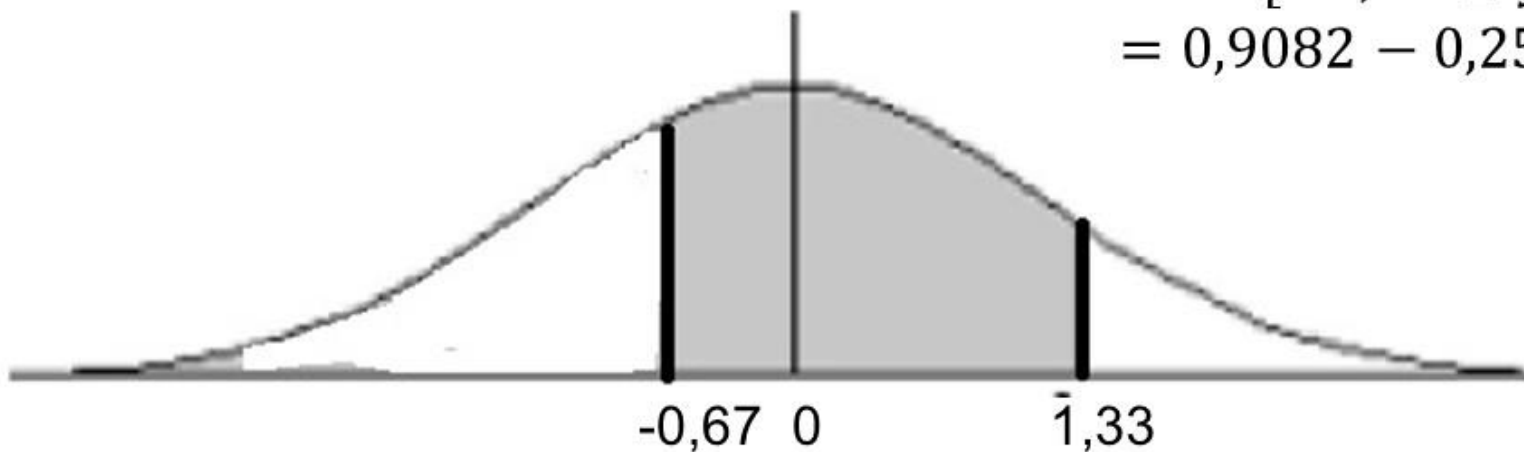
$$P[18 \leq x \leq 24]; x \sim N(20, 9)$$

$$P\left[\frac{18 - 20}{3} \leq y \leq \frac{24 - 20}{3}\right]$$

$$P\left[\frac{2}{3} \leq y \leq \frac{4}{3}\right]$$

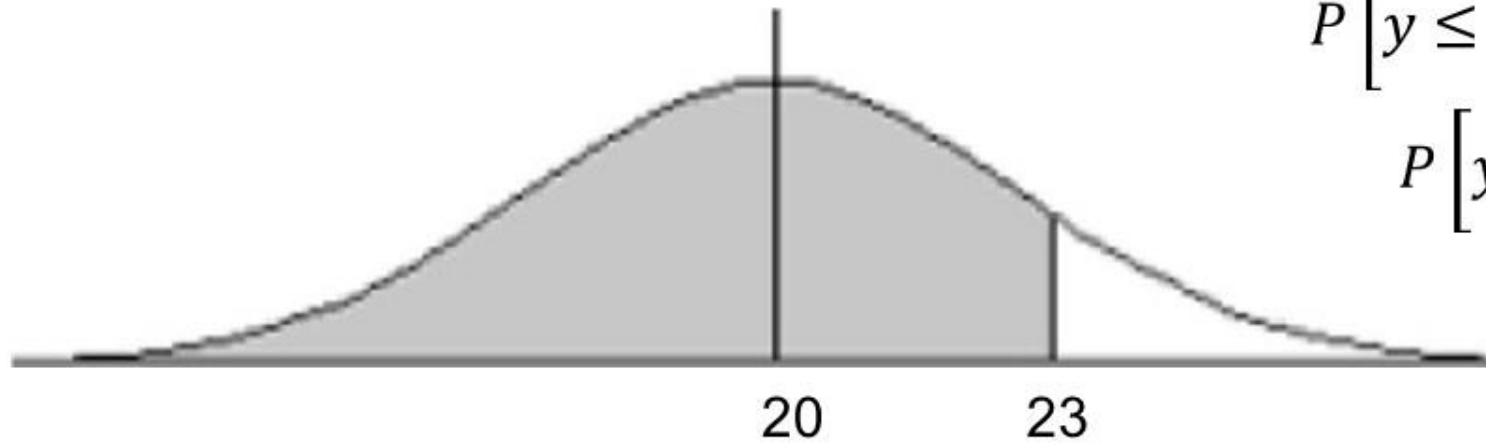


$$P[-0,67 \leq y \leq 1,33]$$
$$= 0,9082 - 0,2514 = 0,6568$$



Distribución Normal – EJERCICIOS

$$P[x \leq 23]; x \sim N(20, 9)$$



$$P\left[y \leq \frac{23 - 20}{3}\right]$$
$$P\left[y \leq \frac{3}{3}\right]$$

$$P[y \leq 1] = 0,8413$$

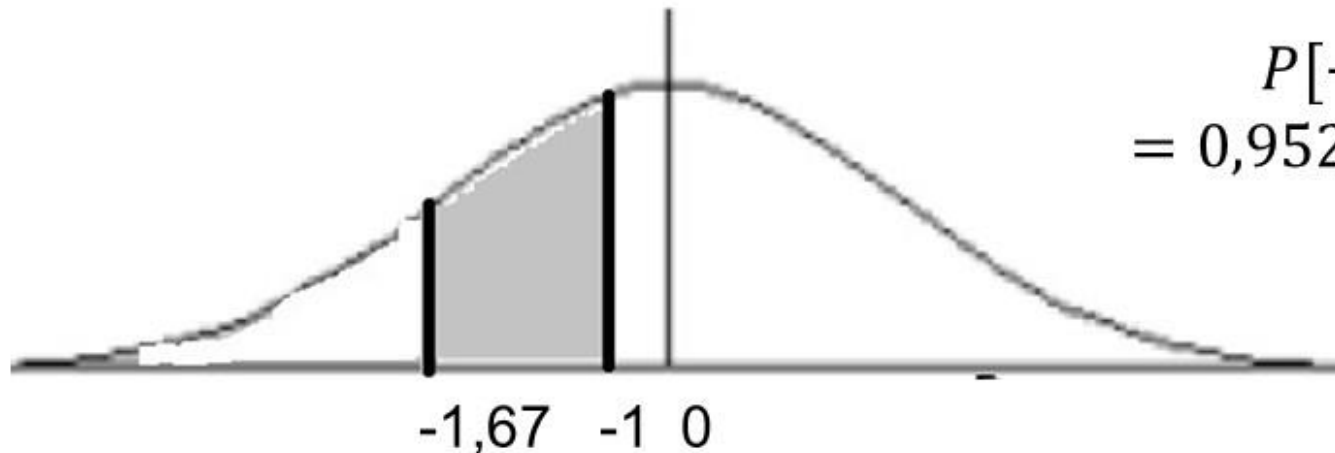


Distribución Normal – EJERCICIOS

$$P[15 \leq x \leq 17]; x \sim N(20, 9)$$



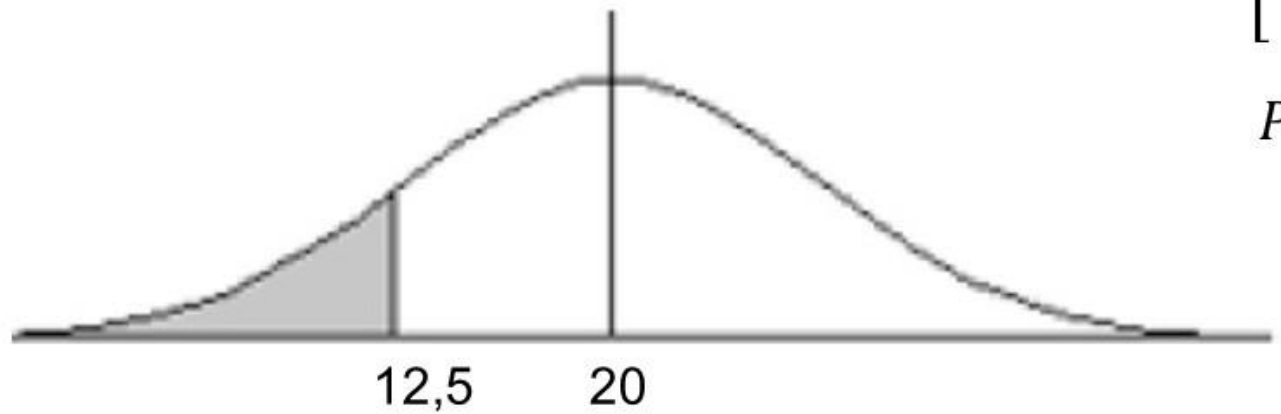
$$P\left[\frac{15 - 20}{3} \leq y \leq \frac{17 - 20}{3}\right]$$
$$P\left[-\frac{5}{3} \leq y \leq -\frac{3}{3}\right]$$



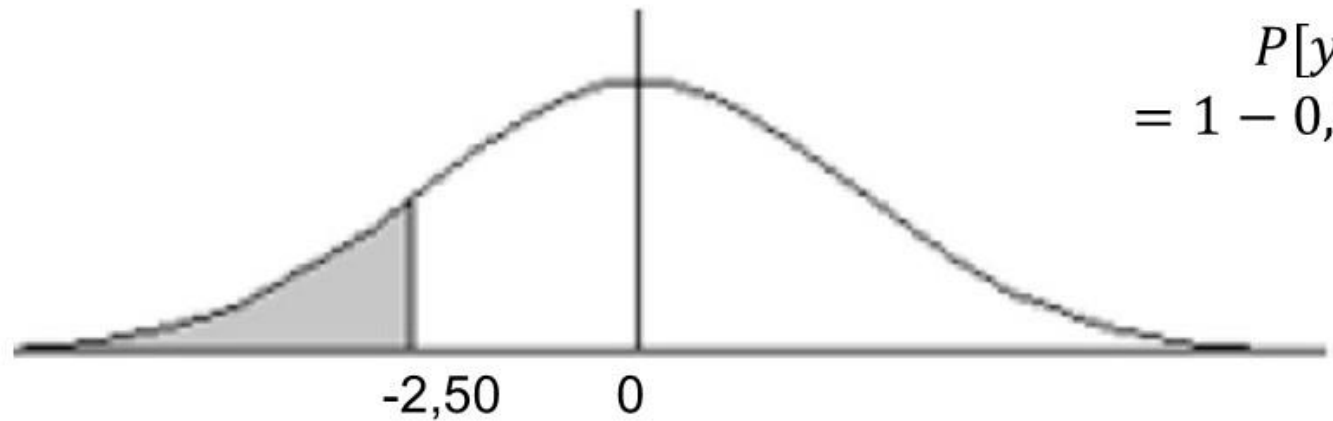
$$P[-1,67 \leq y \leq -1]$$
$$= 0,9525 - 0,8413 = 0,1112$$

Distribución Normal – EJERCICIOS

$$P[x \leq 12,5]; x \sim N(20,9)$$



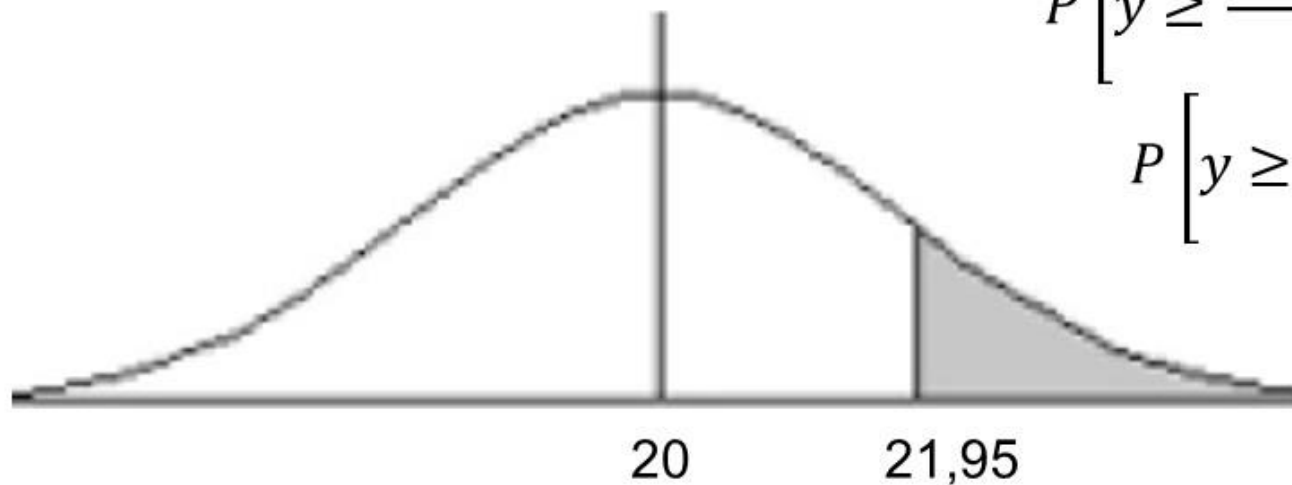
$$P\left[y \leq \frac{12,5 - 20}{3}\right]$$
$$P\left[y \leq -\frac{7,5}{3}\right]$$



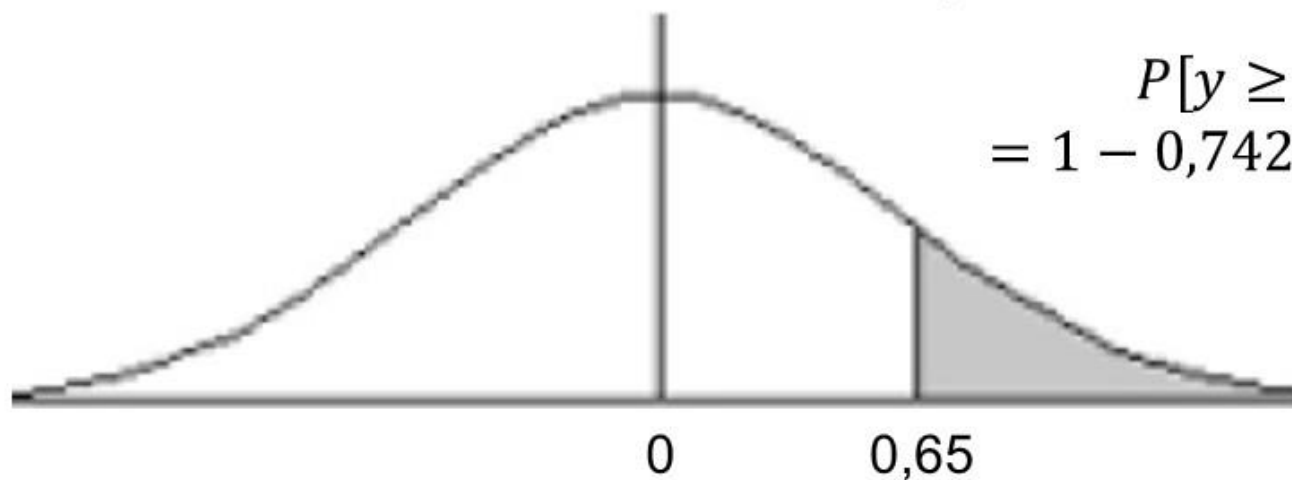
$$P[y \leq -2,50]$$
$$= 1 - 0,9938 = 0,0062$$

Distribución Normal – EJERCICIOS

$$P[x \geq 21,95]; x \sim N(20,9)$$



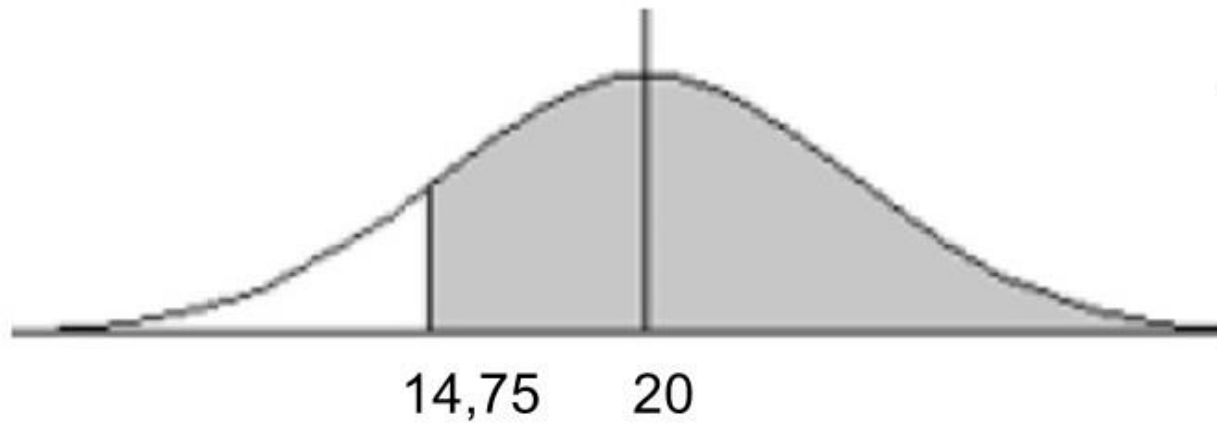
$$P\left[y \geq \frac{21,95 - 20}{3}\right]$$
$$P\left[y \geq \frac{1,95}{3}\right]$$



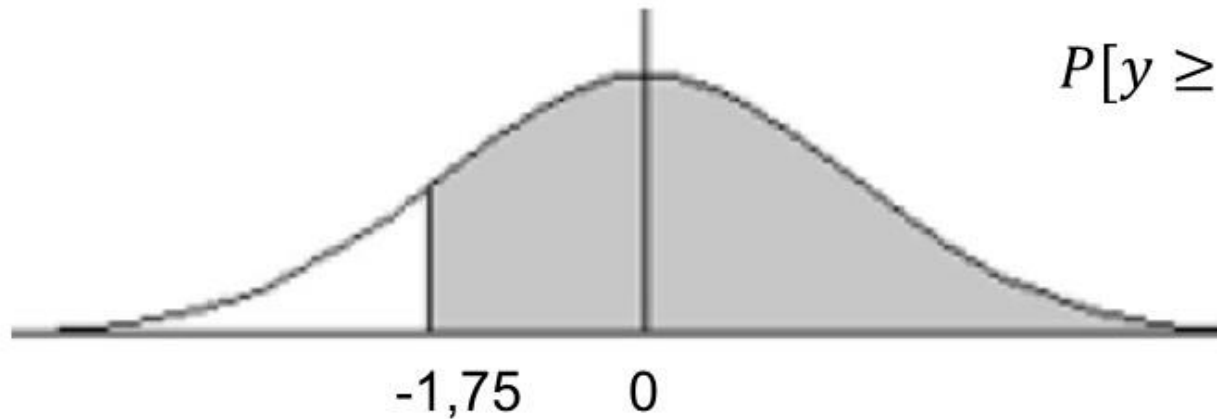
$$P[y \geq 0,65]$$
$$= 1 - 0,7422 = 0,2578$$

Distribución Normal – EJERCICIOS

$$P[x \geq 14,75]; x \sim N(20,9)$$



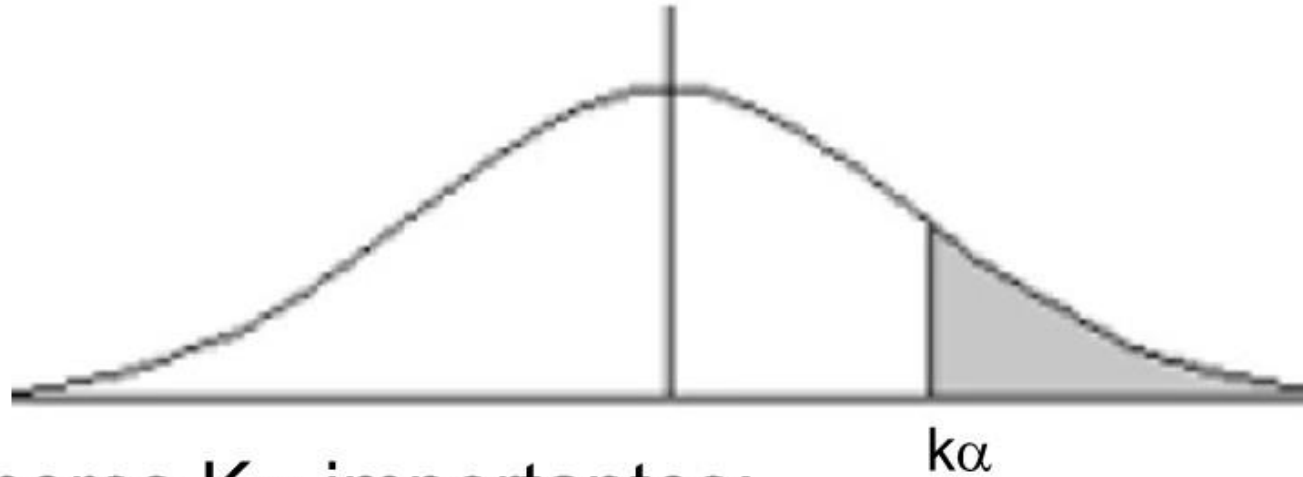
$$\left[y \geq \frac{14,75 - 20}{3} \right]$$
$$P \left[y \geq -\frac{5,25}{3} \right]$$



$$P[y \geq -1,75] = P[y \leq 1,75]$$
$$= 0,9599$$

Distribución Normal – NÚMERO K_α

Es el número de la variable tipificada que tiene a su derecha un área (probabilidad de α)



Números K_α importantes:

$$K_{0,01} = 2,326$$

$$K_{0,025} = 1,96$$

$$K_{0,05} = 1,645$$

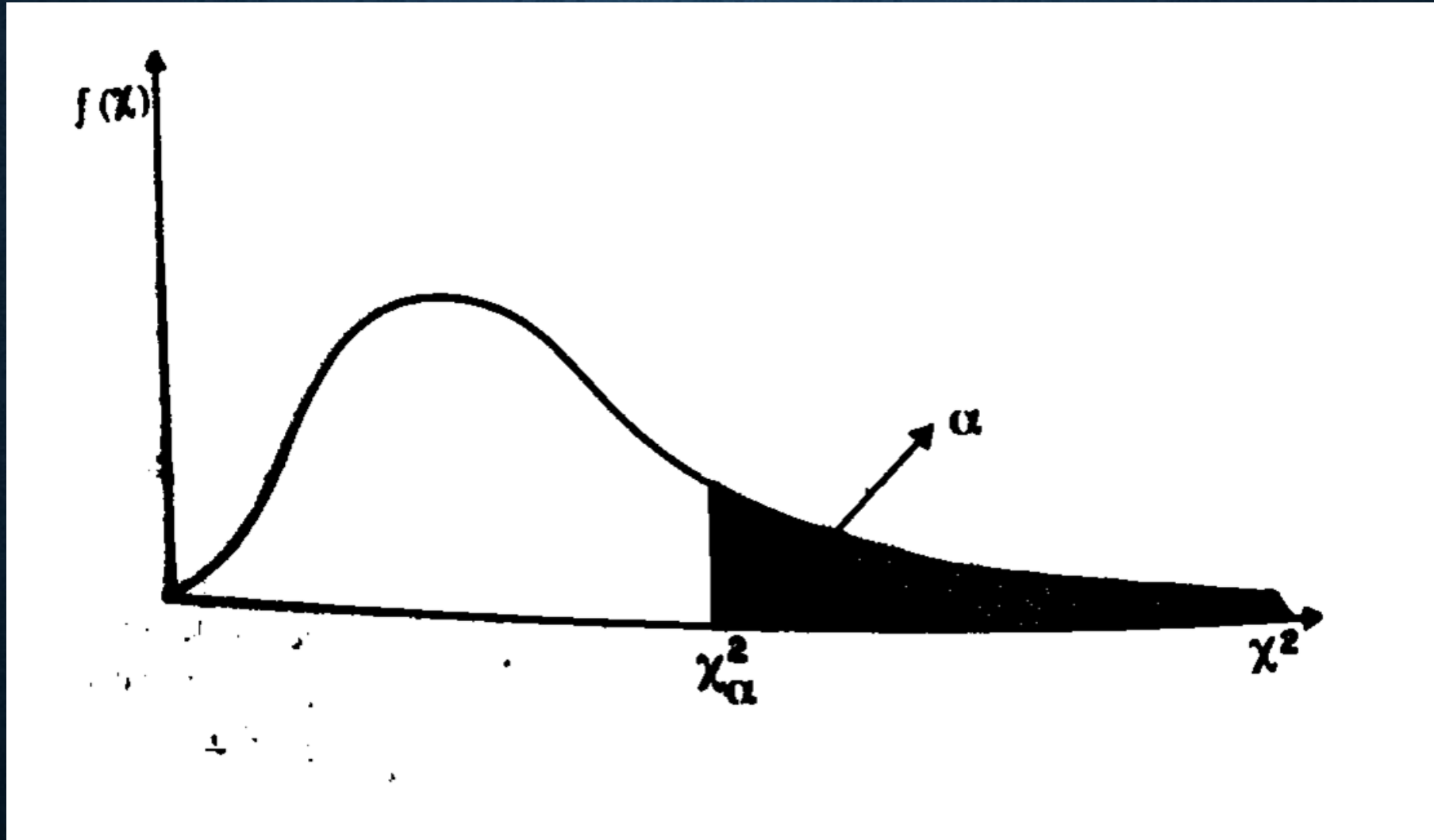
DISTRIBUCIÓN CHI-CUADRADO

- Distribución χ^2 (ji- cuadrado) donde la variable es la suma de los cuadrados de variables normales tipificadas.
- Su distribución tiene n grados de libertad que está vinculado al número de variables que se suman
- Toma valores desde cero a infinito
- No es simétrica

DISTRIBUCIÓN CHI-CUADRADO - USOS

- Determinación intervalos confianza para varianzas
- Pruebas de hipótesis para una varianza
- Tablas de contingencia
- El ajuste de datos a una distribución dada conocida
- Las pruebas de independencia.

DISTRIBUCIÓN CHI-CUADRADO



DISTRIBUCIÓN CHI-CUADRADO

P = Probabilidad de encontrar un valor mayor o igual que el chi cuadrado tabulado, v = Grados de Libertad

v/p	0,001	0,0025	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
1	10,8274	9,1404	7,8794	6,6349	5,0239	3,8415	2,7055	2,0722	1,6424	1,3233	1,0742	0,8735	0,7083	0,5707	0,4549
2	13,8150	11,9827	10,5965	9,2104	7,3778	5,9915	4,6052	3,7942	3,2189	2,7726	2,4079	2,0996	1,8326	1,5970	1,3863
3	16,2660	14,3202	12,8381	11,3449	9,3484	7,8147	6,2514	5,3170	4,6416	4,1083	3,6649	3,2831	2,9462	2,6430	2,3660
4	18,4662	16,4238	14,8602	13,2767	11,1433	9,4877	7,7794	6,7449	5,9886	5,3853	4,8784	4,4377	4,0446	3,6871	3,3567
5	20,5147	18,3854	16,7496	15,0863	12,8325	11,0705	9,2363	8,1152	7,2893	6,6257	6,0644	5,5731	5,1319	4,7278	4,3515
6	22,4575	20,2491	18,5475	16,8119	14,4494	12,5916	10,6446	9,4461	8,5581	7,8408	7,2311	6,6948	6,2108	5,7652	5,3481
7	24,3213	22,0402	20,2777	18,4753	16,0128	14,0671	12,0170	10,7479	9,8032	9,0371	8,3834	7,8061	7,2832	6,8000	6,3458
8	26,1239	23,7742	21,9549	20,0902	17,5345	15,5073	13,3616	12,0271	11,0301	10,2189	9,5245	8,9094	8,3505	7,8325	7,3441
9	27,8767	25,4625	23,5893	21,6660	19,0228	16,9190	14,6837	13,2880	12,2421	11,3887	10,6564	10,0060	9,4136	8,8632	8,3428
10	29,5879	27,1119	25,1881	23,2093	20,4832	18,3070	15,9872	14,5339	13,4420	12,5489	11,7807	11,0971	10,4732	9,8922	9,3418
11	31,2635	28,7291	26,7569	24,7250	21,9200	19,6752	17,2750	15,7671	14,6314	13,7007	12,8987	12,1836	11,5298	10,9199	10,3410
12	32,9092	30,3182	28,2997	26,2170	23,3367	21,0261	18,5493	16,9893	15,8120	14,8454	14,0111	13,2661	12,5838	11,9463	11,3403
13	34,5274	31,8830	29,8193	27,6882	24,7356	22,3620	19,8119	18,2020	16,9848	15,9839	15,1187	14,3451	13,6356	12,9717	12,3398
14	36,1239	33,4262	31,3194	29,1412	26,1189	23,6848	21,0641	19,4062	18,1508	17,1169	16,2221	15,4209	14,6853	13,9961	13,3393
15	37,6978	34,9494	32,8015	30,5780	27,4884	24,9958	22,3071	20,6030	19,3107	18,2451	17,3217	16,4940	15,7332	15,0197	14,3389
16	39,2518	36,4555	34,2671	31,9999	28,8453	26,2962	23,5418	21,7931	20,4651	19,3689	18,4179	17,5646	16,7795	16,0425	15,3385
17	40,7911	37,9462	35,7184	33,4087	30,1910	27,5871	24,7690	22,9770	21,6146	20,4887	19,5110	18,6330	17,8244	17,0646	16,3382
18	42,3119	39,4220	37,1564	34,8052	31,5264	28,8693	25,9894	24,1555	22,7595	21,6049	20,6014	19,6993	18,8679	18,0860	17,3379
19	43,8194	40,8847	38,5821	36,1908	32,8523	30,1435	27,2036	25,3289	23,9004	22,7178	21,6891	20,7638	19,9102	19,1069	18,3376
20	45,3142	42,3358	39,9969	37,5663	34,1696	31,4104	28,4120	26,4976	25,0375	23,8277	22,7745	21,8265	20,9514	20,1272	19,3374
21	46,7963	43,7749	41,4009	38,9322	35,4789	32,6706	29,6151	27,6620	26,1711	24,9348	23,8578	22,8876	21,9915	21,1470	20,3372
22	48,2676	45,2041	42,7957	40,2894	36,7807	33,9245	30,8133	28,8224	27,3015	26,0393	24,9390	23,9473	23,0307	22,1663	21,3370
23	49,7276	46,6231	44,1814	41,6383	38,0756	35,1725	32,0069	29,9792	28,4288	27,1413	26,0184	25,0055	24,0689	23,1852	22,3369
24	51,1790	48,0336	45,5584	42,9798	39,3641	36,4150	33,1962	31,1325	29,5533	28,2412	27,0960	26,0625	25,1064	24,2037	23,3367
25	52,6187	49,4351	46,9280	44,3140	40,6465	37,6525	34,3816	32,2825	30,6752	29,3388	28,1719	27,1183	26,1430	25,2218	24,3366
26	54,0511	50,8291	48,2898	45,6416	41,9231	38,8851	35,5632	33,4295	31,7946	30,4346	29,2463	28,1730	27,1789	26,2395	25,3365
27	55,4751	52,2152	49,6450	46,9628	43,1945	40,1133	36,7412	34,5736	32,9117	31,5284	30,3193	29,2266	28,2141	27,2569	26,3363
28	56,8918	53,5939	50,9936	48,2782	44,4608	41,3372	37,9159	35,7150	34,0266	32,6205	31,3909	30,2791	29,2486	28,2740	27,3362
29	58,3006	54,9662	52,3355	49,5878	45,7223	42,5569	39,0875	36,8538	35,1394	33,7109	32,4612	31,3308	30,2825	29,2908	28,3361

DISTRIBUCIÓN T-STUDENT

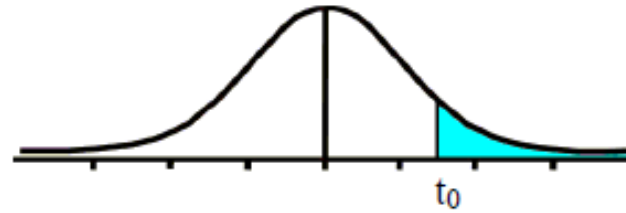
- Distribución “t-Student”, es una variable que se deriva del cociente entre una normal tipificada y una χ^2

DISTRIBUCIÓN T-STUDENT

- Tiene n grados de libertad asociada con la chi-cuadrado
- Es simétrica con relación a la media cero
- Va desde menos infinito a más infinito
- Es más plana que la normal y más dispersa
- Se emplea cuando el tamaño de muestra es menor a 30

DISTRIBUCIÓN T-STUDENT

Tabla t-Student



Grados de libertad	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3137	12.7062	31.8210	63.6559
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9645	9.9250
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8408
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7765	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9979	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453

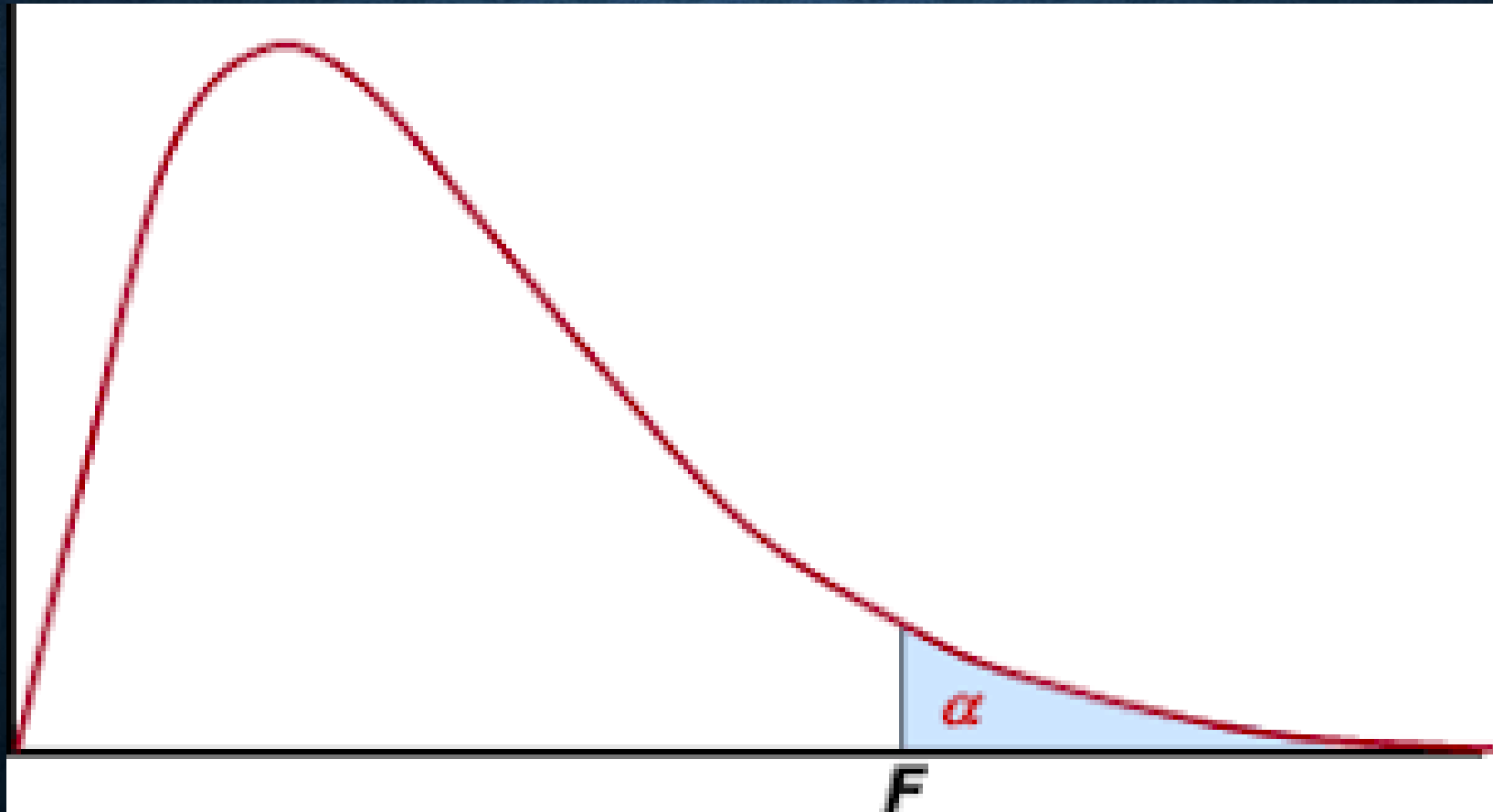
DISTRIBUCIÓN F - SNEDECOR

- Es el cociente de dos variables chi-cuadrado divididas entre sus grados de libertad
- $F(m, n)$ donde m son los grados de libertad de la chi-cuadrado del numerador y n los del denominador
- El valor de F no puede ser negativo y es una distribución continua.
- La distribución F tiene sesgo positivo
- Sus valores varían de 0 a ∞

DISTRIBUCIÓN F - SNEDECOR

- El valor de F no puede ser negativo y es una distribución continua.
- La distribución F tiene sesgo positivo.
- Sus valores varían de 0 a infinito

DISTRIBUCIÓN F - SNEDECOR



$$1 - \alpha = 0.9$$

v_1 = grados de libertad del numerador

$$1 - \alpha = P (F \leq f_{\alpha, v_1, v_2})$$

v_2 = grados de libertad del denominador

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	39.864	49.500	53.593	55.833	57.240	58.204	58.906	59.439	59.857	60.195	60.473	60.705	60.902	61.073	61.220	61.350	61.465	61.566	61.658	61.740
2	8.526	9.000	9.162	9.243	9.293	9.326	9.349	9.367	9.381	9.392	9.401	9.408	9.415	9.420	9.425	9.429	9.433	9.436	9.439	9.441
3	5.538	5.462	5.391	5.343	5.309	5.285	5.266	5.252	5.240	5.230	5.222	5.216	5.210	5.205	5.200	5.196	5.193	5.190	5.187	5.184
4	4.545	4.325	4.191	4.107	4.051	4.010	3.979	3.955	3.936	3.920	3.907	3.896	3.886	3.878	3.870	3.864	3.858	3.853	3.848	3.844
5	4.060	3.780	3.619	3.520	3.453	3.405	3.368	3.339	3.316	3.297	3.282	3.268	3.257	3.247	3.238	3.230	3.223	3.217	3.212	3.207
6	3.776	3.463	3.289	3.181	3.108	3.055	3.014	2.983	2.958	2.937	2.920	2.905	2.892	2.881	2.871	2.863	2.855	2.848	2.842	2.836
7	3.589	3.257	3.074	2.961	2.883	2.827	2.785	2.752	2.725	2.703	2.684	2.668	2.654	2.643	2.632	2.623	2.615	2.607	2.601	2.595
8	3.458	3.113	2.924	2.806	2.726	2.668	2.624	2.589	2.561	2.538	2.519	2.502	2.488	2.475	2.464	2.454	2.446	2.438	2.431	2.425
9	3.360	3.006	2.813	2.693	2.611	2.551	2.505	2.469	2.440	2.416	2.396	2.379	2.364	2.351	2.340	2.330	2.320	2.312	2.305	2.298
10	3.285	2.924	2.728	2.605	2.522	2.461	2.414	2.377	2.347	2.323	2.302	2.284	2.269	2.255	2.244	2.233	2.224	2.215	2.208	2.201
11	3.225	2.860	2.660	2.536	2.451	2.389	2.342	2.304	2.274	2.248	2.227	2.209	2.193	2.179	2.167	2.156	2.147	2.138	2.130	2.123
12	3.177	2.807	2.606	2.480	2.394	2.331	2.283	2.245	2.214	2.188	2.166	2.147	2.131	2.117	2.105	2.094	2.084	2.075	2.067	2.060
13	3.136	2.763	2.560	2.434	2.347	2.283	2.234	2.195	2.164	2.138	2.116	2.097	2.080	2.066	2.053	2.042	2.032	2.023	2.014	2.007
14	3.102	2.726	2.522	2.395	2.307	2.243	2.193	2.154	2.122	2.095	2.073	2.054	2.037	2.022	2.010	1.998	1.988	1.978	1.970	1.962
15	3.073	2.695	2.490	2.361	2.273	2.208	2.158	2.119	2.086	2.059	2.037	2.017	2.000	1.985	1.972	1.961	1.950	1.941	1.932	1.924
16	3.048	2.668	2.462	2.333	2.244	2.178	2.128	2.088	2.055	2.028	2.005	1.985	1.968	1.953	1.940	1.928	1.917	1.908	1.899	1.891
17	3.026	2.645	2.437	2.308	2.218	2.152	2.102	2.061	2.028	2.001	1.978	1.958	1.940	1.925	1.912	1.900	1.889	1.879	1.870	1.862
18	3.007	2.624	2.416	2.286	2.196	2.130	2.079	2.038	2.005	1.977	1.954	1.933	1.916	1.900	1.887	1.875	1.864	1.854	1.845	1.837
19	2.990	2.606	2.397	2.266	2.176	2.109	2.058	2.017	1.984	1.956	1.932	1.912	1.894	1.878	1.865	1.852	1.841	1.831	1.822	1.814
20	2.975	2.589	2.380	2.249	2.158	2.091	2.040	1.999	1.965	1.937	1.913	1.892	1.875	1.859	1.845	1.833	1.821	1.811	1.802	1.794
21	2.961	2.575	2.365	2.233	2.142	2.075	2.023	1.982	1.948	1.920	1.896	1.875	1.857	1.841	1.827	1.815	1.803	1.793	1.784	1.776
22	2.949	2.561	2.351	2.219	2.128	2.060	2.008	1.967	1.933	1.904	1.880	1.859	1.841	1.825	1.811	1.798	1.787	1.777	1.768	1.759
23	2.937	2.549	2.339	2.207	2.115	2.047	1.995	1.953	1.919	1.890	1.866	1.845	1.827	1.811	1.796	1.784	1.772	1.762	1.753	1.744
24	2.927	2.538	2.327	2.195	2.103	2.035	1.983	1.941	1.906	1.877	1.853	1.832	1.814	1.797	1.783	1.770	1.759	1.748	1.739	1.730
25	2.918	2.528	2.317	2.184	2.092	2.024	1.971	1.929	1.895	1.866	1.841	1.820	1.802	1.785	1.771	1.758	1.746	1.736	1.726	1.718

TEOREMA DE LÍMITE CENTRAL

Cuando el número de datos es grande, mayor a 30, la variable tiende a distribuirse normalmente.