



INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

# Sistemas de Comunicación

Andrés Santiago Cisneros Barahona  
Actualización agosto 2021



INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

# Motivación

# SEÑALES

Y

# ESPECTROS

## UNIDAD 2

# MATERIAL DIDÁCTICO

ESQUEMAS  
DIAGRAMAS  
ORGANIZADORES  
GRÁFICO

## Comprensión y Diagnóstico

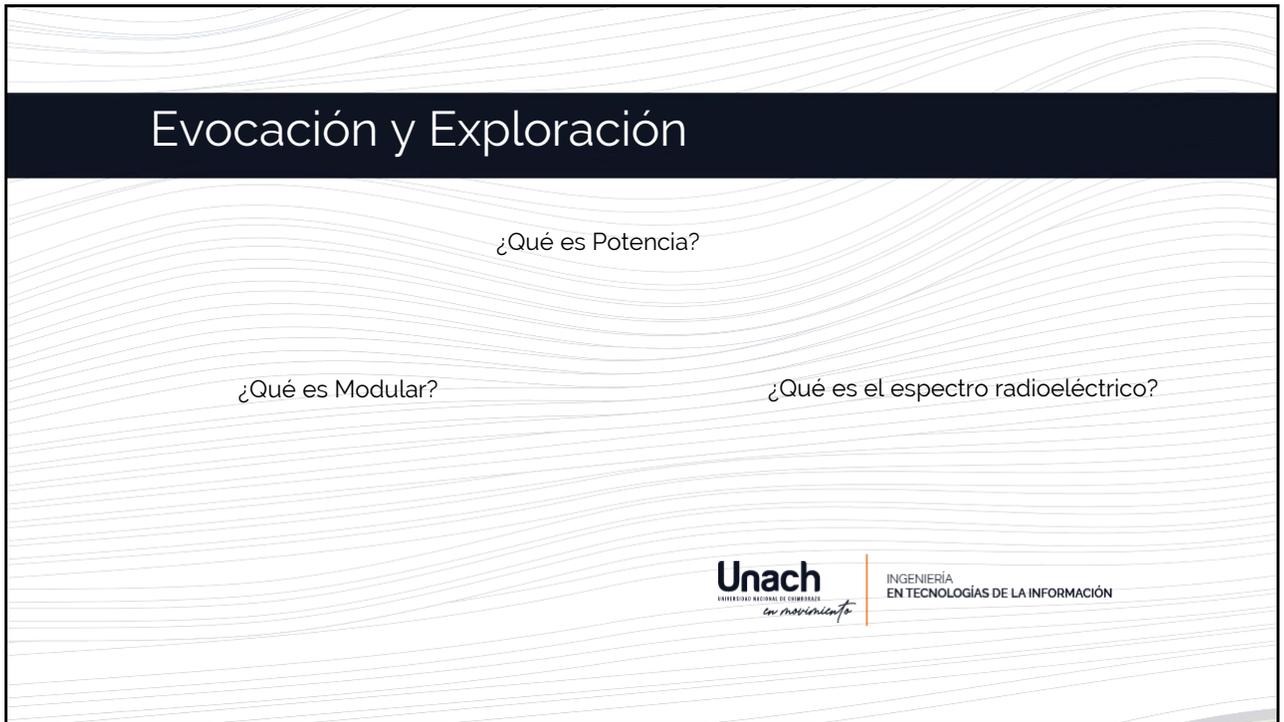
### Comprensión y Diagnóstico Inicial

*¿Qué es periodo?*

*¿Qué es frecuencia?*

*¿Qué es interferencia?*

*¿Qué es BW?*



# Resultados de aprendizaje

*¿Qué queremos lograr en esta unidad?*

## Resultado de Aprendizaje

Escoge y evalúa las características fundamentales de las señales digitales y analógicas, su dinámica y las componentes relevantes.

## Desarrollo de clase

### Técnicas aplicadas

- *Expositiva*
- *Inductiva*
- *Deductiva*
- *Analítica sintética*

1. Fundamentos básicos de las comunicaciones digitales
2. Propiedades de las señales.
3. Ancho de banda de las señales
4. Modulación
5. Demodulación

## Bibliografía

## Bibliografía Básica

Sistemas operativos	Stallings William	Pearson Educación S.A.	2005	872 p.
Sistemas de comunicaciones electrónicas.	Tomasi Wayne	Pearson Educación S.A.	2003	948 p.

## Fundamentos

La transmisión digital es el transporte de señales digitales entre dos o más puntos en un sistema de comunicaciones. Las señales pueden ser binarias o cualquier otra forma de pulsos digitales de valores discretos. La información de la fuente original puede estar en forma digital, o podrían ser señales analógicas convertidas en impulsos digitales antes de su transmisión, para reconvertirlas en señales analógicas en el receptor.

## Ventajas de la Comunicación digital

1. La ventaja principal de la transmisión digital respecto a la analógica es su inmunidad al ruido. Los impulsos digitales son menos susceptibles a variaciones causadas por ruido, que las señales analógicas. En la transmisión digital no es necesario evaluar las características de amplitud, frecuencia y fase con tanta precisión como en la transmisión analógica.

## Ventajas de la Comunicación digital

En lugar de evaluar las características de amplitud, frecuencia y fase , los pulsos recibidos se evalúan durante un intervalo preciso de muestreo, y se hace una determinación simple para ver si el pulso está arriba o abajo de un nivel de umbral. No es importante la amplitud, frecuencia o fase exactas de la señal recibida.

## Ventajas de la Comunicación digital

2. Las señales digitales se prestan mejor a su procesamiento y multiplexado que las señales analógicas. El procesamiento digital de la señal (DSP, de digital signal processing) es el procesamiento de las señales analógicas aplicando métodos digitales. En el procesamiento digital se incluyen el filtrado, igualación y desplazamiento de fase.

## Ventajas de la Comunicación digital

Los pulsos digitales se pueden guardar con más facilidad que las señales analógicas. También, la rapidez de transmisión de un sistema digital se puede cambiar con facilidad para adaptarse a ambientes distintos, y para interconectar distintas clases de equipo.

## Ventajas de la Comunicación digital

3. Los sistemas digitales de transmisión son más resistentes al ruido que sus contrapartes analógicas. Los sistemas digitales usan regeneración de señal, y no usan amplificación de señal. El ruido producido en los circuitos de amplificadores electrónicos es aditivo y, en consecuencia, la relación de señal a ruido se deteriora cada vez que se amplifica una señal analógica.

## Ventajas de la Comunicación digital

Así, la distancia total a la que se pueden transportar las señales analógicas está limitada por la cantidad de amplificadores. Por otra parte, los regeneradores digitales muestrean la señal de entrada con ruido y a continuación reproducen una señal digital enteramente nueva, con la misma relación de señal a ruido que la señal original transmitida. En consecuencia, las señales digitales se pueden transportar a distancias mayores que las señales analógicas.

## Ventajas de la Comunicación digital

4. Es más fácil medir y evaluar las señales digitales. En consecuencia, es más fácil comparar la eficiencia de sistemas digitales alternativos con capacidades distintas de señalización e información que en sistemas equiparables analógicos.

## Ventajas de la Comunicación digital

5. Los sistemas digitales se adaptan más para evaluar el funcionamiento con errores. Se pueden detectar y corregir los errores de transmisión en señales digitales, con más facilidad y más exactitud que las que son posibles en los sistemas analógicos.

## Desventajas de la Comunicación digital

1. La transmisión de señales analógicas codificadas digitalmente requiere un ancho de banda bastante mayor que la simple transmisión de la señal analógica original. Es importante el ancho de banda por ser costoso, y porque con frecuencia es muy limitado.

## Desventajas de la Comunicación digital

2. Las señales analógicas se deben convertir en códigos digitales antes de su transmisión, y reconvertirse a la forma analógica en el receptor, necesitando, por consiguiente, circuitos adicionales de codificación y decodificación.

## Desventajas de la Comunicación digital

3. La transmisión digital requiere una sincronización precisa, respecto al tiempo, entre los relojes del transmisor y del receptor. Por consiguiente, los sistemas digitales requieren costosos circuitos de recuperación de reloj en todos los receptores.

## Desventajas de la Comunicación digital

4. Los sistemas de transmisión digital son incompatibles con las instalaciones anteriores, de transmisión analógica.

## Taller comunicaciones digitales

En piktochar de manera individual hacer una infografía de las ventajas y desventajas de la comunicación digital

## Ruido

Para cualquier dato transmitido, la señal recibida consistirá en la señal transmitida modificada por las distorsiones introducidas en la transmisión, además de señales no deseadas que se insertarán en algún punto entre el emisor y el receptor. A estas últimas señales no deseadas se les denomina ruido. El ruido es el factor de mayor importancia de entre los que limitan las prestaciones de un sistema de comunicación.

## Ruido Térmico

El ruido térmico no se puede eliminar y, por tanto, impone un límite superior en las prestaciones de los sistemas de comunicación. Es especialmente dañino en las comunicaciones satelitales ya que, en estos sistemas, la señal recibida por las estaciones terrestres es muy débil.

## Ruido Térmico

En cualquier dispositivo o conductor, la cantidad de ruido térmico presente en un ancho de banda de 1 Hz es:

$$N_0 = kT \text{ (W/Hz)}$$

donde

$N_0$  = densidad de potencia del ruido, en vatios por 1 Hz de ancho de banda.

$k$  = constante de Boltzmann =  $1,38 \times 10^{-23}$  J/K.

$T$  = temperatura absoluta, en grados Kelvin.

## Ruido Térmico

A temperatura ambiente, es decir a  $T = 17^\circ\text{C}$ , o 290 K, la densidad de potencia del ruido térmico será:

$$N_0 = (1,38 \times 10^{-23}) \times 290 = 4 \times 10^{-21} \text{ W/Hz} = -204 \text{ dBW/Hz}$$

donde dBW corresponde a decibelios-vatio

## Ruido Térmico

Se supone que el ruido es independiente de la frecuencia. Así pues, el ruido térmico presente en un ancho de banda de  $B$  hercios se puede expresar como:

$$N = kTB$$

o, expresado en decibelios-watio,

$$\begin{aligned} N &= 10 \log k + 10 \log T + 10 \log B \\ &= -228,6 \text{ dBW} + 10 \log T + 10 \log B \end{aligned}$$

## Ruido Térmico

Dado un receptor con una temperatura efectiva de ruido de 294 K y un ancho de banda de 10 MHz, el ruido térmico a la salida del receptor será:

## Ruido Térmico

Dado un receptor con una temperatura efectiva de ruido de 294 K y un ancho de banda de 10 MHz, el ruido térmico a la salida del receptor será

$$\begin{aligned}
 N &= -228,6 \text{ dBW} + 10 \log(294) + 10 \log 10^7 \\
 &= -228,6 + 24,7 + 70 \\
 &= -133,9 \text{ dBW}
 \end{aligned}$$

## Ruido de Intermodulación (Armónicos)

Cuando señales de distintas frecuencias comparten el mismo medio de transmisión puede producirse ruido de intermodulación. El efecto del ruido de intermodulación es la aparición de señales a frecuencias que sean suma o diferencia de las dos frecuencias originales o múltiplos de éstas. Por ejemplo, la mezcla de las señales de frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  puede producir energía a frecuencia  $f_1 + f_2$ . Estas componentes espúreas podrían interferir con otras componentes a frecuencia  $f_1 + f_2$ .

## Ruido de Intermodulación

El ruido de intermodulación se produce cuando hay alguna no linealidad en el transmisor, en el receptor o en el sistema de transmisión. Idealmente, estos sistemas se comportan como sistemas lineales; es decir, la salida es igual a la entrada multiplicada por una constante. Sin embargo, en cualquier sistema real, la salida es una función más compleja de la entrada. El comportamiento no lineal puede aparecer debido al funcionamiento incorrecto de los sistemas o por sobrecargas producidas al utilizar señales con mucha energía. Bajo estas circunstancias es cuando aparecen los términos suma o diferencia no deseados. (Aguja en la estructura de los antenas).

## Diafonía (Crosstalk)

La diafonía la ha podido experimentar todo aquel que al usar un teléfono haya oído otra conversación; se trata, en realidad, de un acoplamiento no deseado entre las líneas que transportan las señales. Esto puede ocurrir por el acoplamiento eléctrico entre cables de pares cercanos o, en raras ocasiones, en líneas de cable coaxial que transporten varias señales. La diafonía también puede aparecer cuando las señales no deseadas se captan en las antenas de microondas; aunque éstas se caracterizan por ser altamente direccionales, la energía de las microondas se dispersa durante la transmisión. Generalmente, la diafonía es del mismo orden de magnitud (o inferior) que el ruido térmico.

## Ruido Impulsivo

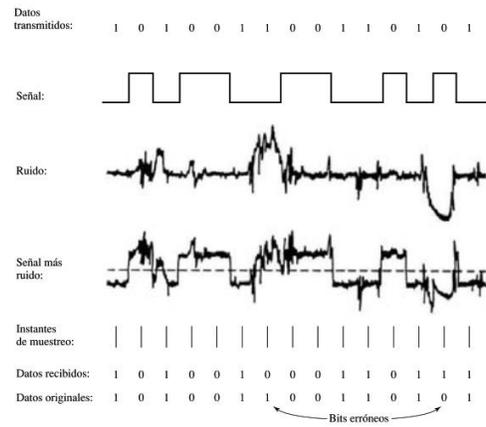
Los ruidos antes descritos son de magnitud constante y razonablemente predecibles. Así pues, es posible idear un sistema de transmisión que les haga frente. Por el contrario, el ruido impulsivo es no continuo y está constituido por pulsos o picos irregulares de corta duración y de amplitud relativamente grande. Se generan por una gran diversidad de causas, por ejemplo, por perturbaciones electromagnéticas exteriores producidas por tormentas atmosféricas o por fallos y defectos en los sistemas de comunicación.

## Ruido Impulsivo

Generalmente, el ruido impulsivo no tiene mucha transcendencia para los datos analógicos. Por ejemplo, la transmisión de voz se puede perturbar mediante chasquidos o crujidos cortos, sin que ello implique pérdida significativa de inteligibilidad. Sin embargo, el ruido impulsivo es una de las fuentes principales de error en la comunicación digital de datos. Por ejemplo, un pico de energía con duración de 0,01s no inutilizaría datos de voz, pero podría corromper aproximadamente 560 bits si se transmitieran a 56 kbps.

## Ruido Impulsivo

Si se incrementa la velocidad de transmisión de los datos, entonces habrá más bits durante el intervalo de duración del ruido y, por tanto, habrá un mayor número de errores.(Shannon)



Efecto del ruido en una señal digital.

## Análisis de señales

Cuando se diseñan los circuitos electrónicos de comunicaciones, con frecuencia se tiene que analizar y pronosticar el funcionamiento del circuito con base en la distribución de potencia y la composición de frecuencias de la señal de información. Esto se hace con el método matemático llamado análisis de señales.

## Análisis de señales

Aunque todas las señales en las comunicaciones electrónicas no son ondas senoidales o cosenoidales de una sola frecuencia, muchas de ellas sí lo son, y las que no lo son se pueden representar con una combinación de funciones de seno o de coseno.

## Señales senoidales

En esencia, el análisis de señales implica la realización del análisis matemático de frecuencia, longitud de onda y valor de voltaje de una señal. Las señales eléctricas son variaciones de voltaje, o de corriente, respecto al tiempo, que se pueden representar por una serie de ondas seno o coseno.

## Señales Senoidales

La descripción matemática de una onda de voltaje o de corriente con frecuencia única es:

$$v(t) = V \operatorname{sen}(2\pi ft + \theta) \quad \text{o} \quad v(t) = V \operatorname{cos}(2\pi ft + \theta)$$

$$i(t) = I \operatorname{sen}(2\pi ft + \theta) \quad \text{o} \quad i(t) = I \operatorname{cos}(2\pi ft + \theta)$$

donde  $v(t)$  = voltaje de la onda senoidal, variable respecto al tiempo  $t$   
 $i(t)$  = corriente de la onda senoidal, variable respecto al tiempo  $t$   
 $V$  = voltaje máximo (volts)  
 $f$  = frecuencia (hertz)  
 $\theta$  = desplazamiento de fase (radianes)  
 $I$  = corriente máxima (amperes)  
 $2\pi f$  =  $\omega$  velocidad angular (radianes por segundo)

## Señales Senoidales

El uso de una función seno o coseno para representar una señal es completamente arbitrario y depende de cuál se escoge como referencia. Sin embargo, se debe observar que  $\sin \theta = \cos (\theta - 90^\circ)$ . Por consiguiente, son válidas las siguientes ecuaciones

$$v(t) = V \sin(2\pi ft + \theta) = V \cos(2\pi ft + \theta - 90^\circ)$$

$$v(t) = V \cos(2\pi ft + \theta) = V \sin(2\pi ft + \theta + 90^\circ)$$

## Señales Senoidales

Las fórmulas anteriores son para una *onda repetitiva*, A esa forma de onda se le llama **onda periódica**, porque se repite con rapidez uniforme, es decir, cada ciclo sucesivo de la señal tarda exactamente el mismo tiempo y tiene exactamente las mismas variaciones de amplitud que en cualquier otro ciclo; cada ciclo tiene exactamente la misma forma.

## Señales Senoidales

Una serie de ondas seno, coseno o cuadradas, son ejemplos de ondas periódicas. Las ondas periódicas se pueden analizar en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia. De hecho, con frecuencia se hace necesario pasar del dominio del tiempo al de la frecuencia y viceversa cuando se analiza el funcionamiento de un sistema.

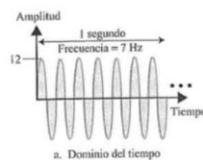
## Dominio de tiempo

Un osciloscopio normal es un instrumento de dominio del tiempo. La pantalla del tubo de rayos catódicos es una representación de la amplitud de la señal de entrada en función del tiempo, y se le suele llamar forma de onda de la señal. En esencia, una forma de onda de la señal muestra la forma y la magnitud instantánea de la señal con respecto al tiempo, pero no necesariamente indica el valor de la frecuencia.

## Dominio del tiempo

Con un osciloscopio, la desviación vertical es proporcional a la amplitud de la señal total de entrada, y la deflexión horizontal es una función del tiempo (frecuencia de barrido).

La muestra la forma de onda de una señal senoidal de frecuencia única de  $f$  hertz con amplitud máxima de  $V$  volts, en un instante de tiempo determinado



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBOTE  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

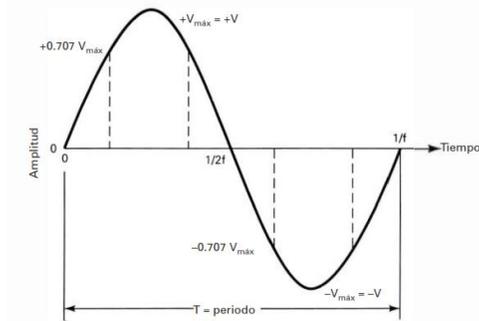
## Dominio del tiempo

La voz humana es impredecible y va cambiando en el tiempo, es decir las ondas de voz son ondas de voltios que van cambiando en el tiempo, cada instante de tiempo cambia.

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBOTE  
*en movimiento*

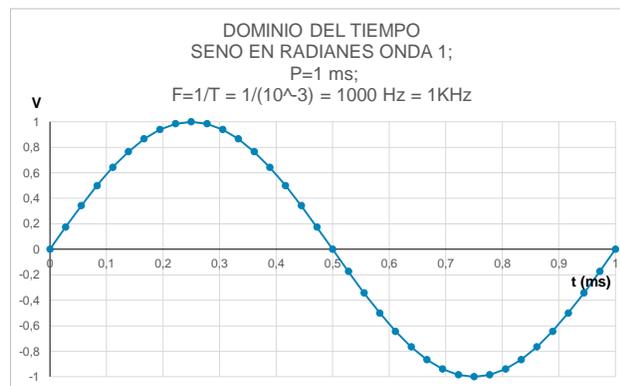
INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Dominio del tiempo

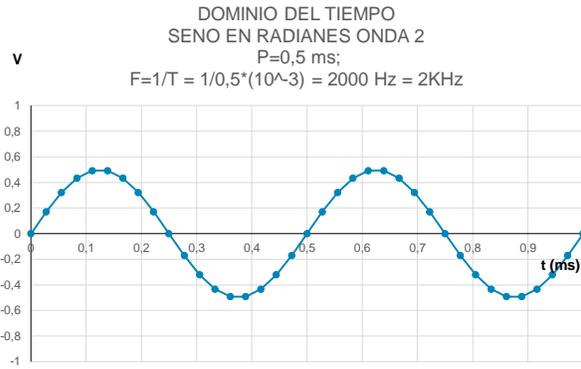


Representación en el dominio del tiempo (forma de onda de la señal) de una onda senoidal de frecuencia única

## Ejemplos Dominio del Tiempo



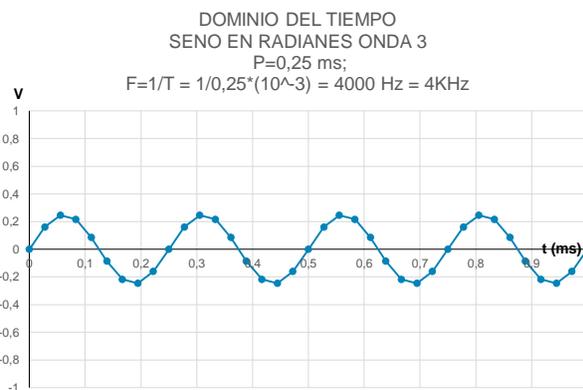
## Ejemplos Dominio del Tiempo



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

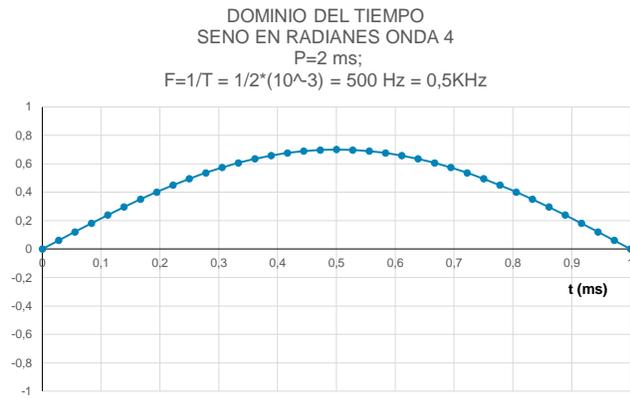
## Ejemplos Dominio del Tiempo



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

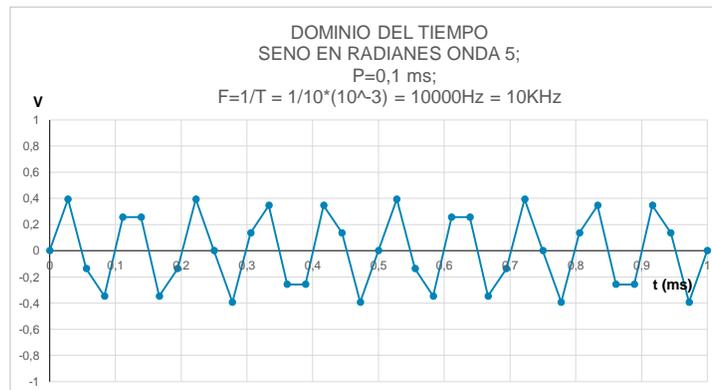
## Ejemplos Dominio del Tiempo



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

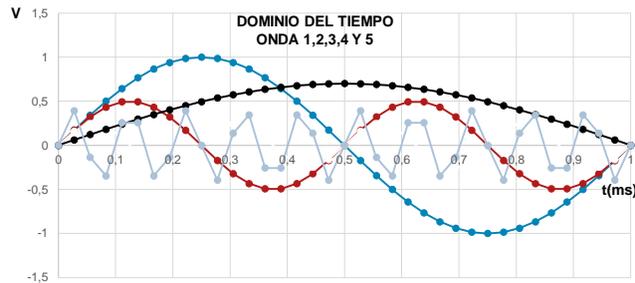
## Ejemplos Dominio del Tiempo



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

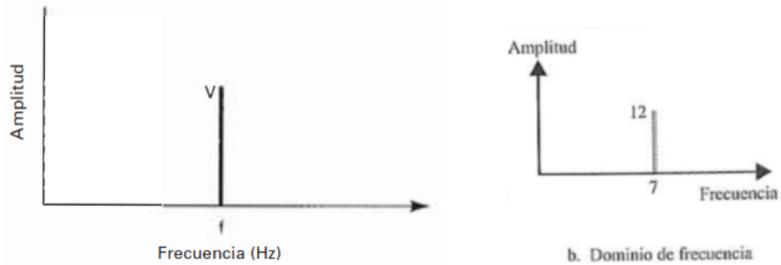
## Ejemplos Dominio del Tiempo



## Dominio de la frecuencia

El analizador de espectro es un instrumento de dominio de la frecuencia. En esencia no se despliega ninguna forma de onda en la pantalla del tubo de rayos catódicos. En vez de lo anterior se muestra una gráfica de amplitud contra frecuencia (la cual se conoce como espectro de frecuencia). En un analizador de espectro, el eje horizontal representa la frecuencia y el eje vertical representa la amplitud. En consecuencia, existirá una deflexión vertical para cada frecuencia que está presente en la entrada.

## Dominio de la frecuencia



Representación en el dominio de la frecuencia (espectro) de una onda senoidal de frecuencia única

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Ejemplos Dominio de la frecuencia

1KHZ; 1V

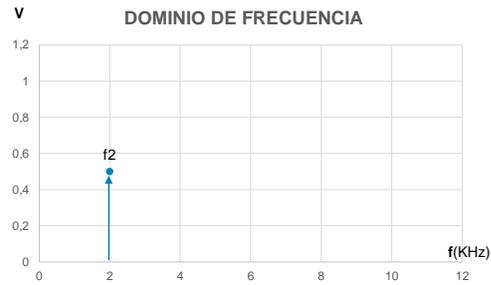


**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Ejemplos Dominio de la frecuencia

2KHZ; 0,5V



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Ejemplos Dominio de la frecuencia

4KHZ; 0,25V



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Ejemplos Dominio de la frecuencia

0,5KHZ; 0,7V



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Ejemplos Dominio de la frecuencia

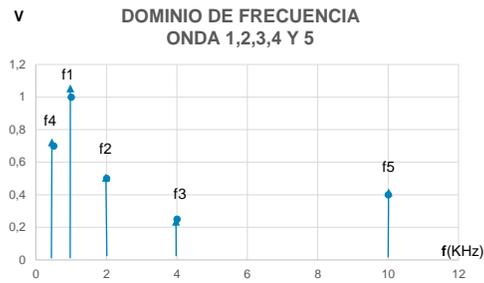
10KHZ; 0,4V



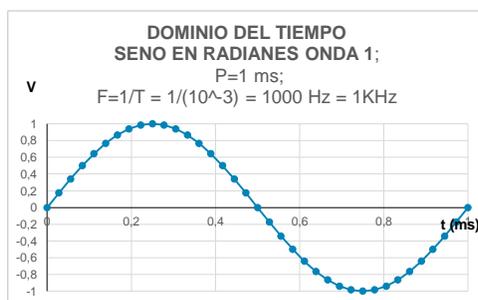
**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

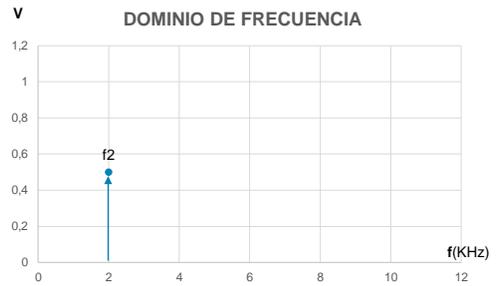
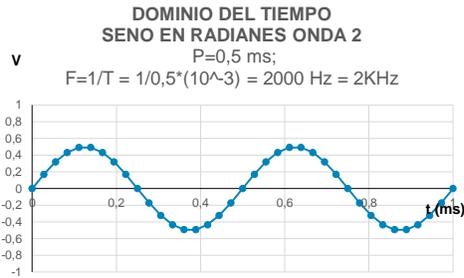
## Ejemplos Dominio de la frecuencia



## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia



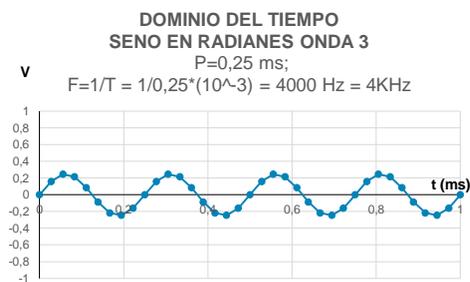
## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
 EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

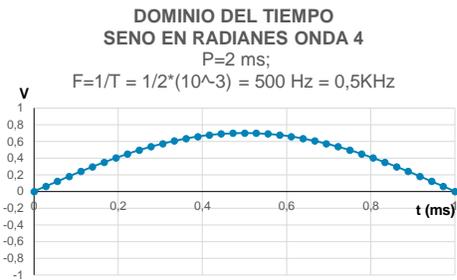
## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
 EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

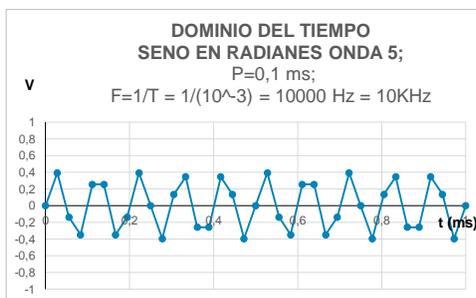
## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia



**Unach**  
 UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
 EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

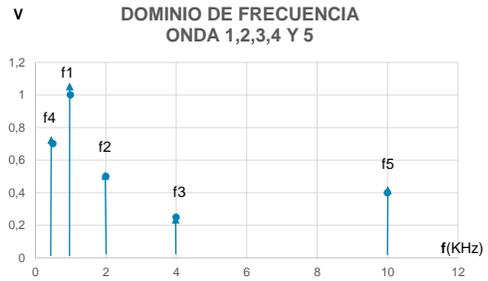
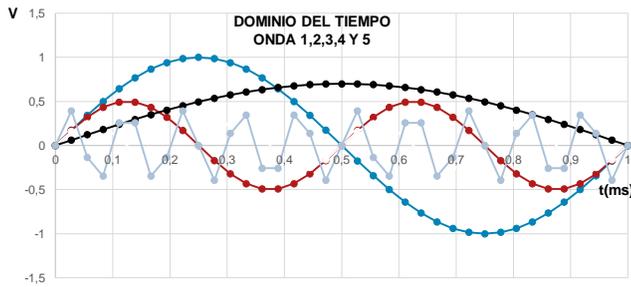
## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia



**Unach**  
 UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
 EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

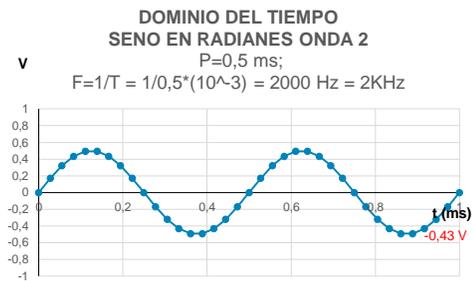
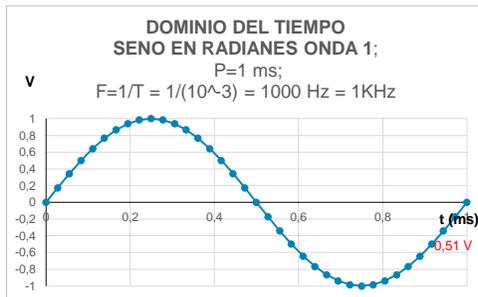
## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia



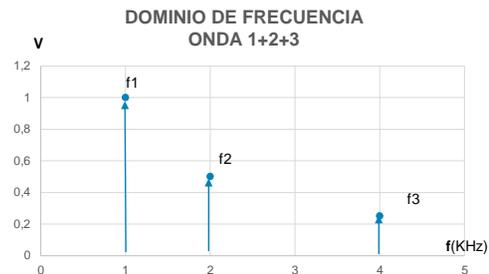
**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAYMAHUAY  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia



## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia



## Fourier

**La serie de Fourier.** Esta serie se usa en análisis de señales para representar las componentes senoidales de una onda periódica no senoidal, es decir, para cambiar una señal en el dominio del tiempo a una señal en el dominio de la frecuencia. En general, se puede obtener una serie de Fourier para cualquier función periódica, en forma de una serie de funciones trigonométricas con la siguiente forma matemática

## Fourier

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos \alpha + A_2 \cos 2\alpha + A_3 \cos 3\alpha + \dots + A_n \cos n\alpha \\ + B_1 \sin \beta + B_2 \sin 2\beta + B_3 \sin 3\beta + \dots + B_n \sin n\beta$$

donde  $\alpha = \beta$

## Fourier

La ecuación indica que la forma de onda  $f(t)$  comprende un valor promedio ( $A_0$ ) de cd, una serie de funciones cosenoidales en las que cada término sucesivo tiene una frecuencia que es múltiplo entero de la frecuencia del primer término cosenoidal de la serie, y una serie de funciones senoidales en la que cada término sucesivo tiene una frecuencia que es múltiplo entero de la del primer término senoidal de la serie (armónicos). No hay restricciones para los valores o los valores relativos de las amplitudes de los términos seno y coseno.

## Fourier

La ecuación se enuncia como sigue en palabras: *Cualquier forma de onda periódica está formada por un componente promedio y una serie de ondas senoidales y cosenoidales relacionadas armónicamente.* Una armónica es un múltiplo entero de la frecuencia fundamental. La frecuencia fundamental es la primera armónica, y es igual a la frecuencia (rapidez de repetición) de la forma de onda. El segundo múltiplo de la fundamental se llama segunda armónica, el tercer múltiplo es la tercera armónica, y así sucesivamente. La frecuencia fundamental es la mínima necesaria para representar a una forma de onda. Por consiguiente, la ecuación se puede escribir así:

$$f(t) = dc + \text{fundamental} + 2da. \text{ armónica} + 3ra. \text{ armónica} + \dots + n\text{-ésima armónica}$$

## Simetría de ondas

Dicho en términos sencillos, la simetría de la onda describe la simetría de una forma de onda en el dominio del tiempo, esto es, su posición relativa con respecto a los ejes horizontal (tiempo) y vertical (amplitud).

Son:

- Simetría Par
- Simetría Impar

## Simetría Par

Si una forma de onda periódica de voltaje es simétrica respecto al eje vertical (amplitud) se dice que tiene simetría especular, o de ejes, y se llama función par. Para todas las funciones pares, los coeficientes  $B$  de la ecuación de la serie de Fourier son cero. Por consiguiente, la señal sólo contiene un componente de cd y los términos cosenoidales (nótese que la misma onda cosenoide es una función par). La suma de una serie de funciones pares es una función par. Las funciones pares satisfacen la condición

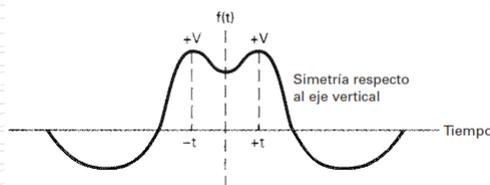
$$f(t) = f(-t)$$

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Simetría Par

De acuerdo con la ecuación, la magnitud y la polaridad de la función en  $+t$  es igual a la magnitud y la polaridad en  $-t$ . En la se ve una forma de onda que sólo contiene funciones pares



Simetrías de onda: simetría par

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Simetría Impar

Si una forma periódica de onda de voltaje es simétrica respecto a una línea intermedia entre el eje vertical y el horizontal negativo (es decir, a los ejes en el segundo y cuarto cuadrantes) y pasa por el origen de las coordenadas, se dice que tiene una simetría puntual o que es antisimétrica, y se le llama función impar. Para todas las funciones impares, los coeficientes  $A$  de la ecuación de la serie de Fourier son cero.

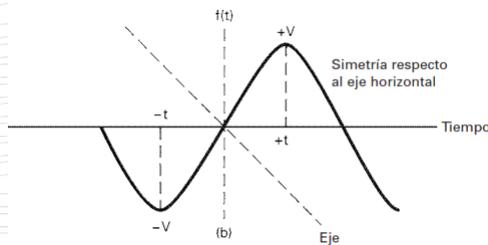
## Simetría Impar

Por consiguiente, la señal tan sólo contiene un componente de cd y los términos senoidales (nótese que la misma onda seno es una función impar). La suma de una serie de funciones impares es una función impar. A esta forma primero se le debe reflejar en el eje Y y después en el eje X para sobreponerla consigo misma. Así:

$$f(t) = -f(-t)$$

## Simetría Impar

La ecuación establece que la magnitud de la función en  $+t$  es igual al negativo de la magnitud en  $-t$ , es decir, que las magnitudes en esos puntos son iguales, pero los signos son opuestos. En la figura se ve una forma de onda periódica que sólo contiene funciones impares.



Simetrías de onda: simetría impar

## Simetría de Media Onda

Simetría de media onda. Si una forma de onda periódica de voltaje es tal que la onda del primer medio ciclo ( $t=0$  a  $t=T/2$ ) se repite, pero con signo contrario, durante el segundo medio ciclo ( $t=T/2$  a  $t=T$ ), se dice que tiene simetría de media onda. Para todas las formas de onda con simetría de media onda, las armónicas pares de la serie, en los términos en seno y en coseno, son cero. Por consiguiente, las funciones de media onda cumplen con la condición:

$$f(t) = -f\left(\frac{T}{2} + t\right)$$

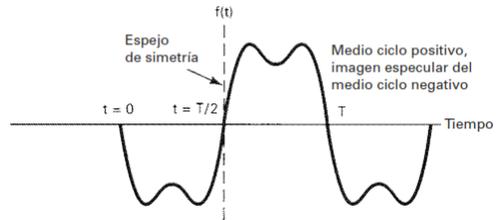
## Simetría de Media Onda

En la figura se ve una forma de onda periódica con simetría de media onda. Se debe hacer notar que una forma de onda puede tener simetría de media onda y también puede ser impar o par, al mismo tiempo. Los coeficientes  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $B_n$  y  $A_1$  a  $A_n$ , se pueden evaluar con las siguientes fórmulas integrales:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt$$



Simetrías de onda: simetría de media onda



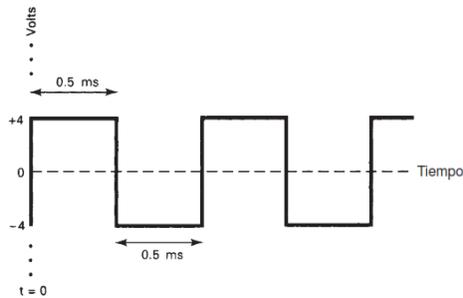
INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Resumen Series de Fourier

Resumen de las series de Fourier para algunas de las formas de onda periódicas no senoidales.

Forma de onda	Serie de Fourier
<p>Impar</p>	$f(t) = \frac{F}{\pi} + \frac{F}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n^2} \cos n\omega t$
<p>Par</p>	$f(t) = \frac{2F}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4F(-1)^n}{n^2(1 - (2N)^2)} \cos n\omega t$
<p>Impar</p>	$f(t) = \frac{4F}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\omega t$
<p>Par</p>	$f(t) = \frac{4F}{\pi} \cos \omega t - \frac{4F}{3\pi} \cos 3\omega t + \frac{4F}{5\pi} \cos 5\omega t - \dots$
<p>Par</p>	$f(t) = \frac{F}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2F \sin(N\omega/2)}{N\omega/2} \cos N\omega t$
<p>Par</p>	$f(t) = \frac{Ft}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2F) \sin(N\omega t/T)}{n\omega t/T} \cos n\omega t$
<p>Par</p>	$f(t) = \frac{8F}{3\pi} \cos \omega t + \frac{8F}{(3\pi)^3} \cos 3\omega t + \frac{8F}{(5\pi)^3} \cos 5\omega t + \dots$

## Ejemplo



El componente promedio de cd es 0 V, y que la forma de onda tiene al mismo tiempo simetría impar y de media onda. Si se evalúan las ecuaciones de simetría de media onda se obtiene la siguiente serie de Fourier para onda cuadrada con simetría impar.

$$v(t) = V_0 + \frac{4V}{\pi} \left[ \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \frac{1}{9} \sin 9\omega t + \dots \right]$$

en donde  $v(t)$  = voltaje variable en el tiempo  
 $V_0$  = voltaje promedio de cd (volts)  
 $V$  = amplitud máxima de la onda cuadrada (volts)  
 $\omega = 2\pi f$  (radianes por segundo)  
 $T$  = periodo de la onda cuadrada (segundos)  
 $f$  = frecuencia fundamental de la onda cuadrada ( $1/T$ ) (hertz)

La frecuencia y la amplitud de la  $n$ -ésima armónica impar se determinan con las siguientes ecuaciones

$$f_n = n \times f$$

$$V_n = \frac{4V}{n\pi} \quad n = \text{entero positivo impar}$$

siendo  $n = n$ -ésima armónica (sólo armónicas impares para una onda cuadrada)  
 $f$  = frecuencia fundamental de la onda cuadrada (hertz)  
 $V_n$  = amplitud máxima de la  $n$ -ésima armónica (volts)  
 $f_n$  = frecuencia de la  $n$ -ésima armónica (hertz)  
 $V$  = amplitud máxima de la onda cuadrada (volts)

(a) Determinar las amplitudes máximas y las frecuencias de las primeras cinco armónicas impares. (b) Trazar el espectro de frecuencias.

## Solución

a) La frecuencia fundamental de la onda cuadrada es:  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1 \text{ ms}} = 1 \text{ kHz}$

Si se sustituye  $n=1$  en  $f_n = n \times f$   
 $V_n = \frac{4V}{n\pi}$   $n = \text{entero positivo impar}$

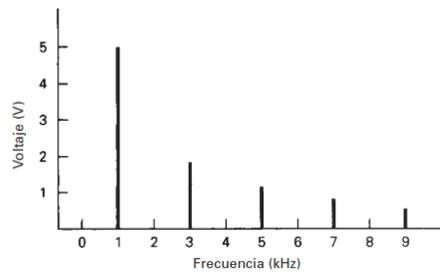
$$V_1 = \frac{4(4)}{\pi} = 5.09 \text{ V}_p \quad f_1 = 1 \times 1000 = 1000 \text{ Hz}$$

Al sustituir  $n=3, 5, 7$  y  $9$

$n$	Armónica	Frecuencia (Hz)	Voltaje máximo ( $V_p$ )
1	Primera	1000	5.09
3	Tercera	3000	1.69
5	Quinta	5000	1.02
7	Séptima	7000	0.73
9	Novena	9000	0.57

## Solución

b) Espectro de frecuencias



## Solución

c) Se sustituyen los resultados de los pasos anteriores en:

$$v(t) = V_0 + \frac{4V}{\pi} \left[ \text{sen } \omega t + \frac{1}{3} \text{sen } 3\omega t + \frac{1}{5} \text{sen } 5\omega t + \frac{1}{7} \text{sen } 7\omega t + \frac{1}{9} \text{sen } 9\omega t + \dots \right]$$

$$v(t) = 5.09 \text{sen}[2\pi 1000t] + 1.69 \text{sen}[2\pi 3000t] + 1.02 \text{sen}[2\pi 5000t] \\ + 0.73 \text{sen}[2\pi 7000t] + 0.57 \text{sen}[2\pi 9000t]$$

Se despeja  $v(t)$  para  $t = 62.5 \mu\text{s}$  se obtiene

$$v(t) = 5.09 \text{sen}[2\pi 1000(62.5 \mu\text{s})] + 1.69 \text{sen}[2\pi 3000(62.5 \mu\text{s})] \\ + 1.02 \text{sen}[2\pi 5000(62.5 \mu\text{s})] + 0.73 \text{sen}[2\pi 7000(62.5 \mu\text{s})] \\ + 0.57 \text{sen}[2\pi 9000(62.5 \mu\text{s})] \\ v(t) = 4.51 \text{ V}$$

## Solución

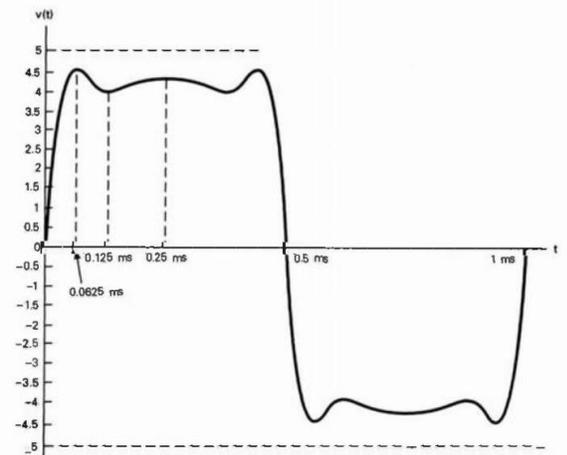
De igual modo se despeja  $v(t)$  para varios otros valores del tiempo, y se obtiene:

Tiempo ( $\mu\text{s}$ )	$v(t)$ (volts máximo)
0	0
62.5	4.51
125	3.96
250	4.26
375	3.96
437.5	4.51
500	0
562.5	-4.51
625	-3.96
750	-4.26
875	-3.96
937.5	-4.51
1000	0

## Solución

De igual modo se despeja  $v(t)$  para varios otros valores del tiempo, y se obtiene:

Tiempo ( $\mu\text{s}$ )	$v(t)$ (volts máximo)
0	0
62.5	4.51
125	3.96
250	4.26
375	3.96
437.5	4.51
500	0
562.5	-4.51
625	-3.96
750	-4.26
875	-3.96
937.5	-4.51
1000	0



## Espectros de Potencia y Energía

Las series de Fourier sirven para comprender mejor la representación de una señal compleja en el dominio de la frecuencia y del tiempo. Ambos dominios se pueden usar para ilustrar la relación de los voltajes (magnitudes) de señal con respecto a la frecuencia o al tiempo, para una señal variable en el tiempo.

## Espectros de Potencia y Energía

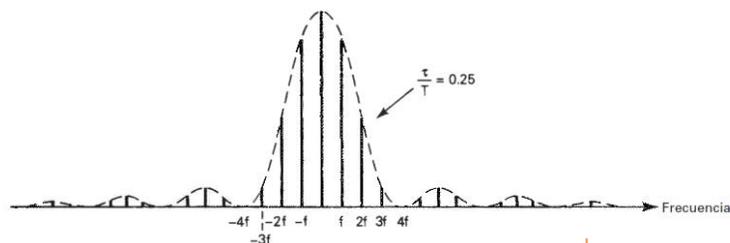
Sin embargo, hay otra aplicación importante de la serie de Fourier. El objetivo de un canal de comunicaciones es transferir energía electromagnética de una fuente a un destino. Así, la relación entre la cantidad de energía transmitida y la recibida es una consideración importante. Entonces es importante examinar la relación entre la energía y la potencia en función de la frecuencia.

## Espectros de Potencia y Energía

La potencia de un pulso se dispersa dentro de un espectro de frecuencias relativamente ancho. Sin embargo, nótese que la mayor parte de la potencia está dentro del lóbulo primario. *Por consiguiente, si el ancho de banda de un canal de comunicaciones tiene la suficiente anchura para pasar sólo las frecuencias del lóbulo primario, transferirá al receptor la mayor parte de la energía que contiene el pulso.*

## Espectros de Potencia y Energía

La potencia de un pulso se dispersa dentro de un espectro de frecuencias relativamente ancho. Sin embargo, nótese que la mayor parte de la potencia está dentro del lóbulo primario. Por consiguiente, si el ancho de banda de un canal de comunicaciones tiene la suficiente anchura para pasar sólo las frecuencias del lóbulo primario, transferirá al receptor la mayor parte de la energía que contiene el pulso. (BW $\pm$  26dBm)



## Transformada discreta de Fourier

Muchas formas de onda que se manejan en los sistemas normales de comunicaciones no se pueden definir en forma satisfactoria con ecuaciones matemáticas; sin embargo, es de interés primordial su comportamiento en el dominio de la frecuencia. Con frecuencia hay necesidad de obtener este comportamiento de señales que se captan en el dominio del tiempo, es decir, en tiempo real.

## Transformada discreta de Fourier

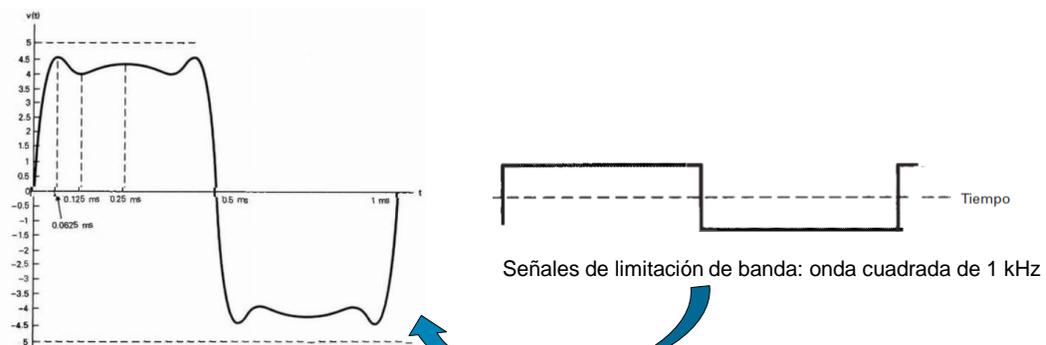
Ésta es la razón por la que se desarrolló la transformada discreta de Fourier. En esa transformación se muestrea una señal en el dominio del tiempo, en tiempos discretos. Sin embargo, el tiempo de computación es proporcional a  $n^2$ , siendo  $n$  la cantidad de muestras.

## Transformada discreta de Fourier: Efectos de limitación de banda sobre las señales

Todos los canales de comunicaciones tienen un ancho de banda limitado y, en consecuencia, un efecto limitador sobre las señales que se propagan por ellos (las señales no tienen un BW limitado teóricamente). Se puede considerar que un canal de comunicaciones es un filtro ideal de fase lineal con ancho de banda finito. Si una forma de onda repetitiva y no senoidal pasa por un filtro pasabajas ideal, se eliminan los componentes armónicos de frecuencia mayor que la frecuencia superior de corte del filtro.

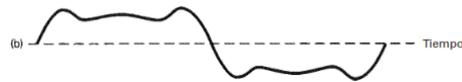
## Transformada discreta de Fourier: Efectos de limitación de banda sobre las señales

En consecuencia, cambia tanto el contenido de frecuencias como la forma de la onda. La figura muestra la forma de onda en el dominio del tiempo, para una onda cuadrada



## Transformada discreta de Fourier: Efectos de limitación de banda sobre las señales

Si esta forma de onda pasa por un filtro pasabajas, con frecuencia superior de corte de 8 kHz, se eliminan las frecuencias superiores a la octava armónica (9 kHz y mayores), y resulta la forma de onda de la figura



Señales de limitación de banda: (b) onda cuadrada de 1 kHz limitada por banda de 8 kHz;

## Transformada discreta de Fourier: Efectos de limitación de banda sobre las señales

Estas figuras muestran las formas de onda que se producen cuando se usan filtros pasabajas con frecuencias superiores de corte de 6, 4 y 2 kHz, respectivamente.



Señales de limitación de banda: (c) onda cuadrada de 1 kHz limitada por banda de 6 kHz;



Señales de limitación de banda: (d) onda cuadrada de 1 kHz limitada por banda de 4 kHz;



Señales de limitación de banda: (e) onda cuadrada de 1 kHz limitada por banda de 2 kHz

## Transformada discreta de Fourier: Efectos de limitación de banda sobre las señales

Se puede observar que al limitar la banda de una señal cambia el contenido de frecuencias y por consiguiente la forma de onda. Si se impone una limitación suficiente de banda, al final la forma de onda sólo comprende a la frecuencia fundamental. En los sistemas de comunicaciones, la limitación de banda reduce la capacidad de información del sistema y si se impone demasiada limitación, se puede eliminar la señal de información de la forma de onda compuesta.

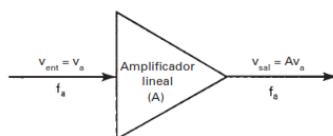
## Transformada discreta de Fourier: Mezclado

El mezclado es el proceso de combinar dos o más señales, y es un proceso esencial en comunicaciones electrónicas. En esencia hay dos formas en las que se pueden combinar o mezclar las señales: lineal y no lineal.

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado, suma lineal

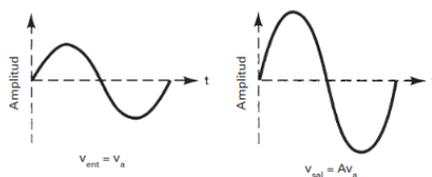
La suma lineal se presenta cuando se combinan dos o más señales en un dispositivo lineal, como puede ser una red pasiva o un amplificador de señal pequeña. Las señales se combinan de tal manera que no se producen nuevas frecuencias, y la forma de onda combinada no es más que la suma lineal de las señales individuales. En la industria de grabación de audio, a veces se llama mezclado lineal a la suma lineal; sin embargo, en las radiocomunicaciones, el mezclado implica casi siempre un proceso no lineal.

### Transformada discreta de Fourier: Mezclado, suma lineal: Frecuencia única de entrada



(a)

La figura a) muestra la amplificación de una sola frecuencia de entrada en un amplificador lineal. La salida no es más que la señal original de entrada amplificada por la ganancia A del amplificador.



(b)

La figura b) muestra la señal de salida en el dominio del tiempo



(c)

La figura c) la indica en el dominio de la frecuencia.

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado, suma lineal: Frecuencia única de entrada

En forma matemática, la salida es:

$$v_{\text{sal}} = Av_{\text{ent}}$$

o bien

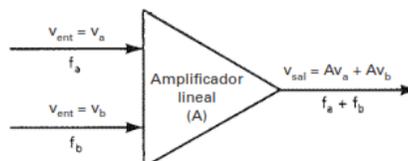
$$v_{\text{ent}} = V_a \text{ sen } 2\pi f_a t$$

Por consiguiente,

$$v_{\text{sal}} = AV_a \text{ sen } 2\pi f_a t$$

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado, suma lineal: Varias frecuencia de entrada

La figura muestra dos frecuencias de entrada que se combinan en un amplificador de señal pequeña. Cada frecuencia de entrada es amplificada con la ganancia A.



## Transformada discreta de Fourier: Mezclado, suma lineal: Varias frecuencia de entrada

Por consiguiente, la salida se expresa matemáticamente así:

$$v_{\text{sal}} = Av_{\text{ent}}$$

en donde

$$v_{\text{ent}} = V_a \text{ sen } 2\pi f_a t + V_b \text{ sen } 2\pi f_b t$$

Por consiguiente,

$$v_{\text{sal}} = A(V_a \text{ sen } 2\pi f_a t + V_b \text{ sen } 2\pi f_b t)$$

o sea

$$v_{\text{sal}} = AV_a \text{ sen } 2\pi f_a t + AV_b \text{ sen } 2\pi f_b t$$

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado, suma lineal: Varias frecuencia de entrada

$v_{\text{sal}}$  no es más que una forma de onda compleja que contiene las dos frecuencias de entrada, y es igual a la suma algebraica de  $V_a$  y  $V_b$ . La figura b) muestra la suma lineal de  $V_a$  y  $V_b$  en el dominio del tiempo, y la figura c) la muestra en el dominio de la frecuencia.

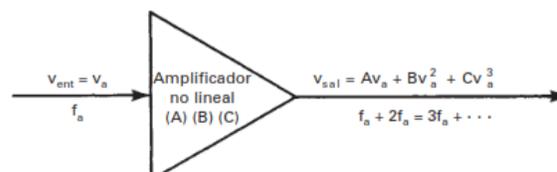
Si se aplican más frecuencias de entrada al circuito, se suman linealmente con  $V_a$  y  $V_b$ . En los sistemas de audio de alta fidelidad es importante que el espectro de salida sólo contenga las frecuencias originales de entrada; en consecuencia, se prefiere la operación lineal. Sin embargo, en las radiocomunicaciones, donde es esencial la modulación, a veces es necesario el mezclado no lineal.

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado no lineal

El mezclado no lineal sucede cuando se combinan dos o más señales en un dispositivo no lineal, como por ejemplo un diodo o un amplificador de señal grande. En el mezclado no lineal, las señales de entrada se combinan en forma no lineal y producen componentes adicionales de frecuencia.

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado no lineal: Frecuencia única de entrada

La figura muestra la amplificación de una señal de entrada de frecuencia única mediante un amplificador no lineal. La salida de ese amplificador no lineal en este caso no es una sola onda seno o coseno.



## Transformada discreta de Fourier: Mezclado no lineal: Frecuencia única de entrada

Matemáticamente, la salida es la serie infinita de potencias:

$$v_{\text{sal}} = Av_{\text{ent}} + Bv_{\text{ent}}^2 + Cv_{\text{ent}}^3$$

en donde  $v_{\text{ent}} = V_a \text{ sen } 2\pi f_a t$

Por consiguiente,  $v_{\text{sal}} = A(V_a \text{ sen } 2\pi f_a t) + B(V_a \text{ sen } 2\pi f_a t)^2 + C(V_a \text{ sen } 2\pi f_a t)^3$

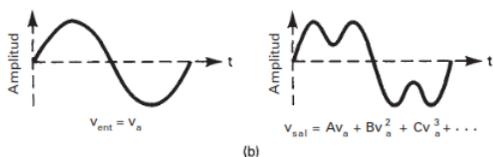
en donde  $Av_{\text{ent}}$  = término lineal, o simplemente la señal de entrada ( $f_a$ ) amplificada por la ganancia  $A$ .

$Bv_{\text{ent}}^2$  = término cuadrático que genera la segunda frecuencia armónica ( $2f_a$ )

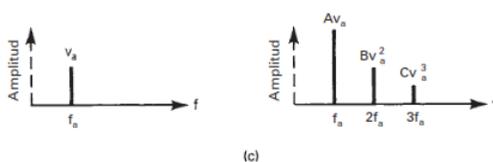
$Cv_{\text{ent}}^3$  = término cúbico que genera la tercera frecuencia armónica ( $3f_a$ )

$v_{\text{ent}}^n$  produce una frecuencia igual a  $n$  por  $f$ . Por ejemplo,  $Bv_{\text{ent}}^2$  genera una frecuencia igual a  $2f_a$ ,  $Cv_{\text{ent}}^3$  genera una frecuencia igual a  $3f_a$ , etcétera. A los múltiplos enteros de una frecuencia base se llaman *armónicas*. Como se dijo antes, la frecuencia de entrada original,  $f_a$ , es la primera armónica, o la frecuencia fundamental;  $2f_a$  es la segunda armónica,  $3f_a$  es la tercera, etcétera.

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado no lineal: Frecuencia única de entrada



La figura b) muestra la forma de onda de salida en el dominio del tiempo, para un amplificador no lineal con frecuencia única de entrada. Se ve que la forma de onda de salida no es más que la suma de la frecuencia de entrada con sus armónicas (múltiplos de la frecuencia fundamental).



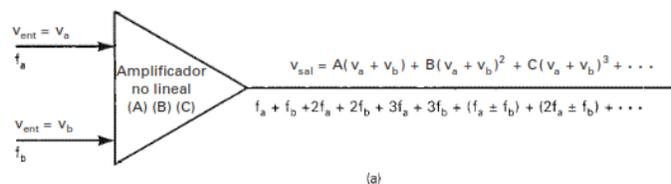
La figura c) muestra el espectro de salida en el dominio de la frecuencia. Nótese que las armónicas adyacentes están separadas entre sí por un valor igual a la frecuencia fundamental,  $f_a$ .

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado no lineal: Frecuencia única de entrada

La amplificación no lineal de una frecuencia única causa la generación de múltiplos, o armónicas, de esa frecuencia. Si las armónicas son perjudiciales, a esto se le llama distorsión armónica, o distorsión por armónicas. Si las armónicas son bienvenidas, se llama multiplicación de frecuencia.

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado no lineal: Varias frecuencia de entrada

La figura muestra la amplificación no lineal de dos frecuencias de entrada por medio de un amplificador de señal grande (no lineal).



## Transformada discreta de Fourier: Mezclado no lineal: Varias frecuencia de entrada

Matemáticamente, esa salida, con dos frecuencias de entrada, es:

$$v_{\text{sal}} = Av_{\text{ent}} + Bv_{\text{ent}}^2 + Cv_{\text{ent}}^3$$

en donde

$$v_{\text{ent}} = V_a \text{sen } 2\pi f_a t + V_b \text{sen } 2\pi f_b t$$

Por consiguiente,

$$v_{\text{sal}} = A(V_a \text{sen } 2\pi f_a t + V_b \text{sen } 2\pi f_b t) + B(V_a \text{sen } 2\pi f_a t + V_b \text{sen } 2\pi f_b t)^2 + C(V_a \text{sen } 2\pi f_a t + V_b \text{sen } 2\pi f_b t)^3 + \dots$$

La fórmula anterior es la de una serie infinita, y no hay límite de cantidad de términos que puede tener. Si se aplica el teorema del binomio a cada término de potencias mayores, la fórmula se puede reordenar para escribirla como sigue:

$$v_{\text{sal}} = (Av'_a + Bv'^2_a + Cv'^3_a + \dots) + (Av'_b + Bv'^2_b + Cv'^3_b + \dots) + (2Bv'_a v'_b + 3Cv'^2_a v'_b + 3Cv'_a v'^2_b + \dots)$$

en donde  $v'_a = V_a \text{sen } 2\pi f_a t$   
 $v'_b = V_b \text{sen } 2\pi f_b t$

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado no lineal: Varias frecuencia de entrada

Los términos del primer conjunto entre paréntesis generan armónicas de  $f_a$  ( $2f_a$ ,  $3f_a$ , etc.). Los términos en el segundo conjunto entre paréntesis generan armónicas de  $f_b$  ( $2f_b$ ,  $3f_b$ , etc.). Los términos del tercer conjunto entre paréntesis generan los productos cruzados ( $f_a + f_b$ ,  $f_a - f_b$ ,  $2f_a + f_b$ ,  $2f_a - f_b$ , etc.). Estos productos cruzados se producen en la intermodulación entre las dos frecuencias originales y sus armónicas. Los productos cruzados son las frecuencias de suma y de diferencia; son la suma y la diferencia de las dos frecuencias originales, las sumas y diferencias de sus armónicas, y las sumas y diferencias de las frecuencias originales y todas las armónicas. Se produce una cantidad infinita de frecuencias armónicas y de producto cruzado cuando se mezclan dos o más frecuencias en un dispositivo no lineal. Si no se desean los productos cruzados, se llama distorsión por intermodulación. Si se quieren tener los productos cruzados, se llama modulación. Matemáticamente, las frecuencias de suma y diferencia son

$$\text{productos cruzados} = mf_a \pm nf_b$$

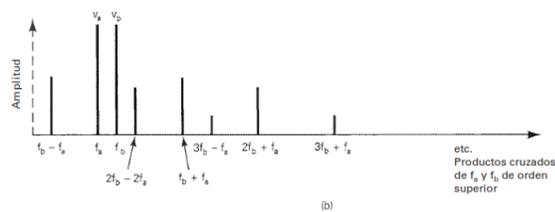
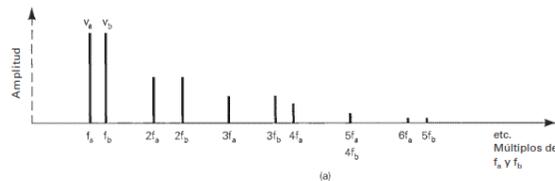
siendo  $m$  y  $n$  enteros positivos, entre uno e infinito

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada discreta de Fourier: Mezclado no lineal: Varias frecuencia de entrada

La figura muestra el espectro de la salida de un amplificador no lineal con dos frecuencias de entrada.



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Ejemplo

Para un amplificador no lineal con 5 y 7 kHz de frecuencias de entrada:

- Determinar las tres primeras armónicas presentes en la salida, para cada frecuencia de entrada.
- Determinar los productos cruzados que se producen en la salida, para valores de m y n de 1 y 2.
- Trazar el espectro de frecuencias armónicas y de producto cruzado de salida, con las frecuencias determinadas en los pasos a) y b).

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Ejemplo

Solución

- (a) Las tres primeras armónicas comprenden las dos frecuencias originales de entrada, de 5 y 7 kHz; dos veces cada frecuencia original, 10 y 14 kHz, y tres veces cada frecuencia original, 15 y 21 kHz.
- (b) Los productos cruzados con 1 y 2 como valores de  $m$  y  $n$  se determinan con la ecuación:

$$\text{productos cruzados} = mf_a \pm nf_b$$

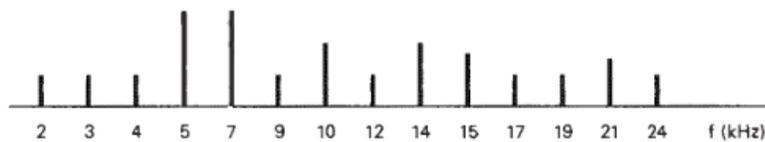
$m$	$n$	Productos cruzados
1	1	7 kHz $\pm$ 5 kHz = 2 kHz y 12 kHz
1	2	7 kHz $\pm$ 10 kHz = 3 kHz y 17 kHz
2	1	14 kHz $\pm$ 5 kHz = 9 kHz y 19 kHz
2	2	14 kHz $\pm$ 10 kHz = 4 kHz y 24 kHz

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Ejemplo

- (c) El espectro de frecuencias de salida se muestra en la figura



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Taller Fourier

De manera individual.

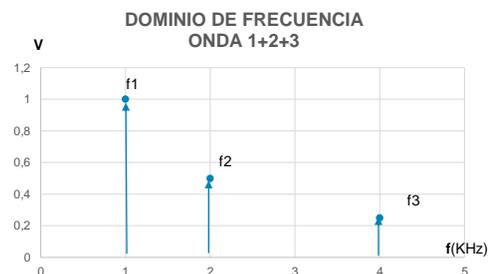
En la herramienta cmaptools, preparar una mapa mental sobre el material visto en clases referente al tema de transformada de fourier

**Profundicemos.....  
Y Concluyamos**

## Señales periódicas

Sumar dos o más ondas periódicas en el dominio del tiempo, es sumar algebraicamente en un instante del tiempo a los componentes de las dos ondas; y en consecuencia el resultado en el dominio del tiempo también podrá representarse en el dominio de la frecuencia, aunque no sea visualizada como un seno o coseno o una flecha.

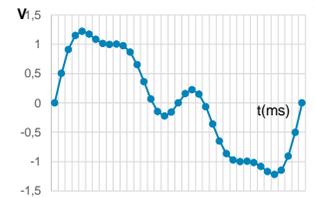
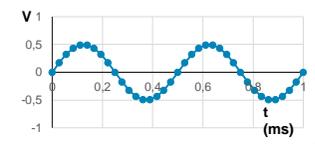
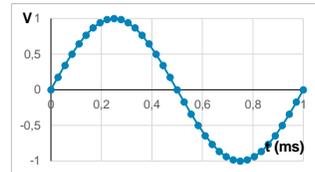
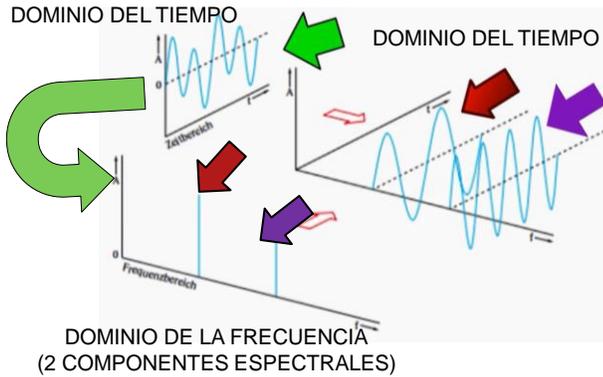
## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia



En el dominio del tiempo la Onda 1, onda 2 y onda 3 están mezcladas

Ahora en el dominio de la frecuencia, la señal tiene 3 componentes espectrales

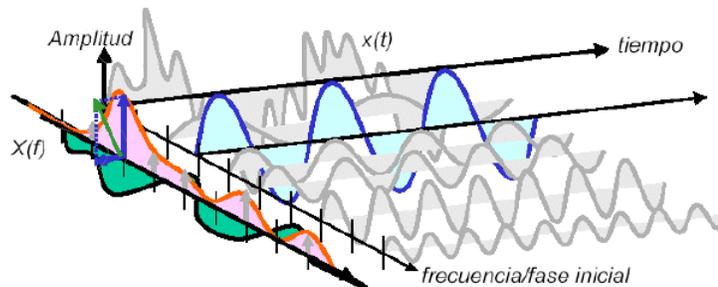
## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia



## Ejemplos Dominio tiempo versus dominio de la frecuencia

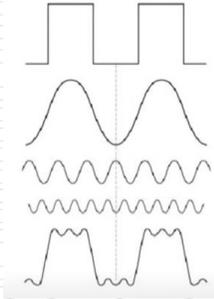
### Espectro de una señal

Si se analiza la señal  $x(t)$  en el dominio de las frecuencias, la función  $X(f)$  representa el espectro de la señal. Un espectro debe incluir para poder representar unívocamente la señal no sólo la magnitud sino también la fase inicial

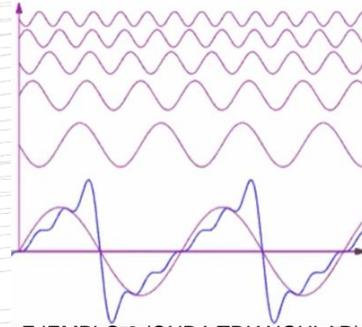


## Fourier

Fourier dice que cualquier onda o señal, esta construida por la suma de senos (o cosenos), dicho de otra forma cualquier señal periódica es la suma de señales periódicas



EJEMPLO 1 (ONDA RECTANGULAR)



EJEMPLO 2 (ONDA TRIANGULAR)

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier: Obtener una onda triangular a base de senos

Ejemplo 1: Encontrar la serie de Fourier en **coseno** de  $f(t) = t$  en  $[0, \pi]$ :

Tenemos:

$$F_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\pi} t \, dt = \frac{\pi}{2}$$

y

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\pi} t \cos(nt) \, dt = \frac{2}{\pi n^2} [\cos(n\pi) - 1] = \frac{2}{\pi n^2} [(-1)^n - 1]$$

Entonces:

$$f(t) = t \approx \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \left[ \cos(t) + \frac{1}{3^2} \cos(3t) + \frac{1}{5^2} \cos(5t) + \dots \right]$$

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier: obtener una onda triangular a base se senos

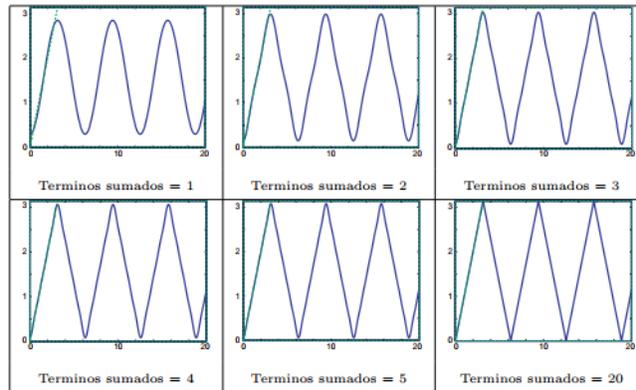


Figura 2.3: Series de Fourier en **coseno** de  $f(t) = t$  en  $[0, \pi]$

## Transformada de Fourier: obtener una onda triangular a base se senos

$f(t) = t$  no esta modelado sobre el intervalo  $[-\pi, \pi]$  sino solamente en el intervalo  $[0, \pi]$ .  
La serie de Fourier es periodica, de periodo  $2\pi$ .

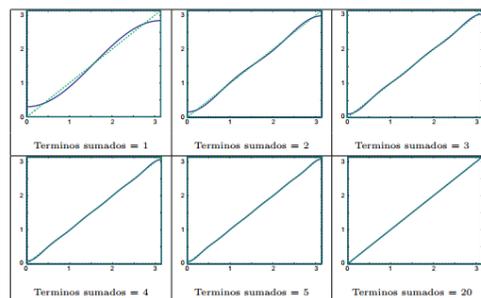


Figura 2.4: Zoom de la figura 2.3 sobre el intervalo  $[0, \pi]$ . La serie de Fourier (línea azul línea continua) se aproxima poco a poco a la función  $f(t) = t$  (línea verde discontinua)

## Transformada de Fourier: Obtener una onda dentada a base se senos

*Ejemplo 2:* Encontrar la serie de Fourier en **seno** de  $f(t) = t$  en  $[0, \pi]$ :

Tenemos:

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\pi} t \sin(nt) dt = \frac{-2}{n} (-1)^n$$

Entonces:

$$f(t) = t \approx \left[ \sin(t) - \frac{1}{2} \sin(2t) + \frac{1}{3} \sin(3t) - \dots \right]$$

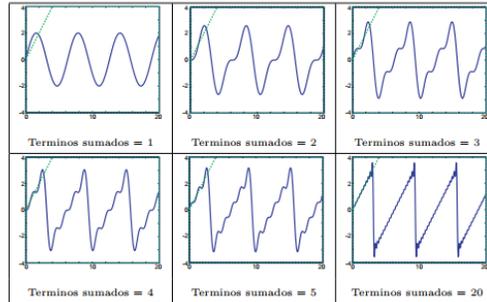


Figura 2.5: Series de Fourier en **seno** de  $f(t) = t$  en  $[0, \pi]$

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier: Obtener una onda triangular a base se senos

$f(t) = t$  no está modelado sobre el intervalo  $[-\pi, \pi]$  sino solamente en el intervalo  $[0, \pi]$ .

La serie de Fourier es periódica, de periodo  $2\pi$ . La serie de Fourier en seno converge muchos más lento que una serie de Fourier en coseno.

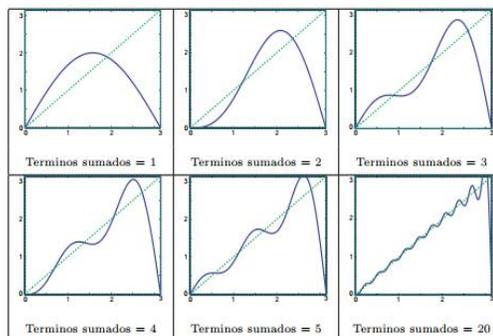


Figura 2.6: Zoom de la figura 2.5 sobre el intervalo  $[0, \pi]$ . La serie de Fourier en seno (línea azul línea continua) se aproxima más lentamente a la función  $f(t) = t$  (línea verde discontinua) que para una serie de Fourier en coseno.

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier: obtener una onda rectangular a base se cosenos

Ejemplo 3: Encontrar la serie de Fourier en **coseno** de  $f(t) = 1$  en  $[0, \pi]$ :

Tenemos:  $F_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\pi} 1 dt = 1$  y  $A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\pi} 1 \cos(nt) dt = 0$ . Es un caso trivial. Sumando solamente cosenos (sin desfase), no se puede encontrar una función constante. Pero sumando solamente senos (sin desfase) se puede encontrar la función 1 en un intervalo  $[0, c]$  (por ejemplo con  $c = \pi$ ).

## Transformada de Fourier: obtener una onda rectangular a base se cosenos

Ejemplo 4: Encontrar la serie de Fourier en **seno** de  $f(t) = 1$  en  $[0, \pi]$ :

Tenemos:

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\pi} \sin(nt) dt = \frac{2}{\pi n} [1 - (-1)^n]$$

Entonces:

$$f(t) = 1 \approx \frac{4}{\pi} \left[ \sin(t) + \frac{1}{3} \sin(3t) + \frac{1}{5} \sin(5t) + \dots \right]$$

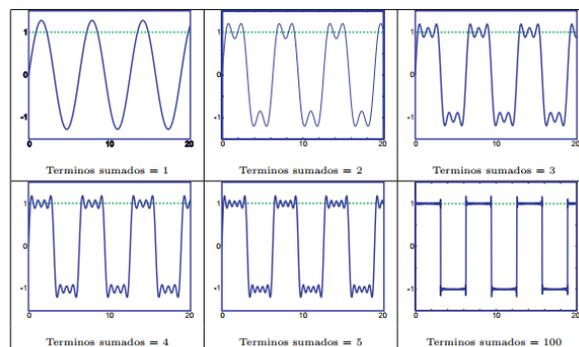


Figura 2.7: Series de Fourier en seno de  $f(t) = 1$  en  $[0, \pi]$

## Transformada de Fourier: Obtener una onda rectangular a base se cosenos

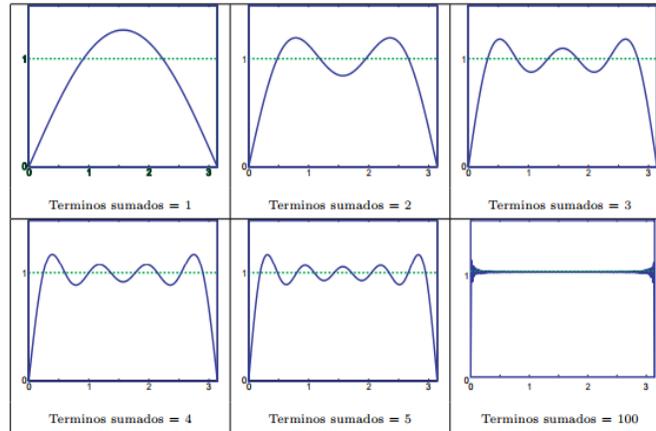


Figura 2.8: Zoom de la figura 2.7 sobre el intervalo  $[0, \pi]$ . La serie de Fourier (línea azul continua) se aproxima poco a poco a la función  $f(t) = 1$  (línea verde discontinua).

## Fenómeno de Gibbs

Si la serie de Fourier para una función  $f(t)$  se trunca para lograr una aproximación en suma finita de senos y cosenos, es natural pensar que a medida que agreguemos más armónicos, el sumatorio se aproximará más a  $f(t)$ .

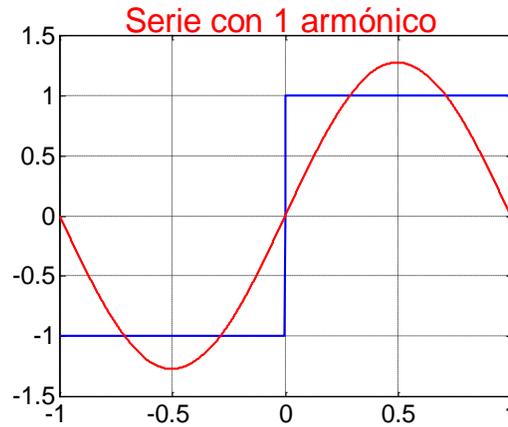
Esto se cumple excepto en las discontinuidades de  $f(t)$ , en donde el error de la suma finita **no tiende a cero** a medida que agregamos armónicos.

Por ejemplo, consideremos el tren de pulsos u onda cuadrada:

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \text{sen}(\omega_0 t) + \frac{1}{3} \text{sen}(3\omega_0 t) + \frac{1}{5} \text{sen}(5\omega_0 t) + \dots \right]$$

## Transformada de Fourier: 1 armónico

$$f(t) = \frac{4}{\pi} [\text{sen}(\omega_0 t)]$$

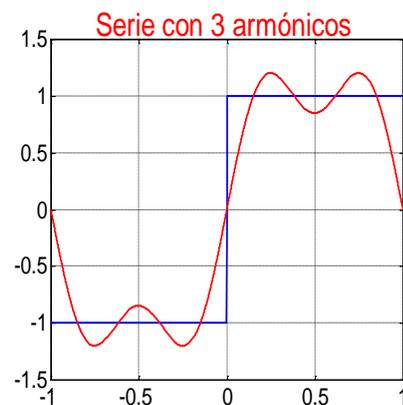


**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier: 3 armónico

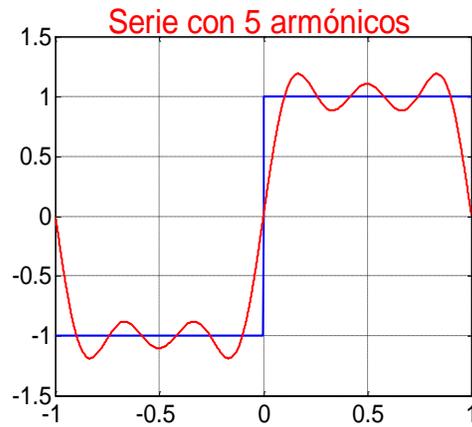
$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \text{sen}(\omega_0 t) + \frac{1}{3} \text{sen}(3\omega_0 t) + \frac{1}{5} \text{sen}(5\omega_0 t) \right]$$



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier: 5 armónico



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier: 7 armónico



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier: 13 armónico



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

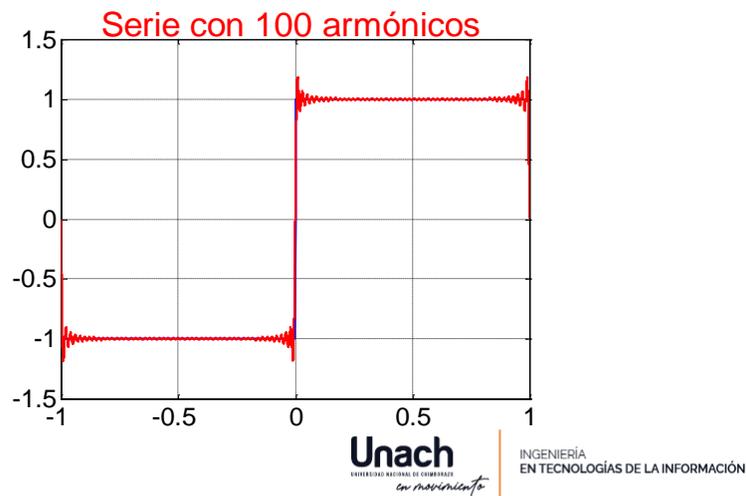
## Transformada de Fourier: 50 armónicos; aparece el fenómeno de Gibbs



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier: 100 armónicos; aparece el fenómeno de Gibbs

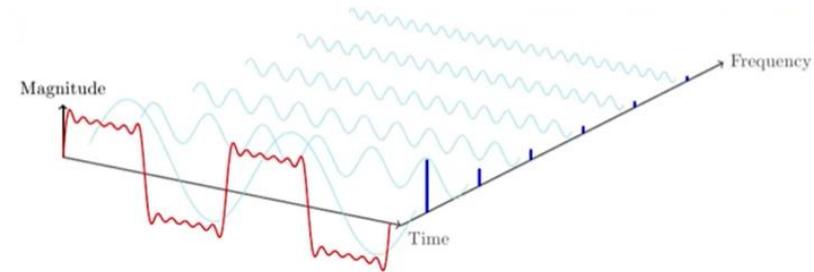


## Transformada de Fourier

- En el dominio del tiempo, se puede construir una onda que no sea senoidal (que tenga cualquier forma); sea periódica o no; con la suma de ondas de mayor o menor amplitud que sea senoidales; y se puede representar en el dominio de la frecuencia a través de armónicos; la suma infinita de armónicos me dan la totalidad de la señal que no es senoidal. Este proceso se hace a través de sumas o series e integrales.
- Cada seno sumado representa un armónico de mayor o menor amplitud o potencia o volumen.
- Para que la construcción sea exactamente igual necesitaría armónicos (senos) infinitos cada vez de menor amplitud o potencia

## Transformada de Fourier

- En consecuencia de lo dicho una señal tiene un ancho de banda infinito compuesto por 1 fundamental (armónico 1) y  $n$  armónicos



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier

- Las esquinas, o las cosas muy cortantes de una onda se representan con frecuencias muy altas.
- Las partes anchas de una onda son frecuencias bajas
- Cada vez que en la construcción de la señal periódica o no periódica incrementamos armónicos o senos; el armónico influye menos en la composición de la señal.
- Ninguna tecnología tiene ancho de banda infinito, debido a las atenuaciones, al medio de transmisión, a los conectores, a la distancia, etc.

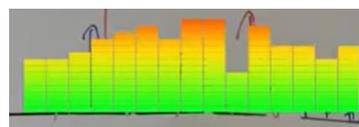
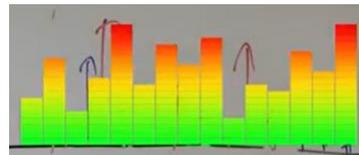
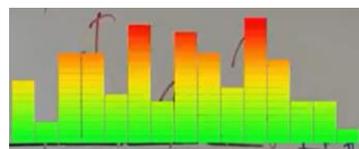
**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier

- En consecuencia en las señales las esquinas o las partes cortantes van a despreciarse (fenómeno de Gibbs), en otras palabras del gran BW se desprecian las frecuencias altas; esto en un instante determinado, pues al siguiente instante aparecerán otros componentes o armónicos (voz humana); es decir la señal cambia en el dominio del tiempo y de la frecuencia (señal de audio o video vista en un osciloscopio y en un analizador de espectros sin la función hold)

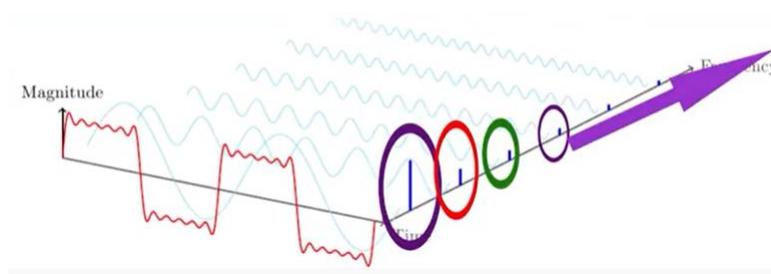
## Transformada de Fourier



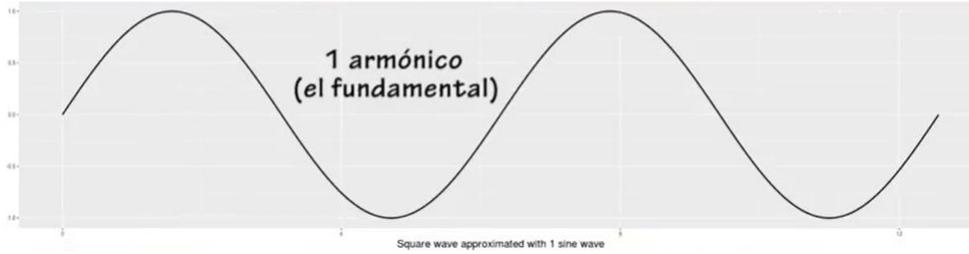
## Transformada de Fourier

- Por ejemplo en una señal de voz humana no aparecen armónicos por debajo de los 20 Hz o por sobre los 20 KHz. Pues ese es el BW de la voz humana o de audio.
- De aquí los amplificadores de alta calidad tienen anchos de banda limitados o bien especificados
- Es importante notar que mientras menos BW o armónicos se toman para construir una señal, menos calidad o fiabilidad tendrá la misma, y menos se parecerá al original (.mp3, .aac)

## Transformada de Fourier



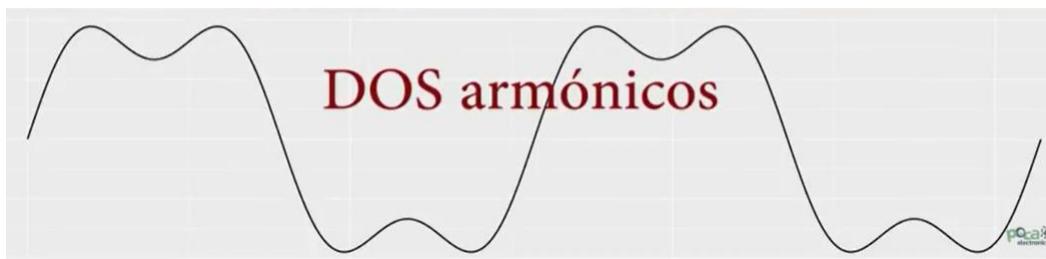
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

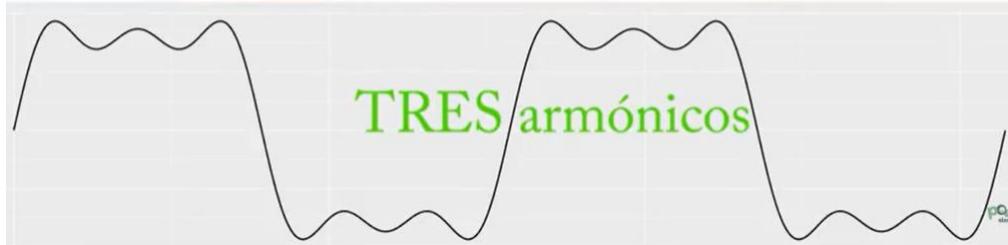
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

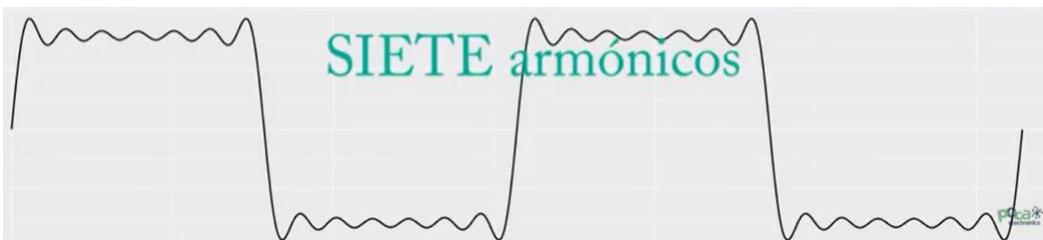
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

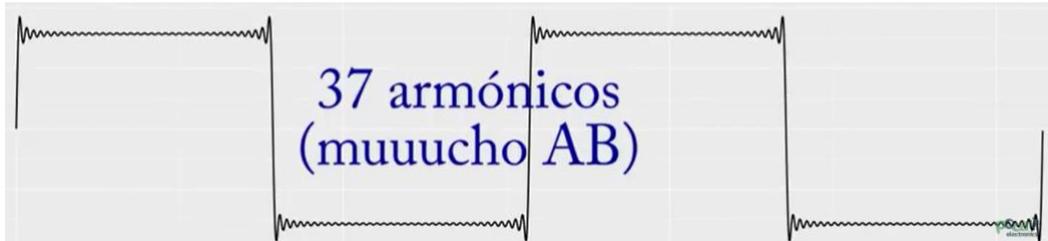
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

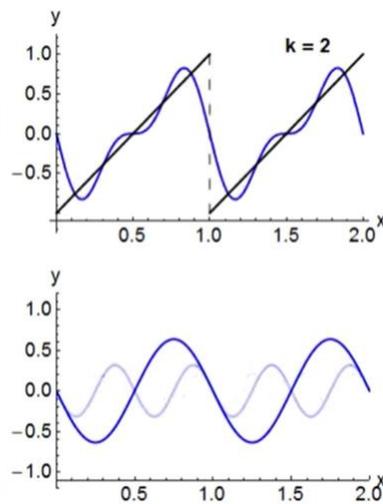
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

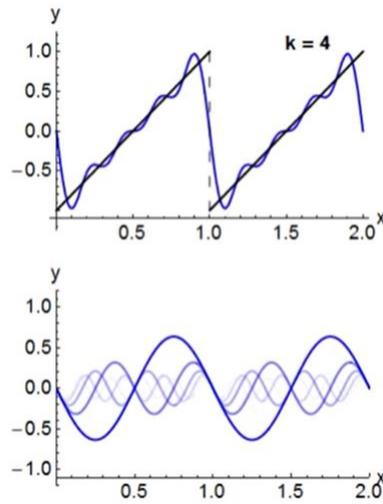
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

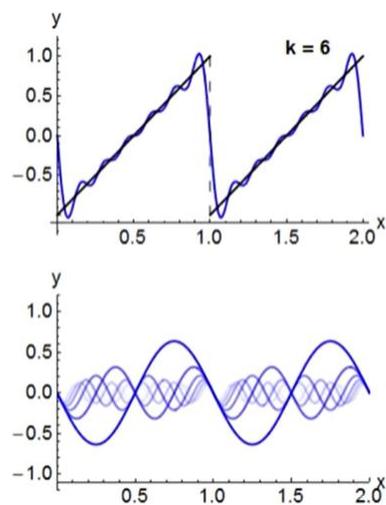
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

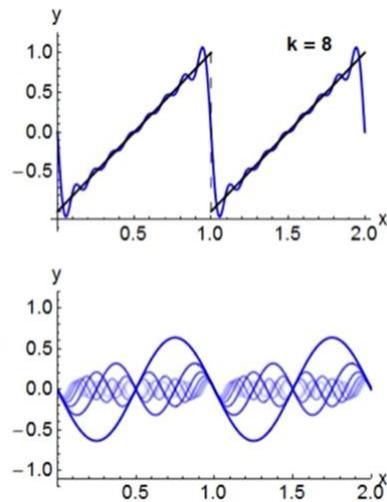
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

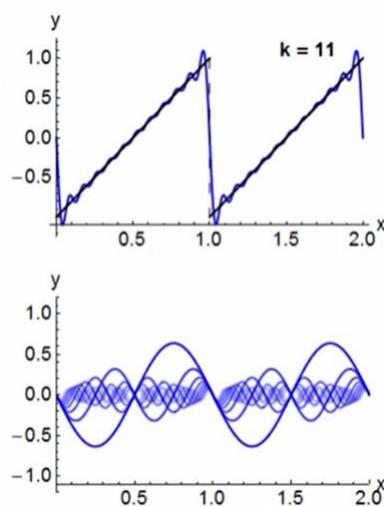
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

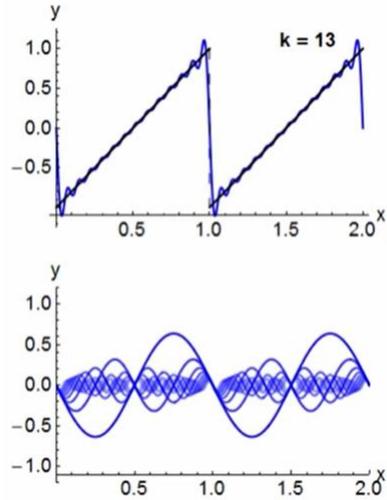
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

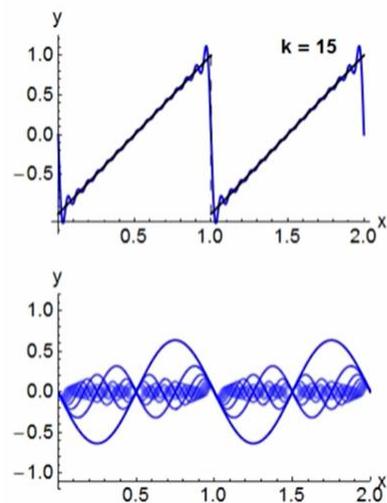
## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Transformada de Fourier



**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

# Ancho de banda de las señales

## Decibelios

Un parámetro importante en cualquier sistema de transmisión es la energía de la señal transmitida. Al propagarse la señal en el medio habrá una pérdida, o atenuación, de energía de la señal. Para compensar este hecho es necesario introducir amplificadores cada cierta distancia que restituyan la energía de la señal.

## Decibelios: Cambios de base

$c = \log_b(a)$   
Es igual a  $b^c = a$

**Ejemplo 1**  
 $3 = \log_2(8)$   
Es igual a  $2^3 = 8$

**Ejemplo 2**  
 $2,4 = \log_{10}(x)$   
Es igual a  $10^{2,4} = x$   
 $x = 251$

**Resolución para cambio de base**

$$\log_b(a) = \frac{\log_x(a)}{\log_x(b)}$$

**Ejemplo 3**

$$\log_2(8) = 3$$

**Pasar de base 2 a base 10**

$$\log_2(8) = \frac{\log_{10}(8)}{\log_{10}(2)} = 3$$

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Decibelios: Cambios de base

**Ejemplo 4**  
Calcular el logaritmo en base 2:

$$\log_4(32)$$

**Solución:**  
Pasamos a base 2 porque 32 y 4 son potencias de 2. Luego, escribimos 32 como 2 elevado a 5 y 4 como 2 elevado a 2:

$$\begin{aligned} \log_4(32) &= \frac{\log_2(32)}{\log_2(4)} = \\ &= \frac{\log_2(2^5)}{\log_2(2^2)} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Decibelios: Cambios de base

Ejemplo 5

Calcular el logaritmo en base 3:

$$\log_9(27)$$

Solución:

$$\begin{aligned} \log_9(27) &= \frac{\log_3(27)}{\log_3(9)} = \\ &= \frac{\log_3(3^3)}{\log_3(3^2)} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

## Decibelios: Cambios de base

Pasar los siguientes logaritmos a base binaria para poder calcular su resultado:

1.  $\log_4(32)$

2.  $\log_4(2)$

3.  $\log_8(32)$

4.  $\log_{32}(8)$

5.  $\log_{16}(2)$

## Decibelios: Cambios de base

Ejercicio 1 solución:

$$\log_4(32)=$$

$$\log_2(32)/\log_2(4)=$$

$$\log_2(2^5)/\log_2(2^2)=5/2$$

## Decibelios

Los valores de ganancias, pérdidas y, en general, de todas las magnitudes relativas (sin dimensión) se suelen expresar en decibelios, ya que:

- La energía de la señal decae, por lo general, exponencialmente. Por tanto, las pérdidas se pueden expresar cómodamente en decibelios, ya que es una unidad logarítmica.
- En un sistema de transmisión, las ganancias y pérdidas en cascada se pueden calcular fácilmente mediante sumas o restas, respectivamente.

## Decibelios

El decibelio es una medida del cociente o proporción entre dos niveles de la señal:

$$G_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_{salida}}{P_{entrada}}$$

donde

- $N_{dB}$  = número de decibelios.
- $P_{entrada}$  = potencia de entrada.
- $P_{salida}$  = potencia de salida.
- $\log_{10}$  = logaritmo en base 10.

## Decibelios

Si en una línea de transmisión se transmite una señal con una potencia de 10 mW y a cierta distancia se miden 5 mW, la pérdida se puede expresar como

$$L_{dB} = 10 \log (10/5) = 10 \log 2 = 10 * 0,3 = 3_{dB}$$

Obsérvese que el decibelio es una medida de una diferencia relativa, es decir, no es absoluta. Una pérdida de 1.000 W a 500 W es igualmente una pérdida de 3 dB.

## Decibelios

El decibelio también se usa para medir diferencias de tensión, ya que la potencia es proporcional al cuadrado de la tensión:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

donde

$P$  = potencia disipada en una resistencia  $R$ .

$V$  = caída de tensión en la resistencia  $R$ .

Por tanto,

$$L_{dB} = 10 \log \frac{P_{entrada}}{P_{salida}} = 10 \log \frac{V_{entrada}^2/R}{V_{salida}^2/R} = 20 \log \frac{V_{entrada}}{V_{salida}}$$

## Decibelios

Los decibelios son útiles para determinar la ganancia o pérdida acumulada por una serie de elementos de transmisión.

Sea un conjunto de elementos con una potencia de entrada igual a 4 mW. Sea el primer elemento una línea de transmisión con 12 dB de atenuación (-12 dB de ganancia), el segundo elemento un amplificador con una ganancia igual a 35 dB y, por último, una línea de transmisión con 10 dB de pérdida.

Calcular la Potencia de salida

## Decibelios

Solución:

La ganancia o atenuación neta será  $(-12 + 35 - 10) = 13$  dB. El cálculo de la potencia de salida  $P_{salida}$  es,

$$13 = 10 \log(P_{sal}/4 \text{ mW})$$

$$1,3 = \log(P_{sal}/4 \text{ mW})$$

$$\text{Si } c = \log_b(a) \text{ y } b^c = a$$

$$10^{1,3} = P_{sal}/4 \text{ mW}$$

$$4 \text{ mW} * 10^{1,3} = P_{sal}$$

$$P_{sal} = 79,8 \text{ mW}$$

## Decibelios

Los valores en decibelios se refieren a magnitudes relativas a cambios en magnitud, no a valores absolutos. A veces es conveniente expresar un nivel absoluto de potencia o tensión en decibelios para facilitar así el cálculo de la pérdida o ganancia con respecto a un valor inicial de señal. El dBW (decibelio-watio) se usa frecuentemente en aplicaciones de microondas. Se elige como referencia el valor de **1 W** y se define como 0 dBW. Se define, por tanto, el nivel absoluto de potencia en dBW como

$$Potencia_{dBW} = 10 \log \frac{Potencia_W}{1 \text{ W}}$$

¿Una potencia de 1.000 W corresponde a 30 dBW y una potencia de 1 mW corresponde a -30 dBW?

## Decibelios

¿Una potencia de 1.000 W corresponde a 30 dBW y una potencia de 1 mW corresponde a -30 dBW?

$$\text{Potencia}_{\text{dBW}} = 10 \log \frac{\text{Potencia}_{\text{W}}}{1 \text{ W}}$$

**SI**

$$10 \log 1000/1\text{W} = 10 \log (10^3 \text{ W}/1\text{W}) = 10(3) = 30 \text{ dBW}$$

$$10 \log 1\text{mW}/1\text{W} = 10 \log (10^{-3} \text{ W}/1\text{W}) = 10(-3) = -30 \text{ dBW}$$

## Decibelios

Otra unidad es el dBm (decibelio-milivatio), en la que se usa **1 mW** como referencia. La fórmula es

$$\text{Potencia}_{\text{dBW}} = 10 \log \frac{\text{Potencia}_{\text{mW}}}{1 \text{ mW}}$$

# Capacidad del Canal

Previamente se ha estudiado que hay una gran variedad de efectos nocivos que distorsionan o corrompen la señal.

Para los datos digitales, la cuestión a resolver es en qué medida estos defectos limitan la velocidad con la que se pueden transmitir. **Se denomina capacidad del canal a la velocidad máxima** a la que se pueden transmitir los datos en un canal, o ruta de comunicación de datos, bajo unas condiciones dadas.

## Capacidad de Canal

Hay cuatro conceptos en juego relacionados entre sí, que son:

- **La velocidad de transmisión de los datos:** velocidad, expresada en bits por segundo (bps), a la que se pueden transmitir los datos.
- **El ancho de banda:** ancho de banda de la señal transmitida; éste estará limitado por el transmisor y por la naturaleza del medio de transmisión; se mide en ciclos por segundo o hercios.
- **El ruido:** nivel medio de ruido a través del camino de transmisión.
- **La tasa de errores:** tasa a la que ocurren los errores. Se considera que ha habido un error cuando se recibe un 1 habiendo transmitido un 0, o se recibe un 0 habiendo transmitido un 1.

## Ancho de Banda de Nyquist (Vtx)

Considérese el caso de un canal exento de ruido. En este entorno, la limitación en la velocidad de los datos está impuesta simplemente por el ancho de banda de la señal. Nyquist formalizó esta limitación, afirmando que si la **velocidad de transmisión de la señal es  $2B$** , entonces una señal con frecuencias no superiores a  $B$  es suficiente para transportar esta velocidad de transmisión de la señal. Y viceversa: ***dado un ancho de banda  $B$ , la mayor velocidad de transmisión de la señal que se puede conseguir es  $2B$*** . Esta limitación está provocada por la interferencia entre símbolos que se produce por la distorsión de retardo.

## Ancho de Banda de Nyquist (Vtx)

Anteriormente nos hemos referido a la velocidad de la señal. Si las señales a transmitir son binarias (dos niveles de tensión), la velocidad de transmisión de datos que se puede conseguir con  **$B$  Hz es igual a  $2B$  bps**. Por ejemplo, considérese un canal de voz que se utiliza mediante un módem para transmitir datos digitales. Supóngase un ancho de banda de 3100 Hz. Entonces, la capacidad  $C$  del canal es  $2B = 6.200$  bps. No obstante, se pueden usar señales con más de dos niveles; es decir, cada elemento de señal puede representar a más de dos bits. Por ejemplo, si se usa una señal con cuatro niveles de tensión, cada elemento de dicha señal podrá representar dos bits. La formulación de Nyquist para el caso de señales multinivel es

$$C = 2B \log_2 M$$

## Ancho de Banda de Nyquist (Vtx)

Donde M es el número de señales discretas o niveles de tensión. Así pues, para M=8, valor típico que se usa en algunos módem, la capacidad resulta ser 18.600 bps, siendo el ancho de banda igual a 3.100 Hz.  $C=2(3100)3=18600\text{bps}$

$$C = 2B \log_2 M$$

Por tanto, para un ancho de banda *dado*, *la velocidad de transmisión de datos se puede incrementar considerando un número mayor de señales diferentes*. Sin embargo, esto supone una dificultad mayor en el receptor: en lugar de tener que distinguir una de entre dos señales, *deberá distinguir una de entre M posibles señales*. *El ruido y otras dificultades en la línea de transmisión limitarán el valor de M*.

## Fórmula para la Capacidad de Shannon

***La fórmula de Nyquist implica que al duplicar el ancho de banda se duplica la velocidad de transmisión, si todo lo demás se mantiene inalterado.*** Ahora establezcamos una relación entre la velocidad de transmisión, el ruido y la tasa de errores. La presencia de ruido puede corromper uno o más bits. Si se aumenta la velocidad de transmisión, el bit se hace más «corto», de tal manera que dado un patrón de ruido, éste afectará a un mayor número de bits. *Así pues, dado un nivel de ruido, cuanto mayor es la velocidad de transmisión, mayor es la tasa de errores.*

## Fórmula para la Capacidad de Shannon

*Como se ha comentado, cuanto mayor es la velocidad de transmisión, mayor es el daño que puede ocasionar el ruido. Dado un nivel de ruido, es de esperar que incrementando la energía de la señal se mejoraría la recepción de datos en presencia de ruido. Un parámetro fundamental en el desarrollo de este razonamiento es la relación señal-ruido (SNR, o S/N), que se define como el cociente de la potencia de la señal entre la potencia del ruido presente en un punto determinado en el medio de transmisión. Generalmente, este cociente se mide en el receptor, ya que es aquí donde se realiza el procesado de la señal y la eliminación del ruido no deseado.*

## Relación Señal Ruido SNR

Por cuestiones de comodidad, la SNR se expresa en decibelios:

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \frac{\text{potencia de señal}}{\text{potencia de ruido}}$$

Esta expresión muestra, en decibelios, cuánto excede la señal al nivel de ruido. Una SNR alta significará una señal de alta calidad y, por tanto, la necesidad de un número reducido de repetidores.

## Fórmula para la Capacidad de Shannon (Bps)

*La relación señal-ruido es importante en la transmisión de datos digitales, ya que ésta determina la máxima velocidad de transmisión que se puede conseguir.* Una conclusión de Shannon es que la capacidad máxima del canal, en bits por segundo, verifica la ecuación:

$$C = B \log_2(1 + \text{SNR})$$

donde C es la capacidad del canal en bits por segundo y B es el ancho de banda del canal en hercios. La fórmula de Shannon representa el máximo límite teórico que se puede conseguir.

Sin embargo, en la práctica, se consiguen velocidades mucho menores. Una razón para esto reside en el hecho de que la fórmula anterior supone ruido blanco (ruido térmico). Además, no se han tenido en cuenta el ruido impulsivo, la distorsión de atenuación o la distorsión de retardo.

## Fórmula para la Capacidad de Shannon

Pueden ser instructivas otras consideraciones adicionales que se deducen a partir de la ecuación anterior. Para un nivel de ruido dado, *podría parecer que la velocidad de transmisión se puede aumentar incrementando tanto la energía de la señal como el ancho de banda.* Sin embargo, al aumentar la energía de la señal, también lo hacen las no linealidades del sistema, dando lugar a un aumento del ruido de intermodulación. **Obsérvese igualmente que, como el ruido se ha supuesto blanco, cuanto mayor sea el ancho de banda, más ruido se introducirá en el sistema. Por tanto, cuando B aumenta, la SNR disminuye.**

## Relaciones entre las formulaciones de Shannon y Nyquist

Supóngase que el espectro de un canal está situado entre 3 MHz y 4 MHz y que la  $SNR_{dB} = 24_{dB}$

$$B = 4 \text{ MHz} - 3 \text{ MHz} = 1 \text{ MHz}$$

$$SNR_{dB} = 24 \text{ dB} = 10 \log_{10}(SNR)$$

$$SNR = 251$$

**$c = \log_b(a)$**   
**Es igual a  $b^c = a$**

Usando la fórmula de Shannon se tiene que:

$$C = 10^6 \times \log_2(1 + 251) \approx 10^6 \times 8 = 8 \text{ Mbps}$$

## Relaciones entre las formulaciones de Shannon y Nyquist

Éste es, como ya se ha mencionado, un límite teórico difícil de alcanzar. No obstante, supóngase que este límite se puede alcanzar. Según la fórmula de Nyquist, ¿cuántos niveles de señalización se necesitarán? Se tiene que:

$$C = 2B \log_2 M$$

$$8 \times 10^6 = 2 \times (10^6) \times \log_2 M$$

$$4 = \log_2 M$$

$$M = 16$$

**$c = \log_b(a)$**   
**Es igual a  $b^c = a$**

## Ejercicios en clase: Shannon y Nyquist

1. Diariamente se envían 20 kbps desde el departamento de TI, hacia Facturación; y se quiere calcular cuántas horas de transferencia se tardará para pasar 1 GB.
2. ¿Qué Vtx se establece con un respaldo mensual de 26 paquetes en 90 ms, cada paquete tiene un tamaño constante de 220 KBytes por paquete?
3. Existe una conexión de voz la cual maneja un ancho de banda de 3700 Hz el cual se usa con un módem para transmitir datos digitales de 2 niveles. Calcular la capacidad del canal.
4. Dentro de los canales de transmisión se detectó que existe un espectro de un canal entre 4 MHz y 2 MHz, y que la SNR es de 26dB.
  - Calcular la SNR
  - Calcular la Capacidad del canal
  - Calcular el número de niveles necesarios

### Nota Aclaratoria

- No hablamos de tamaño en disco en consecuencia 1Kbyte=1000Bytes
- Si hablaríamos de espacio en disco 1Kbyte=1024Bytes

## Taller ejercicios de BW y capacidad del canal

### Trabajo individual

### Ejercicios planteados en el aula virtual

# Modulación y Demodulación

## Modulación y Demodulación

- Proceso de transformar información de su forma original a una forma mas adecuada para su transmisión.
- La modulación consiste en la variación de algún parámetro de la señal que permita un aprovechamiento óptimo del canal de comunicación, reflejado en una mayor cantidad de información transmitida a menor presencia de ruido.

## Modulación y Demodulación

***Demodulación es el proceso inverso.***

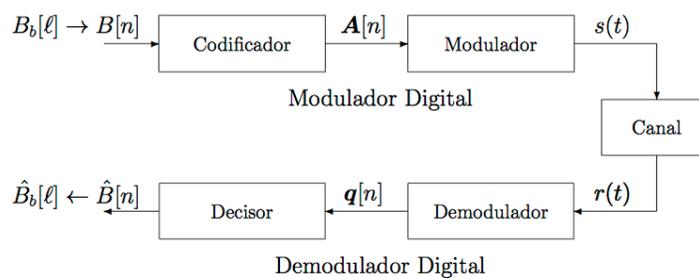
La modulación se realiza en el transmisor del circuito llamado modulador, la demodulación se realiza en el receptor del circuito llamado demodulador.

Modulación es el proceso de variar una característica de una portadora de acuerdo con una señal que transporta información.

El propósito es sobreponer señales en las ondas portadoras.

## Esquema de un sistema de comunicaciones

Una vez cuantificada y codificada la señal el siguiente paso es modular la señal.



## Esquema de un sistema de comunicaciones

La forma mas empírica de comunicación es transformar la señal eléctrica a radiación EM.

Se necesitaría únicamente una antena que transforme la onda eléctrica en campo electromagnético (CEM) y viceversa.

**Problema:** A menor frecuencia, mayor tamaño de antena,

Por lo que para frecuencias bajas las antenas son

Irrealizables, e.g. para transmitir la voz (300 – 3300 Hz) la

Antena necesaria tendría aproximadamente 90 Km

$$\lambda = C / f$$



En contraposición a mayor frecuencia, menor tamaño de antena. La idea es elevar desde la frecuencia original (banda base) a frecuencias que permitan tener antenas realizables.

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Tipos de modulaciones

### 1. MODULACIONES ANALÓGICAS:

- AM: la información analógica modula a la amplitud de la portadora
- FM : la información analógica modula a la frecuencia de la portadora
- PM: la información analógica modula a la fase de la portadora

### 2. MODULACIONES DIGITALES:

- ASK: Amplitude Shift Keying.  
La información DIGITAL modula a la amplitud de la portadora
- FSK: Frequency Shift Keying.  
La información DIGITAL modula a la frecuencia de la portadora
- PSK: Phase Shift Keying.  
La información DIGITAL modula a la fase de la portadora

### 3. Combinaciones de las anteriores:

- QAM: Quadrature Amplitude Modulation  
La información DIGITAL modula a la amplitud y la fase de la portadora

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Ventajas de modular

### VENTAJAS

- Facilitar la transmisión y el alcance de la misma.
- Reducir el tamaño de las antenas en una transmisión inalámbrica.
- Reducir ruido e interferencia.
- Facilitar la asignación de frecuencias para utilizar multiplexación FDM, OFDM.

## Modulación en amplitud

- Es el proceso de cambiar la amplitud de una portadora de frecuencia relativamente alta de acuerdo a la amplitud de la señal modulante (información).
- Con la modulación en amplitud, la información se imprime sobre la portadora en forma de cambios de amplitud
- La modulación de amplitud se utiliza en la radiodifusión de señales de audio y video.
- La banda de radiodifusión abarca de 535 a 1605 KHz.
- La modulación de amplitud también se utiliza para las comunicaciones de radio móvil, como una banda civil CB.

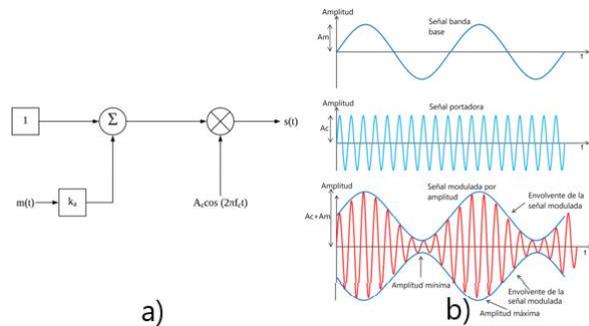
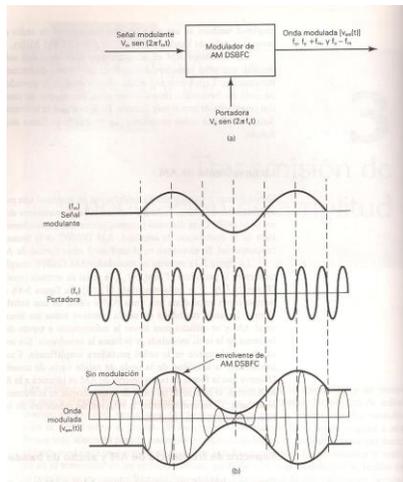
## Modulación en amplitud

- Es el proceso de cambiar la amplitud de una portadora de frecuencia relativamente alta de acuerdo a la amplitud de la señal modulante (información).
- Con la modulación en amplitud, la información se imprime sobre la portadora en forma de cambios de amplitud
- La modulación de amplitud se utiliza en la radiodifusión de señales de audio y video.
- La banda de radiodifusión abarca de 535 a 1605 KHz.
- La modulación de amplitud también se utiliza para las comunicaciones de radio móvil, como una banda civil CB.

## Modulación en amplitud

- Un modulador AM es un aparato no lineal con dos señales de información de entrada:
  1. Una señal portadora de amplitud constante y de frecuencia sencilla (la cual es de suma importancia dado que puede ser manipulada de acuerdo con los requerimientos de la aplicación).
  2. La señal de información (señal modulante) o señal en banda base que contiene la información que se quiere transmitir (señal de banda base: término usado para asignar una banda de baja frecuencia que tendrá la información).

## Modulación en amplitud



La información modula la portadora, debido a esto se llama señal modulante(banda base), la resultante se llama onda modulada o señal modulada.

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAYMAHUAY  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Modulación en amplitud

### Ejemplo

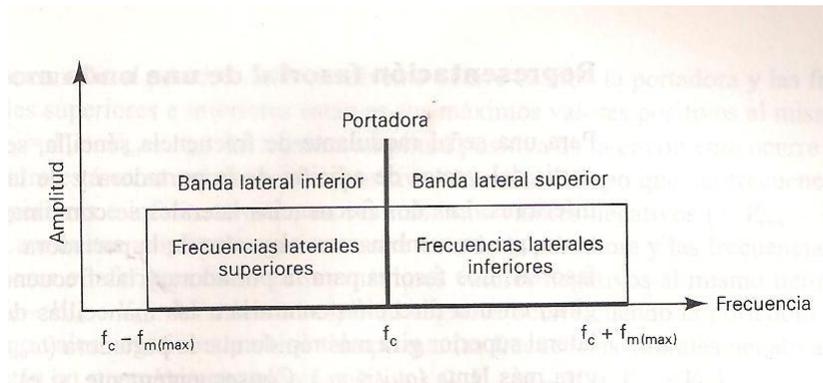
Para un modulador de AM DSBFC con una frecuencia portadora  $f_c = 100 \text{ kHz}$  y una frecuencia máxima de la señal modulante  $f_m(\text{max}) = 5 \text{ KHz}$ , determine:

- Limites de frecuencia en las bandas lateral superior e inferior
- Ancho de banda (2 frec modulantes)
- Frecuencias laterales superior e inferior producidas cuando la señal modulante es un tono de 3 KHz de frecuencia simple
- Dibujar frecuencia de salida

**Unach**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAYMAHUAY  
*en movimiento*

INGENIERÍA  
EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

## Modulación en amplitud



## Modulación en amplitud

a)

Banda lateral inferior

$$\text{LSB} = [f_c - f_{m(\max)}] \text{ a } f_c = (100 - 5) \\ = 95 \text{ kHz a } 100 \text{ kHz}$$

Banda lateral superior

$$\text{USB} = f_c \text{ a } [f_c + f_{m(\max)}] = (100 + 5) \\ = 100 \text{ kHz a } 105 \text{ kHz}$$

## Modulación en amplitud

b) Ancho de banda

$$B = 2 f_{m(\max)} = 2(5) = 10 \text{ kHz}$$

c)

La frecuencia lateral superior

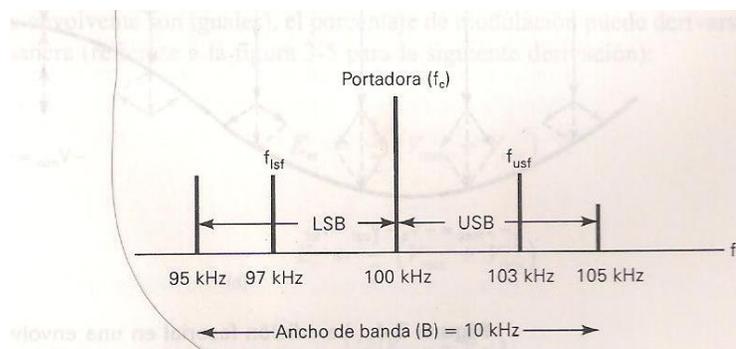
$$f_{\text{usf}} = f_c + f_m = 100 + 3 = 103 \text{ kHz}$$

La frecuencia lateral inferior

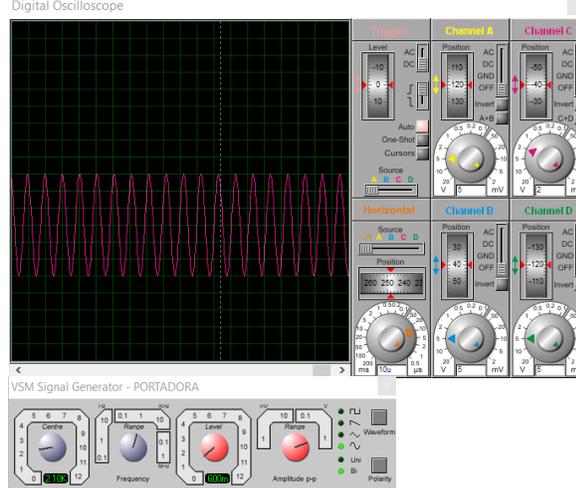
$$f_{\text{lsf}} = f_c - f_m = 100 - 3 = 97 \text{ kHz}$$

## Modulación en amplitud

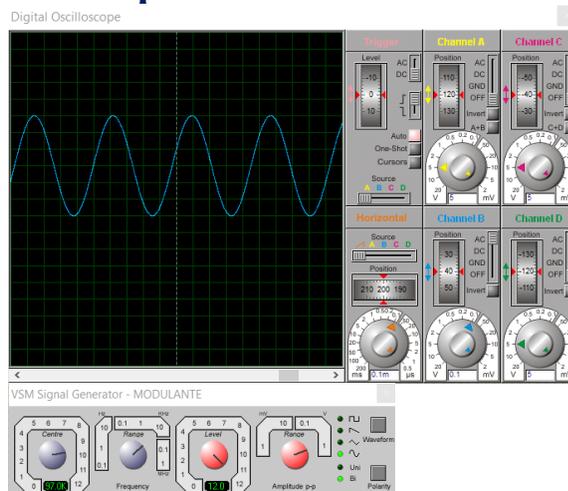
▪ d) El espectro de frecuencia de salida



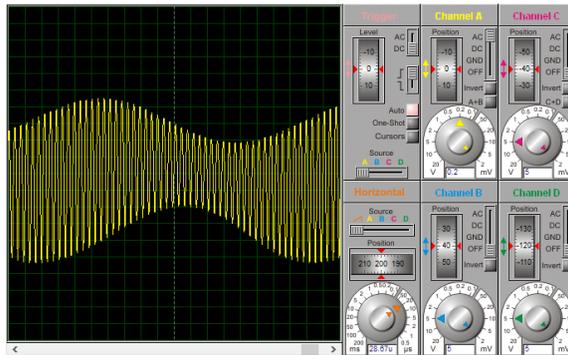
## Modulación en amplitud: Señal Portadora



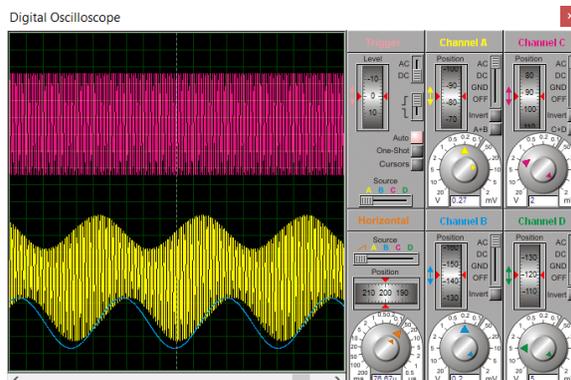
## Modulación en amplitud: Señal Modulante, información



## Modulación en amplitud: Señal Modulada



## Modulación en amplitud



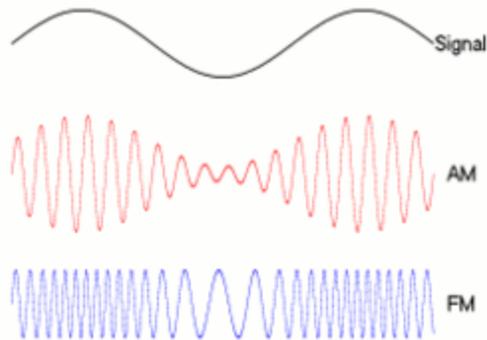
## Modulación en frecuencia

- La modulación de frecuencia es una modulación angular que transmite información a través de una onda portadora variando su frecuencia
- La frecuencia modulada es usada comúnmente en las radiofrecuencias de muy alta frecuencia por la alta fidelidad de la radiodifusión de la música y el habla
- Una de sus ventajas respecto a la AM es que a la FM apenas le afectan las interferencias y descargas estáticas.
- Sus características principales son su modulación y propagación por ondas directas como consecuencia de su ubicación en la banda de frecuencia de VHF

## Modulación en frecuencia

- La modulación en frecuencia consiste en variar la frecuencia de la portadora proporcionalmente a la frecuencia de la onda moduladora (información), permaneciendo constante su amplitud
- Lo que genera un incremento en las bandas laterales y por lo tanto un canal mas ancho de FM, obteniendo mayor calidad de reproducción e inmunidad a las interferencias electricas

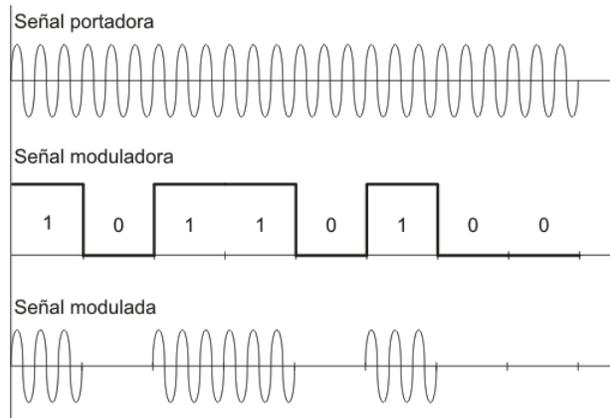
## Modulación en frecuencia



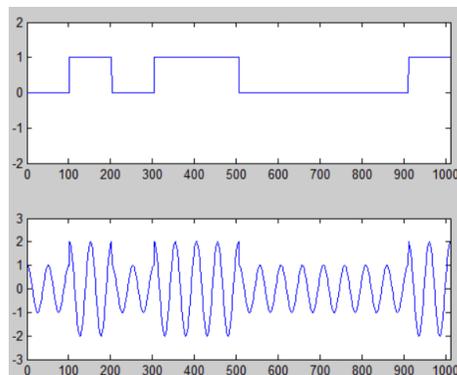
## Técnicas de modulación digital: ASK (Desplazamiento por amplitud), llamada también PAM

Es una modulación de amplitud donde la señal moduladora (datos) es digital. Los dos valores binarios se representan con dos amplitudes diferentes y es usual que una de las dos amplitudes sea cero; es decir uno de los dígitos binarios se representa mediante la presencia de la portadora a amplitud constante, y el otro dígito se representa mediante la ausencia de la señal portadora.

## Técnicas de modulación digital: ASK (Desplazamiento por amplitud)



## Técnicas de modulación digital: ASK (Desplazamiento por amplitud)



## Técnicas de modulación digital: ASK (Desplazamiento por amplitud)

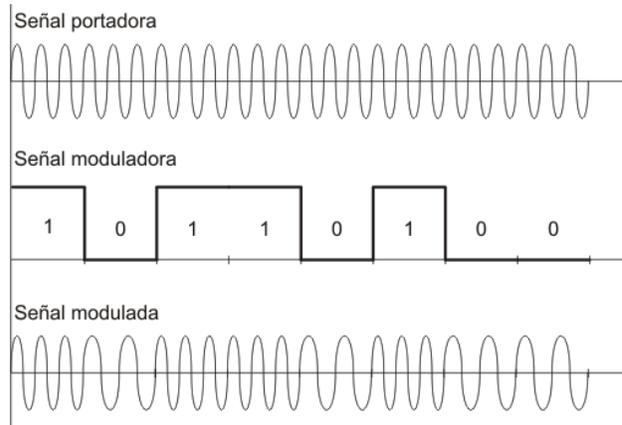
La técnica ASK se utiliza para la transmisión de datos digitales en fibras ópticas, en los transmisores con LED, la expresión de la señal modulada sigue siendo válida. Es decir, un elemento de señal se representa mediante un pulso de luz, mientras que el otro se representa mediante la ausencia de luz. Los transmisores láser tienen normalmente un valor de desplazamiento, "bias", que hace que el dispositivo emita una señal de alta intensidad para representar un elemento y una señal de menor amplitud para representar al otro.

## Técnicas de modulación digital: FSK (Desplazamiento por frecuencias)

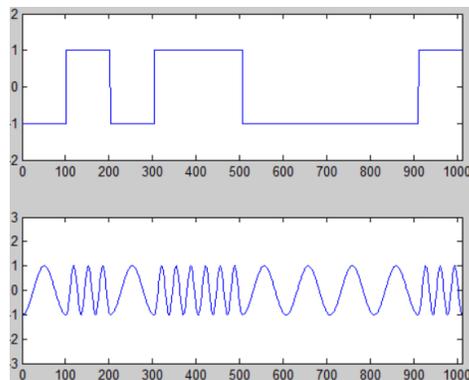
FSK (Frequency-shift keying), es una modulación de frecuencia donde la señal moduladora (datos) es digital. Los dos valores binarios se representan con dos frecuencias diferentes ( $f_1$  y  $f_2$ ) próximas a la frecuencia de la señal portadora  $f_p$ .

Generalmente  $f_1$  y  $f_2$  corresponden a desplazamientos de igual magnitud pero en sentidos opuestos de la frecuencia de la señal portadora.

## Técnicas de modulación digital: FSK (Desplazamiento por frecuencias)



## Técnicas de modulación digital: FSK (Desplazamiento por frecuencias)

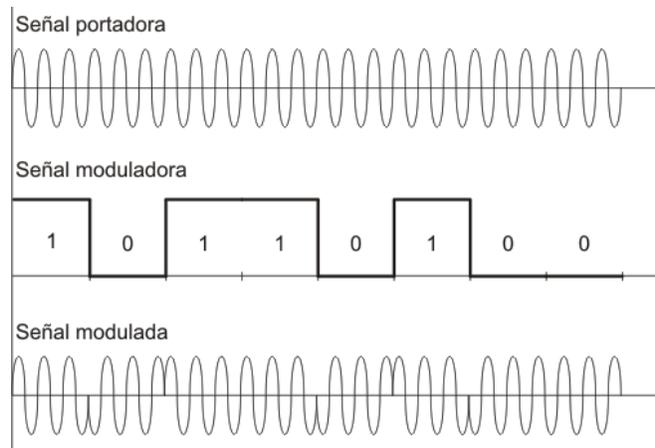


## Técnicas de modulación digital: PSK (Desplazamiento de fase)

PSK (Phase-shift keying), es una modulación de fase donde la señal moduladora (datos) es digital.

Existen dos alternativas de modulación PSK: PSK convencional, donde se tienen en cuenta los desplazamientos de fase y PSK diferencial, en la cual se consideran las transiciones.

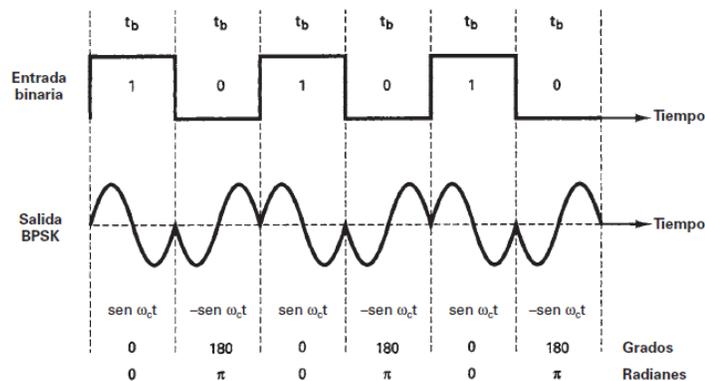
## Técnicas de modulación digital: PSK (Desplazamiento de fase)



## Técnicas de modulación digital: MPSK (Multi – Psk)

En este sistema la fase de la señal portadora puede tomar secuencialmente N valores posibles separados entre sí por un ángulo

## Técnicas de modulación digital: MPSK (Multi – Psk)



BPSK ó 2PSK

## Técnicas de modulación digital: MPSK (Desplazamiento de fase)

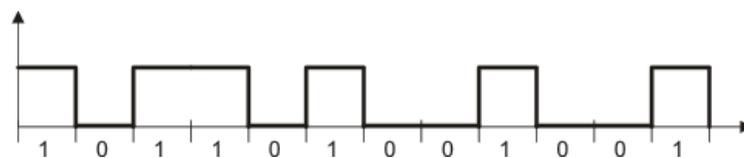
Este es un caso de transmisión multinivel, donde la portadora tomará los N valores posibles de acuerdo a los niveles de amplitud de la señal moduladora.

Dado que la cadencia de una transmisión de datos binarios está dada por la cantidad de veces que una señal cambia de nivel, observaremos como podemos enviar dos unidades de información (dos bits), mediante un solo cambio de nivel.

## Técnicas de modulación digital: PSK (Desplazamiento de fase)

Si a los bits de la cadena de información los tomamos de a dos, tendremos

10 | 11 | 01 | 00 | 10 | 01



## Técnicas de modulación digital: PSK (Desplazamiento de fase)

O sea que al tomar los bits de a dos de una señal binaria unipolar, hay solo cuatro combinaciones a la cuales se las denomina dibits.

1. 00
2. 01
3. 10
4. 11

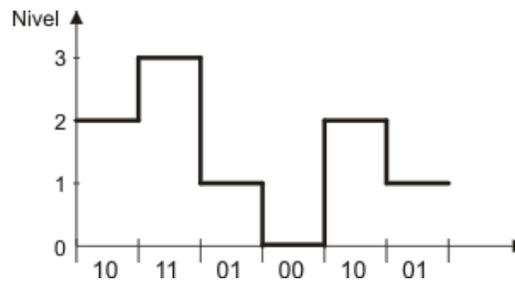
## Técnicas de modulación digital: PSK (Desplazamiento de fase)

Si a cada par de bits, le asignamos diferentes niveles o amplitudes de señal, se obtiene la siguiente tabla

Dibit	Nivel Asignado
00	0
01	1
10	2
11	3

## Técnicas de modulación digital: PSK (Desplazamiento de fase)

Los cuales se pueden representar de la siguiente manera



## Técnicas de modulación digital: QAM

La modulación de amplitud de la cuadratura es un sistema de la modulación en el cual los datos son transferidos modulando la amplitud de dos ondas de portador separadas, sobre todo sinusoidal, que son fuera de fase por 90 grados (seno y coseno).

Una modulación QAM involucra la variación simultanea de dos parámetros en la onda portadora:

- Amplitud y
- Fase

## Técnicas de modulación digital: QAM

Debido a su diferencia de fase, se llaman los portadores de la cuadratura, la modulación de amplitud de la cuadratura es la combinación de afinar de la **modulación de amplitud y de desplazamiento de fase**.

Es una modulación digital avanzada, en la que su eficiencia se utiliza para la transmisión de datos a alta velocidad por canales con ancho de banda restringido.

## Técnicas de modulación digital: 8QAM

Entrada binaria			Salida 8-QAM	
Q	I	C	Amplitud	Fase
0	0	0	0.765 V	-135°
0	0	1	1.848 V	-135°
0	1	0	0.765 V	-45°
0	1	1	1.848 V	-45°
1	0	0	0.765 V	+135°
1	0	1	1.848 V	+135°
1	1	0	0.765 V	+45°
1	1	1	1.848 V	+45°

(a)

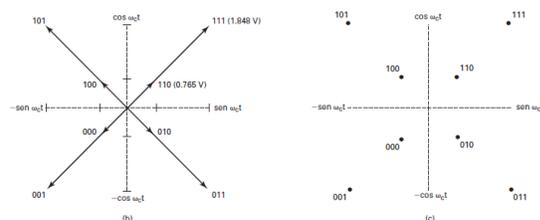
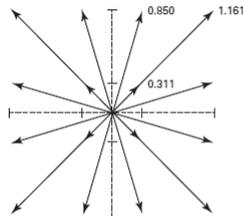


FIGURA 12-33 Modulador 8-QAM: (a) tabla de verdad; (b) diagrama fasorial; (c) diagrama de constelación

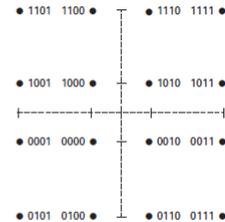
## Técnicas de modulación digital: 16QAM

Entrada binaria				Salida 16-QAM	
Q	Q'	I	I'		
0	0	0	0	0.311 V	-135°
0	0	0	1	0.850 V	-165°
0	0	1	0	0.311 V	-45°
0	0	1	1	0.850 V	-15°
0	1	0	0	0.850 V	-105°
0	1	0	1	1.161 V	-135°
0	1	1	0	0.850 V	-75°
0	1	1	1	1.161 V	-45°
1	0	0	0	0.311 V	135°
1	0	0	1	0.850 V	165°
1	0	1	0	0.311 V	45°
1	0	1	1	0.850 V	15°
1	1	0	0	0.850 V	105°
1	1	0	1	1.161 V	135°
1	1	1	0	0.850 V	75°
1	1	1	1	1.161 V	45°

(a)



(b)



(c)

FIGURA 12-37 Modulador 16-QAM: (a) tabla de verdad; (b) diagrama fasorial; (c) diagrama de constelación

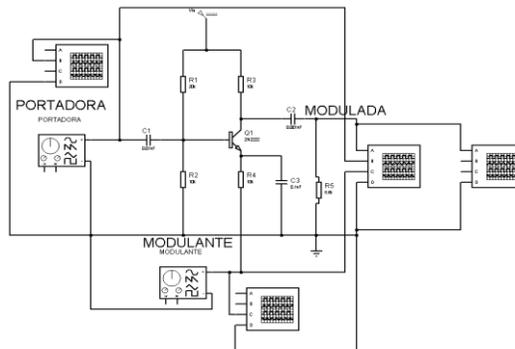
### Taller ejercicios Modulación

#### Trabajo individual

#### Ejercicios planteados en el aula virtual

## Taller Modulación

En Proteus implementar un modulador AM



## Taller Modulación

En Proteus implementar un modulador AM

- ¿Qué relación existe entre la frecuencia de la señal portadora y la frecuencia de la señal moduladora?
- ¿Qué relación existe entre la amplitud de la señal portadora y la frecuencia de la señal moduladora?
- ¿Qué es la envolvente?
- En los osciloscopios utilizados. ¿Qué unidades representan el eje de las abscisas, y el eje de las ordenadas?
- ¿Qué pasaría si se incrementa el valor de amplitud (voltaje de la señal moduladora)?
- ¿Qué pasaría si se reduce la frecuencia de la señal portadora?T

Tarea individual