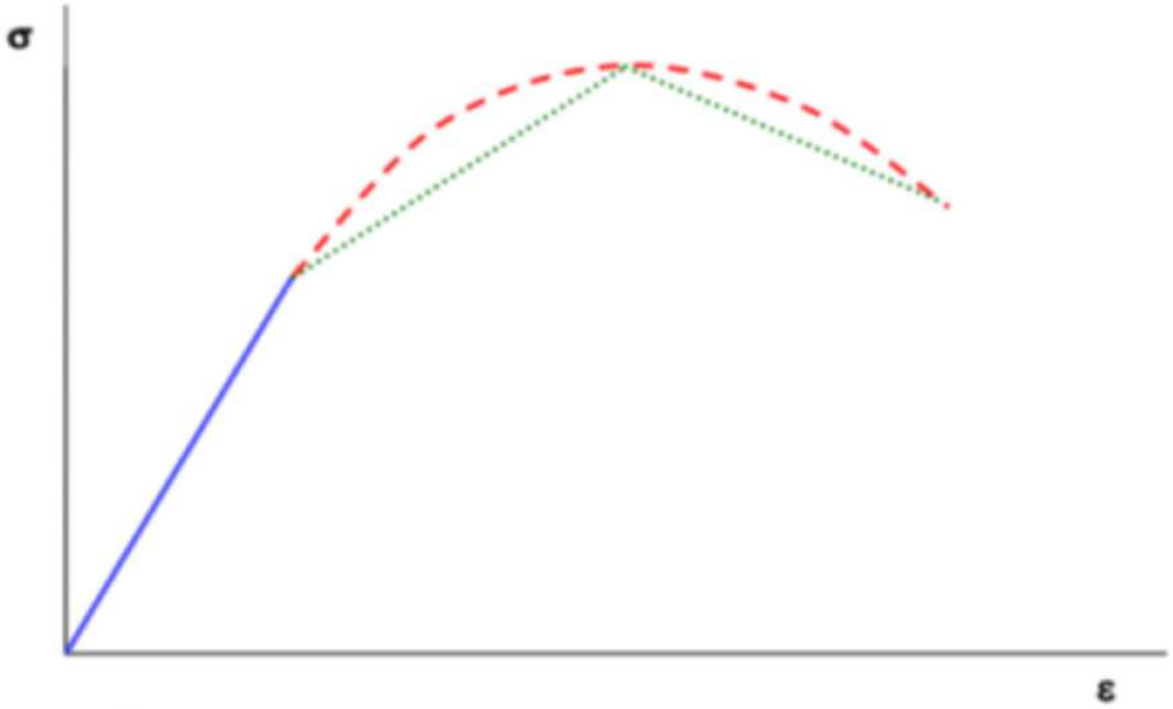
UNIDAD 2

DISEÑO DE VIGAS A FLEXIÓN Y CORTE

Docente: Ing. Oscar Cevallos V, PhD.

Modelos de Esfuerzo y Deformación

- En el hormigón se pude asumir un rango elástico definido por una línea recta y un rango inelástico definido por una parábola. Este último podría definirse también como dos líneas rectas.



Modelos de Esfuerzo y Deformación

- El elementos sometidos a flexión (e.j. vigas), se producen internamente solicitaciones de esfuerzo y deformación de compresión y tracción. Esto sucede ya que una porción de la sección transversal de la viga se comprime y otro porción variable se tracciona. La resistencia a tracción del hormigón se desprecia, ya que en hormigón fisurado desaparece esta resistencia y se reemplaza por la resistencia a tracción del acero.

Modelos de Esfuerzo y Deformación

Es necesario considerar también que el valor de la deformación unitaria ε del hormigón es fijado por el código ACI y la NEC (Norma ecuatoriana de la Construcción) en

$\varepsilon_c = 0.003$, para fines de diseño estructural.

De la misma manera, para el acero de refuerzo, en forma de varillas, los códigos especifican que se debe trabajar con una resistencia equivalente al límite de fluencia fy y que la deformación unitaria ε_y del acero es igual a $\varepsilon_y = fy / E_y$, donde E_y es el módulo de elasticidad.

En la NEC se establece que E_y es igual a 200000 MPa (2000000 kg/cm^2). Por lo tanto, para un acero de resistencia fy = 4200 kg/cm^2, el valor de ε_y es igual a 0.0021.

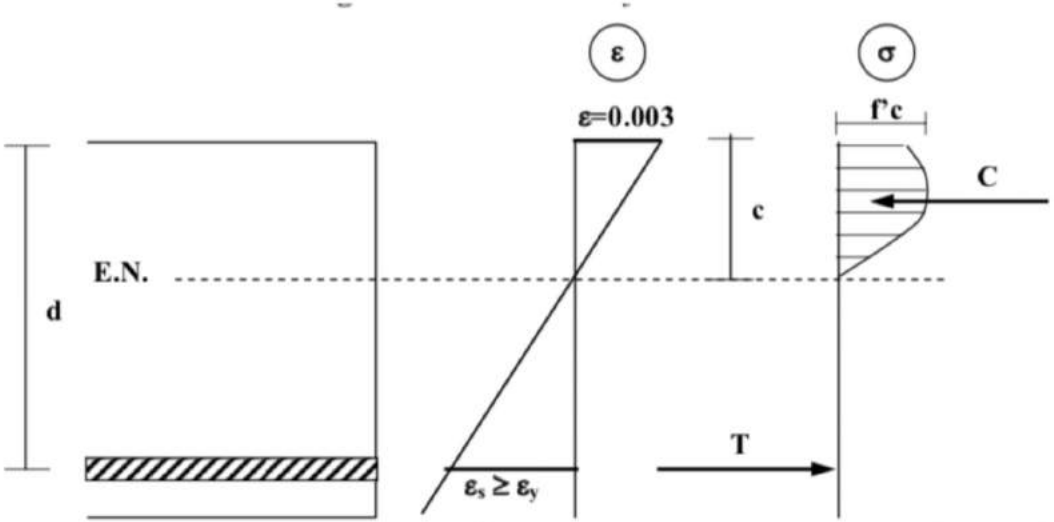
Modelos de Esfuerzo y Deformación

De la distribución de esfuerzos de compresión y de tracción que se presentan en los elementos sometidos a flexión, se puede presentar un modelo de distribución de las deformaciones unitarias y de esfuerzos.

A continuación se presenta el modelo.

.

Modelos de Esfuerzo y Deformación



*El diagrama de compresiones por flexión tiene la misma geometría que el diagrama esfuerzo – deformación del hormigón a compresión.

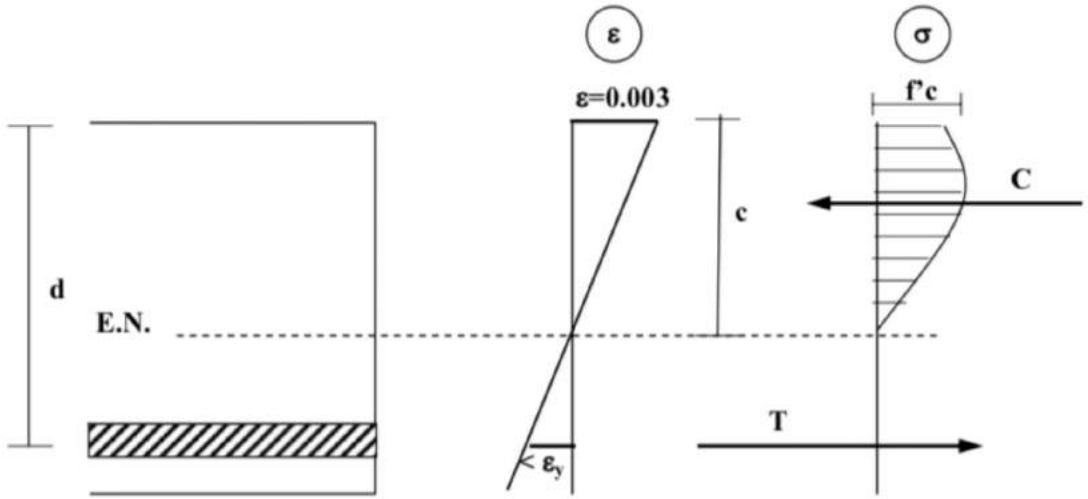
*En la zona de tracción se supone que el hormigón se ha fisurado totalmente y que no colabora en la capacidad resistente, por lo que solamente el acero trabaja a tracción.

La fuerza de tracción (**T**), dado que el acero debe encontrarse en fluencia, se calcula rápidamente mediante $T = As * fy$

Por equilibrio de fuerzas horizontales T=C.

Modelos de Esfuerzo y Deformación

Si la viga tiene mas acero de refuerzo, la resistencia a tracción se incrementa, y como debe estar en equilibrio la sección, también debe incrementarse la resistencia a compresión. Esto se logra cambiando la profundidad del E.N. (eje neutro)



El ascenso del eje neutro proporcionará deformaciones unitarias importantes al acero, lo que asegura que el acero incursione ampliamente en la zona de fluencia, conduciendo a un comportamiento dúctil de la sección analizada, conforme lo establecen los códigos de diseño.

.

Modelos de Esfuerzo y Deformación

MUY IMPORTANTE (Romo, 2008):

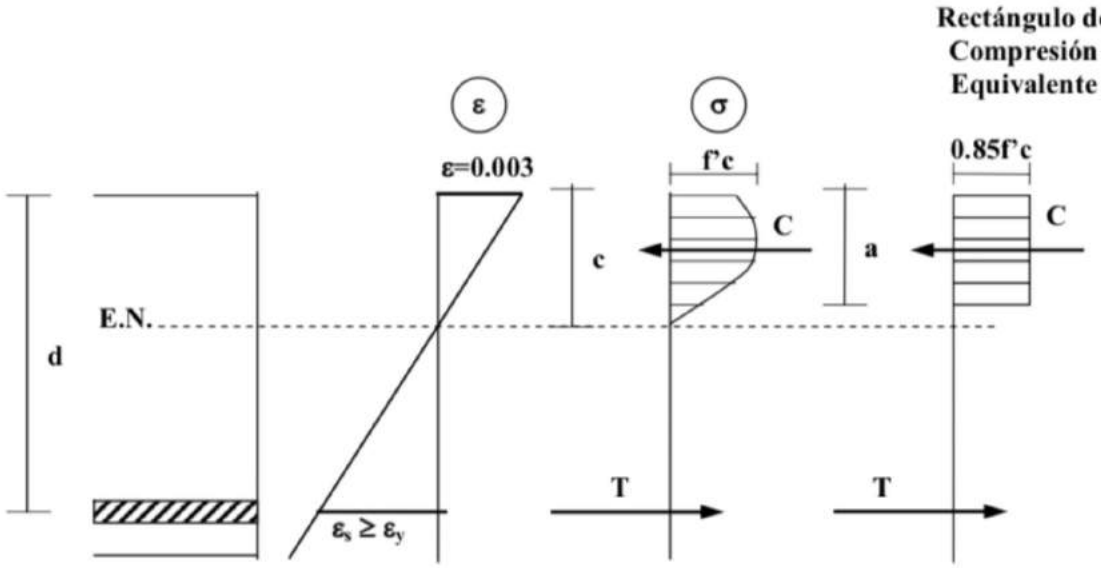
"El descenso del eje neutro puede conducir en caso extremo a que la deformación unitaria en el acero sea pequeña (< ε_y) y el acero no alcance el esfuerzo de fluencia, lo que lleva a un comportamiento frágil de la sección transversal, en contraposición con las especificaciones de los códigos de diseño. En definitiva, es la cantidad de acero de tracción la que controla el tipo de falla de las estructuras bajo solicitaciones flexionantes. Contrariamente a lo que se podría pensar, el exceso de armadura de tracción puede ser perjudicial para el comportamiento de una estructura de hormigón armado, al volverla más frágil".

NO DEBEMOS DISEÑAR ELEMENTOS PARA QUE FALLEN DE UNA MANERA FRÁGIL.

Modelos de Esfuerzo y Deformación

El bloque de compresión de Whitney

Whitney propuso una manera simplificada y segura de calcular la distribución de los esfuerzos de compresión en la sección. Propuso considerar un bloque de compresión que considera un centro de gravedad muy semejante al centro de gravedad de la curva real. El centro de gravedad vendría a ser la resultante de la fuerza de compresión.



En donde la altura total del bloque sería representada por la letra "a" y es igual a= β_1*c
Y la resultante de la fuerza de compresión se ubica en a/2

Modelos de Esfuerzo y Deformación

El bloque de compresión de Whitney

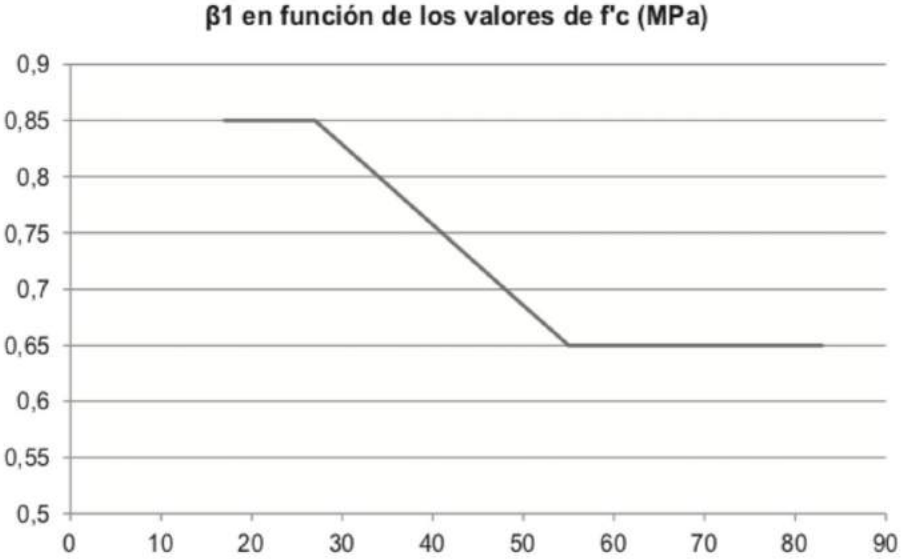
Los ensayos experimentales han demostrado que el modelo de Whitney es conservador en cuanto al cálculo de la magnitud de la fuerza de compresión, lo que provoca que la verdadera posición del eje neutro sea ligeramente superior a la que aparece en los cálculos.

Modelos de Esfuerzo y Deformación

El factor β_1 (NEC-SE-HM)

β_1 es el factor que relaciona la profundidad de bloque rectangular equivalente de esfuerzos de compresión con la profundidad del eje neutro.

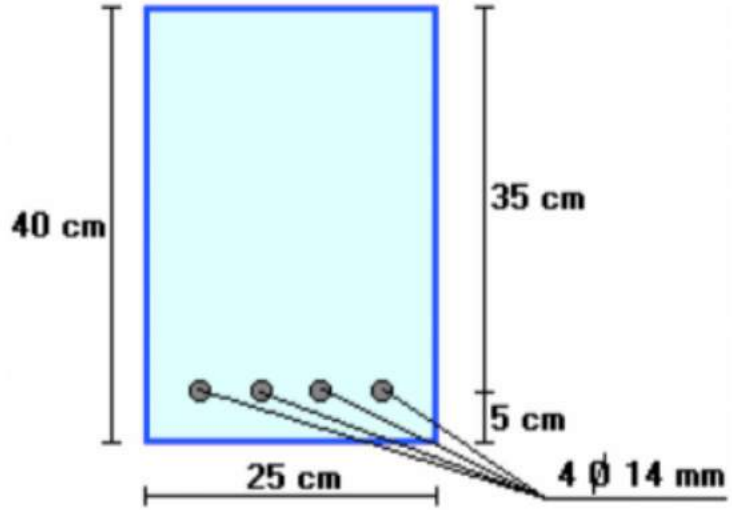
Para f'c entre 17 y 28 MPa, el factor β_1 se debe tomar como 0.85. Para f'c superior a 28 MPa, β_1 se debe disminuir en forma lineal a razón de 0.05 por cada 7 MPa de aumento sobre 28 MPa, sin embargo, β_1 no debe ser menor de 0.65.



Resistencia de vigas rectangulares

EJEMPLO 2.1

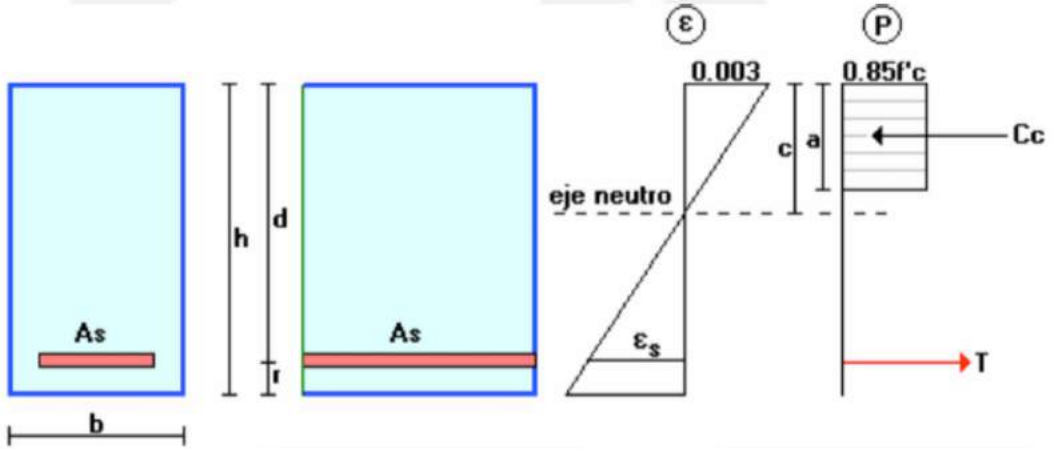
(Romo, 2008) Determinar la capacidad resistente última de la siguiente viga de sección transversal rectangular, si el hormigón tiene una resistencia a la rotura f'c = 210 kg/cm^2 y el acero tiene un esfuerzo de fluencia Fy = 4200 kg/cm^2.



.

Resistencia de vigas rectangulares

Representación del diagrama de deformaciones unitarias, y el diagrama de esfuerzos y fuerzas



Nota: El esfuerzo uniforme equivalente de compresión en el hormigón es "**0.85 f'c**"

.

Resistencia de vigas rectangulares

Se puede suponer que el acero ha alcanzado el nivel de fluencia (deberá verificarse posteriormente) por lo que:

$\varepsilon s > \varepsilon y \Rightarrow Fs = Fy$

La fuerza de tracción **T** es:

$T = As \cdot Fy$

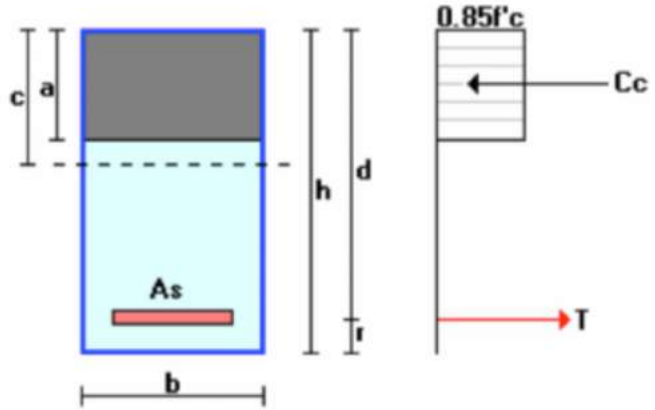
T = 25872 kg

Por equilibrio de fuerzas horizontales la resultante de la compresión en el hormigón (Cc) es igual en magnitud a la fuerza de tracción del acero.

$Cc = T$

Resistencia de vigas rectangulares

La fuerza de compresión también puede calcularse como el producto del esfuerzo uniforme por el área sobre la que se aplica ese esfuerzo.



Cc = (0.85 f'c).b.a

Reemplazando los datos conocidos en la ecuación previa se tiene:

$(25872) = (0.85)(210)(25)(a)$

Despejando "**a**":

$$a = \frac{(25872)}{(0.85)(210)(25)}$$

a = 5.80 cm.

La relación entre "**a**" y "**c**" es:

$\mathbf{a = \beta_1 \cdot c}$

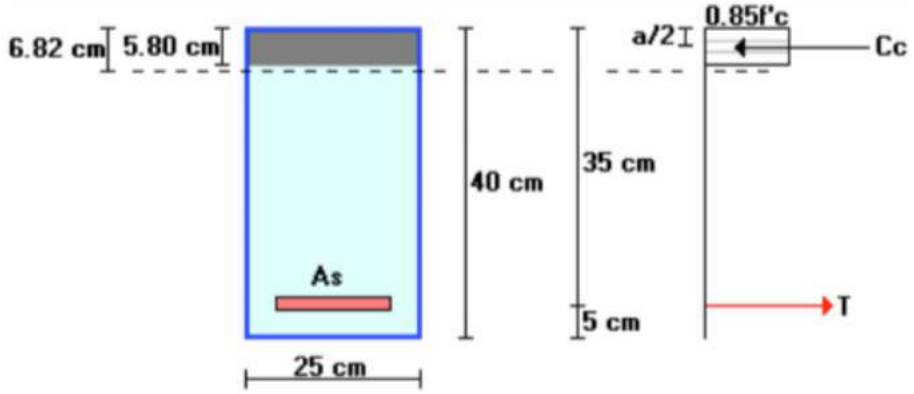
Despejando "**c**" se tiene:

$$c = \frac{a}{\beta_1} \qquad c = \frac{5.80\,cm}{0.85}$$

c = 6.82 cm

Resistencia de vigas rectangulares

Se traza a escala la distribución de deformaciones, fuerzas y esfuerzos



El momento flector nominal es igual a la magnitud de la resultante de compresión o tracción multiplicada por el brazo de palanca (d – a/2).

$$Mn = T.\left(d - \frac{a}{2}\right)$$

Reemplazando los valores correspondientes:

$$Mu = \phi.Mn$$

$$Mu = (0.90).(830491$$

Mn= 830491 kg-cm

Mu= 747442 kg-cm

•

Resistencia de vigas rectangulares

Ejemplo propuesto:

En su cuaderno el estudiante debe resolver el siguiente ejercicio.

* EJEMPLO 2.2:

Determinar la capacidad resistente última de una viga de sección transversal rectangular V30x50, si el hormigón tiene una resistencia a la rotura f'c = 240 kg/cm^2, el acero tiene un esfuerzo de fluencia Fy = 4200 kg/cm^2. y tiene un As de 2 ϕ de 18 mm + 1 ϕ de 16mm.

.

Cuantías de Armado

Una cuantía "ρ" de armado es la razón o el cociente entre la sección de acero y la sección efectiva de hormigón.

$$\rho = \frac{As}{b.d}$$

Donde:

As: Sección transversal de acero de tracción

b: Base de la sección rectangular

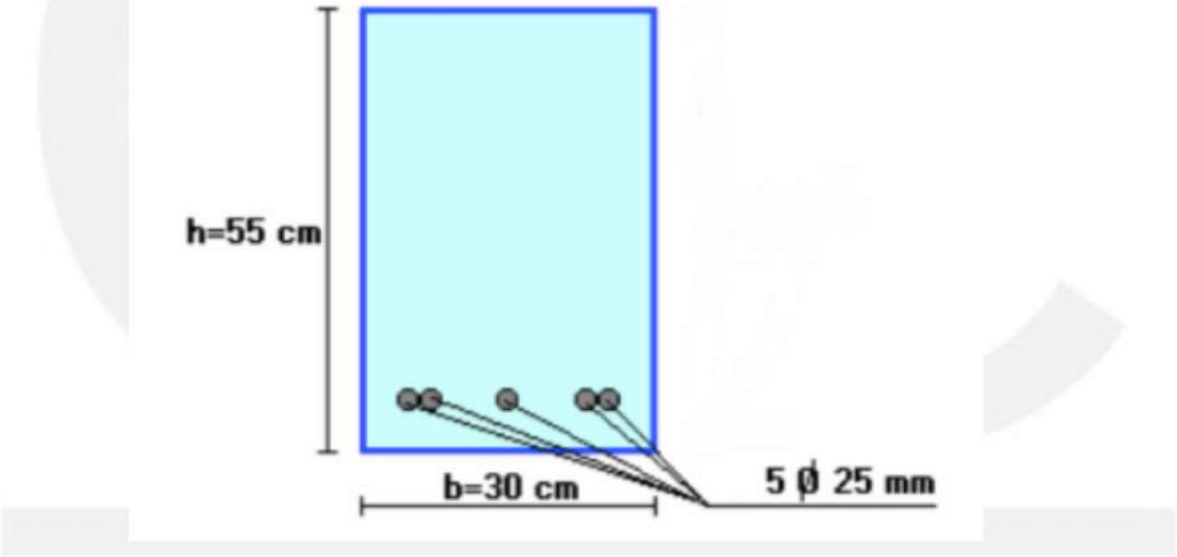
d: Altura efectiva de la sección rectangular (distancia desde el centro de gravedad de las varillas de acero hasta la fibra comprimida extrema de hormigón).

De esta ecuación se deduce que $As = \rho \cdot b \cdot d$

.

Cuantías de Armado

Determinar la cuantía de armado de una viga que tiene la siguiente sección transversal, considerando un recubrimiento de 4 cm y estribo de 10 mm.



NOTA: Para nuestro medio, cuantías de armado longitudinal promedio en vigas entre 1% y 1.2% denotan un buen diseño técnico-económico.

Cuantías de Armado

Ejemplo propuesto:

En su cuaderno el estudiante debe resolver el siguiente ejercicio.

* Determinar las cuantias de armado de las vigas de los Ejemplos 2.1 y 2.2

Cuantías de Armado

Cuantía balanceada

Es la cuantía de armado en secciones sometidas a flexión que simultáneamente provoca la deformación unitaria máxima de compresión permitida en el hormigón (ε_c= 0.003), y que el acero de tracción empiece a fluir.

Considerando que E = 2'000,000 kg/cm^2 ,la ecuación para calcular la cuantía balanceada es

$$\rho_b = \frac{0.85 * f'c * \beta_1}{fy} * \frac{6000}{fy + 6000}$$

Se deja al estudiante a que revise la deducción de la fórmula de la cuantía balanceada que se presenta en el recurso del aula virtual.

Cuantías de Armado

Cuantía máxima de armado a flexión

Con el propósito de evitar la colocación de cantidades de acero de refuerzo peligrosamente altas (falla frágil), en zonas No-Sísmicas o en elementos estructurales que no resistirán las solicitaciones sísmicas, la cuantía máxima ρ_{max} se considera como el 75% de la cuantía balanceada ρ_b .

Por otro lado, en zonas sísmicas y en elementos sismo resistentes, la cuantía máxima ρ_{max} se considera como el 50% de la cuantía balanceada ρ_b .

Este valor nos permite determinar las cantidades de Acero máximas que se pueden colocar en un elemento sometido a flexión.

Cuantías de Armado

Cuantía mínima de armado a flexión

La NEC-SE-HM establece los requisitos del refuerzo longitudinal en elementos sometidos a flexión.

Este valor nos permite determinar las cantidades de Acero mínimas que se pueden colocar en un elemento sometido a flexión.

$$\rho_{min} = \frac{14}{fy} ; \frac{\sqrt{f'c}}{4 * fy} \rightarrow Se\ toma\ la\ mayor\ cuantía$$

Cuantías de Armado

Ejemplo 2.3

En las siguientes vigas, determinar si el acero de refuerzo longitudinal cumple con las especificaciones máximas y mínimas que se establecen en la NEC, considerando f'c= 210 kg/cm^2, fy=4200 kg/cm^2.

Viga 1 = V25x35cm, As = 3ϕ18mm

Viga 2 = V30x60cm, As = 3ϕ12mm

Viga 3 = V30x45cm, As = 3ϕ16mm

Cuantías de Armado

Ejemplo 2.4

En las siguientes vigas, diseñe la armadura máxima y mínima longitudinal que se establecen en la NEC, considerando f'c= 250 kg/cm^2, fy=4200 kg/cm^2.

Viga 1 = V25x40cm.

Viga 2 = V35x65cm.

Viga 3 = V30x50cm.

Nota: se pueden utilizar los siguientes diámetros de varillas, y de ser necesario, combinarlos. ϕ = 12mm, 14mm, 16mm, 18 mm, 20mm.