



Capítulo 14

Oscilaciones

Un objeto unido a un resorte en espiral puede mostrar movimiento oscilatorio. Muchos tipos de movimientos oscilatorios son senoidales, o casi senoidales, y se les llama movimiento armónico simple. Los sistemas reales tienen generalmente por lo menos algo de fricción, lo cual ocasiona que el movimiento sea amortiguado. El resorte automotriz que se muestra aquí tiene un amortiguador que fue diseñado para reducir la vibración y lograr un recorrido suave. Cuando se ejerce una fuerza externa senoidal sobre un sistema capaz de oscilar, se presenta la resonancia si la frecuencia de la fuerza impulsora es igual o cercana a la frecuencia natural de vibración del sistema.



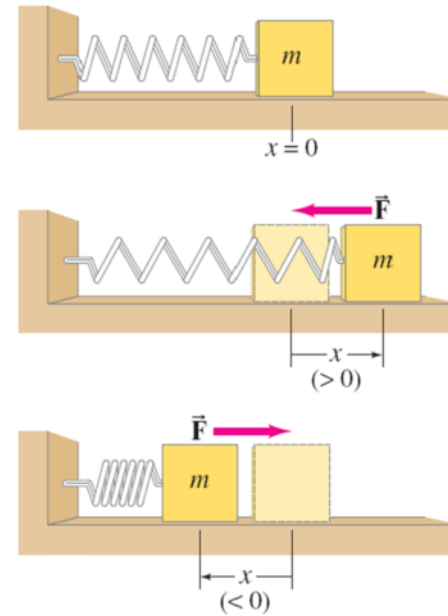
Unidades del Capítulo 14

- Oscilaciones de un Resorte
- Movimiento Armónico Simple
- Energía en un Oscilador Armónico Simple
- Movimiento Armónico Simple Relacionado con el Movimiento Circular Uniforme
- El Péndulo Simple

Unidades del Capítulo 14

- El péndulo físico y el péndulo de Torsión
- Movimiento Armónico Amortiguado
- Oscilaciones Forzadas; Resonancia

14-1 Oscilaciones de un Resorte



Si un objeto vibra u oscila de ida y regreso sobre el mismo camino, donde cada ciclo toma la misma cantidad de tiempo, el movimiento es llamado periódico. El sistema de masa y resorte es un modelo muy usado para un sistema periódico.

FIGURA 14.1 Masa que oscila en el extremo de un resorte uniforme.

14-1 Oscilaciones de un Resorte

Se asume una superficie sin fricción. Existe un punto donde el resorte no está ni estirado ni comprimido (sin deformar); esta es la posición de equilibrio. Mides el desplazamiento desde este punto $x = 0$ (en la figura anterior).

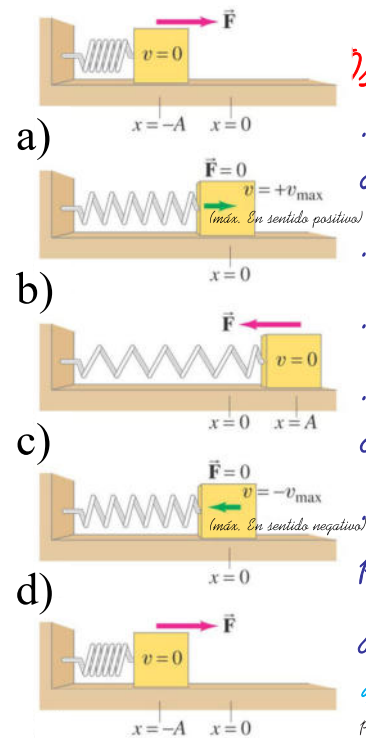
La fuerza ejercida por el resorte depende del desplazamiento:

$$F = -kx$$

14-1 Oscilaciones de un Resorte

- El signo menos de la fuerza indica que es una fuerza de restauración—está dirigida hacia la restauración del equilibrio de la masa.
- k es la constante del resorte (su rigidez).
- La fuerza no es constante, entonces su aceleración tampoco es constante.

Oscilaciones de un Resorte



• El Desplazamiento es medido desde el punto de equilibrio.

• La Amplitud es el máximo desplazamiento.

• Un ciclo es un movimiento completo de vaivén.

• El Período es el tiempo requerido para completar un ciclo.

• La frecuencia es el número de ciclos completos por segundo.

¿Qué unidades tiene c/u ?

FIGURA 14.2 Fuerza sobre, y velocidad de una masa en diferentes posiciones de su ciclo de oscilación sobre una superficie sin fricción.

14-1 Oscilaciones de un Resorte

Si el resorte está colgado verticalmente, el único cambio está en la posición de equilibrio; está posición está en el punto donde la fuerza del resorte es igual a la fuerza gravitacional.

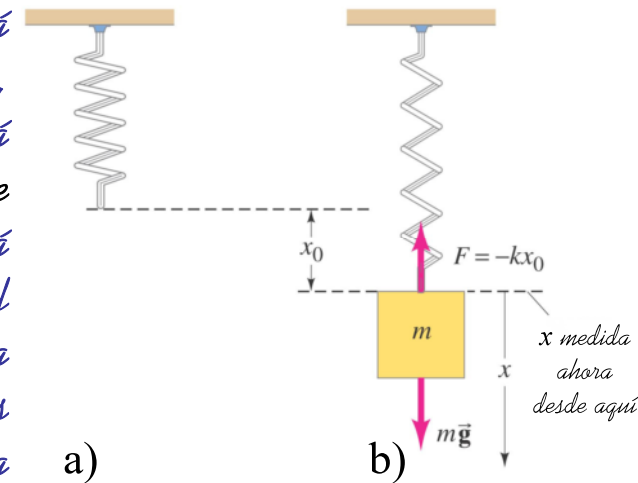


FIGURA 14.3 a) Resorte libre, colgado verticalmente. b) Masa m unida al resorte en una nueva posición de equilibrio, que se presenta cuando $\Sigma F = 0 = mg - kx_0$.

14-1 Oscilaciones de un Resorte



FIGURA 14.4 Fotografía de un resorte automotriz. (Se observa también el amortiguador)

14-1 Oscilaciones de un Resorte

Cualquier sistema en vibración donde la fuerza de restauración es proporcional al negativo del desplazamiento está en movimiento armónico simple (MAS), y el sistema es a menudo llamado oscilador armónico simple (OAS).

Si sustituyes $F = -kx$ en la segunda ley de Newton te da la ecuación de movimiento:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0,$$

Con soluciones de la forma:

$$x = A \cos(\omega t + \phi),$$

14-2 Movimiento Armónico Simple

Sustituyendo, puedes verificar en efecto que esta solución satisface la ecuación de movimiento, con:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

La constante A y ϕ serán determinadas por las condiciones iniciales; A es la amplitud, y ϕ da la fase del movimiento a $t = 0$.

FIGURA 14.5 Naturaleza senoidal del MAS en función del tiempo. En este caso $x = A \cos(2\pi t/T)$

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

14-2 Movimiento Armónico Simple

La velocidad puede ser encontrada diferenciando el desplazamiento:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [A \cos(\omega t + \phi)] = -\omega A \sin(\omega t + \phi) = 0.$$

Estas figuras ilustran el efecto de ϕ :

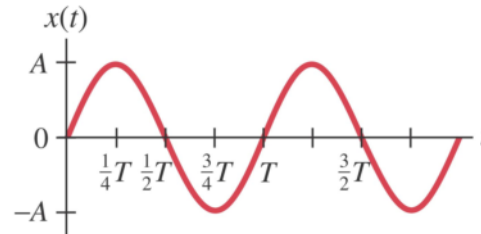


FIGURA 14.6 Caso especial de un MAS, donde la masa m parte en $t = 0$, en la posición de equilibrio $x = 0$, y tiene velocidad inicial hacia valores positivos de x ($v > 0$ en $t = 0$).

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

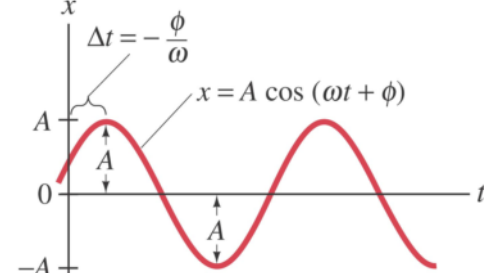


FIGURA 14.7 Gráfica de $x = A \cos(\omega t + \phi)$ cuando $\phi < 0$.

14-2 Movimiento Armónico Simple

Puesto que $\omega = 2\pi f = \sqrt{k/m}$, entonces

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}},$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

(ω frecuencia angular Rad/s)

(f frecuencia lineal Hertz)

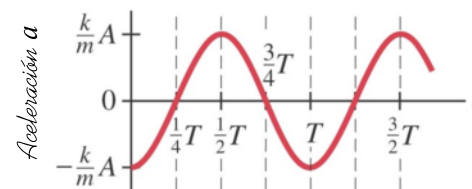
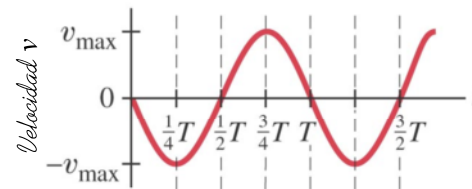
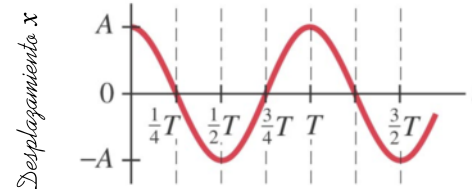
o Armónico Simple

La velocidad y aceleración para un movimiento armónico simple pueden ser encontradas por diferenciación:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi).$$

FIGURA 14.8 Desplazamiento, x , velocidad, dx/dt , y aceleración d^2x/dt^2 , de un oscilador armónico simple cuando $\phi = 0$.



Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

14-3 Energía en el Oscilador Armónico Simple

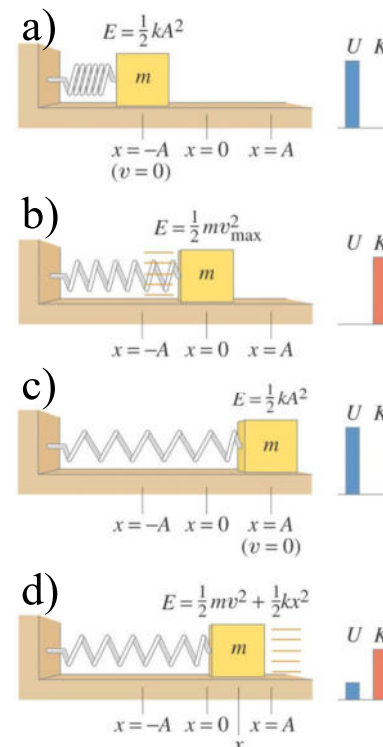
Sabes que la energía potencial de un resorte está dada por:

$$U = - \int F dx = \frac{1}{2} kx^2.$$

La energía mecánica total es entonces:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2.$$

La energía mecánica total se conserva, pues se supone que el sistema es sin fricción.



Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

14-3 Energía en el Oscilador Armónico Simple

Si la masa está en los límites de su movimiento, toda la energía es potencial.

Si la masa está en el punto de equilibrio, toda la energía es cinética.

Es claro que la energía potencial en los puntos de inflexión es: $E = \frac{1}{2} kA^2$.

FIGURA 14.10 La energía cambia de energía cinética a energía potencial y viceversa, cuando el resorte oscila. Las gráficas de barras para la energía (a la derecha).

14-3 Energía en el Oscilador Armónico Simple

La energía total es, por tanto, $\frac{1}{2} kA^2$.

Y puedes escribir:

$$\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2.$$

Esto puede ser resuelto para la velocidad como una función de la posición:

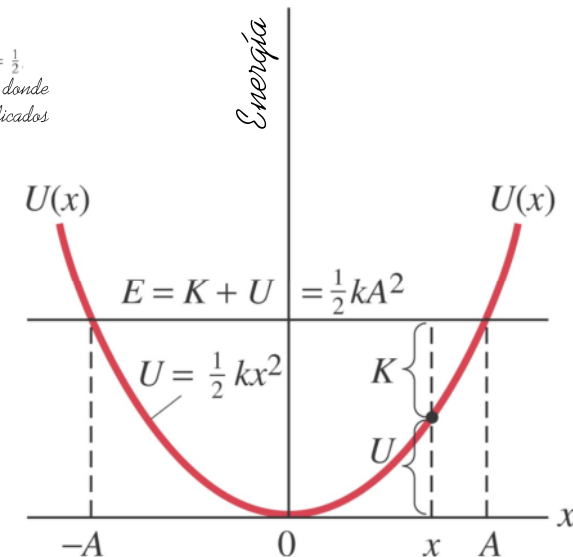
$$v = \pm v_{\max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}},$$

donde $v_{\max}^2 = (k/m) A^2$.

14-3 Energía en el Oscilador Armónico Simple

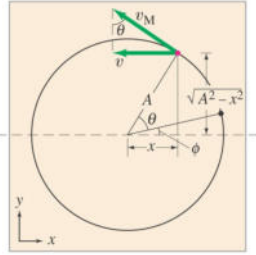
Este gráfico muestra la función energía potencial de un resorte. La energía total es constante.

FIGURA 14.11 Gráfica de energía potencial, $U = \frac{1}{2} kx^2$. $K + U = E$ constante para cualquier punto x donde $-A \leq x \leq A$. Los valores de K y U están indicados para una posición x arbitraria.



Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

14-4 Movimiento Armónico Simple Relacionado con Movimiento Circular Uniforme



Si te fijas en la proyección sobre el eje x de un objeto que se mueve en un círculo de radio A con una rapidez constante v_M , puedes encontrar que la componente x de su velocidad varía como:

$$v = v_M \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}.$$

Esto es idéntico al MAS.

a)

b)

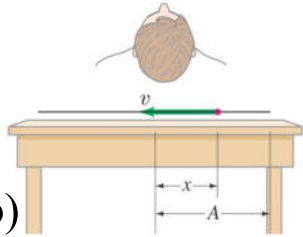
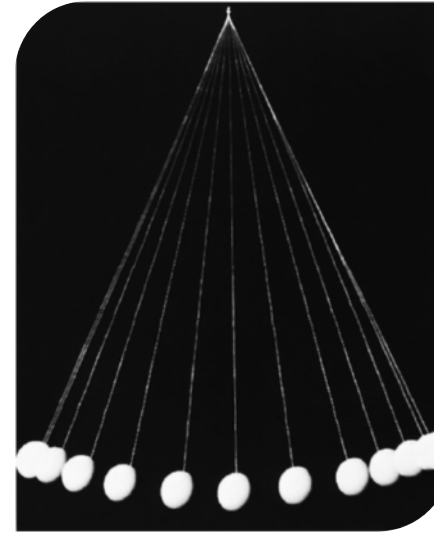


FIGURA 14.12 Análisis de un movimiento armónico simple como una vista lateral b) de un movimiento circular a).

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

14-5 El Péndulo Simple



Un péndulo simple consiste de una masa en el extremo de una cuerda ligera. Se supone que la cuerda no se estira, y que su masa es despreciable.

FIGURA 14.13 Fotografía estroboscópica de la oscilación de un péndulo tomada a intervalos de tiempo iguales.

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

14-5 El Péndulo Simple

Con el fin de estar en un MAS, la fuerza de restauración debe ser proporcional al negativo de su desplazamiento. Aquí se tiene:

$$F = -mg \sin \theta,$$

La cual es proporcional a $\sin \theta$ y no a θ mismo.

Sin embargo, si el ángulo es pequeño (en Rad), $\sin \theta \approx \theta$.

14-5 El Péndulo Simple

De esta manera, para ángulos pequeños, tienes:

$$F \approx -\frac{mg}{L} x,$$

donde $x = L\theta$.

El período y la frecuencia son:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}.$$

FIGURA 14.14 Péndulo Simple.

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

14-5 El Péndulo Simple



Así, mientras la cuerda se pueda considerar sin masa y la amplitud sea pequeña, el período no dependerá de la masa.

FIGURA 14.15 Se dice que el movimiento oscilatorio de esta lámpara, que cuelga de una cuerda muy larga del techo de la catedral de Pisa, fue observado por Galileo y eso lo inspiró a concluir que el período de un péndulo no depende de la amplitud.

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

14-6 El Péndulo Físico y el Péndulo de Torsión

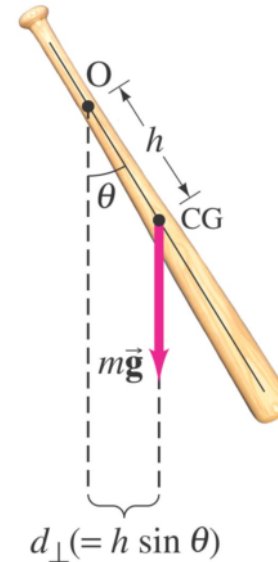


FIGURA 14.16 Desplazamiento angular pequeño péndulo físico suspendido del punto O.

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

Un péndulo físico es cualquier objeto real extenso que oscila hacia adelante y hacia atrás.

El torque alrededor del punto O es:

$$\tau = -mgh \sin \theta.$$

Sustituyendo en la segunda ley de Newton, se tiene:

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mgh \sin \theta.$$

14-6 El Péndulo Físico y el Péndulo de Torsión

Para ángulos pequeños esto llega a ser:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \left(\frac{mgh}{I} \right) \theta = 0,$$

La cual es la ecuación para el MAS, con:

$$\theta = \theta_{\max} \cos(\omega t + \phi),$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}}.$$

14-6 El Péndulo Físico y el Péndulo de Torsión

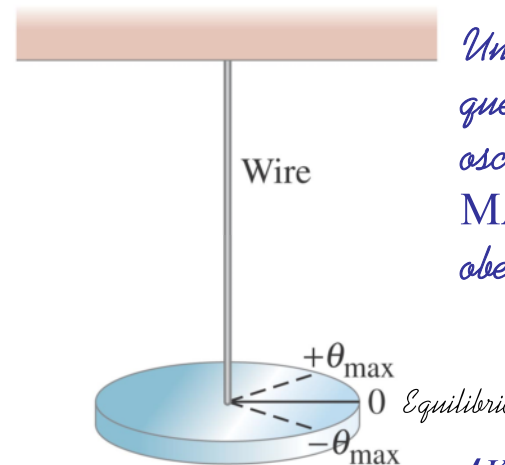


FIGURA 14.18 Péndulo de torsión. El disco oscila en MAS $\theta_{\max}$.

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

Un péndulo de torsión es uno que se retuerce en lugar de oscilar. El movimiento es un MAS mientras el alambre obedezca a la ley de Hooke, con

$$\omega = \sqrt{K/I}.$$

(K es una constante que depende del alambre.)

Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D

14-7 Movimiento Armónico Amortiguado

El movimiento armónico amortiguado es un movimiento armónico con una fuerza de rozamiento o fricción. Por lo general, el amortiguamiento se debe a la resistencia del aire y a la fricción interna dentro del sistema oscilante.

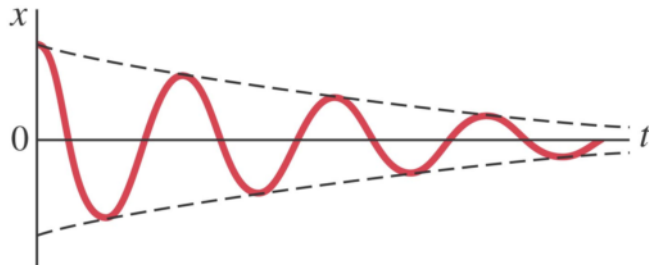


FIGURA 14.19 Movimiento armónico amortiguado. La curva en línea sólida representa un coseno multiplicado por una función exponencial decreciente (las curvas punteadas).

si $F_{\text{amortiguamiento}} = -bv$,

entonces $ma = -kx - bv$.

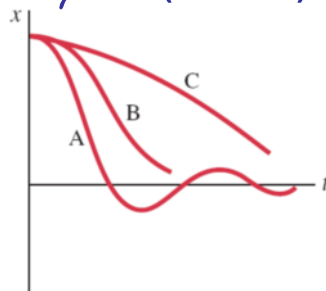
14-7 Movimiento Armónico Amortiguado

Si $b^2 > 4mk$, ω' será imaginaria, y el sistema es sobreamortiguado (curva C).

Para $b^2 = 4mk$, el sistema es críticamente amortiguado (curva B) — este es el caso en el que el sistema alcanza el equilibrio en el menor tiempo posible.

Si $b^2 < 4mk$, el sistema es subamortiguado (curva A).

FIGURA 14.20 Movimiento subamortiguado (A), críticamente amortiguado (B) y sobreamortiguado (C).



14-7 Movimiento Armónico Amortiguado

Esto da $m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$.

Si b es pequeña, una solución de esta forma

$$x = Ae^{-\gamma t} \cos \omega' t$$

trabaja con

$$\gamma = \frac{b}{2m}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}.$$

14-7 Movimiento Armónico Amortiguado

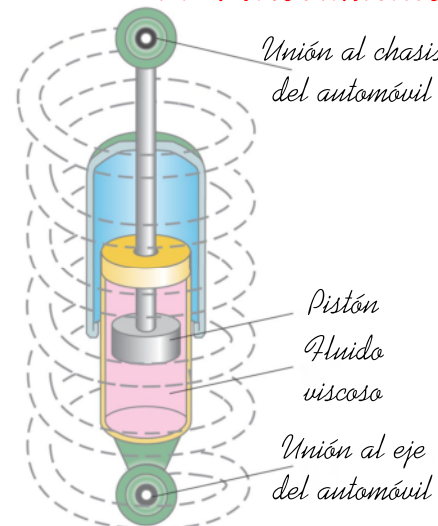


FIGURA 14.21 Resorte y amortiguadores automotrices para proporcionar amortiguamiento de modo que el automóvil no rebote hacia arriba y hacia abajo indefinidamente.

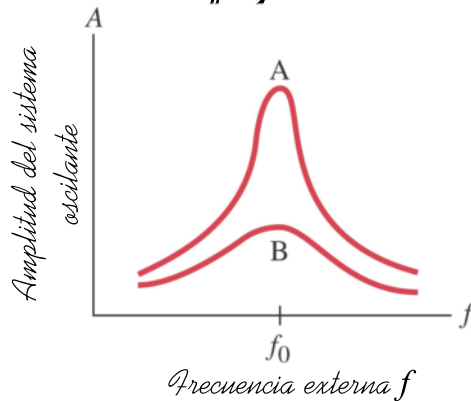
Hay sistemas en los que el amortiguamiento es no deseado, tales como relojes y despertadores.

Luego están los sistemas en que se requiere, y a menudo se necesita, que estén tan cerca como sea posible del amortiguamiento crítico, tales como los amortiguadores de los autos y protectores contra terremotos en edificios.

14-8 Oscilaciones Forzadas; Resonancia

Cuando un sistema oscilatorio se pone en movimiento, vibra con su frecuencia natural. Sin embargo, sobre el sistema puede actuar una fuerza externa, que tiene su propia frecuencia particular y así se tiene una oscilación forzada.

FIGURA 14.23 Resonancia para sistemas ligeramente amortiguados (A) y fuertemente amortiguados (B). (Véase en la figura 14-26 una gráfica más detallada).



14-8 Oscilaciones Forzadas; Resonancia

Si la frecuencia es la misma a la frecuencia natural, la amplitud puede ser bastante grande. Esto se conoce como resonancia.

Para un resorte la frecuencia natural es:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$



FIGURA 14.24 Esta copa se rompe al vibrar en resonancia con el sonido de la trompeta.

La frecuencia natural f de un sistema se llama su frecuencia resonante.

14-8 Oscilaciones Forzadas; Resonancia

Vibraciones Forzadas se producen cuando hay una fuerza de accionamiento periódico. Esta fuerza puede o no tener el mismo período que la frecuencia natural del sistema.



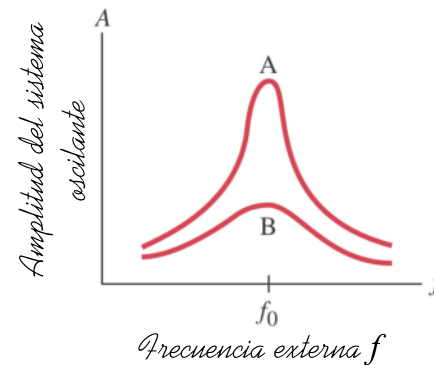
a)



b)

FIGURA 14.25 a) Oscilación de gran amplitud del puente Tacoma Narrows, debido a ráfagas de viento, que condujeron a su colapso (1940). b) Derrumbe de una autopista en California, causado por el sismo de 1989.

14-8 Oscilaciones Forzadas; Resonancia



La nitidez del pico resonante depende del amortiguamiento. Si el amortiguamiento es pequeño (A) puede ser ligero; si el amortiguamiento es más grande (B) puede ser pesado.

Al igual que el amortiguamiento, la resonancia puede ser deseada o no deseada. Instrumentos musicales y receptores de TV/radio dependen de ello.

14-8 Oscilaciones Forzadas; Resonancia

La ecuación de movimiento para un oscilador forzado es:

$$ma = -kx - bv + F_0 \cos \omega t.$$

La solución es: $x = A_0 \sin(\omega t + \phi_0)$

donde
$$A_0 = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + b^2 \omega^2 / m^2}}$$

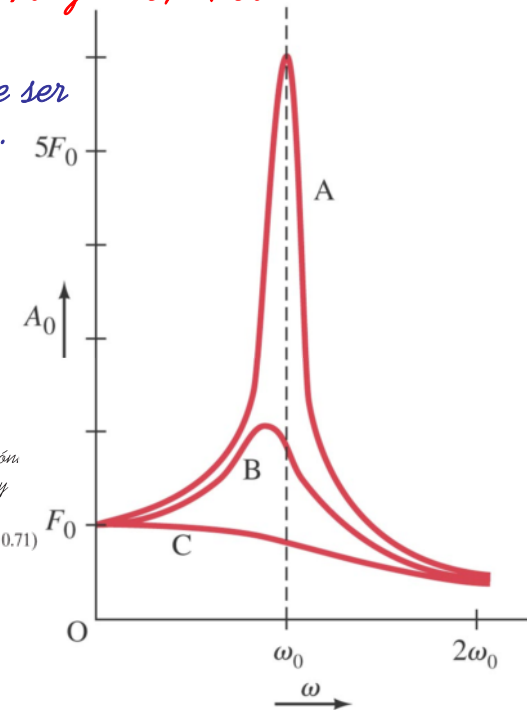
y
$$\phi_0 = \tan^{-1} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega(b/m)}.$$

14-8 Oscilaciones Forzadas; Resonancia

El ancho de resonancia puede ser caracterizado por el factor Q :

$$Q = \frac{m\omega_0}{b}.$$

FIGURA 14.26 Amplitud de un oscilador armónico forzado en función de ω . Las curvas A, B y corresponden a sistemas ligero, fuerte sobreamortiguado, respectivamente ($Q = m\omega_0/b = 6, 2, 0.71$)



Capítulo 14. Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D.

Resumen del Capítulo 14

- Para un MAS, la fuerza de restauración es proporcional al negativo del desplazamiento.
- El período es el tiempo requerido para un ciclo, y la frecuencia (lineal) es el número de ciclos por segundo.
- El Período masa - resorte: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$
- El MAS es sinusoidal.
- Durante un MAS la energía total está continuamente cambiando desde una energía cinética a una potencial y viceversa.

Resumen del Capítulo 14

- Un péndulo simple se aproxima a un MAS si su amplitud no es grande. En este caso su período es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

- Cuando la fricción está presente, el movimiento es amortiguado.
- Si una fuerza de oscilación es aplicada a un MAS su amplitud depende de cuán cerca está la frecuencia natural de la frecuencia de excitación. Si se acercan mucho, la amplitud llega a ser muy grande. Esto es llamado resonancia.

Fin del Capítulo

Standard Model of Elementary Particles

LEPTONS			QUARKS						GAUGE BOSONS						SCALAR BOSONS	
CHARGES			CHARGES						CHARGES						CHARGES	
e^-	μ^-	τ^-	u	d	s	c	b	t	g	W^+	W^-	Z^0	γ	H		
e^+	μ^+	τ^+	$\bar{u}$	$\bar{d}$	$\bar{s}$	$\bar{c}$	$\bar{b}$	$\bar{t}$	g	W^+	W^-	Z^0	γ	H		
e^-	μ^-	τ^-	u	d	s	c	b	t	g	W^+	W^-	Z^0	γ	H		
e^+	μ^+	τ^+	$\bar{u}$	$\bar{d}$	$\bar{s}$	$\bar{c}$	$\bar{b}$	$\bar{t}$	g	W^+	W^-	Z^0	γ	H		

parameter space of
M-Theory