



Capítulo 9

Cantidad de Movimiento Lineal

La conservación de la cantidad de movimiento lineal es otra de las grandes leyes de conservación de la física. Las colisiones, como las que ocurren entre bolas de billar, ilustran muy adecuadamente esta ley vectorial: la cantidad de movimiento vectorial total justo antes de la colisión es igual a la cantidad de movimiento vectorial total justo después de la colisión. En esta imagen, la bola blanca golpea la bola 11 que está en reposo. Ambas bolas se mueven después de la colisión según ángulos diferentes, pero la suma de sus cantidades de movimiento vectoriales es igual a la cantidad de movimiento vectorial inicial de la bola blanca.

Consideraremos tanto las colisiones elásticas (donde también se conserva la energía cinética) como las colisiones inelásticas. Además, examinaremos el concepto de centro de masa y como éste nos ayuda al estudio de un movimiento complejo



Unidades del Capítulo 9

- Cantidad de Movimiento Lineal y su relación con la Fuerza
- Conservación de la Cantidad de Movimiento
- Colisiones e Impulso
- Conservación de la Energía y de la Cantidad de Movimiento Lineal en Colisiones
- Colisiones Elásticas en una Dimensión

Unidades del Capítulo 9

- Colisiones Inelásticas
- Colisiones en Dos ó en Tres Dimensiones
- Centro de Masa (CM)
- Centro de Masa y Movimiento Traslacional
- Sistemas de Masa Variable; Propulsión de Cohetes

9-1 Cantidad de Movimiento Lineal y su Relación con la Fuerza

La cantidad de Movimiento Lineal es un vector representado por el símbolo $\vec{p}$, y definido como

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

La razón de cambio de la cantidad de movimiento lineal es igual a la fuerza neta:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

Esto puede ser mostrado usando la segunda ley de Newton.

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D

9-2 Conservación de la Cantidad de Movimiento

Durante una colisión, se ve como la cantidad de movimiento total no cambia:

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B.$$

$$[\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = 0]$$

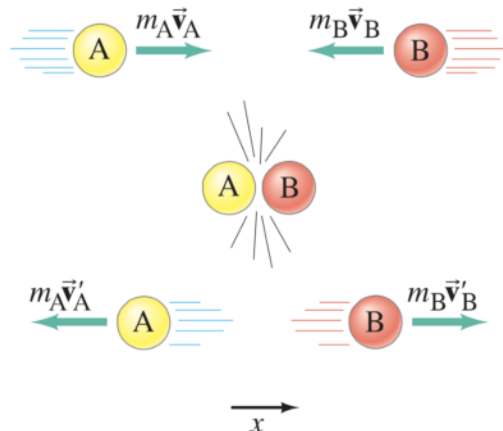
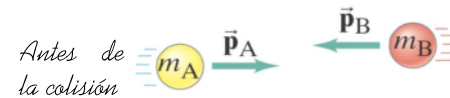


FIGURA 9.3 La cantidad de movimiento se conserva en una colisión entre dos bolas, llamadas A y B.

9-2 Conservación de la Cantidad de Movimiento



Después de la colisión

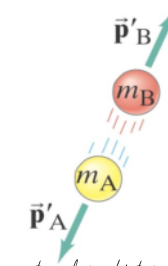


FIGURA 9.4 Colisión entre dos objetos. Sus cantidades de movimiento antes de la colisión son $\vec{p}_A$ y $\vec{p}_B$ y después de la colisión son $\vec{p}'_A$ y $\vec{p}'_B$. En cualquier instante durante la colisión, los objetos se ejercen fuerzas entre sí que son de la misma magnitud y dirección, pero con sentido opuesto.

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D

La conservación de la cantidad de movimiento se puede derivar de la segunda ley de Newton. Una colisión toma un tiempo lo suficientemente corto que podemos ignorar las fuerzas externas. Dado que las fuerzas internas son iguales y opuestas, la cantidad de movimiento total es constante.

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D

9-2 Conservación de la Cantidad de Movimiento

Para más de dos objetos,

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = \sum \frac{d\vec{\mathbf{p}}_i}{dt} = \sum \vec{\mathbf{F}}_i$$

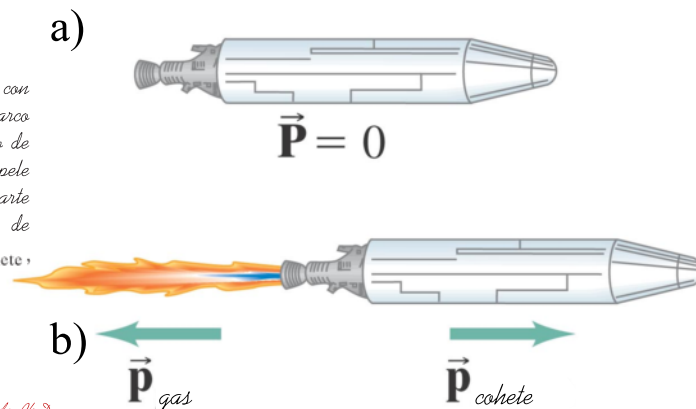
Ó, puesto que las fuerzas internas se cancelan,

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}}{dt} = \sum \vec{\mathbf{F}}_{\text{ext}},$$

9-2 Conservación de la Cantidad de Movimiento

La conservación de la cantidad de movimiento trabaja en un cohete siempre y cuando se considere al cohete y a su combustible como un sistema, y se puede contar la masa que pierde el cohete.

FIGURA 9.6 a) Un cohete, con combustible, en reposo en algún marco de referencia. b) En el mismo marco de referencia, el cohete se dispara y expelle gases con gran rapidez por la parte trasera. El vector cantidad de movimiento total $\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{p}}_{\text{gas}} + \vec{\mathbf{p}}_{\text{cohete}}$, permanece igual a cero.



9-2 Conservación de la Cantidad de Movimiento

Esta es la ley de conservación de la cantidad de movimiento lineal:

Cuando la fuerza neta sobre un sistema (varios objetos) es cero, la cantidad de movimiento total del sistema permanece constante.

Equivalentemente,

La cantidad de movimiento total de un sistema aislado permanece constante.

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D

9-3 Colisiones e Impulso



Durante una colisión, los objetos se deforman debido a las grandes fuerzas que intervienen.

Puesto que: $\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}$ puedes escribir

$$d\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{F}} dt$$

Integrando,

$$\int_i^f d\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_f - \vec{\mathbf{p}}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{\mathbf{F}} dt$$

FIGURA 9.8 Una raqueta de tenis golpea una pelota. Tanto la pelota como la raqueta se deforman debido a la gran fuerza que se ejercen entre sí.

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D

9-3 Colisiones e Impulso

Esta cantidad es definida como el impulso, $\vec{J}$:

$$\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt$$

El impulso es definido como el cambio de la cantidad de movimiento:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \vec{J}$$

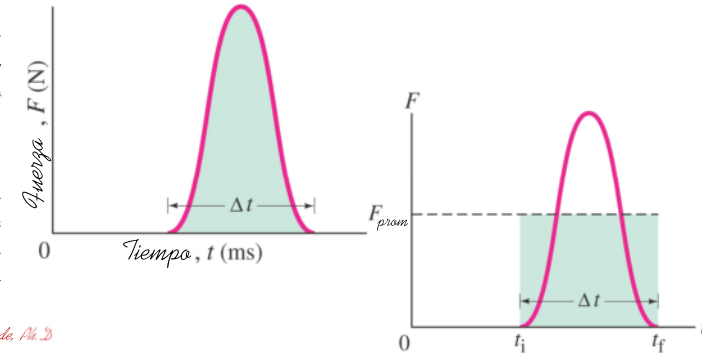
9-3 Colisiones e Impulso

Debido a que el tiempo de la colisión es muy pequeño, puedes usar la fuerza promedio, la cual deberá producir el mismo impulso sobre el mismo intervalo de tiempo.

$$\vec{F}_{\text{prom}} \Delta t = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt$$

FIGURA 9.9 Fuerza en función del tiempo durante una colisión típica: F puede volverse muy grande; Δt generalmente está en milisegundos para colisiones macroscópicas.

FIGURA 9.10 La fuerza promedio F_{prom} que actúa sobre un intervalo de tiempo muy breve Δt da el mismo impulso ($F_{\text{prom}} \Delta t$) que la fuerza real.



Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D.

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D.

9-4 Conservación del Energía y la Cantidad de Movimiento en Colisiones

- a) Acercamiento
- b) Colisión
- c) Caso Elástico
- d) Caso Inelástico

La cantidad de movimiento se conserva en todas las colisiones.

Las colisiones en las que la energía cinética se conserva se llaman colisiones elásticas, y si esto no sucede son llamadas inelásticas.

FIGURA 9.12 Dos objetos de igual masa a) se aproximan entre sí con rapidez iguales, b) chocan, y luego c) rebotan con rapidez iguales en sentidos opuestos, si la colisión es elástica; o d) rebotan mucho menos o nada en absoluto, si la colisión es inelástica.

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D.

9-5 Colisiones Elásticas en una Dimensión

- a) y
- b) x

Aquí tienes dos objetos que colisionan elásticamente. Conoces las masas y las velocidades iniciales.

Dado que ambos, cantidad de movimiento y la energía cinética se conservan, puedes escribir dos ecuaciones. Esto te permite resolver para las dos velocidades desconocidas.

FIGURA 9.13 Dos objetos pequeños de masas m_A y m_B , a) antes de la colisión, y b) después de la colisión.

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D.

9-5 Colisiones Elásticas en una Dimensión



FIGURA 9.14 En esta fotografía estroboscópica (de flash múltiple) de una colisión frontal entre dos bolas de igual masa, la bola blanca es acelerada del reposo por el taco y luego golpea la bola 3 que está inicialmente en reposo. La bola blanca se detiene y la bola 3 (de igual masa) se mueve con la misma rapidez que tenía la bola blanca antes de la colisión.

9-6 Colisiones Inelásticas

Con colisiones inelásticas, algo de la energía cinética inicial se pierde en energía térmica ó energía potencial. La energía cinética puede ser adquirida también en las explosiones, puesto que hay adición de energía química ó nuclear.

Una colisión completamente inelástica es una en la que los objetos se pegan después de la colisión, entonces existe una sola velocidad final.

9-7 Colisiones en Dos y Tres Dimensiones

La conservación de la energía y la cantidad de movimiento también puede ser usadas para analizar colisiones en dos ó tres dimensiones, pero si la situación no es simple, la matemática rápidamente se vuelve difícil de manejar.

Aquí un objeto moviéndose colisiona con otro inicialmente en reposo.

Conocer las masas y las velocidades iniciales no es suficiente; necesitas conocer los ángulos con el fin de encontrar las velocidades finales.

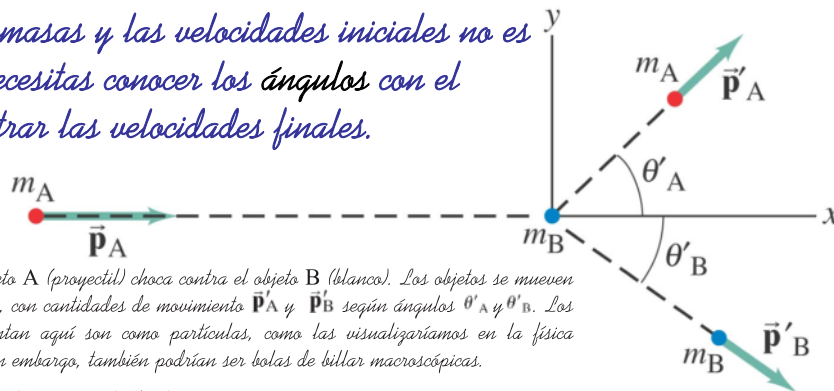


FIGURA 9.18 El objeto A (proyectil) choca contra el objeto B (blanco). Los objetos se mueven después de la colisión, con cantidades de movimiento $\vec{P}'_A$ y $\vec{P}'_B$ según ángulos θ'_A y θ'_B . Los objetos que se presentan aquí son como partículas, como las visualizaríamos en la física nuclear o atómica. Sin embargo, también podrían ser bolas de billar macroscópicas.

9-7 Colisiones en Dos y Tres Dimensiones

Resolviendo problemas:

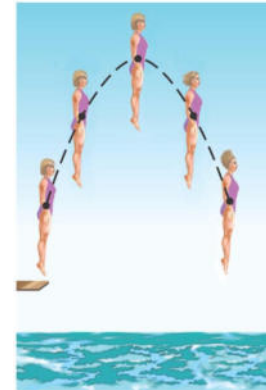
1. Elige el sistema. Si la situación es compleja, subdivide en sistemas donde se puedan aplicar una o más leyes de conservación.
2. ¿Hay una fuerza externa? Si es así, ¿la cant. de mov. de la colisión es suficientemente corto para ignorarlo?
3. Dibuja diagramas para las situaciones inicial y final, con vectores cantidad de movimiento. etiquetados.
4. Elige un sistema de coordenadas.

9-7 Colisiones en Dos y Tres Dimensiones

5. Aplica la conservación de la cantidad de movimiento; habrá una ecuación para cada dimensión.
6. Si la colisión es elástica, aplica además la conservación de la energía cinética.
7. Resuelve.
8. Verifica las unidades y magnitudes del resultado.

9-8 Centro de Masa (CM)

En (a), el movimiento de la clavadora es puramente traslacional; en (b) es de traslación más rotación. Hay un punto que se mueve en el mismo camino como se movería una partícula si estuviera sometida a la misma fuerza que la clavadora. Este punto es llamado el centro de masa (CM).



a)



b)

FIGURA 9.21 El movimiento de la clavadora es puramente traslacional en a), pero es traslacional más rotacional en b). El punto negro representa el CM de la clavadora en cada momento.

9-8 Centro de Masa (CM)

El movimiento general de un objeto puede ser considerado como la suma del movimiento traslacional del CM, más los movimientos rotacionales, vibratorios, ó de otros tipos con respecto al CM.

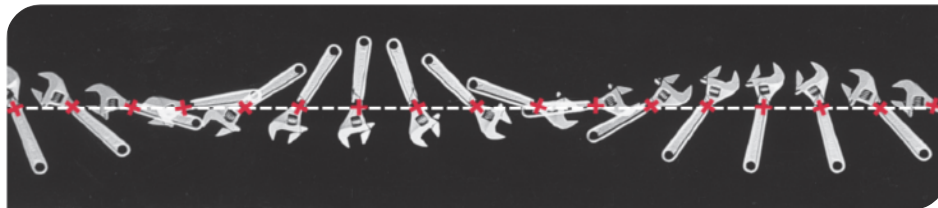


FIGURA 9.22 Traslación más rotación: Una llave inglesa que se mueve libremente sobre una superficie horizontal. El CM, marcado con una cruz, se mueve en línea recta.

9-8 Centro de Masa (CM)

Para dos partículas, el centro de masa está ubicado cerca de aquella con más masa:

$$x_{\text{cm}} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{M}$$

donde M es la masa total del sistema.

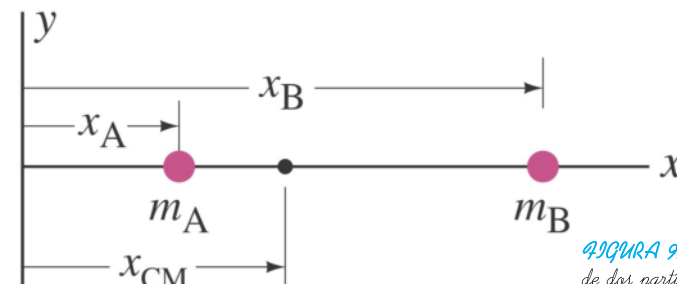


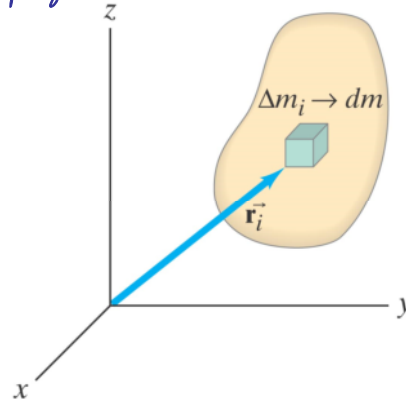
FIGURA 9.23 El centro de masa de un sistema de dos partículas se encuentra sobre la línea que une las dos masas. Aquí $m_A > m_B$, por lo que el CM está más cerca de m_A que de m_B .

9-8 Centro de Masa (CM)

Para un objeto extenso, imagina que está formado por n partículas cada una de masa muy pequeña, y luego suma el producto de la masa de cada partícula por su posición dividido por la masa total. En el límite cuando estas partículas llegan a ser infinitamente pequeñas, se tiene:

$$\vec{r}_{\text{cm}} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

FIGURA 9.26 Un objeto extenso, mostrado aquí sólo en dos dimensiones, se puede considerar formado por muchas partículas pequeñas (n), cada una de masa Δm_i . Se muestra una partícula localizada en un punto $\vec{r}_i = x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}$. Toma el límite cuando de manera que m_i se vuelve el infinitesimal dm .



9-8 Centro de Masa (CM)

El centro de gravedad es el punto en el cual se considera que la fuerza gravitacional actúa. Es el mismo que el centro de masa siempre y cuando la fuerza gravitacional no varíe entre las diferentes partes del objeto.

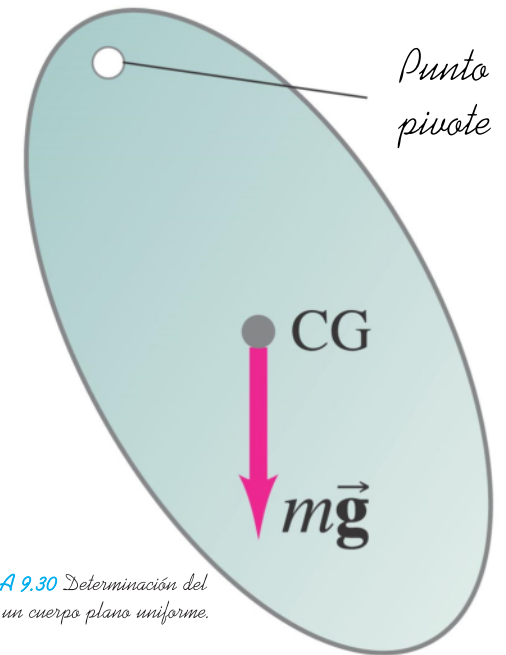


FIGURA 9.30 Determinación del CM de un cuerpo plano uniforme.

Capítulo 9: Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D.

9-8 Centro de Masa (CM)

El centro de gravedad puede ser encontrado experimentalmente suspendiendo el objeto desde diferentes puntos. El CM no necesita estar dentro del objeto—el CM de una rosquilla está en el centro de su agujero.

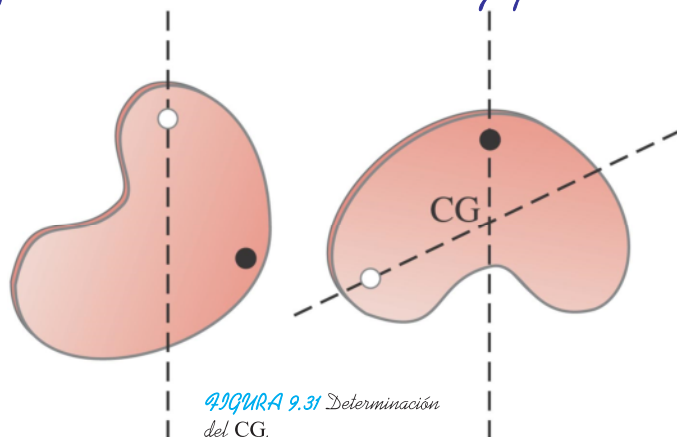


FIGURA 9.31 Determinación del CG.

9-9 Centro de Masa y Movimiento Traslacional

La cantidad de movimiento total de un sistema de partículas es igual al producto de la masa total por la velocidad del centro de masa.

La suma de todas las fuerzas que actúan sobre un sistema es igual a la masa total del sistema multiplicado por la aceleración del centro de masa:

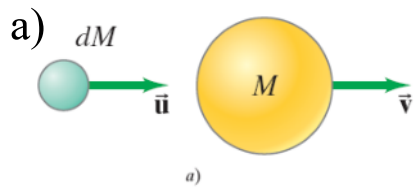
$$M \vec{a}_{\text{cm}} = \sum \vec{F}_{\text{ext}},$$

Por lo tanto, el CM de un sistema de partículas (n objetos) con masa total M se moverá como una sola partícula de masa M sobre la que actúa la misma fuerza neta externa.

Capítulo 9: Física Básica, Marlon Basantes Valverde, Ph.D.

9-10 Sistemas de Masa Variable; Propulsión de Cohetes

Aplicando la segunda ley de Newton al sistema mostrado se tiene:

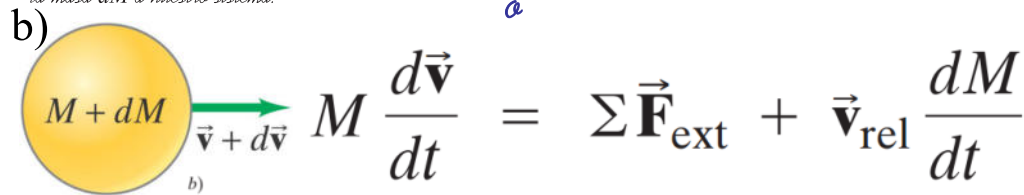


$$d\vec{P}/dt = \Sigma \vec{F}_{\text{ext}}$$

Por lo tanto,

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = M \frac{d\vec{v}}{dt} - (\vec{u} - \vec{v}) \frac{dM}{dt}$$

FIGURA 9.33 a) En el tiempo t , una masa dM está a punto de agregarse a nuestro sistema M . b) En el tiempo $t + dt$, se sumó la masa dM a nuestro sistema.



$$M \frac{d\vec{v}}{dt} = \Sigma \vec{F}_{\text{ext}} + \vec{v}_{\text{rel}} \frac{dM}{dt}$$

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D

Resumen del Capítulo 9

- La Cantidad de Movimiento Lineal de un objeto:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- La segunda ley de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

- La Cantidad de Movimiento Total de un sistema de objetos aislados se conserva.

- Durante una colisión, los objetos que colisionan pueden ser considerados como un sistema aislado sin que existan fuerzas externas, siempre y cuando el tiempo de colisión sea pequeño.

- Así, la cantidad de movimiento se conservará siempre durante las colisiones.

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D

Resumen del Capítulo 9

- Impulso: $\vec{J} = \int \vec{F} dt$

- En una colisión elástica, la energía total también se conserva.

- En una colisión inelástica, algo de la energía cinética se pierde.

- En una colisión completamente inelástica, los dos objetos quedan pegados después de la colisión.

- El centro de masa de un sistema es el punto en el cual se puede considerar que las fuerzas externas actúan.

Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D



Capítulo 9. Física Básica. Marlon Basantes Valverde, Ph.D