

Líneas de transmisión

FACULTAD DE INGENIERIA

Escuela de Electrónica y Telecomunicaciones

Quinto Semestre

Unidad III: Carta de Smith parte II

PhD. Daniel Antonio Santillán Haro



Unach
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
Libres por la Ciencia y el Saber

- 1 Carta de Smith
- 2 Ejercicios carta de Smith
- 3 Trabajos propuestos

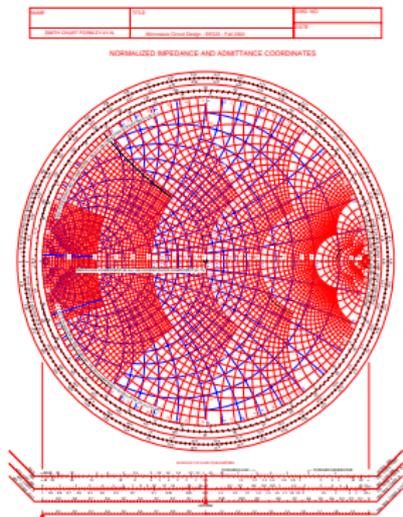
1 Carta de Smith

2 Ejercicios carta de Smith

3 Trabajos propuestos

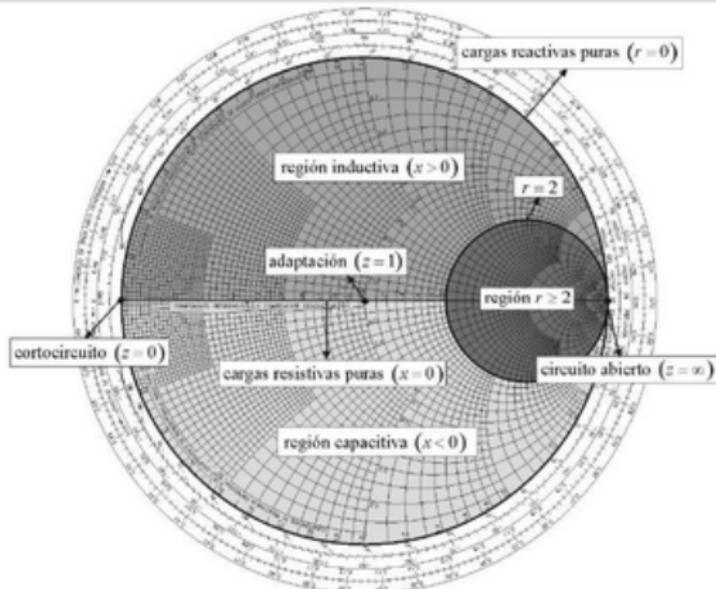
Carta de Smith

- Cada punto representa una carga pasiva, pudiendo convertir el valor del coeficiente de reflexión ρ que origina, en impedancia normalizada mediante las circunferencias de resistencia y reactancia representados.



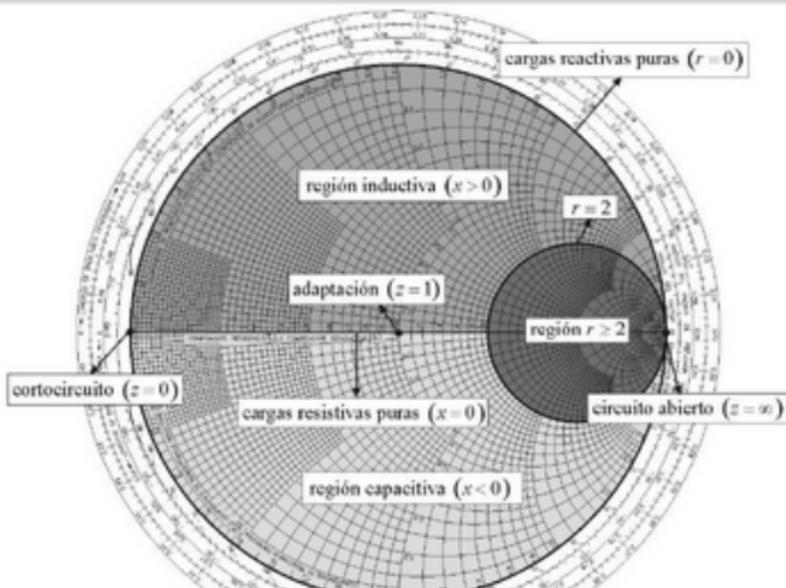
Propiedad 1

- Semicírculo superior, se encuentran todas las cargas con reactancia normalizada positiva ($x > 0$). Cargas inductivas.
- Semicírculo inferior, contiene las cargas capacitivas ($x < 0$).



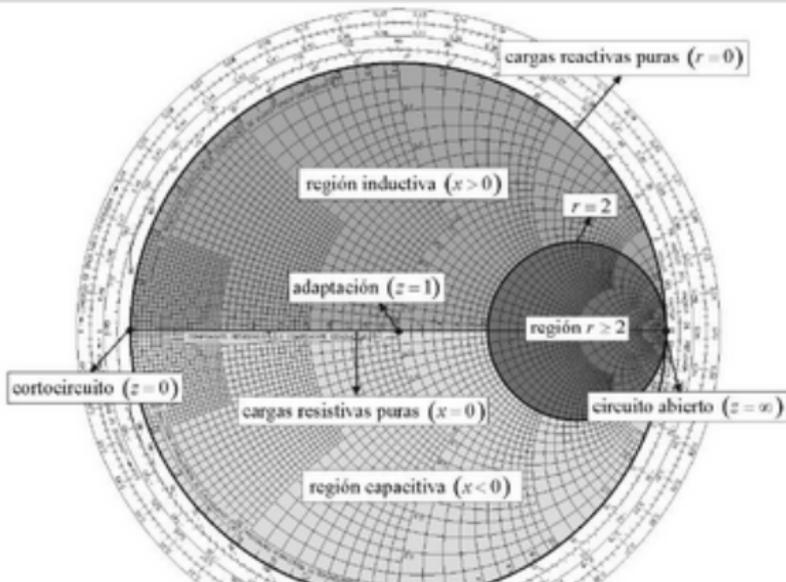
Propiedad 2

- El límite externo de la carta de Smith lo delimita la circunferencia $|\rho| = 1$ que implica desadaptación total.
- El centro corresponde con $|\rho| = 0$ que implica adaptación.



Propiedad 3

- Las impedancias reales $x = 0$ se encuentran en la recta horizontal central.
- Las impedancias inductivas $x > 0$ están en la parte superior.
- Las impedancias capacitivas $x < 0$ se ubican en la parte inferior.



Propiedad 4

- Movimientos en la carta de Smith cuando se tiene que realizar un desplazamiento a lo largo de una línea de transmisión.

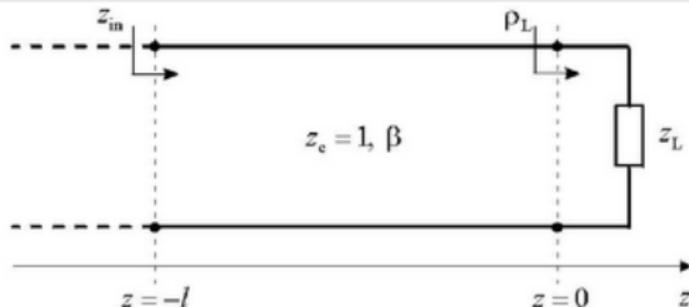


Figura Circuito considerado como ejemplo para ilustrar la propiedad 4

Gracias a la expresión se sabe que el factor de reflexión en cualquier punto de la línea se puede obtener a partir del factor de reflexión de la carga $\rho_L = |\rho_L| e^{j\theta_L}$ mediante:

$$\rho(z) = \rho_L e^{2j\beta z} = |\rho_L| e^{j\theta_L} e^{2j\beta z}$$

Propiedad 4

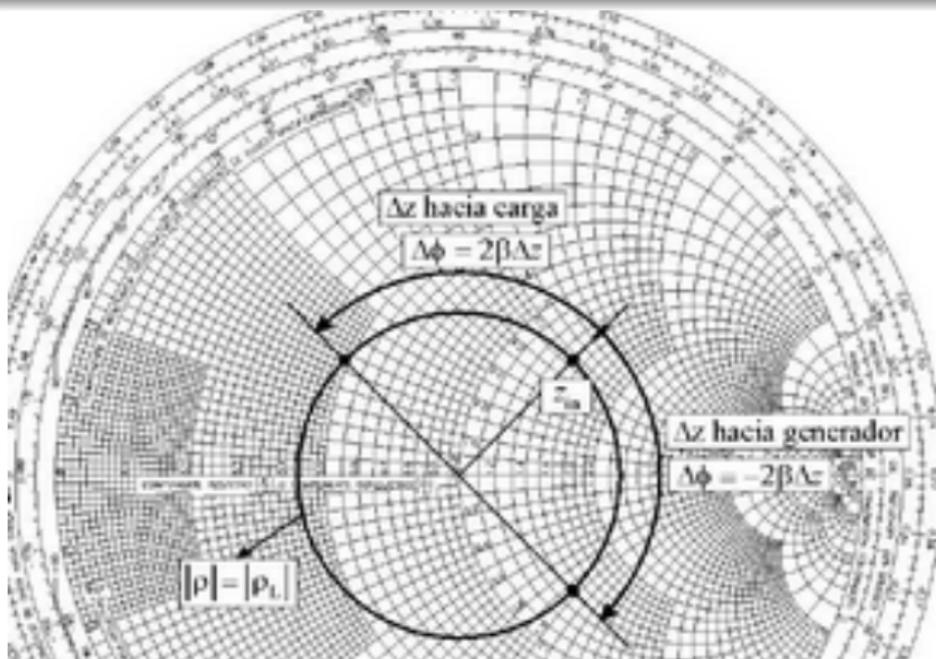
- Movimientos en la carta de Smith cuando se tiene que realizar un desplazamiento a lo largo de una línea de transmisión.

Supongamos que hemos medido sobre la línea y a una distancia l de la carga una impedancia normalizada z_{in} , y que representamos en la carta de Smith de impedancias. La expresión anterior nos viene a decir que si ahora nos desplazamos a lo largo de la línea de transmisión, nos estaremos moviendo en la carta de Smith en una circunferencia de radio constante que corresponde a un factor de reflexión de módulo $|\rho_L|$ (este módulo es también el asociado al factor de reflexión correspondiente a la impedancia z_{in}).

En particular, si nos movemos desde el punto inicial (z_{in}) una distancia Δz en dirección hacia la carga (es decir, en dirección de z creciente) la fase aumentará en $2\beta\Delta z$, mientras que un desplazamiento Δz hacia generador (dirección de z decreciente) provocará una pérdida de fase de valor $2\beta\Delta z$

Propiedad 4

- Movimientos en la carta de Smith cuando se tiene que realizar un desplazamiento a lo largo de una línea de transmisión.



Propiedad 4

- Movimientos en la carta de Smith cuando se tiene que realizar un desplazamiento a lo largo de una línea de transmisión.

Como ya se ha comentado en varias ocasiones, el factor de reflexión y por lo tanto la impedancia son funciones periódicas que se repiten periódicamente con un periodo de $\lambda/2$. Este hecho se refleja en que un desplazamiento de longitud $\lambda/2$ se corresponde con realizar una vuelta completa en la carta de Smith. Por lo tanto, cuando queramos indicar un movimiento a lo largo de la línea en la carta de Smith sólo nos interesará la distancia en exceso que se recorre sobre el último múltiplo entero del periodo $\lambda/2$.

Propiedad 5

- Posición de la carta de Smith donde se sitúan los máximos y mínimos de la impedancia.

se comentó que el valor absoluto de la impedancia es máximo en los lugares de la línea de transmisión donde las ondas de tensión incidente y reflejada se suman en fase, ya que proporcionan un máximo del módulo de tensión y un mínimo del módulo de la intensidad. La tensión de la onda incidente y de la onda reflejada en uno de dichos máximos han de estar pues en fase, y por lo tanto se pueden expresar de la forma $|U^+|e^{j\theta}$ y $|U^-|e^{j\theta}$, con lo que el valor de la impedancia normalizada será:

$$z_{\text{máx}} = \frac{Z_{\text{máx}}}{Z_c} = \frac{|U^+|e^{j\theta} + |U^-|e^{j\theta}}{|U^+|e^{j\theta} - |U^-|e^{j\theta}} = \frac{|U^+| + |U^-|}{|U^+| - |U^-|} = \frac{1 + |\rho_L|}{1 - |\rho_L|} = s$$

que como vemos es un valor real y positivo, y además coincide con la relación de onda estacionaria s .

Propiedad 5

- Posición de la carta de Smith donde se sitúan los máximos y mínimos de la impedancia.

Por otro lado, los mínimos se producen cuando las ondas de tensión incidente y reflejada se suman en oposición de fase, generando un mínimo de tensión y un máximo de corriente. Sea la tensión de la onda incidente y reflejada en uno de los mínimos igual a $|U^+|e^{j\varphi_s}$ y $-|U^-|e^{j\varphi_s}$, respectivamente. La impedancia normalizada valdrá entonces:

$$z_{\min} = \frac{Z_{\min}}{Z_c} = \frac{|U^+|e^{j\varphi_s} - |U^-|e^{j\varphi_s}}{|U^+|e^{j\varphi_s} + |U^-|e^{j\varphi_s}} = \frac{|U^+| - |U^-|}{|U^+| + |U^-|} = \frac{1 - |\rho_L|}{1 + |\rho_L|} = \frac{1}{s}$$

volviéndose a obtener que la impedancia mínima es un número real y positivo, y cuyo valor en este caso es la inversa de la relación de onda estacionaria, y por extensión la inversa de la impedancia máxima normalizada.

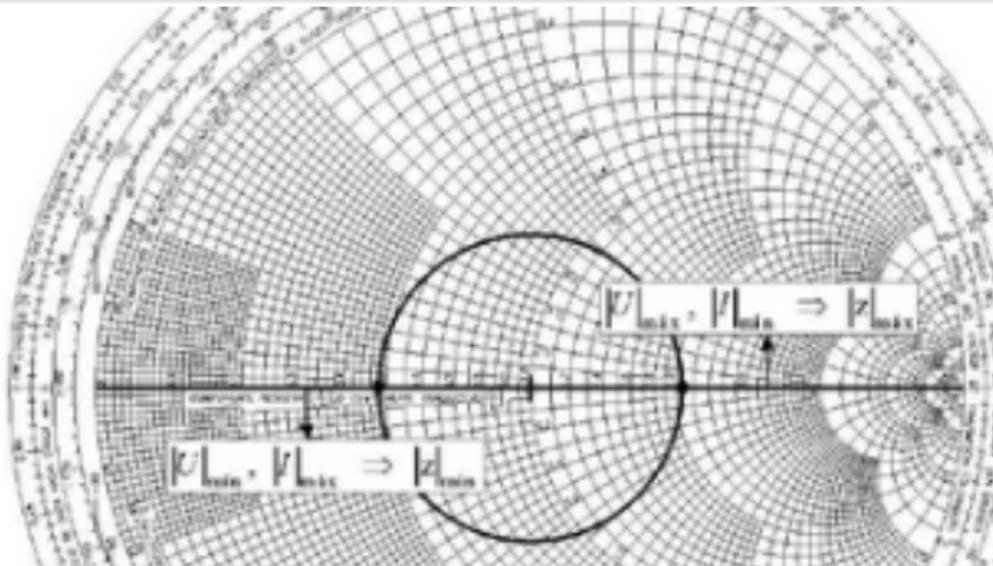
Propiedad 5

- Posición de la carta de Smith donde se sitúan los máximos y mínimos de la impedancia.

Como la relación de onda estacionaria es un número mayor o igual que 1, los puntos donde el módulo de tensión es máximo y el de intensidad es mínimo estarán situados en la carta de Smith en la semirrecta $v = 0$ con $u \geq 0$ (fase del factor de reflexión 0°), donde la impedancia normalizada es real y mayor o igual que 1. Por otro lado, los puntos donde se alcanzan los mínimos del módulo de la tensión y máximos para el módulo de la corriente se ubicarán en los puntos de la carta de Smith con impedancia normalizada real y menor o igual que 1, que están situados sobre la semirrecta $v = 0$ con $u \leq 0$ (fase del factor de reflexión 180°)

Propiedad 5

- Posición de la carta de Smith donde se sitúan los máximos y mínimos de la impedancia.



Propiedad 5

- Posición de la carta de Smith donde se sitúan los máximos y mínimos de la impedancia.

Obsérvese cómo al desplazarse a lo largo de una línea de transmisión suficientemente larga se pasa de forma consecutiva por puntos de máxima impedancia y mínima impedancia y que el producto de ambas normalizadas será igual a:

$$z_{\max} z_{\min} = s \frac{1}{s} = 1$$

independientemente de la impedancia característica de la línea. Un caso particular se produce cuando existe adaptación ($\rho = 0$), en cuyo caso, al no haber onda reflejada, la impedancia y el módulo de la tensión e intensidad se mantienen constantes a lo largo de toda la línea de transmisión, no existiendo puntos de máximo y mínimo módulo de la impedancia (así como de la tensión y corriente) propiamente dichos.

Propiedad 6

- Carta de admitancias.

Si se repite el procedimiento descrito con anterioridad, pero trabajando ahora con admitancias normalizadas, se obtendrá la carta de Smith de admitancias. Con dicho objetivo en mente, se empezará por considerar la ecuación que relaciona el factor de reflexión con la admitancia normalizada, y que según Y_c toma la siguiente forma:

$$y(z) = \frac{Y(z)}{Y_c} = \frac{1}{z(z)} = \frac{1 - \rho(z)}{1 + \rho(z)}$$

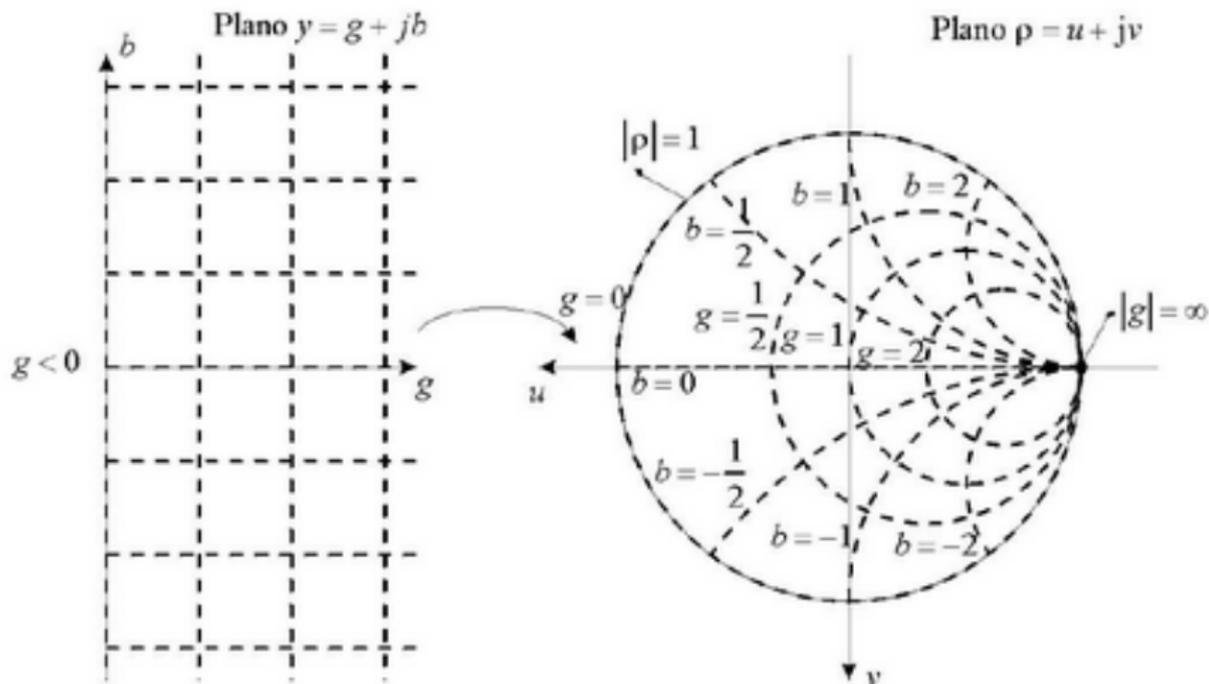
Asumiendo ahora que $\rho(z) = u + jv$ y que $y(z) = g + jb$, donde g es la conductancia normalizada y b la susceptancia normalizada, la expresión anterior se puede escribir de un modo más conveniente como se indica a continuación:

$$g + jb = \frac{1 - u - jv}{1 + u + jv}$$

que nos proporciona la ecuación de transformación entre los planos complejos de admitancias (con $g \geq 0$ por considerar sólo las cargas pasivas) y del factor de reflexión.

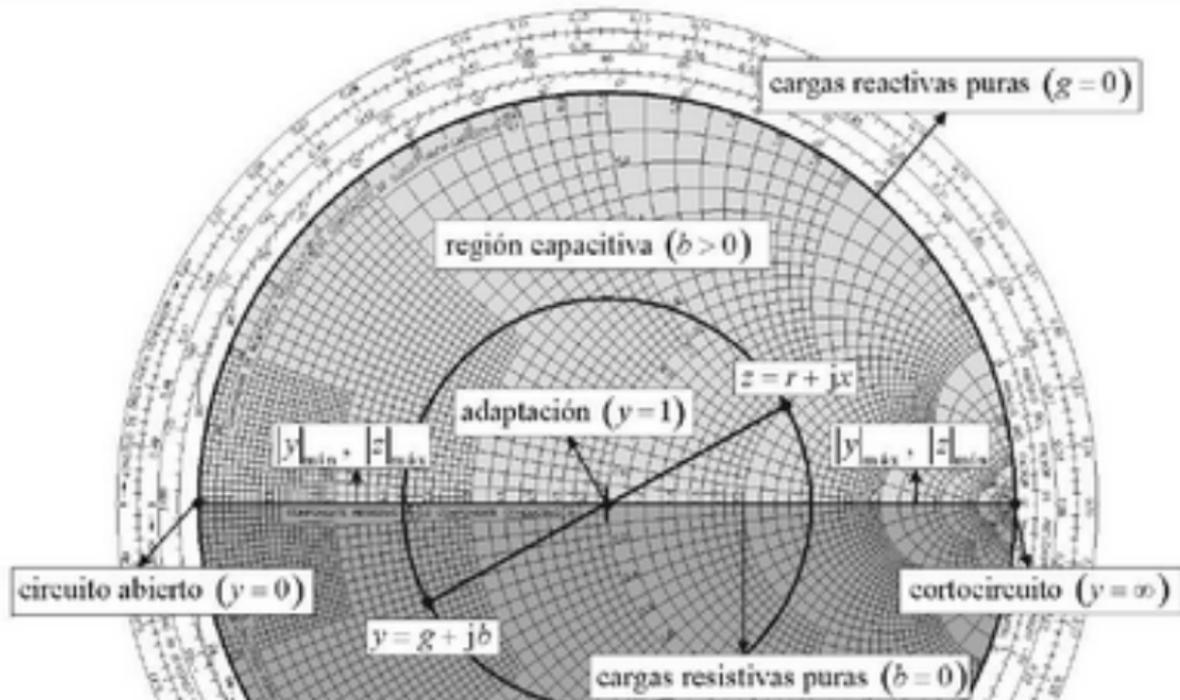
Propiedad 6

- Carta de admitancias.



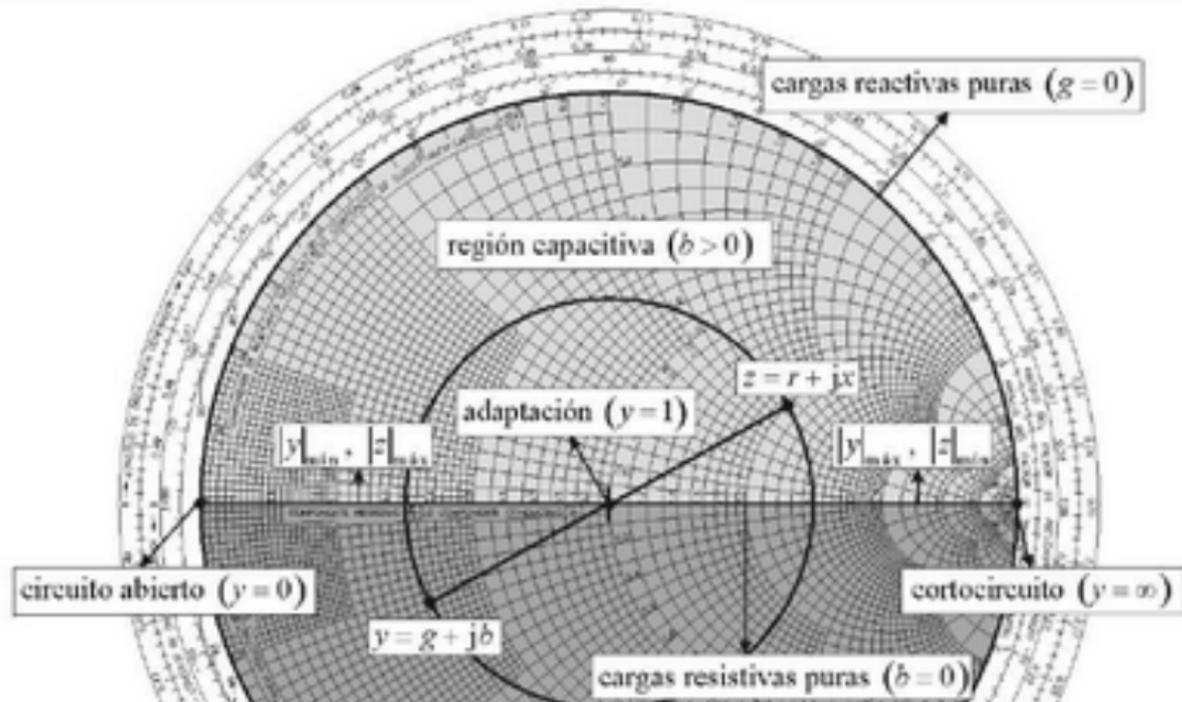
Propiedad 6

- Carta de admitancias.



Propiedad 6

- Carta de admitancias.



Propiedad 6

- Carta de admitancias.

Al haber obtenido la carta de Smith de admitancias mediante un giro de 180 grados sobre los ejes del plano complejo del factor de reflexión, todos los puntos de dicho plano quedarán afectados por dicha rotación. De este modo, las cargas con un carácter inductivo ($b < 0$) estarán situadas ahora en el semicírculo inferior, y las de carácter capacitivo ($b > 0$) en el semicírculo superior, el cortocircuito ($y = \infty$) se situará sobre el punto conflictivo (1,0), mientras que el circuito abierto ($y = 0$) estará en (-1,0). El punto de adaptación (0,0) es el único no afectado por la rotación. Finalmente, la circunferencia de cargas reactivas puras y la recta con las cargas resistivas puras se mantendrán en la misma posición aunque girados.

Propiedad 6

- Carta de admitancias.

Por otro lado, cuando nos desplazemos a lo largo de la línea de transmisión, la forma de actuar sobre la carta de Smith de admitancias será la misma que sobre la de impedancias, ya que la rotación de 180 grados no afecta al sentido de giro. De este modo, cuando nos movamos hacia generador recorreremos la carta de Smith en sentido horario (se pierde fase), mientras que un movimiento en la dirección de la carga se traduce en la carta de Smith en un desplazamiento en sentido antihorario (se gana fase). Por último, indicar que las semirrectas de máximo y mínimo módulo de impedancia están intercambiadas en la carta de Smith de admitancias debido a la rotación del plano complejo del factor de reflexión.

Propiedad 7

- Escalas.

En cuanto a las distintas escalas que se encuentran debajo de la carta de Smith, nos permiten determinar el valor de distintos parámetros relacionados con el módulo del factor de reflexión. Para utilizar dichas escalas, que son válidas tanto para la carta de Smith de impedancias como para la de admitancias, basta con moverse desde la marca de inicio de la escala una distancia igual a la que existe entre el punto considerado con respecto al centro de la carta de Smith. Dichas escalas permiten obtener:

- El módulo del factor de reflexión y su valor al cuadrado.
- Relación de onda estacionaria s , tanto en escala lineal como logarítmica.
- Atenuación de adaptación A_z y Atenuación de reflexión A_r en unidades logarítmicas (dB).
- El factor de transmisión $1 - |\rho|^2$ que indica la cantidad de la potencia total que absorberá la carga.

1 Carta de Smith

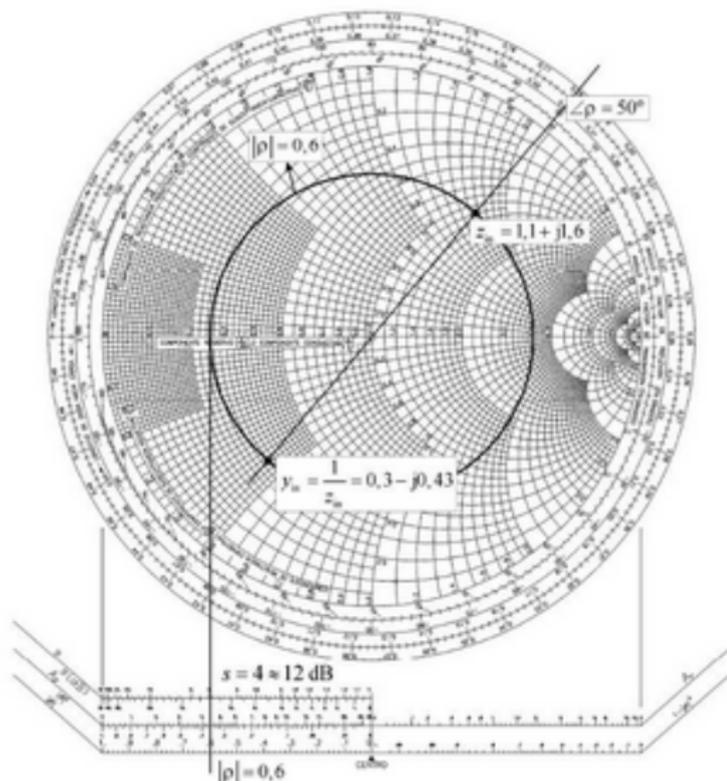
2 Ejercicios carta de Smith

3 Trabajos propuestos

Ejemplo 1. En un punto de una línea de transmisión ideal de impedancia característica $Z_c = 50 \Omega$ se mide un factor de reflexión de módulo 0.6 y fase 50° . Se pide determinar de una forma gráfica mediante la carta de Smith:

- El valor de la impedancia Z_{in} y la admitancia Y_{in} en dicho punto.
- La relación de onda estacionaria s en la línea.

En primer lugar ubicamos el punto con factor de reflexión $\rho = 0.6 \angle 50^\circ$ en la carta de Smith de impedancias. Para ello trazamos una circunferencia cuyo radio se obtiene al tomar un valor de 0.6 en la escala inferior correspondiente al factor de reflexión, y dibujamos una recta con inicio en el centro de la carta de Smith y ángulo de 50 grados utilizando la esfera del ángulo del factor de reflexión



Figura

Carta de Smith utilizada para resolver el ejemplo 1

El punto de intersección de ambas líneas será el punto buscado, y cuya impedancia normalizada es $z_{in} = r_{in} + jx_{in} = 1,1 + j1,6$. Para desnormalizar la impedancia hay que multiplicar la cantidad anterior por la impedancia característica de la línea, con lo que finalmente se obtiene:

$$Z_{in} = z_{in}Z_c = 55 + j80 \Omega$$

Para determinar gráficamente el valor de la admitancia, hemos de realizar un giro de 180° sobre el punto actual con el objeto de pasar a la carta de Smith de admitancias. Dicho giro se puede realizar de forma sencilla trazando una recta que una la impedancia z_{in} con el centro de la carta de Smith y se prolongue hasta cruzar la circunferencia $|\rho| = 0,6$, siendo el punto de intersección con dicha circunferencia la impedancia z_{in} girada 180° y por lo tanto la admitancia buscada. El valor de dicho punto es $y_{in} = g_{in} + jb_{in} = 0,3 - j0,43$, y tras desnormalizar (multiplicando por la admitancia característica de la línea) se concluye que:

$$Y_{in} = y_{in}Y_c = 0,006 - j0,0086 \text{ S}$$

Ejemplo 2. Consideremos una línea de transmisión ideal con una impedancia característica $Z_c = 50\Omega$ a cuyo extremo se conecta una carga $Z_L = 30 + j60\Omega$. Determinar mediante la carta de Smith la impedancia de entrada Z_{in} que se observa a una distancia $l = 1\text{ m}$ de la carga. Suponer que la frecuencia $f = 100\text{ MHz}$.

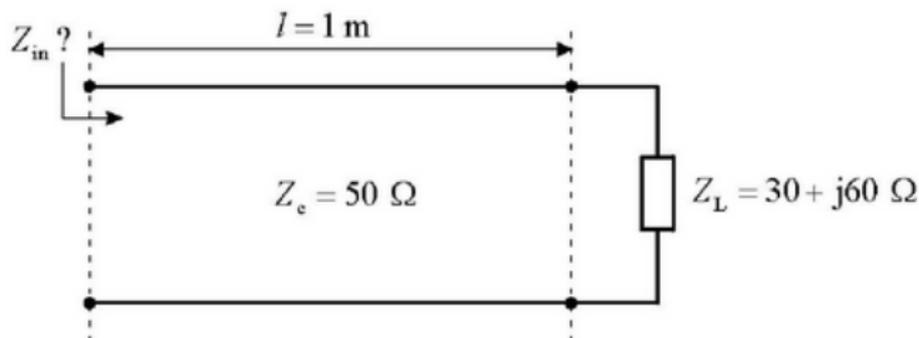


Figura Circuito bajo estudio en el ejemplo 2

Para empezar se situará la carga Z_L en la carta de Smith, para lo que primero calculamos su valor normalizado:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_c} = 0,6 + j1,2$$

y a continuación representamos dicho valor en la carta de Smith de impedancias

Ahora debemos movernos 1 m a lo largo de la línea en dirección al generador. Si tenemos en cuenta que la longitud de onda a la frecuencia de trabajo⁵ es:

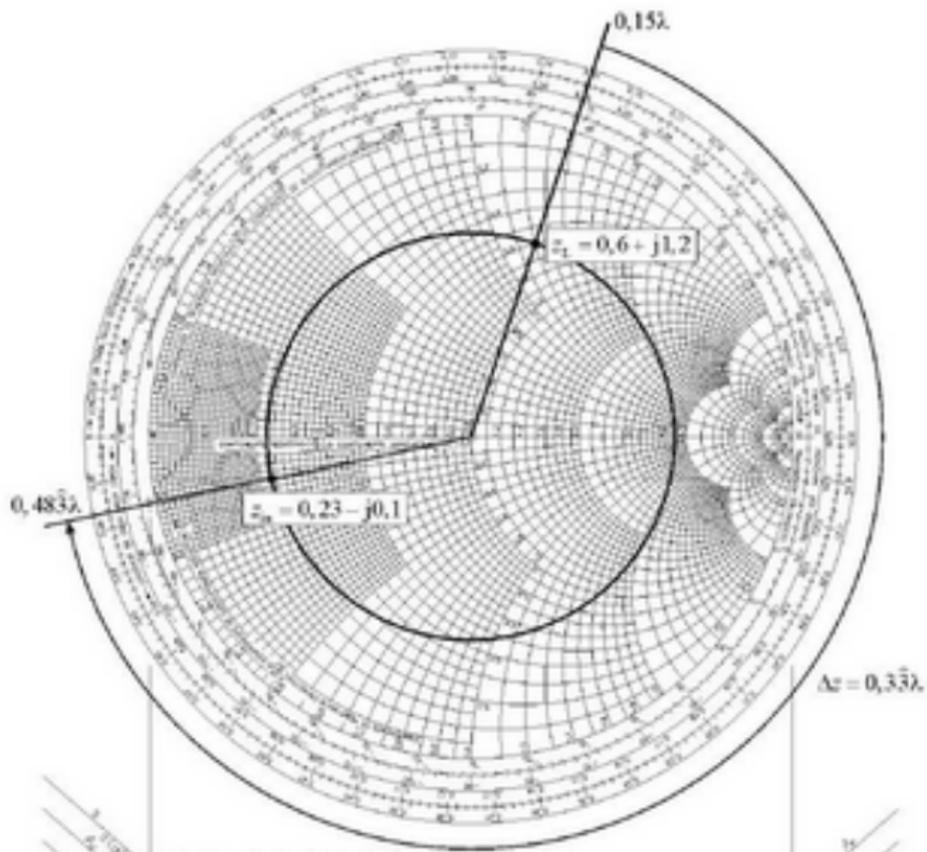
⁵Como no se nos da información sobre el medio dieléctrico de la línea de transmisión, supondremos que la velocidad de propagación es la velocidad de la luz en el vacío $c = c_0 = 299\,792\,458$ m/s. Si la línea de transmisión tiene un dieléctrico, habría que tener en cuenta su permitividad relativa (o efectiva).

$$\lambda = \frac{c}{f} = 3 \text{ m}$$

el desplazamiento a realizar en términos de la longitud de onda será igual a:

$$\frac{\Delta z}{\lambda} = \frac{l}{\lambda} = \frac{1}{3} = 0,3\bar{3}$$

Para realizar dicho desplazamiento, en primer lugar trazamos una recta que una el centro de la carta de Smith con la impedancia z_L y que se prolonga hasta cortar la esfera de desplazamiento hacia generador. La intersección entre la recta y dicha esfera se produce en el punto $0,15\lambda$. Recorremos ahora un tercio de longitud de onda en dirección hacia generador, llegando al punto $0,483\lambda$ de la correspondiente esfera, el cual nos proporciona la fase del factor de reflexión a una distancia de 1 m de la carga.



La impedancia z_{in} se obtendrá como la intersección entre la recta que une el punto $0,483\lambda$ de la esfera de desplazamiento hacia generador (información de fase) con la circunferencia con centro ubicado en el centro de la carta de Smith y con radio la distancia de dicho centro con la impedancia de carga normalizada z_L , ya que el módulo del factor de reflexión no varía a lo largo de la línea. El valor del punto intersección es:

$$z_{in} = 0,23 - j0,1$$

y eliminando la normalización obtenemos finalmente el valor de la impedancia buscada:

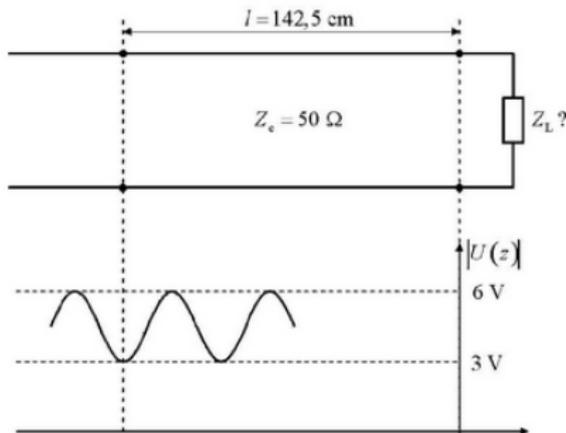
$$Z_{in} = z_{in}Z_c = 11,5 - j5 \Omega$$

- 1 Carta de Smith
- 2 Ejercicios carta de Smith
- 3 Trabajos propuestos

PROPUESTA 1

- En el laboratorio se dispone de una carga Z_L de la que desconocemos su valor. Para encontrarlo se conecta a una línea de impedancia característica Z_c , y se mide el módulo de la tensión a lo largo de la línea. Se observa el valor máximo medido de voltaje es 6V. El valor mínimo medido de tensión es 3V.

alcanza un mínimo a una distancia de 142,5 cm de la carga (ver Figura). Determinar el valor de la impedancia Z_L . Dato: $f = 500$ MHz.



PROPUESTA 2

- Impedancia de una fuente de alimentación.

Tenemos una fuente de la que queremos conocer el valor de su impedancia interna de carácter resistivo puro R_g . Con dicho objetivo se construye el circuito mostrado en la Figura y se observa que para una tensión de pico del generador $U_p = 4 \text{ V}$ el valor de la potencia entregada a la carga es $P_L = 50 \text{ mW}$. Determinar el valor de R_g .

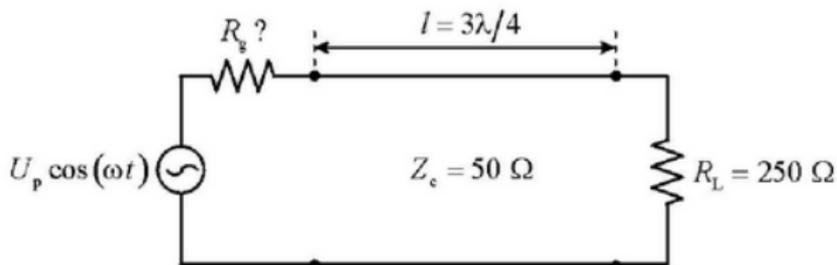


Figura Circuito implementado para determinar la impedancia de generador

Líneas de transmisión

FACULTAD DE INGENIERIA

Escuela de Electrónica y Telecomunicaciones

Quinto Semestre

Unidad III: Carta de Smith parte II

PhD. Daniel Antonio Santillán Haro



Unach
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
Libres por la Ciencia y el Saber