

Líneas de transmisión

FACULTAD DE INGENIERIA

Escuela de ingeniería en Telecomunicaciones
Quinto Semestre

Unidad II: Línea de transmisión ideal en régimen transitorio
PhD. Daniel Antonio Santillán Haro



- 1 Introducción
- 2 Factores de Transmisión
- 3 Problemas de aplicación semana 4

1 Introducción

2 Factores de Transmisión

3 Problemas de aplicación semana 4

Considere la línea de transmisión con parámetros primarios:

- $L = 250\text{nH/m}$
- $C = 44,44\text{pF/m}$
- $R = 62,10\sqrt{f(\text{MHz})}\text{m}\Omega/\text{m}$
- $G = 0\text{S/m}$

Se pide:

- 1 ¿Los conductores introducen pérdidas?
- 2 ¿El medio dieléctrico de la línea introduce pérdidas?
- 3 Determinar de forma exacta la expresión de los parámetros secundarios para las siguientes frecuencias: 100 Hz, 20 KHz, 200 MHz.
- 4 Calcular el valor que tendrían los parámetros secundarios de la línea asumiendo que las fórmulas de pérdidas bajas son válidas

Problema 2.1

Sea la señal $v(t)$ representada en la figura 2.1, y sea $c = 10^8$ m/s, se pide:

- Dibujar $v(t - z/c)$ para $z = 0, 20$ cm y 60 cm
- Dibujar $v(t - z/c)$ para $t = 0, 12$ ns y 20 ns
- A la vista de los resultados, ¿En qué dirección se propaga $v(t - z/c)$? ¿A qué velocidad?
- Repetir los apartados a), b) y c) para $v(t + z/c)$

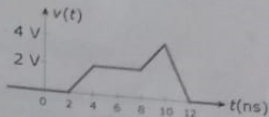
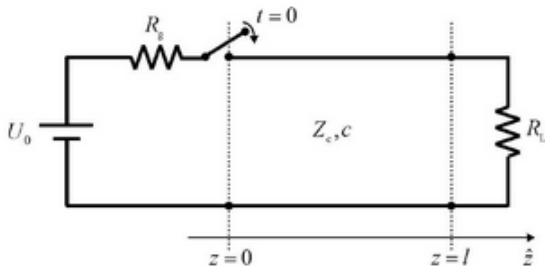


Figura 2.1. Señal $v(t)$



Ejemplo de aplicación: generador de onda continua alimentando una línea cargada

A continuación, se va a estudiar cuatro posibles casos de interés en función de los distintos valores que puedan tomar las resistencias de carga y de generador (R_L y R_g) en la configuración circuital de la Figura. En todos estos casos nos interesará representar la evolución temporal de la tensión total y de la corriente total en el plano $z = l/2$ de la línea de transmisión. Los cuatro casos que se van a considerar son:

- a) $R_L = 0, \quad R_g = 0$
- b) $R_L = \infty, \quad R_g = 0$
- c) $R_L < Z_c, \quad R_g = 0$
- d) $R_L > Z_c, \quad R_g = 0$

Caso a) $R_L = 0, \quad R_g = 0$

Para estos valores de las resistencias de carga y de generador, los factores de reflexión en los planos correspondientes :

$$\rho_L = \frac{R_L - Z_c}{R_L + Z_c} = -1$$

$$\rho_g = \frac{R_g - Z_c}{R_g + Z_c} = -1$$

Para estos valores de los factores de reflexión, y de acuerdo con el análisis efectuado anteriormente, las ondas que se generan tienen los siguientes valores:

$$u_1^+ = U_0$$

$$u_1^- = \rho_L u_1^+ = -U_0$$

$$u_2^+ = \rho_g u_1^- = U_0$$

$$u_2^- = \rho_L u_2^+ = -U_0$$

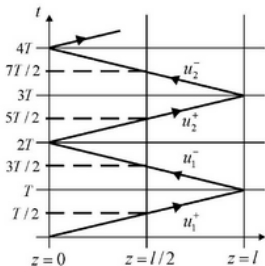


Figura Evolución de la tensión en el plano $z=l/2$ de la línea

Tabla Evolución temporal de la tensión total en el plano $z=l/2$ de la línea

Intervalo temporal	Valor de la tensión total
$0 < t < T/2$	$u(z=l/2) = 0$
$T/2 < t < 3T/2$	$u(z=l/2) = u_1^+$
$3T/2 < t < 5T/2$	$u(z=l/2) = u_1^+ + u_1^-$
$5T/2 < t < 7T/2$	$u(z=l/2) = u_1^+ + u_1^- + u_2^+$
$7T/2 < t < 9T/2$	$u(z=l/2) = u_1^+ + u_1^- + u_2^+ + u_2^-$

En consecuencia, recordando las expresiones de la Tabla la tensión y la corriente total en el plano $z = l/2$ de la línea presenta los siguientes valores:

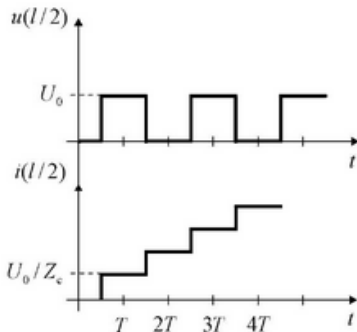


Figura Tensión y corriente total para el caso a) en el plano $z=l/2$

En la figura anterior se observa que la corriente crece indefinidamente y que, en promedio, la tensión en la línea tiende a un valor constante. Veamos que este comportamiento de la tensión y de la corriente en la línea cuando t aumenta coincide con los resultados de un análisis en régimen permanente para corriente continua.

Dado que la frecuencia de trabajo es nula, la longitud de onda equivalente es infinita, por lo que la longitud en términos eléctricos del circuito es nula. Es decir, el cociente $l/\lambda = 0$. Ello nos permite afirmar que el circuito de la Figura (a) es completamente equivalente al que aparece en la Figura (b), en el que se ha eliminado el tramo de línea de transmisión de longitud l .

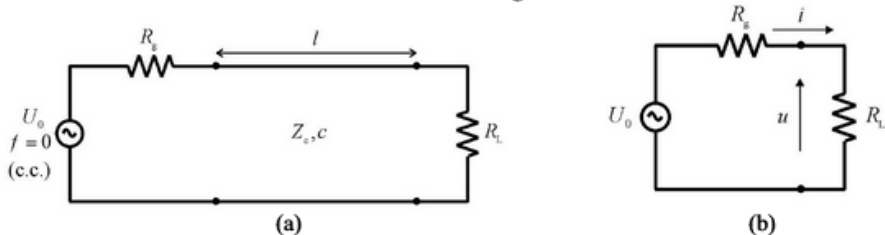


Figura *Análisis en régimen permanente del circuito (a), y circuito equivalente en (b)*

en

Para el circuito de la Figura (b) se tiene que:

$$u = U_0 \frac{R_L}{R_L + R_g}$$

$$i = \frac{U_0}{R_L + R_g}$$

Para el caso que nos ocupa ($R_L = 0, R_g = 0$), $u = U_0 \cdot 0 / 0$ (indeterminación) e $i = U_0 / 0$ (tiende a infinito). Por tanto, se obtienen los mismos resultados que los deducidos mediante el análisis del régimen transitorio del circuito.

- **Caso b)** $R_L = \infty$, $R_g = 0$

En este caso los factores de reflexión valen:

$$\rho_L = 1$$

$$\rho_g = -1$$

Con estos valores, las primeras ondas de tensión toman los siguientes valores:

$$u_1^+ = U_0$$

$$u_1^- = \rho_L u_1^+ = U_0$$

$$u_2^+ = \rho_g u_1^- = -U_0$$

$$u_2^- = \rho_L u_2^+ = -U_0$$

$$u_3^+ = \rho_g u_2^- = U_0$$

La evolución de la tensión y la corriente en $z = l/2$ se representa a continuación.

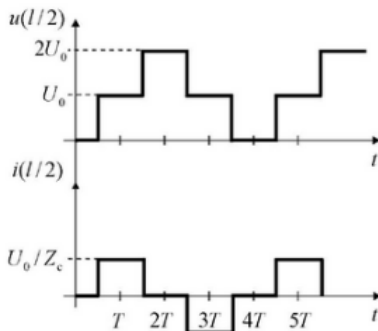


Figura Tensión y corriente total para el caso b) en el plano $z=l/2$

De la Figura se deduce que el valor medio de la corriente es cero. El flujo medio de potencia también es nulo, pues en intervalos impares fluye a derechas y en intervalos pares a izquierdas.

Realizando ahora el análisis de régimen permanente para corriente continua ($f=0$) se tiene que $i=0$, $u=U_0$.

- **Caso c)** $R_L < Z_c$, $R_g = 0$

En este caso, se tiene que:

$$|\rho_L| < 1, \quad \rho_L < 0$$

$$\rho_g = -1$$

A continuación se recogen los valores de las primeras ondas generadas, así como la evolución de la tensión y la corriente en el plano $z = l/2$ de la línea.

$$u_1^+ = U_0$$

$$u_1^- = \rho_L u_1^+ = \rho_L U_0$$

$$u_2^+ = \rho_g u_1^- = -u_1^- = -\rho_L U_0$$

$$u_2^- = \rho_L u_2^+ = -\rho_L^2 U_0$$

$$u_3^+ = \rho_g u_2^- = -u_2^- = \rho_L^2 U_0$$

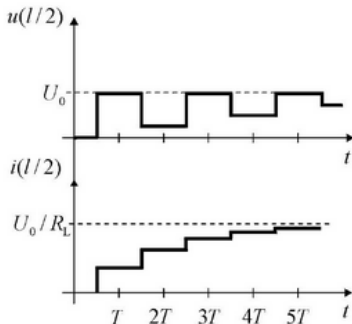


Figura Tensión y corriente total para el caso c) en el plano $z=l/2$

Se observa en la Figura que la tensión en la línea tiende a U_0 y que la corriente tiende al valor U_0 / R_L .

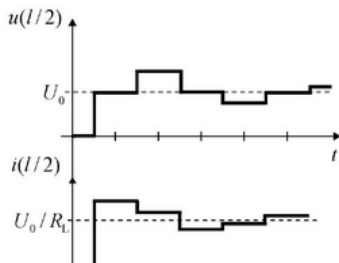
- **Caso d)** $R_L > Z_c$, $R_g = 0$

En este último caso, los factores de reflexión toman los siguientes valores:

$$|\rho_L| < 1, \quad \rho_L > 0$$

$$\rho_g = -1$$

Por su parte, las primeras ondas de tensión se expresan tal y como se dedujeron en las ecuaciones pero ahora los factores de reflexión que deben emplearse son los que aparecen. Con todo ello, la tensión y corriente total en $z=l/2$ se representan en la figura mostrada a continuación.



$$\begin{aligned}
 u(l/2) &= u_1^+ + u_1^- + u_2^+ + u_2^- + \dots = u_1^+ \cdot [1 + \rho_L + \rho_L \rho_g + \rho_L^2 \rho_g + \rho_L^2 \rho_g^2 + \dots] = \\
 &= \frac{U_0 Z_c}{R_g + Z_c} \cdot \left[(1 + \rho_L \rho_g + \rho_L^2 \rho_g^2 + \dots) + \rho_L (1 + \rho_L \rho_g + \rho_L^2 \rho_g^2 + \dots) \right] = \\
 &= \frac{U_0 Z_c}{R_g + Z_c} \cdot \left[\frac{1}{1 - \rho_L \rho_g} + \frac{\rho_L}{1 - \rho_L \rho_g} \right] = U_0 \frac{R_L}{R_L + R_g}
 \end{aligned}$$

1 Introducción

2 Factores de Transmisión

3 Problemas de aplicación semana 4

Consideremos el circuito de la Figura mostrado a continuación:

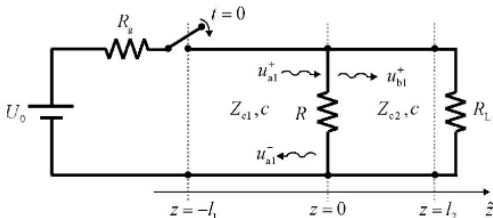


Figura Circuito utilizado para deducir las expresiones de los factores de transmisión

Este circuito consiste en dos tramos de líneas de transmisión de longitudes l_1 y l_2 e impedancias características Z_{c1} y Z_{c2} , conectadas entre sí mediante una resistencia R situada en paralelo. En el instante en que se cierra el interruptor ($t = 0$), se genera una primera onda incidente en la línea a (l_1, Z_{c1}):

$$u_{a1}^+ = \frac{Z_{c1}}{R_g + Z_{c1}} U_0$$

Transcurrido un tiempo T_1 ($T_1 = l_1 / c$), la onda u_{a1}^+ alcanza la resistencia R , generando una onda reflejada u_{a1}^- en la línea a y una onda transmitida u_{b1}^+ en la línea b (l_2, Z_{c2}). La onda

reflejada (u_{a1}^-) está relacionada con la incidente (u_{a1}^+) a través del factor de reflexión $\rho_a(0)$:

$$\frac{u_{a1}^-}{u_{a1}^+} = \rho_a(0) = \frac{Y_{c1} - (G + Y_{c2})}{Y_{c1} + (G + Y_{c2})}$$

donde Y_{c1} e Y_{c2} representan las admitancias características de las líneas a y b, respectivamente, y donde $G = 1/R$. En cuanto a la onda transmitida (u_{b1}^+), se relaciona con la incidente (u_{a1}^+) mediante un factor de transmisión, al que llamaremos η_{ab} , y que se obtendrá forzando la condición de continuidad de tensión en el plano $z = 0$:

$$u_{a1}^+ + u_{a1}^- = u_{b1}^+$$

$$\eta_{ab} = \frac{u_{bl}^+}{u_{al}^+} = 1 + \frac{u_{al}^-}{u_{al}^+} = 1 + \rho_a(0) = \frac{2Y_{cl}}{Y_{cl} + (G + Y_{c2})}$$

Por su parte, la onda u_{a1}^- alcanzará en el instante $2T_1$ el extremo del generador, originando así una nueva onda incidente u_{a2}^+ :

$$u_{a2}^+ = \rho_g u_{a1}^-, \quad \rho_g = \frac{R_g - Z_{cl}}{R_g + Z_{cl}}$$

Mientras, la onda u_{b1}^+ alcanzará el extremo cargado de la segunda línea en $t = T_1 + T_2$ ($T_2 = l_2 / c$), generando una onda reflejada u_{b1}^- de valor:

$$u_{b1}^- = \rho_L u_{b1}^+, \quad \rho_L = \frac{R_L - Z_{c2}}{R_L + Z_{c2}}$$

Cuando transcurra un tiempo $t = T_1 + 2T_2$, esta última onda (u_{b1}^-) alcanzará la resistencia R y deberá generar una onda reflejada u_{b2}^+ en la línea b y una onda transmitida $u_{a2}'^-$ en la línea a:

$$\frac{u_{b2}^+}{u_{b1}^-} = \rho_b(0) = \frac{Y_{c2} - (G + Y_{c1})}{Y_{c2} + (G + Y_{c1})}$$

$$\eta_{ba} = \frac{u_{a2}'^-}{u_{b1}^-} = \frac{u_{b1}^- + u_{b2}^+}{u_{b1}^-} = 1 + \rho_b(0) = \frac{2Y_{c2}}{Y_{c2} + G + Y_{c1}}$$

El proceso de reflexiones y transmisiones adquiere una cierta complejidad, pero se puede seguir de manera sistemática y sin dificultad a través del siguiente diagrama espacio-tiempo:

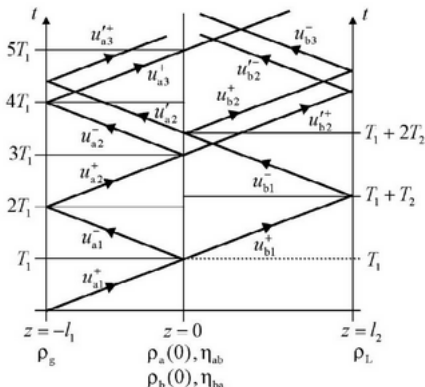


Figura Diagrama espacio-tiempo correspondiente al circuito de la Figura PROPUESTO

1 Introducción

2 Factores de Transmisión

3 Problemas de aplicación semana 4

- a) Calcular la velocidad de propagación y la impedancia característica de la línea.
- b) Dibujar la tensión asociada a la onda progresiva, la onda regresiva y la tensión total en función de la posición en la línea para $t = 15 \text{ ns}$, $27,5 \text{ ns}$ y 40 ns .
- c) Dibujar la potencia asociada a la onda progresiva, a la onda regresiva, y la potencia neta transmitida según $+z$ en función de la posición de la línea para los instantes de tiempo $t = 15 \text{ ns}$, $27,5 \text{ ns}$ y 45 ns .

Problema 2.3

En la configuración mostrada en la figura 2.3a, en $t = 0$ se conecta un generador de onda sinusoidal con resistencia interna $R_g = 50 \, \Omega$ a una línea de transmisión ideal de impedancia característica $Z_0 = 75 \, \Omega$ y autoinductancia por unidad de longitud de valor $L = 300 \, \text{nH/m}$. La forma de onda que produce el generador se muestra en la figura 2.3b.

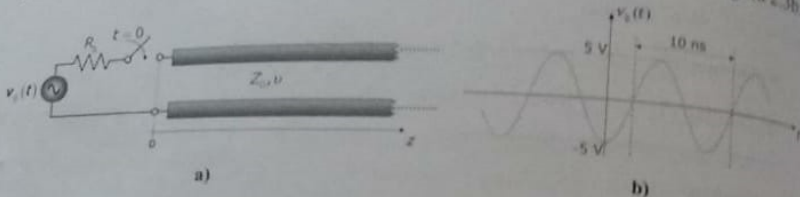


Figura 2.3. Línea de transmisión ideal infinita conectada a un generador en a) y señal producida por el generador en b)

- a) Determinar la velocidad de propagación de la línea, y la permitividad eléctrica relativa del medio dieléctrico (asumir que se trata de un medio no magnético).
- b) ¿Se genera en algún punto onda regresiva?. En caso afirmativo, indicar dónde.
- c) Obtener la expresión matemática de la tensión total $v(z, t)$ en cualquier punto de la línea y para cualquier instante de tiempo. Para poder modelar el efecto del interruptor le puede ser útil la función escalón unitario $u(t)$ definida por:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ 1 & , t \geq 0 \end{cases}$$

- d) Dibujar la tensión total a lo largo de la línea para $t = 50 \text{ ns}$ y $t = 100 \text{ ns}$.

P4 Dibujar las formas de onda de tensión y de corriente en función del tiempo en la resistencia R_i para $0 \leq t \leq 5T$ ($T = l/c$) si el interruptor se cierra en el instante $t = 0$. ¿Cuál será el valor final ($t \rightarrow \infty$) de la corriente que la atraviesa? Datos: $Z_c = R_i = R_0$, $l_1 = l_2 = l_3 = l$.

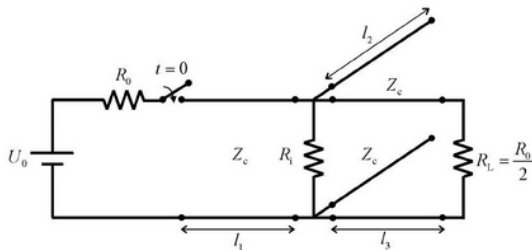


Figura **Circuito correspondiente al ejercicio p4**

En una estación transmisora para un radioenlace terrestre se ha estado utilizando un cable coaxial de 50 ohmios y 12,1 metros de longitud para unir el equipo transmisor que presenta una impedancia de salida de 50 ohmios con una antena de impedancia de entrada también de 50 Ohmios ubicada sobre un mástil. Sin embargo, debido a un accidente, la parte central de dicho cable coaxial se ha dañado. Por tal motivo se ha reemplazado un tramo de cable de longitud 2,1 metros por un cable de la misma longitud que había en la estación que presenta $C=51,1925\text{pF/m}$ y con teflón medio dieléctrico.

Se desea estudiar el esquema en el dominio del tiempo donde la fuente produce un pulso rectangular en $t=0$ de 5ns de duración y amplitud $V_g = 2\text{V}$. Se pide:

- 1 El valor de todos los coeficientes de reflexión y transmisión del sistema.
- 2 Representar el diagrama espacio-tiempo del sistema hasta $t=105\text{ns}$.

Líneas de transmisión

FACULTAD DE INGENIERIA

Escuela de ingeniería en Telecomunicaciones
Quinto Semestre

Unidad II: Línea de transmisión ideal en régimen transitorio
PhD. Daniel Antonio Santillán Haro

