

Líneas de transmisión

FACULTAD DE INGENIERIA

Escuela de ingeniería en Telecomunicaciones
Quinto Semestre

Unidad II: Línea de transmisión ideal en régimen transitorio
PhD. Daniel Antonio Santillán Haro



Unach
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
Libres por la Ciencia y el Saber

- 1 Introducción
- 2 Factores de reflexión
- 3 Problema de aplicación

1 Introducción

2 Factores de reflexión

3 Problema de aplicación

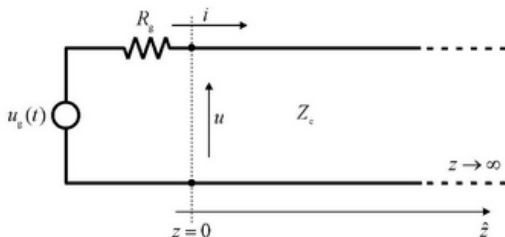


Figura . Generador de tensión de resistencia interna R_g conectado a una línea infinita

En el circuito de la Figura el generador $u_g(t)$ producirá una onda incidente, que denominaremos u^+ , al conectarse a la línea de transmisión. Además, dado que la línea es infinita, únicamente se excitará esta primera onda de tensión en el circuito (pues nunca alcanzará el extremo de la línea). Se supondrá además que la línea está inicialmente en reposo ($u = i = 0$), por lo que tras la conexión del generador se puede afirmar que en el plano $z = 0$:

$$u = u^+$$

$$i = \frac{1}{Z_c} u^+$$

Por tanto, en dicho plano $z = 0$ se tendrá una impedancia equivalente de valor:

$$\frac{u}{i} = Z_c$$

Así pues, considerando el divisor resistivo presente en el plano de generador ($z = 0$) de la Figura se deduce fácilmente la amplitud de la onda incidente u^+ :

$$u^+ = u_g \frac{Z_c}{R_g + Z_c}$$

Recuperando finalmente las dependencias temporal y espacial, se puede decir que:

$$u^+(z, t) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} u_g \left(t - \frac{z}{c} \right)$$

$$i^+(z, t) = \frac{u^+(z, t)}{Z_c}$$

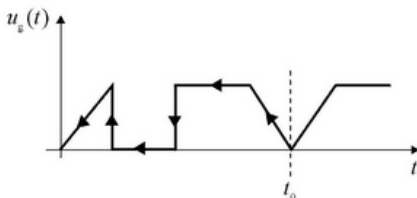


Figura Evolución temporal del generador que se conecta a la línea de la Figura 3.2

A continuación, nos fijamos en el instante t_0 (ver Figura) y nos planteamos representar en dicho instante la evolución de la onda u^+ a lo largo de la línea. Para ello, recuperamos la expresión deducida anteriormente y la particularizamos para el instante temporal considerado:

$$u^+(z, t_0) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} u_g\left(t_0 - \frac{z}{c}\right)$$

Si en esta expresión se dan valores a la variable z , se obtienen las siguientes amplitudes para la onda u^+ :

$$z = 0 \rightarrow u^+(0, t_0) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} u_g(t_0)$$

En la Figura 1 se representa la evolución de la amplitud de la onda u^+ a lo largo de la línea de transmisión:

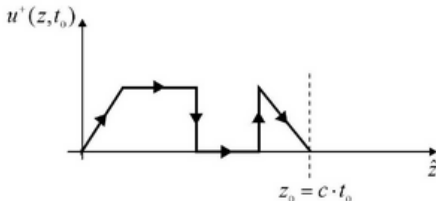


Figura Representación de la onda u^+ a lo largo de la línea de transmisión

Con respecto al ejemplo de la figura anterior es importante comentar que, para el instante temporal considerado (t_0), la primera onda de tensión incidente aún no ha alcanzado en la línea las posiciones $z > z_0$ (en dichas posiciones $u^+ = 0$).

1 Introducción

2 Factores de reflexión

3 Problema de aplicación

Sea el circuito de la Figura 10.10 constituido por una línea de transmisión ideal (Z_c y c) de longitud l , terminada con una carga genérica de valor R_L situada en el plano $z=l$ (plano de carga) y alimentada por un generador $u_g(t)$ de resistencia interna R_g . Un análisis temporal del circuito anterior arroja las siguientes conclusiones:

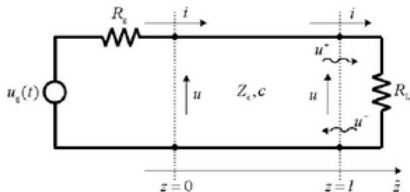


Figura 3.5. Línea de transmisión ideal terminada con una carga genérica R_L

- En $t = 0$, tal y como se ha visto previamente, se genera una onda u^+ de valor:

$$u^+(z, t) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} u_g \left(t - \frac{z}{c} \right)$$

- Si definimos $T = l/c$ como el tiempo que tarda la onda u^+ en alcanzar el plano de carga de la línea ($z=l$), es evidente que para $0 < t < T$ únicamente existirá en la línea la onda u^+ definida mediante la expresión **anterior**

En el instante $t = T$, la onda u^+ alcanza el plano de carga. Sin embargo, en dicho plano no se cumple la condición de contorno impuesta por la carga R_L , a saber:

$$\frac{u(z=l, t)}{i(z=l, t)} = R_L$$

puesto que inicialmente se tiene que:

$$\frac{u^+(z=l, t)}{i^+(z=l, t)} = Z_c \neq R_L$$

En consecuencia, para satisfacer la condición de contorno debe aparecer en el plano de carga una onda de tensión reflejada que denominaremos u^- . De esta manera, en el plano $z=l$ se puede afirmar que:

$$u(z=l, t) = u^+ + u^-$$

$$i(z=l, t) = \frac{1}{Z_c} (u^+ - u^-)$$

Forzando ahora la condición , se tiene que:

$$\frac{u(z=l,t)}{\dot{u}(z=l,t)} = Z_c \frac{u^+ + u^-}{u^+ - u^-} = R_L$$

de donde podemos obtener la relación entre la onda reflejada y la onda incidente:

$$\frac{u^-}{u^+} = \frac{R_L - Z_c}{R_L + Z_c} = \frac{Y_c - G_L}{Y_c + G_L} = \rho_L$$

siendo Y_c la admitancia característica de la línea ($Y_c = 1/Z_c$) y G_L la admitancia equivalente de la resistencia de carga ($G_L = 1/R_L$). Al parámetro ρ_L se le conoce como factor de reflexión en el plano de carga.

En el caso en que $R_L = Z_c$ se tiene que $\rho_L = 0$, por lo que $u^- = 0$, y no aparece onda reflejada. Si recordamos, esta situación es idéntica a la del ejemplo del apartado en el que considerábamos una línea de transmisión de longitud infinita y donde dedujimos que no existía onda reflejada al no alcanzar nunca la onda incidente u^+ el extremo de la línea infinita. En este caso ($R_L = Z_c$), se dice que la línea está adaptada y supone una situación deseable, pues en ella la carga R_L absorbe (disipa) toda la potencia que el generador entrega a la línea.

En el intervalo temporal $T < t < 2T$, en la línea coexisten las ondas incidente y reflejada, esto es:

$$u(z,t) = u^+(z,t) + u^-(z,t)$$

La expresión de la onda reflejada u^- puede obtenerse fácilmente teniendo en cuenta que ésta se genera en el instante temporal $t = T$ y en el plano $z = l$, de modo que según la formulación de las ondas regresivas (recordar Capítulo 2) se tiene que:

$$u^-(z,t) = u^-\left(t + \frac{z}{c}\right) = u^-\left(t - T + \frac{z}{c} - \frac{l}{c}\right) = u^-\left(t + \frac{z}{c} - 2T\right)$$

Teniendo ahora en cuenta la expresión incidente (esta última obtenida en la expresión para la onda reflejada:

que relaciona las ondas reflejada e incidente, tenemos finalmente la siguiente

$$u^-(z,t) = \rho_L \frac{Z_c}{Z_c + R_g} u^+\left(t + \frac{z}{c} - 2T\right)$$

En el instante $t = 2T$ se tiene que en el plano $z = 0$ no se satisface nuevamente la condición de contorno impuesta por el generador:

$$u_g(t) = R_g \cdot i(z = 0, t) + u(z = 0, t)$$

condición que, evidentemente, no satisfacen las actuales tensiones y corrientes totales en la línea. Por ello es necesario que se genere una nueva onda de tensión incidente a

la que denotaremos mediante u_2^+ (por el mismo criterio, a las anteriores ondas de tensión u^+ y u^- las representaremos a partir de ahora mediante u_1^+ y u_1^- , respectivamente). Bajo estas consideraciones, las tensiones y corrientes totales en la línea podemos escribirlas como:

$$u(z = 0, t) = u_1^+ + u_1^- + u_2^+$$

$$i(z = 0, t) = \frac{1}{Z_c} (u_1^+ - u_1^- + u_2^+)$$

En el intervalo $2T < t < 3T$, en la línea de transmisión coexisten tres ondas de tensión que contribuyen a la expresión de la tensión y corriente total en la línea. En el caso de la tensión se tiene:

$$u(z,t) = u_1^+(z,t) + u_1^-(z,t) + u_2^+(z,t)$$

donde ya hemos deducido anteriormente que:

$$u_1^+(z,t) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} u_g \left(t - \frac{z}{c} \right)$$

$$u_1^-(z,t) = \rho_L \frac{Z_c}{Z_c + R_g} u_g \left(t + \frac{z}{c} - 2T \right)$$

Por lo que respecta a la expresión de la nueva onda incidente generada, si tenemos en cuenta que ésta se genera en el plano de generador y en el instante $t = 2T$, podemos decir basándonos en la ecuación que:

$$u_2^+(z, t) = u_2^+\left(t - \frac{z}{c}\right) = u_2^+\left(t - \frac{z}{c} - 2T\right) = \rho_g \rho_L \frac{Z_c}{R_g + Z_c} u_g\left(t - \frac{z}{c} - 2T\right)$$

- En el instante $t = 3T$ surgirá una nueva onda de tensión reflejada, que llamaremos u_2^- , para satisfacer de nuevo la condición de contorno que impone la resistencia de carga R_L . Pensemos que dicha condición se ve alterada por la presencia de la onda u_2^+ recién generada.
- En el intervalo $3T < t < 4T$, existirán por tanto cuatro ondas de tensión en la línea: u_1^+ , u_1^- , u_2^+ y u_2^- , que contribuirán a las expresiones de la tensión y corriente total a lo largo de la línea.
- En el instante $t = 4T$ se generará una nueva onda de tensión incidente u_3^+ para satisfacer de nuevo la condición de contorno impuesta por el generador, y así sucesivamente se irán generando tanto en el plano de carga como de generador sucesivas nuevas ondas de tensión incidente y reflejada.

1 Introducción

2 Factores de reflexión

3 Problema de aplicación

- Analizar la línea de transmisión en régimen transitorio

$u_g(t)$ es en este caso un generador de onda continua de amplitud U_0 .

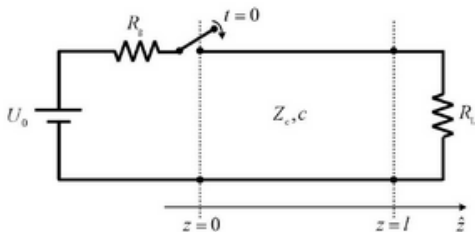


Figura. Ejemplo de aplicación: generador de onda continua alimentando una línea cargada

Teniendo en cuenta que en el instante $t = 0$ se cierra el interruptor del circuito de la figura anterior, se excitará inicialmente una primera onda incidente u_1^+ :

$$u_1^+ = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} U_0$$

Líneas de transmisión

FACULTAD DE INGENIERIA

Escuela de ingeniería en Telecomunicaciones
Quinto Semestre

Unidad II: Línea de transmisión ideal en régimen transitorio
PhD. Daniel Antonio Santillán Haro



Unach

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO

Libres por la Ciencia y el Saber