Líneas de transmisión

FACULTAD DE INGENIERIA

Escuela de Ingeniería en Telecomunicaciones
Quinto Semestre

Unidad I: Incidencia normal y oblicua

PhD. Daniel Antonio Santillán Haro

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
Libres por la Ciencia y el Saber

La onda plana uniforme $\vec{E} = E_0\,(j\hat{x} - \hat{y})\,e^{-j30\pi z}$ V/m se propaga en el vacío, siendo E_0 un número real positivo.

a) Calcular la longitud de onda, frecuencia, dirección de propagación, tipo de polarización y su signo.

b) ¿Cuál es el valor de E_0 si la densidad de potencia media es $\frac{5}{6\pi}$ W/m^2?

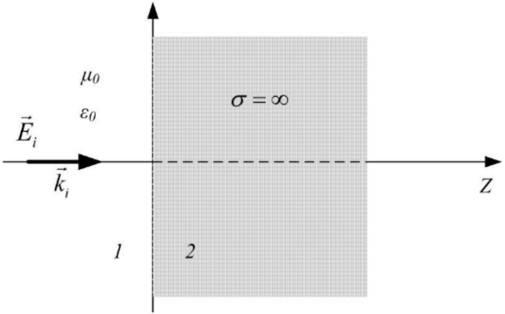
c) Si la onda incide en $z = 0$ sobre un medio no magnético de permitividad $\varepsilon = 4\varepsilon_0$. Calcular,

c.1) La densidad de potencia reflejada.

c.2) El porcentaje de potencia incidente que se transmite $\left(\frac{P_{mt}}{P_{mi}} \times 100\right)$.

Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.
Calcular :

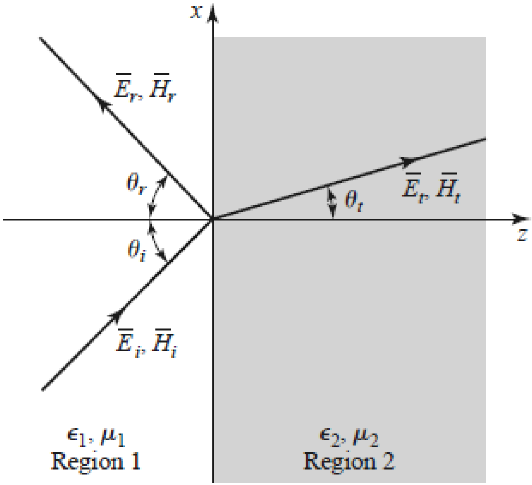
El campo eléctrico dado mediante la expresión $\vec{E}_i = 10(10\hat{x} + 10j\hat{y})e^{-j10\pi z}$ V/m se propaga en el vacío e incide en $z = 0$ sobre un plano conductor perfecto ($\sigma = \infty$).



Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

Calcular :

- Longitud de onda, frecuencia, dirección de propagación, polarización y signo de la polarización de esta onda.
- Expresiones de los campos eléctricos instantáneo, reflejado y transmitido.



Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

Parallel Polarization

In this case the electric field vector lies in the xz plane, and the incident fields can be written as

$$\bar{E}_i = E_0(\hat{x}\cos\theta_i - \hat{z}\sin\theta_i)e^{-jk_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)},$$
$$\bar{H}_i = \frac{E_0}{\eta_1}\hat{y}e^{-jk_1(x\sin\theta_i + z\cos\theta_i)},$$

where $k_1 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_1}$ and $\eta_1 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_1}$ are the propagation constant and impedance of region 1. The reflected and transmitted fields can be written as

$$\bar{E}_r = E_0\Gamma(\hat{x}\cos\theta_r + \hat{z}\sin\theta_r)e^{-jk_1(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)},$$
$$\bar{H}_r = \frac{-E_0\Gamma}{\eta_1}\hat{y}e^{-jk_1(x\sin\theta_r - z\cos\theta_r)},$$
$$\bar{E}_t = E_0T(\hat{x}\cos\theta_t - \hat{z}\sin\theta_t)e^{-jk_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)},$$
$$\bar{H}_t = \frac{E_0T}{\eta_2}\hat{y}e^{-jk_2(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)}.$$

Here, Γ and T are the reflection and transmission coefficients, and k_2 and η_2 are the propagation constant and impedance of region 2, defined as

$$k_2 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_2}, \qquad \eta_2 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_2}.$$

Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

We can obtain two complex equations for these unknowns by enforcing the continuity of E_x and H_y, the tangential field components, at the interface between the two regions at $z = 0$. We then obtain

$$\cos\theta_i\, e^{-jk_1 x \sin\theta_i} + \Gamma \cos\theta_r e^{-jk_1 x \sin\theta_r} = T \cos\theta_t e^{-jk_2 x \sin\theta_t},$$

$$\frac{1}{\eta 1} e^{-jk_1 x \sin\theta_i} - \frac{\Gamma}{\eta 1} e^{-jk_1 x \sin\theta_r} = \frac{T}{\eta 2} e^{-jk_2 x \sin\theta_t}.$$

Both sides are functions of the coordinate x. If E_x and H_y are to be continuous at the interface $z = 0$ for all x, then this x variation must be the same on both sides of the equations, leading to the following condition:

$$k_1 \sin\theta_i = k_1 \sin\theta_r = k_2 \sin\theta_t.$$

This results in the well-known *Snell's laws* of reflection and refraction:

$$\theta_i = \theta_r,$$

$$k_1 \sin\theta_i = k_2 \sin\theta_t.$$

The above argument ensures that the phase terms vary with x at the same rate on both sides of the interface, and so is often called the *phase matching condition*.

Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

the reflection and transmission coeffi-
cients as

$$\Gamma = \frac{\eta_2 \cos\theta_t - \eta_1 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_t + \eta_1 \cos\theta_i},$$

$$T = \frac{2\eta_2 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_t + \eta_1 \cos\theta_i}.$$

Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

Incidencia oblicua

Observe that for normal incidence $\theta_i = 0$, we have $\theta_r = \theta_t = 0$, so then

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad \text{and} \quad T = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1},$$

which is in agreement with the results of Section 1.7.

For this polarization a special angle of incidence, θ_b, called the *Brewster angle*, exists where $\Gamma = 0$. This occurs when the numerator goes to zero ($\theta_i = \theta_b$): $\eta_2 \cos\theta_t = \eta_1 \cos\theta_b$, which can be rewritten using

$$\cos\theta_t = \sqrt{1 - \sin^2\theta_t} = \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2}\sin^2\theta_b},$$

to give

$$\sin\theta_b = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon_1/\epsilon_2}}.$$

Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

Perpendicular Polarization

In this case the electric field vector is perpendicular to the xz plane. The incident field can be written as

$$\bar{E}_i = E_0 \hat{y} e^{-jk_1(x \sin\theta_i + z\cos\theta_i)},$$

$$\bar{H}_i = \frac{E_0}{\eta_1}(-\hat{x}\cos\theta_i + \hat{z}\sin\theta_i) e^{-jk_1(x \sin\theta_i + z\cos\theta_i)},$$

where $k_1 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_1}$ and $\eta_1 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_1}$ are the propagation constant and impedance for region 1, as before. The reflected and transmitted fields can be expressed as

$$\bar{E}_r = E_0 \Gamma \hat{y} e^{-jk_1(x \sin\theta_r - z\cos\theta_r)},$$

$$\bar{H}_r = \frac{E_0\Gamma}{\eta_1}(\hat{x}\cos\theta_r + \hat{z}\sin\theta_r) e^{-jk_1(x \sin\theta_r - z\cos\theta_r)},$$

$$\bar{E}_t = E_0 T \hat{y} e^{-jk_2(x \sin\theta_t + z\cos\theta_t)},$$

$$\bar{H}_t = \frac{E_0 T}{\eta_2}(-\hat{x}\cos\theta_t + \hat{z}\sin\theta_t) e^{-jk_2(x \sin\theta_t + z\cos\theta_t)},$$

with $k_2 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_2}$ and $\eta_2 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_2}$ being the propagation constant and impedance in region 2.

Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

Equating the tangential field components E_y and H_x at $z = 0$ gives

$$e^{-jk_1x\sin\theta_i} + \Gamma e^{-jk_1x\sin\theta_r} = Te^{-jk_2x\sin\theta_t},$$

$$\frac{-1}{\eta_1}\cos\theta_i e^{-jk_1x\sin\theta_i} + \frac{\Gamma}{\eta_1}\cos\theta_r e^{-jk_2x\sin\theta_r} = \frac{-T}{\eta_2}\cos\theta_t e^{-jk_2x\sin\theta_t}.$$

By the same phase matching argument that was used in the parallel case, we obtain Snell's laws

$$k_1 \sin\theta_i = k_1 \sin\theta_r = k_2 \sin\theta_t$$

Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

$$\Gamma = \frac{\eta_2 \cos\theta_i - \eta_1 \cos\theta_t}{\eta_2 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t},$$

$$T = \frac{2\eta_2 \cos\theta_i}{\eta_2 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t}.$$

Again, for the normally incident case

For this polarization no Brewster angle exists where $\Gamma = 0$, as we can see by examining the possibility that the numerator of (1.143a) could be zero:

$$\eta_2 \cos\theta_i = \eta_1 \cos\theta_t,$$

and using Snell's law to give

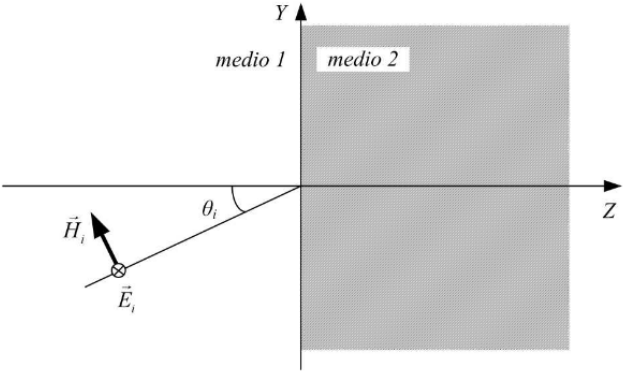
$$k_2^2(\eta_2^2 - \eta_1^2) = (k_2^2\eta_2^2 - k_1^2\eta_1^2)\sin^2\theta_i.$$

This leads to a contradiction since the term in parentheses on the right-hand side is identically zero for dielectric media. Thus, no Brewster angle exists for perpendicular polarization for dielectric media.

Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

Problema 1

Una onda plana incide oblicuamente desde el vacío sobre un conductor perfecto tal y como se observa en la figura:



Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

La amplitud compleja del campo incidente es:

$$\vec{E}_i = 5e^{-j\sqrt{2}\pi(y+z)}\hat{x} \ \text{V/m}$$

Calcular:

a) Valor del ángulo de incidencia θ_i y del ángulo de reflexión θ_r.

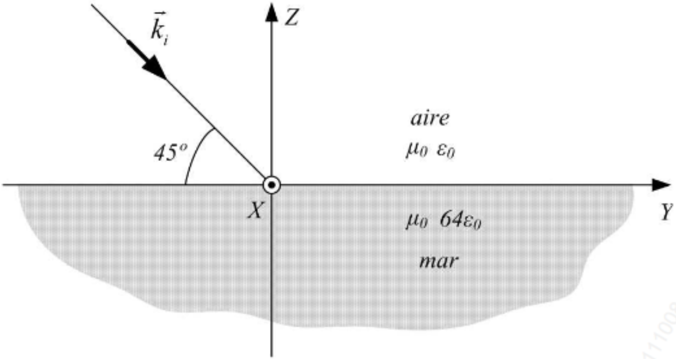
b) Expresión de los campos eléctricos totales para cada medio en función del tiempo.

c) ¿Existe algún punto en el cual se anule el campo eléctrico para cualquier instante de tiempo? Si la respuesta es afirmativa, calcularlo.

Una onda plana con polarización lineal TE y de amplitud 10 mV/m incide sobre la superficie del mar, que supondremos que forma el plano XY. Si la onda incide formando un ángulo de 45° con la superficie del mar y su frecuencia de trabajo es 6 MHz, calcular:

a) El vector de propagación de la onda incidente $\vec{k}_i$.

b) La expresión del campo eléctrico en todo punto del semieje z ≥ 0.



Analice la teoría de imágenes y teoría de reciprocidad.

Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

1. Incidencia normal

2. Incidencia oblicua

3. Trabajos propuestos

Problemas propuestos

- Analizar el Ejemplo 1 y calcular los valores de z para los que el campo total en cada uno de los medios es nulo.
- Calcular la relación de onda estacionaria del Ejemplo 1. Además analice el valor en el caso en que el medio 1 se caracteriza por $\varepsilon = 3\varepsilon_0$ y $\mu = 4\mu_0$
- Resolver el problema 1, problema 2, y problema 3 de esta presentación

Determinar el ángulo de refracción para la incidencia de una onda electromagnética desde el aire sobre una resina epoxy caracterizada por $\varepsilon_r = 3{,}6$, siendo el ángulo de incidencia de 30º.

Una onda plana monocromática TE de frecuencia y amplitud conocidas incide en $x = 0$ sobre la superficie de separación de dos medios:

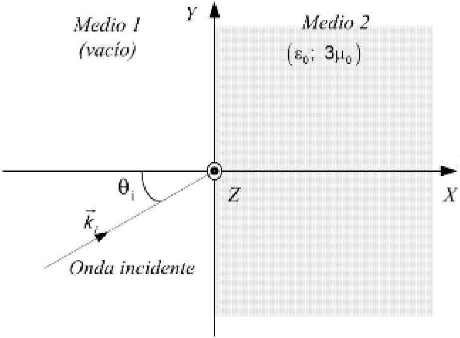


Figura Onda plana monocromática TE que incide en $x = 0$ sobre la superficie de separación de dos medios.

Si $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, calcular el ángulo de incidencia que anula el coeficiente de reflexión.

Fuente: POZAR, David M. Microwave engineering. John wiley and sons, 2009.

Líneas de transmisión

FACULTAD DE INGENIERIA

Escuela de Ingeniería en Telecomunicaciones
Quinto Semestre
Unidad I: Incidencia normal y oblicua
PhD. Daniel Antonio Santillán Haro

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
Libres por la Ciencia y el Saber