

UNIDAD I:

ANÁLISIS DIMENSIONAL Y TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES

CONTENIDO:

- Definición de Magnitud
- Tipos de magnitud
- Sistemas de unidades
- Definición de dimensión
- Prefijos
- Equivalencia Numérica
- Análisis Dimensional
- Transformación de unidades
- Ejercicios.

Desarrollo:

Magnitud: - Magnitud física es el nombre de todo lo perceptible a. medirse. Ejemplo: masa, longitud, temperatura, color, tiempo, velocidad, aceleración, fuerza, etc.

Clasificación de las magnitudes:

Por su origen. - { Magnitudes Fundamentales
Magnitudes Derivadas

Por su naturaleza. { Escalares.
Vectoriales

Magnitudes Fundamentales: - Son aquellos los mas simples es decir que no se expresa como una relación matemática. Ejemplo: masa, tiempo, temperatura, longitud, etc.

Magnitudes Derivadas: - Son aquellos que se expresan mediante una relación matemática en función de las magnitudes fundamentales. Ejemplo: velocidad, aceleración, fuerza, vector desplazamiento, vector posición, etc.



Magnitudes Escalares - Son aquellas que se expresan mediante un número, una medida, un escalar, un módulo, ejemplo: masa, tiempo, temperatura, presión, trabajo, potencia, Volumen, Densidad, Área, etc.

Magnitudes Vectoriales - Son aquellas que poseen módulo, dirección y sentido. Ejemplo: Velocidad, aceleración, Fuerza, Vector posición, Vector desplazamiento, Vector posición relativo, etc.

Definición de Sistemas de Unidades -

Los sistemas de unidades son MKS ; CGS ; FPS

MKS : metros, kg, segundos

CGS : centímetros, gramos, segundos

FPS : pie, libra, segundos

Definición de Dimensión -

Dimensión es el símbolo de la magnitud; ejemplo.

Magnitud	Dimensión	MKS	CGS	FPS
Longitud	L	m	cm	pie
masa	M	kg	gr	lib
tiempo	T	s	s	s
temperatura	θ			
Velocidad $\rightarrow$ M.V	LT^{-1}	m/s	m/s	pie/s
aceleración	LT^{-2}	m/s ²	cm/s ²	pie/s ²
Fuerza	MLT^{-2}	kg m/s ²	gr cm/s ²	lib pie/s ²
trabajo	ML^2T^{-2}	kg m ² /s ²	gr cm ² /s ²	lib pie ² /s ²
Presión	$ML^{-1}T^{-2}$	kg/m ²	gr/cm ²	lib/pie ²
Volumen	L ³	m ³	cm ³	pie ³
Densidad Volumétrica	ML^{-3}	kg/m ³	gr/cm ³	lib/pie ³
Área	L ²	m ²	cm ²	pie ²

Densidad Superficial ML^{-2} $\sigma = \frac{m}{A} = M.L^{-2}$

" lineal ML^{-1} $\lambda = \frac{m}{L} = M.L^{-1}$

Unidad - La unidad es el medio de expresión de las magnitudes

Ejemplo : 2 m ; magnitud longitud
Dimensión L
Unidad m (metro).



Prefijos: .- El prefijo es el nombre de las potencias que acompañan a las unidades, estas potencias son positivas y negativas y va siempre antes de la unidad.

Potencia	Prefijo	Símbolo
10^{12}	Tera.	T
10^9	Giga	G
10^6	Mega	M
10^3	Kilo	K
10^2	Hecto.	H
10^1	Deca.	D
10^0	Unidad	1, 1Ks, CGS, FPS
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	Micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	ato	a
10^{15}	Penta.	P
10^{18}	Exa.	E

Ejemplo: $50 \text{ Kilogramos} = 50 \text{ Kg} = 50 \times 10^3 \text{ gramos} = 50.000 \text{ gr} = 5 \times 10^4 \text{ gr}$
 $30 \text{ Mpascales} = 30 \text{ Mpa} = 30 \times 10^6 \text{ pa} = 300.000.000 \text{ pa} = 3 \times 10^8 \text{ pa}$
 $5 \text{ Kpascales} = 5 \text{ Kpa} = 5 \times 10^3 \text{ pa} = 5.000 \text{ pa} = 5 \text{ mil pa}$

Análisis Dimensional. - Consiste en identificar la Dimensión de una expresión matemática en función de las magnitudes fundamentales, previo a la transformación de unidades.

Ejemplos

$15 \text{ Dmetro} = 15 \text{ decametro}$
 $28 \text{ Hmetro} = 28 \text{ Hectometro}$
 $20 \text{ dmetro} = 20 \text{ decimetro}$



Equivalencias numéricas

Longitud - $1\text{m} = 3,28\text{pies}$; $1\text{pie} = 12\text{pulg}$; $A^\circ = 10^{-10}\text{m}$
masa - $1\text{kg} = 2,2\text{lb}$; $1\text{lb} = 16\text{onzas}$; $t = 10^3\text{kg}$; $1\text{t} = 9,8\text{Kg}$; $1\text{lb} = 454\text{gr}$
 $1\text{slug} = 32,2\text{Pb}$

Volumen - $1\text{m}^3 = 10^3\text{lit}$; $1\text{galon} = 3,785\text{lit}$; $1\text{baril} = 158,98\text{lit}$
Energía, trabajo y calor - $\text{Btu} = 252\text{cal}$; $\text{cal} = 4,18\text{J}$; $\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19}\text{J}$
 $1\text{J} = 10^7\text{erg}$; $1\text{erg} = 10^{-7}\text{J}$

Fuerza - $1\text{N} = 10^5\text{Dinas}$; $1\text{Dima} = 10^{-5}\text{N}$; $1\text{lb}_f = 4,448\text{N}$; $1\text{kg}_f = 2,2\text{lb}_f$
 $1\text{kg}_f = 9,8\text{N}$; $1\text{lb}_f = 32,2\text{poundal}$

Potencia - $\text{Hp} = 746\text{watts}$; $\text{CV} = 735\text{watts}$; $1\text{watt} = \text{kg m}^2/\text{s}^3$

Presión - $1\text{torr} = 1\text{mmdeHg}$; $1\text{atm} = 760\text{mmdeHg} = 1,013 \times 10^5\text{Pa}$
 $\text{atm} = 14\text{PSI}$; $\text{torr} = 133,32\text{Pa}$; $1\text{bar} = 10^5\text{Pa}$; $\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
 $1\text{Pa} = \text{kg}/\text{m s}^2$

Temperatura - En intervalo: $1^\circ\text{C} = 1,8^\circ\text{F}$; $1^\circ\text{K} = 1,8^\circ\text{R}$; $^\circ\text{C} = \text{K}$; $^\circ\text{F} = \text{R}$

Unidades de medida

Longitud [m, pies, pulg ;]
Masa [Kg, gr, lb, onzas, ton, slug ;]
Volumen [m³, lit, galones, baril ;]
Energía, trabajo, calor [cal, J (Julio), erg (ergio), Btu ;]

$$1\text{J [MKs]} \rightarrow \text{kg m}^2/\text{s}^2 \quad 1\text{J} = \text{N} \cdot \text{m}$$

$$1\text{erg [CGS]} \rightarrow \text{g cm}^2/\text{s}^2$$

Fuerza [N, Dima, lb_f ; Kgf ; poundal ;]

$$1\text{N [MKs]} = \text{kg m}/\text{s}^2 ; \text{Newton}$$

$$1\text{D [CGS]} = \text{g cm}/\text{s}^2 ; \text{Dima}$$

Potencia [Hp, CV, watt ;]

Presión [torr, atm, Pa, mmdeHg, PSI, bar ;]

Transformación de unidades - Consiste en cambiar las unidades.

de un sistema a otro sistema; previo a un análisis dimensional, si es dimensionalmente consistente una expresión matemática se puede transformar:

Ejemplo: $M \rightarrow m$
 masa $\rightarrow$ masa
 $\text{Kg} \rightarrow \text{gr}$

$L \rightarrow L$
 longitud $\rightarrow$ longitud
 pie $\rightarrow$ cm

Kilómetro $\rightarrow$ Hectómetro

$$\text{Km} \quad 1000\text{m} = 10^3\text{m} = 1 \times 10^3\text{m}$$

$$\text{Hm} \quad 100\text{m} = 10^2\text{m} = 1 \times 10^2\text{m}$$



Resolución de ejercicios:

ANÁLISIS DIMENSIONAL

1.- Determinar las dimensiones de la siguiente ecuación

$$X = \frac{-15 \times 10^{10} \cdot \text{mm de Hg} \cdot \text{lit}}{\text{Hp} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Desarrollo:-

* Los números no se consideran (cantidad numérica).

* mm de Hg $\rightarrow$ Unidad de medida de presión

$$\frac{ML^{-1}T^{-2}}{L^3} = \frac{M}{LT^2} //$$

* lit $\rightarrow$ unidad de medida de volumen

* Hp $\rightarrow$ unidad de medida de potencia

$$\frac{ML^2T^{-3}}{T^3} = \frac{ML^2}{T^6} //$$

* h $\rightarrow$ unidad de medida de tiempo

* $^\circ\text{C}$ $\rightarrow$ unidad de medida de temperatura

$$X = \frac{ML^{-1}T^{-2} \cdot L^3}{ML^2T^{-3} \cdot T \cdot \Theta} = \frac{ML^{-1+3}T^{-2}L^3}{ML^2T^{-3}T\Theta} = \frac{M^1L^{2-2}T^{-2+3-1}\Theta^{-1}}{M^1L^0T^0\Theta^{-1}} = \frac{M^0L^0T^0\Theta^{-1}}{M^0L^0T^0\Theta^{-1}} = 1 //$$

$$\Rightarrow L \rightarrow -1+3-2=0 \Rightarrow L^0=1 \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow M \rightarrow 1-1=0 \Rightarrow M^0=1 \\ \Rightarrow T \rightarrow -2+3-1=0 \Rightarrow T^0=1 \\ \Rightarrow \Theta^{-1} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow T \rightarrow -2+3-1=0 \Rightarrow T^0=1$$

$$\Rightarrow \Theta^{-1}$$

Finalmente tenemos: $X = L^0 \cdot T^0 \cdot \Theta^{-1} \cdot M^0 = 1 \times 1 \times \Theta^{-1} \times 1 = \Theta^{-1} = \frac{1}{\Theta}$

2.- Determinar las dimensiones de X en la siguiente expresión matemática

$$X = \frac{500 J \times \text{slug} \times ^\circ\text{K}}{\text{Poundal} \cdot \text{pulg} \times \text{UTH} \cdot ^\circ\text{C}} = \frac{M^1L^2T^{-2} \times M^1 \times \Theta^1}{M^1L^1T^{-2} \times L^1 \times M^1 \times \Theta^1} = 1 //$$

$$X = 1 \text{ (Adimensional)} = \text{No tiene dimensiones} //$$



3.- Determinar si es dimensionalmente consistente la siguiente expresión matemática.

$$A^{\circ} \times \text{ev} \times (\text{PSI})^{1/2} \times \text{poundal} \div \text{BTU}^2 \times \text{slug} \times ^{\circ}\text{C} \times \text{pie}$$

$$= \frac{\text{gr}^{-1/2} \times \text{pulg}^{-3/2}}{5 \times ^{\circ}\text{K}}$$

$$A^{\circ} = 10^{-10} \text{ m}$$

(Potencia negativa que tiene unidad de medida que es de longitud (metro)).

$$\frac{L \times (MLT^{-2}) \times (MLT^{-2})^{1/2} \times MLT^{-2}}{(MLT^{-2})^2 \times M \times \theta \times L}$$

$$= \frac{M^{-1/2} L^{-3/2}}{T \times \theta}$$

$$= M^{-1/2} L^{-3/2} T^{-1} \theta^{-1}$$

$$= \frac{M^{1/2} L^{-1/2} T^{-2} \theta^{-1}}{ML^2 T^{-2} \theta}$$

$$= \frac{M^{1/2} L^{-1/2} T^{-2} \theta^{-1}}{M^1 L^2 T^{-2} \theta^1}$$

$$= \frac{M^{1/2} L^{-1/2} T^{-2} \theta^{-1}}{M^1 L^2 T^{-2} \theta^1}$$

$$= \frac{M^{-1/2} L^{-3/2} T^{-1} \theta^{-1}}{M^1 L^2 T^{-2} \theta^1}$$

$$M \rightarrow \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$L \rightarrow -\frac{1}{2} - 2 + 1 = -\frac{3}{2}$$

$$T \rightarrow -1 + 2 - 2 = -1$$

$$\theta \rightarrow \theta^{-1}$$

$$\Rightarrow M^{-1/2} L^{-3/2} T^{-1} \theta^{-1} = M^{-1/2} L^{-3/2} T^{-1} \theta^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{M^{1/2} L^{3/2} T \theta} = \frac{M^{-1/2} L^{-3/2} T^{-1} \theta^{-1}}{M^{1/2} L^{3/2} T \theta}$$

// Son dimensionalmente consistentes lo que implica que podemos realizar la transformación de unidades de un sistema a otro //

Valor agregado:

$A^{\circ} \rightarrow 10^{-10} \text{ m}$ (longitud)

ev $\rightarrow$ medida de energía.

poundal $\rightarrow$ medida de fuerza.

BTU $\rightarrow$ unidad de medida de trabajo, energía y calor.

slug $\rightarrow$ " " de masa.

pie $\rightarrow$ " " longitud

gr $\rightarrow$ " " masa.



Ejercicios de transformación de unidades.-

1.- Transformar:

$$1500 \text{ m} \rightarrow \# \text{ pulg.}$$

$$* \frac{1500 \text{ m}}{1 \text{ m}} \times \frac{3.28 \text{ pies}}{1 \text{ m}} \times \frac{12 \text{ pulg}}{1 \text{ pie}} = 1500 \times 3.28 \times 12 \text{ pulg.}$$

$$* \frac{1500 \text{ m}}{1 \text{ m}} \times \frac{3.28 \text{ pie}}{1 \text{ m}} \times \frac{12 \text{ pulg}}{1 \text{ pie}} = (1500 \times 3.28 \times 12) \text{ pulg} = \# \text{ pulg}$$

2.- Transformar:

$$\frac{\text{erg} \times \text{pound}^2}{\text{Hp} \times \text{Pa}^2} \rightarrow \# \text{ cm}^4/\text{s}$$

Siempre llegar al sistema MKS ; [de ahí bajan al resto de sistemas]

$$\frac{\text{erg} \times \text{pound}^2}{\text{Hp} \times \text{Pa}^2} = \frac{10^7 \text{ erg} \times 2.2 \text{ lbf}^2}{746 \text{ watts} \times (9.8 \text{ N})^2} = \frac{10^7 \times 2.2 \times 100 \text{ cm}^4}{746 \times 32.2 \times (2.2)^2} = \# \text{ cm}^4/\text{s}$$

$$* 10^7 \text{ erg} = \text{J} \quad \text{watts} \rightarrow \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3}$$

$$* \text{Hp} = 746 \text{ watts} = 746 \left[\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} \right] //$$

$$= 746 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} [\text{ML}^2 \text{T}^{-3}] \rightarrow [\text{MKS}]$$

$$\frac{\text{Watts}}{\text{kg m}^2} = \frac{\text{Watts} \times \text{s}^3}{\text{kg m}^2}$$

$$\frac{\text{Pa}^2}{\text{N}^2} = \frac{\text{Pa}^2 \times \text{m}^4}{\text{N}^2 \times 1} = \frac{\text{Pa}^2 \times \text{m}^4}{\text{N}^2}$$

$$* 32.2 \text{ poundal} = 1 \text{ lbf}$$

$$* 2.2 \text{ lbf} = 1 \text{ kgf}$$

$$* 1 \text{ kgf} = 9.8 \text{ N}$$

$$* 2.2 \text{ lbf} = 9.8 \text{ N}$$

$$\text{J} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$$



$$3.- \frac{\text{Watt} \times \text{N}^2 \times \text{CV}}{\text{Kg} \times \text{Hp} \times \text{atm}} \rightarrow \text{Kg} \times \text{m}^5 \times \text{s}^{-5} = \frac{\text{Kg} \times \text{m}^5}{\text{s}^5}$$

Watt $\times$ N^2 $\times$ CV	Kg m^2	Kg m^2	Kg m^2	HP	Watt s^3	atm	Pa m^2	N^2	Kg m^2	Kg m^2
Kg $\times$ HP $\times$ atm	Watt s	N	CV s	746 Watt	Kg m^2	$1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$	N	Kg m^2	Kg m^2	Kg m^2

$$= \frac{\text{Kg m}^2 \times \text{Kg m}^2 \times \text{s}^3 \times \text{m}^2 \times \text{s}^2 (\text{Kg m}^2)}{\text{Kg} \times \text{s}^4 \times \text{s}^3 \times \text{Kg m}^2 \times \text{Kg m}^2 (1.013 \times 10^5)} = \frac{5 \text{ s}^2}{\text{m}^3 \text{ s}^7} = \frac{735 \text{ Kg m}^5}{(1.013 \times 10^5) \text{ s}^5}$$

$$= \frac{735}{(1.013 \times 10^5)} \text{ Kg m}^5 \text{ s}^{-5}$$

$$= \frac{735}{(746)} \text{ Kg m}^5 \text{ s}^{-5}$$

$$\# = \frac{735}{(746)(1.013 \times 10^5)}$$

$$1 \text{ Watt s} = \frac{\text{Kg m}^2}{\text{s}^3}$$

$$\text{N}^2 = \left(\frac{\text{Kg m}}{\text{s}^2} \right)^2 = \frac{\text{Kg}^2 \text{ m}^2}{\text{s}^4}$$

$$\text{CV} = \frac{735 \text{ Kg m}^2}{\text{s}^3} = 735 \text{ Watts}$$

$$\text{HP} = \frac{746 \text{ Kg m}^2}{\text{s}^3} = 746 \text{ Watts}$$

$$\text{atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = \frac{1.013 \times 10^5 \text{ Kg}}{\text{m s}^2} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.013 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} //$$

$$\text{Pa} = \frac{\text{Kg}}{\text{m s}^2}$$

4.- Transformar:

$$\frac{A^\circ \times \text{cal} \times \text{Pa}^{1/2} \times \text{Dima}}{\text{BTU}^2 \times \text{slug} \times \text{C}^\circ \times \text{m}} \rightarrow \text{Kg}^{-1/2} \times \text{m}^{-3/2} \times \text{s}^{-1} \times \text{R}$$

A°	$\text{cal} \times \text{Pa}^{1/2}$	Dima	BTU^2	slug	C°	m
10°	$4.18 \text{ J} \times \text{Kg m}^2$	Kg	10^2 N	Kg m^2	$\text{Pa}^{1/2}$	Dima
10°	$4.18 \text{ J} \times \text{Kg m}^2$	Kg	10^2 N	Kg m^2	$\text{Pa}^{1/2}$	Dima

$$\frac{10^\circ \times 4.18 \times 10^{-5}}{(252)^2 \times (4.18) (32.2) (1.8)} = \frac{10^{-10} \times 4.18 \times 10^{-5}}{(252)^2 \times (4.18) (32.2) (1.8)}$$

$$= \frac{\text{Kg}^{+1/2} \text{ m}}{\text{Kg m}^{1/2} \text{ m s}^0 \text{ R}} = \frac{\text{Kg}^{-1/2} \text{ m}^{-3/2} \text{ s}^{-1} \text{ R}}{\text{Kg m}^{1/2} \text{ m s}^0 \text{ R}}$$

$$\text{Kg} \rightarrow \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} //$$

$$\text{m} \rightarrow -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} //$$

$$\text{Kg} \rightarrow 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} //$$

$$\text{m} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2} //$$

$$\text{s} \rightarrow 4 - 2 - 1 - 2 = -1 //$$

$$\text{R} \rightarrow \dots$$

