

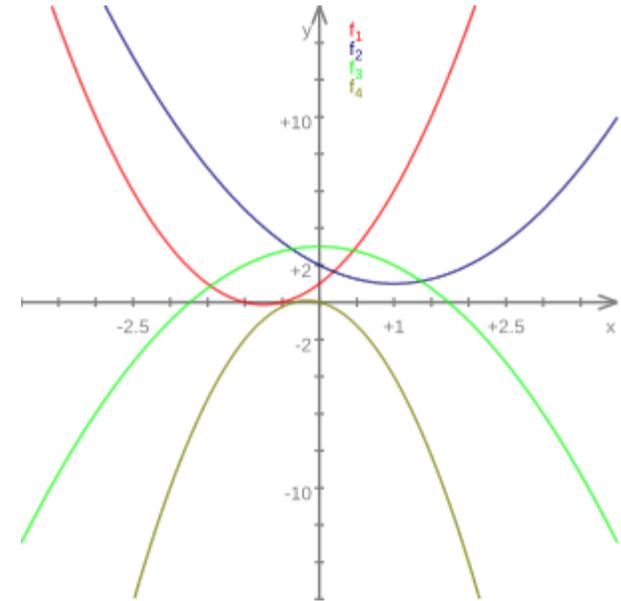


Economía Matemática

Tercer semestre

CRITERIO DE SEGUNDA DERIVADA

- La derivada segunda de una función $f(x)$, denotada como $f''(x)$ o $d^2/dx^2 f(x)$, representa la tasa de cambio instantánea de la derivada de $f(x)$ con respecto a x . Es decir, es la derivada de la derivada primera de $f(x)$.



CRITERIO DE SEGUNDA DERIVADA. Ejemplo.

Si $f(x) = x^3$, entonces:

- Primera derivada de $f(x)$:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2$$

- Segunda derivada de $f(x)$:

$$f''(x) = \frac{d^2}{dx^2}(x^3) = \frac{d}{dx}(3x^2) = 6x$$

Por lo tanto, la segunda derivada de $f(x) = x^3$ es $f''(x) = 6x$.

Ejemplo de segunda derivada

Para encontrar la segunda derivada de la función $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 10$, primero calculamos las derivadas paso a paso:

1. Primera derivada de $f(x)$:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}[x^3 + 2x^2 + 3x + 10] = 3x^2 + 4x + 3$$

Ejemplo de segunda derivada

2. Segunda derivada de $f(x)$:

$$f''(x) = \frac{d^2}{dx^2}[x^3 + 2x^2 + 3x + 10] = \frac{d}{dx}[3x^2 + 4x + 3] = 6x + 4$$

Por lo tanto, la segunda derivada de $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 10$ es $f''(x) = 6x + 4$.

Ejemplo de segunda derivada

En este caso, la segunda derivada $f''(x) = 6x + 4$ muestra cómo cambia la pendiente de la función original $f(x)$. La primera derivada $f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$ nos da la tasa de cambio de $f(x)$, y la segunda derivada $f''(x) = 6x + 4$ nos indica cómo cambia esa tasa de cambio en función de x .

CRITERIO DE SEGUNDA DERIVADA

- En resumen, la derivada segunda y la derivada de segundo orden son conceptos matemáticos fundamentales que describen cómo cambia la pendiente de una función (su primera derivada) en relación con la variable independiente x .

$$\frac{dy}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2y}{dx^2}$$

EJEMPLOS DE SEGUNDA DERIVADA

1. Ejemplo 1: Función cuadrática

Consideremos la función $f(x) = x^2$.

- Primera derivada:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(x^2) = 2x$$

- Segunda derivada:

$$f''(x) = \frac{d}{dx}(2x) = 2$$

EJEMPLOS DE SEGUNDA DERIVADA

En este caso, la segunda derivada $f''(x) = 2$ es constante para cualquier valor de x . Indica que la función cuadrática tiene una concavidad hacia arriba en todos los puntos.

EJEMPLOS DE SEGUNDA DERIVADA

Para resolver la segunda derivada de la función $f(x) = x^4 - 4x^3$,

seguimos estos pasos:

1. **Encontrar la primera derivada $f'(x)$:**

Utilizamos la regla de potencias y la regla del producto para encontrar la primera derivada:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(x^4) - \frac{d}{dx}(4x^3)$$

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2$$

EJEMPLOS DE SEGUNDA DERIVADA

2. Encontrar la segunda derivada $f''(x)$:

Ahora, derivamos nuevamente la primera derivada para encontrar la segunda derivada:

$$f''(x) = \frac{d}{dx}(4x^3) - \frac{d}{dx}(12x^2)$$

$$f''(x) = 12x^2 - 24x$$

Por lo tanto, la segunda derivada de la función $f(x) = x^4 - 4x^3$ es $f''(x) = 12x^2 - 24x$.