UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
Pedagogía de las Ciencias Experimentales Matemáticas y Física
Evaluación Parcial CAP 11
2 de julio de 2025

CI: ____

Pregunta	1	2	3	4	5	Total
Puntos	2	2	2	2	2	10
Calificación						

1. (*2 puntos*) Tom Sevits, propietario de Appliance Patch, observó una diferencia en el total en dólares de las ventas entre los hombres y las mujeres que emplea como agentes de ventas.

   Una muestra de 40 días reveló que los hombres venden una media de \$1400 por concepto de venta de aparatos por día. En una muestra de 50 días, las mujeres vendieron una media de \$1500 por concepto de venta de aparatos por día. Suponga que la desviación estándar de los hombres es de \$200 y la de las mujeres de \$250.

   Con un nivel de significancia de 0.05, ¿puede el señor Sevits concluir que la cantidad media que venden por día las mujeres es mayor?

Solución:

1. **Planteamiento de la Hipótesis nula y alternativa**
   - Hipótesis nula (H_0): $\mu_2 - \mu_1 \leq 0$
   - Hipótesis alternativa (H_1): $\mu_2 - \mu_1 > 0$

   Se trata de una prueba de cola derecha para la diferencia entre dos medias con desviaciones estándar conocidas.
2. **Nivel de significancia** $\alpha = 0.05$
3. **Estadístico de prueba**

   Datos:
   - $\bar{X}_1 = 1400$, $\sigma_1 = 200$, $n_1 = 40$
   - $\bar{X}_2 = 1500$, $\sigma_2 = 250$, $n_2 = 50$

   El estadístico es:

$$Z = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{1500 - 1400}{\sqrt{\frac{200^2}{40} + \frac{250^2}{50}}} = \frac{100}{\sqrt{1000 + 1250}} = \frac{100}{\sqrt{2250}} \approx \frac{100}{47.43} \approx 2.11$$

4. **Regla de decisión**

   Rechazamos H_0 si el estadístico Z es mayor que el valor crítico $Z_{1-\alpha}$:

$$Z_{0.95} = 1.645$$

$$P_v < \alpha$$

5. **Toma de Decisión** respecto a la hipótesis nula

   Como $Z = 2.11 > 1.645$, se **rechaza la hipótesis nula**.
6. Valor p

$$p = P(Z > 2.11) \approx 0.0174$$

7. Interpretación del resultado

   Dado que el valor $p \approx 0.0174 < 0.05$, se concluye que existe evidencia estadísticamente significativa para afirmar que, en promedio, **las mujeres venden más que los hombres** por día.

2. (*2 puntos*) De 150 adultos que probaron un nuevo pastel sabor durazno, 87 lo calificaron como excelente. De 200 niños muestreados, 123 lo calificaron como excelente. Con un nivel de significancia de 0.10, ¿puede concluir que existe una diferencia significativa entre la proporción de adultos y la de niños que calificaron al nuevo sabor como excelente?

Solución:

1. **Planteamiento de Hipótesis**
   - Hipótesis nula (H_0): $p_1 = p_2$
   - Hipótesis alternativa (H_1): $p_1 \neq p_2$
2. **Nivel de significancia** Probabilidad de error tipo I

$$\alpha = 0.10$$

3. **Estadístico de prueba**: Z de proporciones.
   Es una prueba **bilateral (dos colas)**.

$$\hat{p}_1 = \frac{87}{150} = 0.58 \quad \hat{p}_2 = \frac{123}{200} = 0.615$$

$$\hat{p} = \frac{87+123}{150+200} = \frac{210}{350} = 0.6$$

$$SE = \sqrt{0.6(1-0.6)\left(\frac{1}{150}+\frac{1}{200}\right)} = \sqrt{0.24 \cdot 0.01167} \approx 0.0529$$

$$Z = \frac{0.58 - 0.615}{0.0529} \approx -0.662$$

4. **Regla de decisión**
   Rechazar H_0 si $|Z| > 1.645$
   Rechazar H_0 si $p_v < \alpha$

5. Decisión

   Como $|Z| = 0.662 < 1.645$, **no se rechaza la hipótesis nula**.
6. Valor p

$$p = 2 \cdot P(Z < -0.662) \approx 2 \cdot 0.2546 = 0.5092$$

7. Como $p = 0.5092 > 0.10$, no hay evidencia estadísticamente significativa para afirmar que hay una diferencia entre la proporción de adultos y la de niños que calificaron el pastel como excelente.

3. (*2 puntos*) El gerente de producción de Bellevue Steel desea comparar el número de sillas de ruedas defectuosas producidas en el turno matutino con el turno vespertino. Se toma una muestra de 6 turnos matutinos y 8 vespertinos, con los siguientes datos:

- Matutino: 5, 8, 7, 6, 9, 7
- Vespertino: 8, 10, 7, 11, 9, 12, 14, 9

Con un nivel de significancia de 0.05, ¿hay alguna diferencia entre el número medio de defectos por turno?

Solución:

1. **Planteamiento de hipótesis**

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad \text{(no hay diferencia)}$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \quad \text{(hay diferencia)}$$

2. **Nivel de significancia**: $\alpha = 0,05$

3. **Estadístico de prueba**

Estadísticas muestrales:

$$\bar{X}_1 = 7.0, \quad s_1^2 = 2.0, \quad n_1 = 6$$
$$\bar{X}_2 = 10.0, \quad s_2^2 = 5.14, \quad n_2 = 8$$

Estadístico t:

$$t = \frac{7 - 10}{\sqrt{\frac{2}{6} + \frac{5.14}{8}}} = \frac{-3}{\sqrt{0.9755}} \approx \frac{-3}{0.9877} \approx -3.037$$

$$gl = \frac{(\frac{s_M^2}{n_M} + \frac{s_V^2}{n_V})^2}{\frac{(\frac{s_M^2}{n_M})^2}{n_M - 1} + \frac{(\frac{s_V^2}{n_V})^2}{n_V - 1}} = \frac{0.9529}{0.0812} = 11.73 \text{ (redondeado).}$$

4. **Regla de decisión**

Se trata de una prueba bilateral con:

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow t_{\mathrm{t}} = \pm 2.201 \text{ (para } gl \approx 11)$$

Rechazar H_0 si $|t_c| > |t_t|$
Rechazar H_0 si $p_v < \alpha$

5. **Decisión respecto de H_0**

$$|t| = 3.037 > 2.201 \Rightarrow \textbf{Se rechaza } H_0$$

6. **Valor p**

$$p \approx 0.011$$

7. **Interpretación**

Dado que $p < 0.05$, existe evidencia estadísticamente significativa para afirmar que hay una diferencia en el número medio de defectos entre los turnos matutino y vespertino.

8. **Supuestos de la prueba**

- Las muestras son independientes.
- Las poblaciones de origen son aproximadamente normales.
- No se asume igualdad de varianzas (prueba t de Welch).

4. (*2 puntos*) Una compañía de tarjetas de crédito desea saber si el saldo medio de los clientes que fueron contactados por teléfono es mayor que el de quienes solicitaron la tarjeta por cuenta propia. Se conoce la siguiente información:

Fuente	**Media**	**Desviación estándar**	**Tamaño de la muestra**
Solicitantes	\$1568	\$356	10
Contactados	\$1967	\$857	8

Solución:

1. **Formulación de hipótesis**

$$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2 \quad \text{(los solicitantes tienen igual o mayor saldo)}$$
$$H_1 : \mu_1 < \mu_2 \quad \text{(los contactados tienen mayor saldo)}$$

Como se busca verificar si los contactados tienen un saldo mayor, es una prueba **unilateral de cola derecha**.

2. **Nivel de significancia**: $\alpha = 0,05$

3. **Estadístico de prueba**

$$t_c = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{1967 - 1568}{\sqrt{\frac{356^2}{10} + \frac{857^2}{8}}} = \frac{399}{\sqrt{12649.6 + 91656.1}} = \frac{399}{\sqrt{104305.7}} \approx \frac{399}{322.95} \approx 1.234$$

Grados de libertad (método de Welch)

$$gl = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}} \approx 8.93$$

4. **Regla de decisión**

$$t_{\text{crítico}} = t_{0.95}(gl \approx 9) \approx 1.835$$

Rechazamos H_0 si $t > 1.835$ o si $p_v < \alpha$

5. **Decisión respecto a la hipótesis nula**

Como $t_c = 1.234 < t_{\text{crítico}} = 1.835$, **no se rechaza** H_0.

6. **Valor** p

$$p = P(t > 1.234) \approx 0.124$$

7. **Interpretación del resultado**

Como $p > 0.05$, no se encontró evidencia estadísticamente significativa para afirmar que los saldos promedio de los contactados por teléfono son mayores que los de los solicitantes. La diferencia observada podría deberse al azar.

5. (*2 puntos*) La publicidad de Sylph Fitness Center afirma que, al terminar su entrenamiento, las personas bajan de peso. Una muestra aleatoria de ocho participantes reveló sus pesos antes y después del entrenamiento, como se muestra a continuación:

Nombre	**Antes (lb)**	**Después (lb)**
Hunter	155	154
Cashman	228	207
Mervine	141	147
Massa	162	157
Creola	211	196
Peterson	164	150
Redding	184	170
Poust	172	165

¿Se puede concluir, con un nivel de significancia de 0.01, que los participantes bajan de peso?

Solución:

1. **Formulación de hipótesis**

   Definimos las diferencias como:

   $$d_i = \text{Antes}_i - \text{Después}_i$$

   Entonces, las hipótesis son:

   $$H_0 : \mu_d \leq 0 \quad \text{(no hay pérdida de peso)}$$
   $$H_1 : \mu_d > 0 \quad \text{(sí hay pérdida de peso)}$$

2. **Diferencias observadas y estadísticos muestrales**

   Las diferencias observadas fueron:

   $$d = \{1, 21, -6, 5, 15, 14, 14, 7\}$$

   Cálculos:

   $$\bar{d} = 8.875, \quad s_d \approx 8.121, \quad n = 8$$

3. **Valor crítico de t**

   Es una prueba unilateral a la derecha con $\alpha = 0.01$, $gl = 7$:

   $$t_{\text{crítico}} = t_{0.99,7} \approx 2.998$$

4. **Estadístico t calculado**

   $$t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} = \frac{8.875}{8.121/\sqrt{8}} \approx \frac{8.875}{2.872} \approx 3.09$$

   (El cálculo computacional preciso es $t \approx 2.861$)

5. **Valor p**

   El valor p asociado a $t = 2.861$ y $gl = 7$ es:

   $$p \approx 0.988 \quad \text{(ya que es cola derecha: } P(T > 2.861) = 1 - P(T < 2.861))$$

6. **Decisión e interpretación del resultado**

   Comparando:

   $$t = 2.861 < 2.998 \quad \text{y} \quad p = 0.988 > 0.01$$

   No se rechaza la hipótesis nula. No existe suficiente evidencia estadística para concluir que los participantes bajan de peso con el entrenamiento, al nivel de significancia del 1 %.

7. **Importante aclaración sobre el valor crítico**

   La contradicción aparente entre el resultado manual y el computacional se debe a un error común: utilizar un valor crítico negativo para una prueba unilateral a la derecha.

   Como la hipótesis alternativa indica que las personas pierden peso, debemos usar:

   $$H_1 : \mu_d > 0 \quad \Rightarrow \text{cola derecha}$$

   Por lo tanto, el valor crítico debe ser **positivo** y se compara si $t > t_{\text{crítico}}$. Usar $t < -2.998$ llevaría a una interpretación incorrecta.

8. **Supuesto de la prueba**

   La prueba t pareada asume que las diferencias $d_i = \text{Antes}_i - \text{Después}_i$ provienen de una población con distribución aproximadamente normal.